

Subiectul A (30 puncte)

1. (5p) Fie următorul subalgoritm:

```
Subalgoritm f(a):
    Dacă a = 0 atunci
        returnează a + f(a - 1)
    altfel
        returnează 0
SfSubalgoritm
```

Care din afirmațiile de mai jos este falsă?

- f este un subalgoritm definit recursiv
- dacă a este negativ, subalgoritmul întoarce 0
- valoarea calculată de f este  $a * (a + 1) / 4$
- subalgoritmul calculează suma numerelor naturale mai mici sau egale cu a
- apelul f(-5) intră în ciclu infinit

2. (5p) Se da următorul subalgoritm

```
Subalgoritm f(a, b):
    Dacă (a > 1) atunci
        returnează b * f(a - 1, b)
    altfel
        returnează 1
SfSubalgoritm
```

Precizați de câte ori se apelează funcția f în următoarea secvență de cod:

- x + 4;
- y + 3;
- z + f(x, y);
- de 4 ori
- de 3 ori
- de o infinitate de ori
- niciodată
- o dată

3. (5p) Se consideră toate șirurile de lungime  $l \in \{1, 2\}$  formate din litere din mulțimea  $\{a, b, c, d, e\}$ . Câte dintre aceste șiruri au elementele ordonate strict crescător și un număr par de vocale? (a și e sunt vocale)

- 7
- 80
- 81
- 78
- 2

4. (5p) O matrice cu 8 linii, formată doar din elemente 0 și 1, are următoarele trei proprietăți:

- prima linie conține un singur element cu valoarea 1,
- linia j conține de două ori mai multe elemente nenule decât linia j - 1, pentru orice  $j \in \{2, 3, \dots, 8\}$ ,
- ultima linie conține un singur element cu valoarea 0.

Care este numărul total de elemente cu valoarea 0 din matrice?

- 777
- 769
- 528

d. nu există o astfel de matrice

5. (5p) Se dau 3 șiruri a, b, c cu n, m, respectiv k elemente și următorii subalgoritmi:

```
Subalgoritm F1(x, l):
    s ← 0
    Pentru i ← 1, l execută
        s ← s + x[i]
    SfPentru
    returnează s
SfSubalgoritm
```

Care dintre următoarele instrucțiuni sunt corecte în cazul existenței a 3 șiruri (a, b, c) cu câte n, m și, respectiv, k numere naturale:

- $F1(F1(a, n), F1(b, m), k)$
- $val = F1(c, k) + F2(F1(a, m), b, n)$
- $val = F1(c, k) + F2(F1(a, m), b, n)$
- $F2(F2(F1(a, n), F1(b, m)), F1(c, k))$
- $val = F1(k, c) + F2(F1(m, b), F1(n, a))$

6. (5p) Se da următorul subalgoritm:

```
Subalgoritm fc(a, s):
    k ← 0
    Pentru i ← 1, lungime(s) execută:
        k ← k + a
    SfPentru
    returnează k
SfSubalgoritm
```

Precizați care dintre secvențele de instrucțiuni de mai jos vor produce afișarea numărului 75?

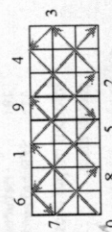
Observație: s-a presupus că indexarea șirurilor începe de la 1.

- nr = fc("ana", 25)
- afișare(nr)
- nr = fc(25, "ana")
- afișare(nr)
- afișare(fc(25, "ana"))
- nu există un astfel de apel
- afișare(fc("ana", 25))

Subiectul B (60 puncte)

1. Rază (25 puncte)

Avem la dispoziție un chenar dreptunghiular format din oglinzi. O rază de lumină pornește din colțul stânga jos al dreptunghiului sub un unghi de  $45^\circ$  față de latura de jos a dreptunghiului și lovește latura de sus sau latura din dreapta. Aici se reflectă (pornește spre o altă latură tot sub un unghi de  $45^\circ$  față de latura de care s-a lovit). Își continuă drumul până când ajunge într-un colț al dreptunghiului.



Scrieți un subalgoritm care calculează de câte ori (nrSchimb) raza își schimbă direcția de mers până când se oprește într-un colț. Punctul de pornire nu se numără. Parametri de intrare ai subalgoritmului sunt lungimea ( $1 < a < 10\,000$ ) și lățimea ( $1 < b < 10\,000$ ) dreptunghiului, iar nrSchimb va fi parametru de ieșire (a, b, nrSchimb ∈ N).

Exemplu 1: dacă a = 8 și b = 3, atunci nrSchimb = 9.

Exemplu 2: dacă a = 8 și b = 4, atunci nrSchimb = 1.

## 2. Viruși (15 puncte)

În cadrul unui experiment, o populație de  $n$  ( $3 \leq n \leq 1000$ ) viruși poate evolua astfel:

- dacă la începutul unei ore populația este formată dintr-un număr *par* de viruși, atunci la sfârșitul orei populația va fi mai mică cu 50%;
- dacă la începutul unei ore populația este formată dintr-un număr *impar* de viruși, atunci la sfârșitul orei populația de viruși va crește cu 1 virus;
- dacă la sfârșitul unei ore populația este formată dintr-un număr de viruși *sifect mai mic decât un număr critic de supraviețuire*, atunci populația dispare.

Scrieți un subalgoritm care determină numărul de ore, notat *nrOre*, necesar distrugerii unei populații inițiale de  $n$  viruși, cunoscând numărul critic de supraviețuire  $k$  ( $2 \leq k < n$ ). Parametrii de intrare sunt  $n$  și  $k$ , iar *nrOre* va fi parametru de ieșire.

*Exemplu:* dacă  $n = 11$  și  $k = 3$ , populația se distruge în *nrOre* = 5.

