

INFORMATICĂ – Varianta 1

În cele ce urmează $x \text{ div } y$ și $x \text{ mod } y$ reprezintă câtul și restul împărțirii numărului natural x la numărul natural nenul y .

1. Care din următoarele secvențe de pseudocod afișează DA numai în cazul în care numărul natural $n \geq 2$ este prim?

(1) $i \leftarrow 1$
 $\text{cnt} \leftarrow 0$
 cât timp $i < n$ execută
 dacă $n \text{ mod } i = 0$ atunci
 $\text{cnt} \leftarrow \text{cnt} + 1$
 $i \leftarrow i + 1$
 dacă $\text{cnt} = 2$ atunci
 scrie "DA"

(2) $i \leftarrow 2$
 $\text{cnt} \leftarrow 0$
 cât timp $i * i < n$ execută
 dacă $n \text{ mod } i = 0$ atunci
 $\text{cnt} \leftarrow \text{cnt} + 1$
 $i \leftarrow i + 1$
 dacă $\text{cnt} = 0$ atunci
 scrie "DA"

(3) $i \leftarrow 2$
 $\text{cnt} \leftarrow 1$
 cât timp $i \leq n$ execută
 dacă $n \text{ mod } i = 0$ atunci
 $\text{cnt} \leftarrow \text{cnt} + 1$
 $i \leftarrow i + 1$
 dacă $\text{cnt} = 2$ atunci
 scrie "DA"

(4) $i \leftarrow 1$
 $\text{cnt} \leftarrow 0$
 cât timp $i * i \leq n$ execută
 dacă $n \text{ mod } i = 0$ atunci
 $\text{cnt} \leftarrow \text{cnt} + 1$
 $i \leftarrow i + 1$
 dacă $\text{cnt} = 0$ atunci
 scrie "DA"

A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

2. În următoarea secvență de cod variabilele i , j și k sunt de tip întreg, iar n este un număr natural citit de la tastatură. Care este complexitatea timp a acestei secvențe de cod?

Limbajele C/C++

```
k = 0;
for (i = n / 2; i <= n; i++)
    for (j = 2; j <= n; j = j * 2)
        k = k + n / 2;
```

Limbajul Pascal

```
k := 0;
for i:=n div 2 to n do
begin
    j:=2;
    while j<=n do
    begin
        k := k + n div 2;
        j:=j*2;
    end;
end;
```

A) $O(n)$ B) $O(n \cdot \log_2 n)$ C) $O(n^2)$ D) $O(n^2 \cdot \log_2 n)$

3. Ana și Bogdan au o pungă cu $N \geq 1$ bomboane și joacă următorul joc care are mai multe runde. La fiecare rundă, jucătorul curent trebuie să extragă un număr de bomboane egal cu o putere a lui 2 (1, 2, 4, 8, etc.) din cele rămase din pungă. Jucătorul al cărui rând vine și nu mai poate extrage bomboane pierde. Primul jucător este întotdeauna Ana. Fiecare jucător joacă perfect, în sensul în care, dacă există o strategie care să îi garanteze câștigul, jucătorul o va urma. Spre exemplu, dacă $N = 1$ sau $N = 2$ Ana va câștiga întotdeauna întrucât poate extrage $1 = 2^0$ sau $2 = 2^1$ bomboane, iar Bogdan nu mai poate extrage. Dacă $N = 3$ Ana poate extrage 1 sau 2 bomboane, dar apoi Bogdan va extrage pe cele rămase și astfel va câștiga. Dacă Ana și Bogdan joacă în total 5 jocuri, cu N având pe rând valorile 10, 15, 23, 35, 44 pentru fiecare din cele 5 jocuri, câte jocuri câștigă Ana?

