

CLUJ 2018

Model 1

**Subiectul A (30 puncte)**

1. (5p) Un tip de date întreg pe  $x$  biți ( $x$  este număr natural strict pozitiv) va putea reține valori întregi din interval:

- a.  $[0, 2^x]$   
b.  $[0, 2^{x+1}]$   
c.  $[-2^{x-1}, 2^{x-1}-1]$   
d.  $[-2^x, 2^x-1]$   
e.  $[0, 10^x]$

2. (5p) Se dă următorul subalgoritm

```
Subalgoritm f(a, b):
    Dacă a > 1 atunci
        returnează b * f(a - 1, b)
    altfel
        returnează b * f(a + 1, b)
sfDacă
sfSubalgoritm
```

Precizați de câte ori se apelează funcția  $f$  în următoarea secvență de cod:

```
x ← 4
y ← 3
z ← f(x, y)
```

- a. de 4 ori  
b. de 3 ori  
c. de o infinitate de ori  
d. niciodată  
e. o dată

3. (5p) Fie  $x$  o variabilă de tip întreg care conține cel mai mic număr natural nenul, multiplu de 36, divizibil cu toate numerele prime mai mici decât 10. Precizați care dintre expresiile de mai jos sunt adevărate:

- a.  $(x < 1000)$  and  $((x * x) \bmod 1000 = 0)$   
b.  $(x \bmod 100 = 0)$  or  $(x \bmod 100 = 0)$   
c.  $(x > 1000)$  &  $(x \bmod 7 = 0)$   
d.  $((x * x) \bmod 16) \bmod 2 = 1$   
e.  $((x * x) \bmod 16) \bmod 2 = 0$

4. (5p) Se consideră toate șirurile de lungime  $l \in \{1, 2, 3\}$  formate din litere din mulțimea  $\{a, b, c, d, e\}$ . Câte dintre aceste șiruri au elementele ordonate strict descrescător și un număr impar de vocale? (a și e sunt vocale)

- a. 14  
b. 7  
c. 81  
d. 78  
e. 0

5. (5p) Se dă următoarea secvență de cod

```
void numerePositive(int m, int a[],
    int &n, int b[]){
    n = 0;
    for(int i = 0; i < n; i++){
        procedură numerePositive(m:integer, a:sir;
            var n:integer; var b:sir)
        n := 0;
    }
}
```

```
if (a[i] > 0){
    n = n + 1;
    b[n] = a[i];
}
}

for i := 1 to n do
    if (a[i] > 0) then
        begin
            n := n + 1;
            b[n] := a[i];
        end;
end;
```

Care este rezultatul execuției apelului `numerePositive(k,x,y)` pentru  $k=4$ , șirul  $x=(1,2,3,4)$ ,  $l=-1$  și șirul vid  $y=()$ .

- a.  $l=3$  și  $y=[2,4]$   
b.  $l=0$  și  $y=[2,4]$   
c.  $l=0$  și  $y=[]$   
d. Depinde de valoarea lui  $k$   
e. Eroare de compilare

6. (5p) Se consideră următorul subalgoritm:

```
Subalgoritm SA6(a):
    Dacă a < 56 atunci
        Dacă a mod 3 = 0 atunci
            returnează SA6(2 * a - 3)
        altfel
            returnează SA6(2 * a - 1)
    sfDacă
        returnează a
sfDacă
sfSubalgoritm
```

Pentru care dintre valorile parametrului a subalgoritmul va returna valoarea 61?

- a. 16  
b. 61  
c. 4  
d. 31  
e. 51

**Subiectul B (60 puncte)**

1. Degustare de ciocolată (25 puncte)

O companie de publicitate face reclamă la un nou sortiment de ciocolată și intenționează să distribuie mostre de ciocolată la  $n$  ( $10 \leq n \leq 100000000$ ) copii care sunt așezați într-un cerc. Angajații companiei își dau seama că distribuția de mostre tuturor copiilor ar costa foarte mult. În consecință, decid să distribuie mostre fiecărui al  $k$ -lea ( $0 < k < n$ ) copil din cei  $n$ , numărând copii din  $k$  în  $k$  (atunci când numărarea ajunge la ultimul copil, ea continuă cu primul copil și așa mai departe). În numărătoare se vor considera toți copiii, fie că au primit sau nu ciocolată. Numărătore se oprește atunci când o ciocolată ar trebui distribuită unui copil care deja a primit.