## 3. Sortare (10 puncte)

Se dă următorul subalgoritm:

```
1: Subalgoritm sortare(a, n):
2:   Dacă  $n > 0$  atunci
3:     sortare(a, n - 1)
4:    $x \leftarrow a[n]$ 
5:    $j \leftarrow n - 1$ 
6:   Câtîmp ( $j > 0$  and  $a[j] > x$ ) execută:
7:      $j \leftarrow j - 1$ 
8:   SfCâtîmp
9:    $a[j + 1] \leftarrow x$ 
10:  SfDacă
11:  SfSubalgoritm
```

Ce instrucțiune/instrucțiuni trebuie adăugate, și unde, astfel încât în urma apelului subalgoritmului *sortare(a, n)* șiul  $a$  cu  $n$  elemente numere naturale să fie sortat?

## 4. Cifra de control (10 puncte)

Se dă următorul subalgoritm pentru determinarea cifrei de control a unui număr natural cu minim 2 cifre.

```
1: Subalgoritm cifraDeControl(x):
2:   Câtîmp  $x > 9$  execută:
3:      $s \leftarrow 0$ 
4:   Câtîmp  $x > 0$  execută:
5:      $s \leftarrow s + x \text{ MOD } 10$  {  $x \text{ mod } 10$  calculează restul împărțirii lui  $x$  la 10 }
6:      $x \leftarrow x \text{ DIV } 10$  {  $x \text{ div } 10$  calculează câtul împărțirii lui  $x$  la 10 }
7:   SfCâtîmp
8:    $x \leftarrow s$ 
9:   SfCâtîmp
10:  returnează  $x$ 
11:  SfSubalgoritm
```

Înlocuiți corpul acestui subalgoritm cu maxim 2 instrucțiuni astfel încât subalgoritmul rezultat să aibă același efect.

## Notă:

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Rezolvările trebuie scrise detaliat pe foile de examen (cîmele nu se iau în considerare).
- Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpu efectiv de lucru este de 3 ore.

## BAREM

**OFICIU** ..... 10 puncte

## SUBIECTUL A

- Răspunsurile b, c, d ..... 30 puncte
- Răspunsul a ..... 5 puncte
- Răspunsul a ..... 5 puncte
- Răspunsul a ..... 5 puncte
- Răspunsul b ..... 5 puncte
- Răspunsurile b și c ..... 5 puncte

## SUBIECTUL B

- Rază ..... 60 puncte
  - Rază ..... 25 puncte
    - determinarea corectă a valorii *nrSchimb* bazată pe utilizarea *cmmdc(a, b)* ..... 25 puncte
    - cmmdc(a, b)* (sau *cmimc(a, b)*) ..... 10 puncte
    - calculul valorii *nrSchimb* ..... 15 puncte
  - determinarea corectă a valorii *nrSchimb* cu alt algoritm corect (simulare) ..... 15 puncte

- Viruși ..... 15 puncte
  - Rezolvare iterativă sau recursivă ..... 10 puncte
  - Calcul corect (populația moare la sfârșitul unei ore) ..... 5 puncte

- Sortare ..... 10 puncte
  - identificare instrucțiune( $a[j + 1] \leftarrow a[j]$ ) ..... 5 puncte
  - inserarea instrucțiunii între liniile 6 și 7 ..... 5 puncte

- Cifra de control ..... 10 puncte
  - cifra de control a unui număr poate fi calculată ca  $nr \text{ mod } 9$  ..... 10 puncte



## REZOLVARE

### REZOLVARE – Subiect B.1.: Rază..... 25 puncte

```
//determina cmmdc a 2 numere a si b
int cmmdc(int a, int b){
    if ((a == b) && (a == 0))
        return 1;
    if (a * b == 0)
        return a + b;
    while (a != b)
        if (a > b)
            a -= b;
        else
            b -= a;
    return a;
}
```

```
// calcularea numărului de schimbări de direcție a razei
int raza(int a, int b){
    int d = cmmdc(a, b);
    return b / d + a / d - 2;
}
```

### REZOLVARE – Subiect B.2.: Virus..... 15 puncte

```
//determina nr de ore necesar distrugerii unei populații cu n viruși,
//pentru un nr critic de supraviețuire k
int virusi(int n, int k){
    bool distrus = (n < k);
    int nrOre = 0;
    while (!distrus){
        if (n % 2 == 0) //daca avem nr par de viruși, injumatașim populația
            n = n / 2;
        else //daca avem nr impar de viruși, marim populația cu un virus
            nrOre = nrOre + 1;
            distrus = (n < k); //verificam daca populația dispăre
    }
    return nrOre;
}
```

### REZOLVARE – Subiect B.3.: Sortare..... 10 puncte

Între liniile 6 și 7 trebuie inserată instrucțiunea  $a[j + 1] \leftarrow a[j]$ , subalgoritmul devenind

```
1: Subalgoritm sortare(a, n):
2:   Dacă  $n > 0$  atunci
3:      $f(a, n - 1)$ 
4:      $x \leftarrow a[n]$ 
5:      $j \leftarrow n - 1$ 
6:     Cât timp  $(j > 0 \text{ and } a[j] > x)$  execută:
7:        $a[j + 1] \leftarrow a[j]$ 
8:        $j \leftarrow j - 1$ 
9:     sfCâtTimp
10:     $a[j + 1] \leftarrow x$ 
11:   sfDacă
12:   sfSubalgoritm
```

### REZOLVARE – Subiect B.4. Cifra de control..... 10 puncte

```
1: Subalgoritm cifraDeControl(x):
2:   Returnează  $x \bmod 9$ 
3:   sfSubalgoritm
```