A) 2

B) 3

C) 4

D) 5

div pe 2 cu 3

4. Fie v un vector cu 1 milion de elemente, toate inițializate cu 0 și cu pozițiile numerotate de la 1. Se consideră următoarea secvență de pseudocod, în care variabilele i , j , n și nr sunt toate de tip întreg:

```

citește n
nr ← 0
pentru i ← 2, n-1 execută
    dacă v[i] = 0 atunci
        v[i*i] ← 2
        j ← i+1
        cât timp j*i < n execută
            v[i*j] ← 1
            j ← j+1
    dacă v[i] = 2 atunci
        nr ← nr+1
scrie nr

```

Precizați ce va afișa secvența de pseudocod de mai sus, dacă pentru variabila n se va citi valoarea 256:

- A) 0 B) 6 C) 8 D) 12

5. Considerăm următoarea funcție recursivă:

Limbaajele C/C++

```

int t(int n, int i, int p)
{
    if(p == n)
        return 1;
    if(p > n)
        return 0;
    return t(n, i+1, p*i);
}

```

Limbajul Pascal

```

function t(n, i, p: integer):integer;
begin
    if p = n then
        t := 1
    else
        if p > n then
            t := 0
        else
            t := t(n, i+1, p*i);
end;

```

Pentru câte numere naturale nenule $k \leq 25$ funcția va furniza valoarea 1 în urma apelului $t(k, 1, 1)$?

- A) 4 B) 3 C) 5 D) 7

6. În urma participării la Concursul MateInfoUB între elevii participanți s-au legat 2023 de prietenii reciproce. Dacă 83 de elevi s-au împrietenit fiecare cu exact 3 elevi, 98 elevi s-au împrietenit fiecare cu exact 4 elevi, iar restul s-au împrietenit fiecare cu alți 5 elevi, atunci numărul elevilor participanți la concurs a fost:

- A) 457 B) 865 C) 681 D) 862

7. Considerăm următorul algoritm:

```

citește a, b (numere naturale nenule)
pentru k ← 1, a+b execută
    dacă a mod k + b mod k = 0 atunci
        c ← (a div k) * b
scrie c

```

Precizați ce va afișa întotdeauna algoritmul de mai sus:

- A) $(a * b) \div (a + b)$ B) cel mai mare divizor comun al numerelor a și b
 C) cel mai mare divizor al numărului $a*b$ D) cel mai mic multiplu comun al numerelor a și b

8. Fie G graful neorientat cu mulțimea nodurilor $V = \{1, 2, 3, \dots, 23\}$ și mulțimea muchiilor descrisă de următoarea proprietate: două noduri distincte i și j din V sunt adiacente dacă și numai dacă i și j au cel puțin un divizor comun mai mare strict decât 1. Câte componente conexe are graful G ?

✓ ☒ A) 6 B) 10 C) 5 D) 9

9. Se consideră următoarea secvență de cod, în care variabila k este de tip întreg, iar variabilele s și p pot memora fiecare câte un șir format din cel mult 20 de caractere:

```
strcpy(s, "admitere2023");
for(k=1; k<strlen(s); k++){
    strcpy(p, s);
    p[k] = '\0';
    strcpy(s, s+k);
    strcat(s, p);
}
```

```
cout<<s[0]; | printf("%c", s[0]);
```

```
s := 'admitere2023';
for k:=1 to length(s)-1 do
begin
    p:=copy(s, 1, k);
    delete(s, 1, k);
    s:=s + p;
end;
write(s[1]);
```

Care este caracterul afișat în urma executării acestei secvențe de cod?

A) a B) e C) 2 ☒ D) r

10. Se consideră vectorul $v = [5, -5, 3, -3, 1, -2, 2, -4, 4]$. O schimbare de semn asupra elementelor lui v înseamnă înmulțirea unui singur element din v cu -1 . Se efectuează asupra elementelor lui v exact 15 de schimbări de semn (putem schimba semnul unui element $v[i]$ de mai multe ori). Care este suma maximă a elementelor vectorului v astfel obținut?

A) 23 ☒ B) 27 ✓ C) 25 D) 29

11. Folosind metoda backtracking se generează toate matricele pătrate de dimensiune 4 cu elemente din mulțimea $\{0, 1\}$ cu proprietatea că pe fiecare linie și pe fiecare coloană există un unic element egal cu 1. Știind că în șirul matricelor generate primele 6 matrice sunt în ordine:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

pe ce poziție în șirul matricelor generate este matricea de mai jos (pozițiile se numerotează de la 1)?

