Universidade Estadual de Campinas
Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica
Departamento de Matemática Aplicada

MS211 - Cálculo Numérico

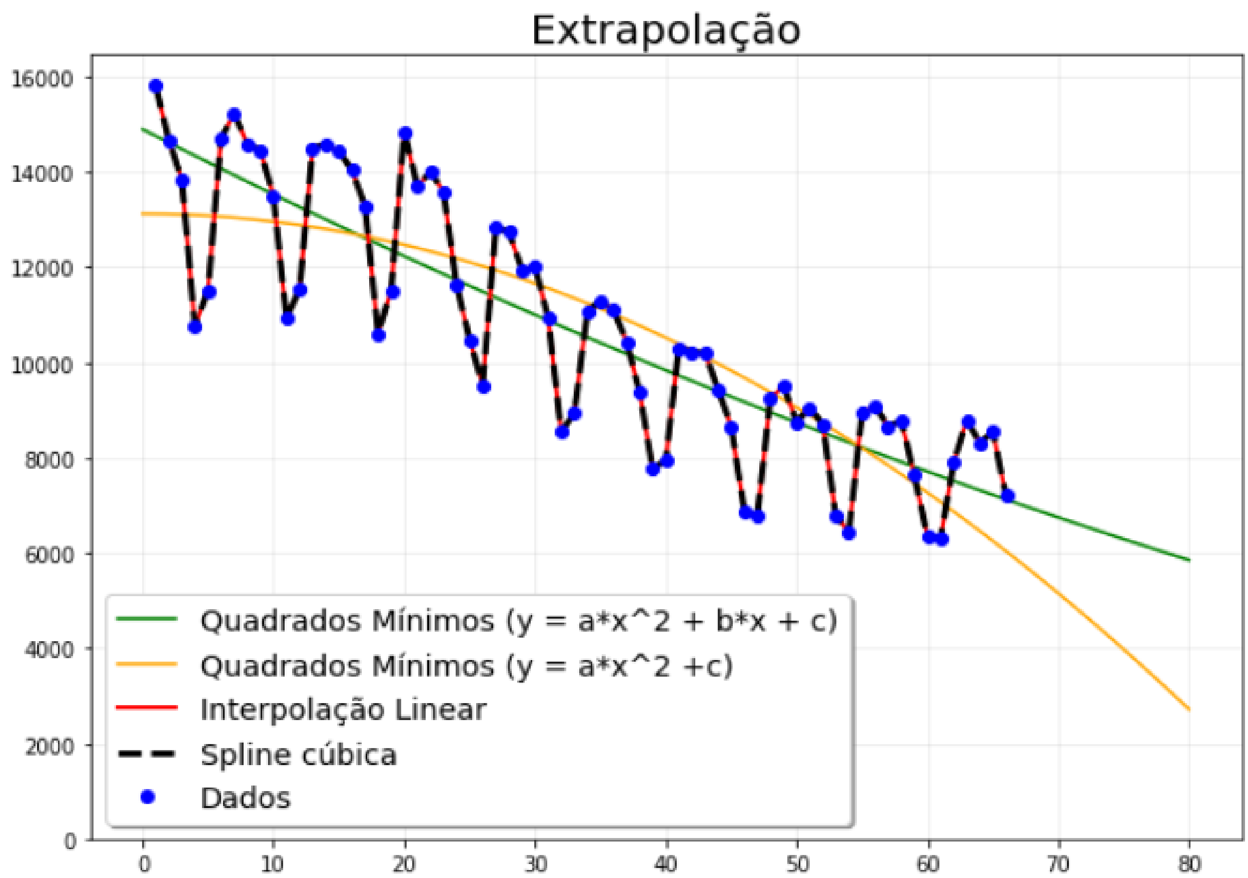
Turma A - Prova 1

Fernando Teodoro de Cillo
RA: 197029

Campinas
Julho de 2021

1.

Para realizar a extrapolação, podemos utilizar duas técnicas distintas, o ajuste de curva (pelo Método dos Quadrados Mínimos) e a interpolação. Para a questão proposta, foram utilizadas as duas ideias, e podemos comparar na figura 1 os resultados.




```
Interpolação linear: -11420.0
Spline cúbica: -2165396.911330141
Quadrados Mínimos (y = a*x^2 + c): 2717.355457661106
Quadrados Mínimos (y = a*x^2 + b*x + c): 5851.7730210129375
```

Figura 1: Gráfico e resultados gerados em Python

Os dois métodos de interpolação polinomial (interpolação linear, em vermelho, e spline cúbica, em preto) nos dão resultados negativos para y(80). Isso ocorre porque a última etapa considerada pela interpolação é decrescente, e ela tende a continuar decaindo abruptamente, sem considerar o comportamento geral dos dados, que tende a ter aumentos.

O ajuste pelo Método dos Quadrados Mínimos entende que os pontos (x, y) possuem erro em relação à uma função geradora, e tenta encontrar essa função. A curva verde ($y = a{*}x^2{+}b{*}x{+}c$) é a que mais se aproxima do comportamento esperado. O número de casos (e de mortes) de covid pode ser descrito por um modelo exponencial, como um modelo de crescimento (negativo) exponencial. A curva quadrática com termo linear se aproxima razoavelmente desse comportamento para um determinado intervalo.

