Operaţii cu numere complexe în formă trigonometrică

Forma trigonometrică a numărului complex $z = a + bi \quad a, b \in \mathbb{R}$

$$z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$$
$$r = |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$
$$\varphi = \arg z = \varphi_0 + k\pi, \quad k = \begin{cases} 0 & daca \quad M(a,b) \in C_I \\ 1 & daca \quad M(a,b) \in C_{II} \cup C_{III} \\ 2 & daca \quad M(a,b) \in C_{IV} \end{cases}, \quad \varphi \in [0, 2\pi)$$

Înmulţirea numerelor complexe în formă trigonometrică

$$z_1 = r_1(\cos\varphi_1 + i\sin\varphi_1)$$
$$z_2 = r_2(\cos\varphi_2 + i\sin\varphi_2)$$
$$z_1 \cdot z_2 = r_1 \cdot r_2\left[\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 + \varphi_2)\right]$$

Împărţirea numerelor complexe în formă trigonometrică

$$z_1 = r_1(\cos\varphi_1 + i\sin\varphi_1)$$
$$z_2 = r_2(\cos\varphi_2 + i\sin\varphi_2)$$
$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2}\left[\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 - \varphi_2)\right]$$

Ridicarea la putere a unui număr complex în formă trigonometrică

$$z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$$
$$z^n = r\left[\cos(n\varphi)\varphi + i\sin(n\varphi)\varphi\right]$$

Observaţie

Dacă $r = 1$ se obţine identitatea $(\cos\varphi + i\sin\varphi)^n = \cos n\varphi + i\sin n\varphi$ - numită *IDENTITATEA LUI MOIVRE* .

Periodicitatea funcţiilor sin şi cos

$$\cos x = \cos(x + 2k\pi)$$
$$\sin x = \sin(x + 2k\pi) \quad ,k \in \mathbb{Z}$$

Formulele de reducere la primul cadran

$$\cos x = -\cos(\pi - x) \qquad \cos x = -\cos(x - \pi) \qquad \cos x = \cos(2\pi - x)$$
$$\sin x = \sin(\pi - x) \qquad \sin x = -\sin(x - \pi) \qquad \sin x = -\sin(2\pi - x)$$

Paritatea funcţiilor sin şi cos

$$\cos x = \cos(-x)$$
$$\sin x = -\sin(-x)$$

Radicalul de ordin n dintr-un număr complex

$$z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$$

$$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\varphi + 2k\pi}{n} + i\sin\frac{\varphi + 2k\pi}{n}\right) \quad ,k \in \{0,1,2,\dots,n-1\}.$$