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

A) 8 ☒ B) 9 ✓ C) 10 D) 7

12. Considerăm șirul infinit de numere s_1, s_2, s_3, \dots obținut astfel: i) primul termen s_1 este un număr dat din intervalul $[1, 49]$; ii) al doilea termen s_2 se calculează folosind formula $s_2 = 2 * s_1 - (s_1 \bmod 10) + 1$; iii) ceilalți termeni s_i , cu $i \geq 3$, se obțin prin alipirea termenilor s_{i-1} și s_{i-2} . Astfel, dacă se alege $s_1 = 1$ vom avea $s_2 = 2, s_3 = 21, s_4 = 212, s_5 = 21221$ etc. Care dintre următoarele valori nu poate fi numărul de cifre ale unui termen s_i al șirului, indiferent de valoarea dată primului termen?

A) 377 B) 288 ☒ C) 110 ✓ ☒ D) 184 ✓

13. Bogdan și-a pus o parolă la jocul său preferat. Ana a aflat că parola lui este formată din 4 caractere și conține numai literele mari ale alfabetului englez (A-Z) care au codul ASCII un număr divizibil cu 5. Ana vrea să îi ghicească parola și știe că litera A are codul ASCII 65, iar litera Z are codul ASCII 90. Care este numărul maxim de parole greșite diferite pe care le poate încerca Ana (dar care respectă condițiile aflate) înainte de a ghici parola?

☒ A) 1295 B) 29 C) 14 D) 720

14. Câte dintre următoarele afirmații sunt adevărate pentru arborele reprezentat prin vectorul de tați (5, 11, 9, 5, 2, 3, 2, 1, 2, 7, 0)?

- lungimea maximă a unui lanț elementar este 6 **A**
- nodul 2 are 9 descendenți direcți **F**
- nodul 1 are 3 frați **F**
- arborele are 5 noduri de grad 1 **A**

A) 0

B) 1

C) 2

D) 3

15. În următorul algoritm descris (incomplet) în pseudocod variabilele **i, j, n, x** și **ok** sunt de tip întreg, **a** este o matrice de numere întregi cu **n** linii și **n** coloane ($n \geq 2$), având liniile și coloanele numerotate de la 1 la **n**, iar **expresie_logica_1** și **expresie_logica_2** sunt două expresii logice care vor fi înlocuite cu expresii date.

```

ok ← 0
x ← 0
pentru i ← 1, n execută
    pentru j ← 1, n execută
        x ← x + a[i, j]
        dacă expresie_logica_1 atunci
            ok ← 1
    ■
■
dacă expresie_logica_2
    atunci
        scrie "da"
    altfel
        scrie "nu"
■

```

Se înlocuiesc, pe rând, **expresie_logica_1** și **expresie_logica_2** cu următoarele expresii, obținând-se patru algoritmi în pseudocod astfel:

- Algoritmul 1: se înlocuiește **expresie_logica_1** cu expresia $a[i, j] = 0$, iar **expresie_logica_2** cu expresia $ok = 1$ **F**
- Algoritmul 2: se înlocuiește **expresie_logica_1** cu expresia $a[i, j] \geq 0$, iar **expresie_logica_2** cu expresia $(x = 0)$ și $(ok = 1)$ **F**
- Algoritmul 3: se înlocuiește **expresie_logica_1** cu expresia $a[i, j] < 0$, iar **expresie_logica_2** cu expresia $(x = 0)$ și $(ok = 0)$ **A**
- Algoritmul 4: se înlocuiește **expresie_logica_1** cu expresia $a[i, j] \neq a[1, 1]$, iar **expresie_logica_2** cu expresia $(ok = 0)$ și $(a[1, 1] = 0)$ **A**

Câți dintre cei patru algoritmi obținuți afișează mesajul "da" dacă și numai dacă toate elementele matricei **a** sunt egale cu 0?

A) 1

B) 2

C) 3

D) 4