Scriveți un subalgoritm care determină numărul copiilor ( $nr$ ) care nu primesc mostre de ciocolată. Parametrii de intrare sunt numerele naturale  $n$  și  $k$ , iar parametrul de ieșire va fi numărul natural  $nr$ .

*Exemplu 1:* dacă  $n = 12$  și  $k = 9$ , atunci  $nr = 8$  (primul, al 2-lea, al 4-lea, al 5-lea, al 7-lea, al 8-lea, al 10-lea, al 11-lea copii nu primesc ciocolată).

*Exemplu 2:* dacă  $n = 15$  și  $k = 7$ , atunci  $nr = 0$  (toți copiii primesc ciocolată).

2. Numere magice (15 puncte)

Se consideră două numere naturale  $p$  și  $q$  ( $2 \leq p \leq 10$ ,  $2 \leq q \leq 10$ ). Un număr natural se numește *magic* dacă mulțimea cifrelor utilizate în scrierea lui în sistemul de numerație având baza  $p$  este identică cu mulțimea cifrelor folosite în scrierea lui în sistemul de numerație având baza  $q$ . De exemplu, pentru  $p = 9$  și  $q = 7$ , (31)<sub>9</sub> este număr *magic* pentru că (34)<sub>9</sub> = (43)<sub>7</sub>, iar pentru  $p = 3$  și  $q = 9$ , (9)<sub>9</sub> este număr *magic* pentru că (100)<sub>9</sub> = (10)<sub>3</sub>.

Scrieți un subalgoritm care, pentru două baze  $p$  și  $q$ , date determină șirul  $x$  al tuturor numerelor magice strict mai mari ca 0 și strict mai mici decât un număr natural  $n$  dat ( $1 < n \leq 10000$ ). Parametrii de intrare ai subalgoritmului sunt  $p$  și  $q$  (cele două baze) și valoarea  $n$ . Parametrii de ieșire vor fi șirul  $x$  și lungimea  $k$  a șirului  $x$ .

**Exemplu:** dacă  $p = 9$ ,  $q = 7$  și  $n = 500$ , șirul  $x$  va avea  $k = 11$  elemente: (1, 2, 3, 4, 5, 6, 31, 99, 198, 248, 297).

### 3. Căutare (10 puncte)

Se dă următorul subalgoritm:

```

1: Subalgoritm cautare(x, n, val):
2:   Dacă  $n = 0$  atunci
3:     returnează  $\{x[0] = \text{val}\}$ 
4:   altfel
5:     returnează cautare(x, n - 1, val)
6:   Sfîrșit
7: SfîrșitSubalgoritm

```

Ce instrucțiune sau instrucțiuni trebuie adăugate și unde astfel încât în urma apelului, funcția să determine dacă elementul  $\text{val}$  face sau nu parte din șirul  $x$  cu  $n$  elemente ( $n$  număr natural strict mai mare ca zero)?

### 4. Cifra de control (10 puncte)

Se dă următorul subalgoritm pentru determinarea cifrei de control a unui număr natural cu minim 2 cifre.

```

1: Subalgoritm cifraDeControl(x):
2:   Câtîmp  $x > 9$  execută:
3:      $s \leftarrow 0$ 
4:   Câtîmp  $x > 0$  execută:
5:      $s \leftarrow s + x \bmod 10$  {  $x \bmod 10$  calculează restul împărțirii lui  $x$  la 10 }
6:      $x \leftarrow x \div 10$  {  $x \div 10$  calculează câtul împărțirii lui  $x$  la 10 }
7:   SfîrșitCâtîmp
8:    $x \leftarrow s$ 
9:   SfîrșitCâtîmp
10:  returnează  $x$ 
11: SfîrșitSubalgoritm

```

Înlocuiți corpul acestui subalgoritm cu maxim 2 instrucțiuni astfel încât subalgoritmul rezultat să aibă același efect.