Dessa forma, creio que o resultado do Método dos Quadrados Mínimos para uma curva na forma $y = a * x^2 + b * x + c$ é a forma mais eficiente para fazer a extrapolação. O resultado, portanto, é um número de aproximadamente 5852 mortes no 80º dia. O código utilizado pode ser encontrado no notebook *MS211_P2_197029.ipynb*.

2.

A Regra dos Trapézios Repetida nos dá uma ótima precisão, atingindo 6 casas de precisão (comparado com a integral exata calculada pelo Wolfram Alpha) em um tempo pequeníssimo. Podemos ver um exemplo desse método na figura 2, que utiliza o código do arquivo *p2_q2_197029.m*. É claro que aumentando n melhoramos a precisão, mas isso aumenta o tempo de execução do programa.

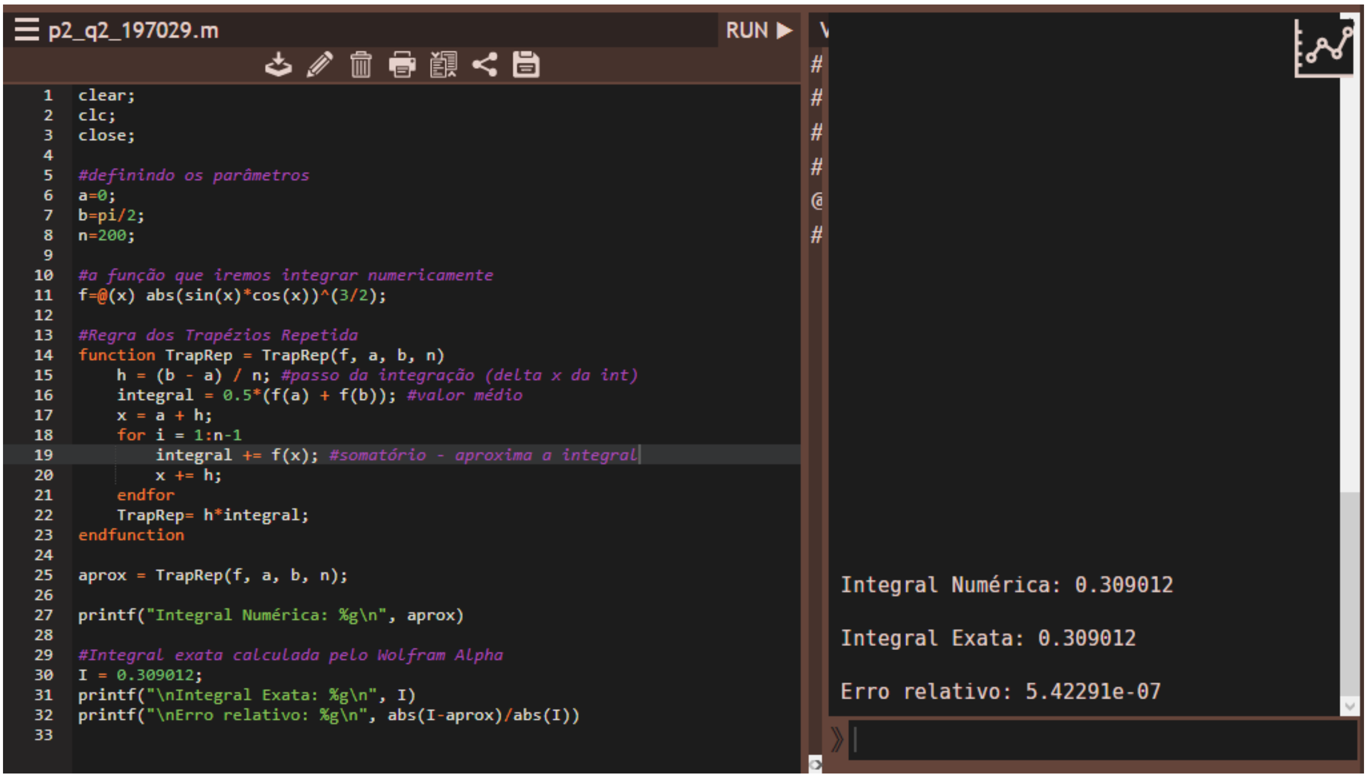


Figura 2: Programa em Octave para realizar a integração numérica

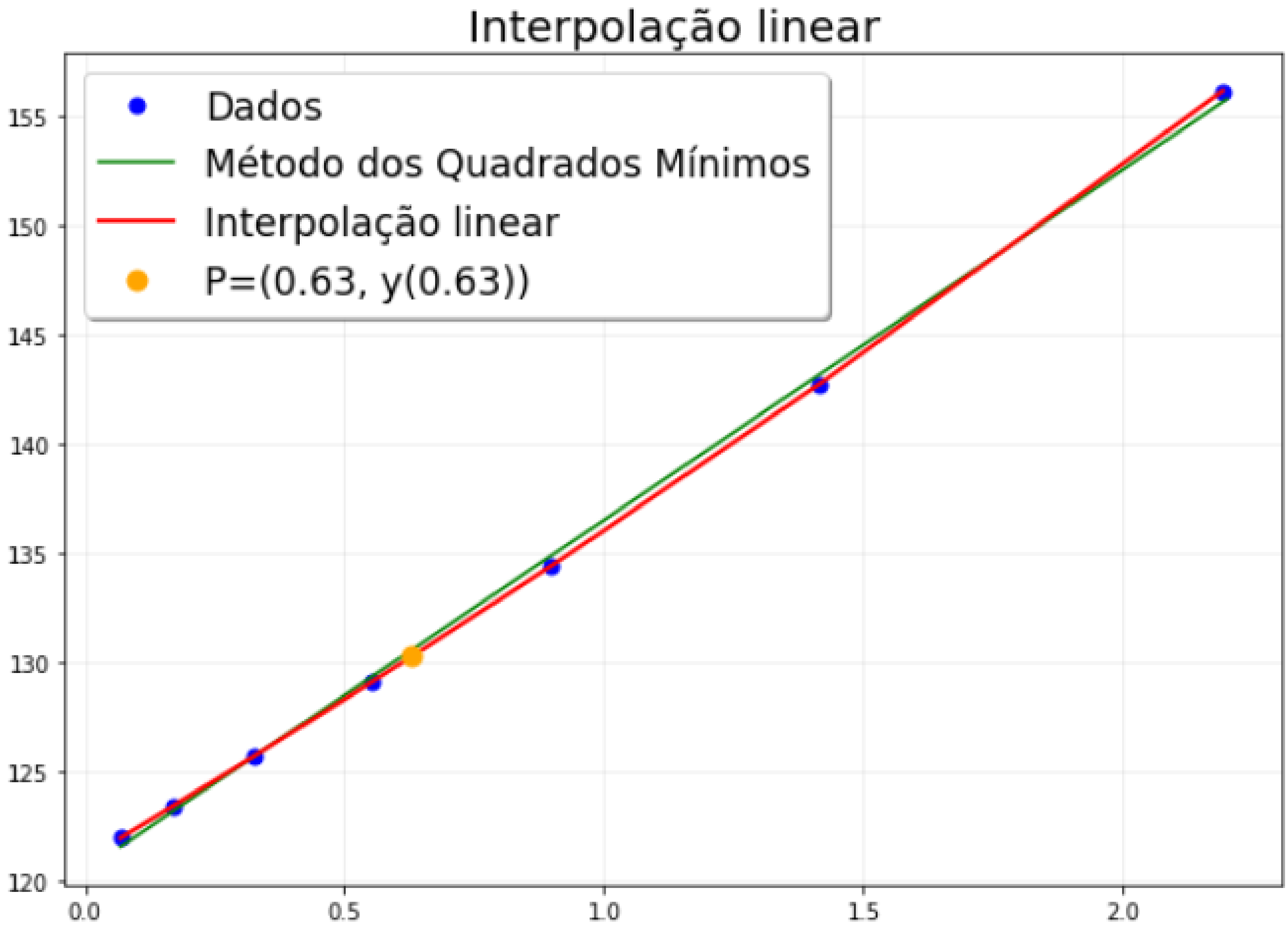
Para minimizar o tempo, mas sacrificar a precisão da resposta, poderíamos utilizar a Regra dos Trapézios (sem repetição, o que equivale conceitualmente à RTR com $n = 1$).

4.

Acredito que jamais irei usar o método de Simpson (Regra 1/3 de Simpson), pois o método me pareceu pouco intuitivo e bem mais complicado do que o dos Trapézios Repetidos. Por isso, creio que usaria a Regra dos Trapézios se precisasse encontrar rapidamente uma aproximação ou a Regra dos Trapézios Repetida para obter uma precisão maior, e a Regra 1/3 de Simpson não seria necessária.

7.

A figura 3 nos mostra a curva da interpolação polinomial linear para a tabela de dados, além da reta encontrada pelo Método dos Quadrados Mínimos para os mesmos dados. O erro da interpolação foi calculado em relação à reta dos Quadrados Mínimos, que foi considerada como a função "geradora" dos dados. Dessa maneira, o valor encontrado foi $y(0.63) = 130.28594191069877$, com erro $e = 6,4 \cdot 10^{-4}$. O código utilizado também pode ser encontrado no notebook *MS211_P2_197029.ipynb*.




```
Valor de y(0.63): 130.28594191069877
Erro: 0.0006393744814572951
```

Figura 3: Gráfico e resultados gerados em Python

8.

O Método dos Quadrados Mínimos para mim foi o tópico mais interessante e relevante, e que provavelmente vou utilizar durante a graduação e o exercício da profissão. Poder "deduzir" uma função para descrever um fenômeno físico observado e medido experimentalmente é uma habilidade essencial para entender exatamente com o que se está lidando.

Em contrapartida, a Regra de Simpson é o tópico que eu menos indicaria, pois acho que há outras opções disponíveis mais interessantes para resolver os mesmos problemas, como discutido na questão 4.