### Notă:

1. Toate subiectele sunt obligatorii.
2. Rezolvările trebuie scrise detaliat pe foile de examen (ciomele nu se iau în considerare).
3. Se acordă 10 puncte din oficiu.
4. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.

### BAREM

**OFICIU** ..... 10 puncte

**SUBIECTUL A** ..... 30 puncte

A. 1. Răspunsul b, c ..... 5 puncte

A. 2. Răspunsul c ..... 5 puncte

A. 3. Răspunsurile c, d ..... 5 puncte

A. 4. Răspunsul a ..... 5 puncte

A. 5. Răspunsul c ..... 5 puncte

A. 6. Răspunsurile a, b, d ..... 5 puncte

**SUBIECTUL B** ..... 60 puncte

B. 1. Degustare de ciocolată ..... 25 puncte

• V1: determinarea corectă a valorii  $nr$  (cu formula  $nr = n - n \bmod d(n, k)$ ) ..... 25 puncte

• V2: determinarea corectă a valorii  $nr$  (simulare, listă circulară) ..... 15 puncte

B. 2. Numere magice ..... 15 puncte

– verificarea proprietății de număr magic

• V1: pe baza identității vectorilor caracteristici ai mulțimilor de cifre ale numărului dat în cele două reprezentări (în baza  $p$  și, respectiv, baza  $q$ ) ..... 10 puncte

• V2: alte variante de algoritmi corect cu performanță mai redusă ..... maxim 5 puncte

– construirea șirului  $x$  ..... 5 puncte

B. 3. Căutare ..... 10 puncte

– identificare condiție ( $x[n] = \text{val}$ ) ..... 5 puncte

– returnarea valorii de adevăr a condiției compuse în linia 5 ..... 5 puncte

B. 4. Cifra de control ..... 10 puncte

– cifra de contr' a unui număr poate fi calculată ca  $nr \bmod 9$  ..... 10 puncte



# REZOLVARE – Subiect B.1.: Derulare de ciocolată.....25 puncte

```
#include <iostream>
using namespace std;
//*****
//Subiectul I.1. Degustare de ciocolată
//*****
//calculeaza si returneaza cmmdc a 2 numere naturale a si b
int cmmdc(int a, int b){
    if ((a == b) && (a == 0))
        return 1;
    if (a * b == 0)
        return a + b;
    while (b != 0){
        int c = b;
        b = a % b;
        a = c;
    } //while
    return a;
}
//determina si returneaza nr de copii care nu primesc ciocolata dintre cei n copii
//numarand din k in k. Putem sa consideram numaratoarea in cerc ca o numaratoare
//liniara in mai multe siruri mici, fiecare cu n copii, obtinand un sir mare cu
//p copii (p fiind multiplu de n). Numaratoarea se termina atunci cand al n-lea
//copil (dintr-un sir mic) primeste ciocolata (astfel, urmatorul copil care ar
//trebui sa primeasca ciocolata va fi un al k-lea copil din urmatorul sir mic).
//dici p trebuie sa fie si multiplu de k. Asadar, p = cmmdc(n, k). Dintre cei
//n copii, au primit ciocolata exact p / k copii, deci copiii fara ciocolata sunt
//in numar de nr = n - p/k = n - cmmdc(n,k)/k = n - (n/k)/cmmdc(n,k)/k = n - n/cmmdc(n,k)
int degustareCiocolata(int n, int k){
    return n - n / cmmdc(n, k);
}
```

# REZOLVARE – Subiect B.2.: Numere magice.....15 puncte

```
#include <iostream>
using namespace std;
// se construiesc vectorul de aparitii a cifrelor in baza p pentru un numar x
// se determina pe rand cifrele in baza q ale numarului x
// daca cifra curenta nu apare in reprezentarea in baza p atunci numarul x nu este magic
// altfel se incrementeaza valoarea corespunzatoare cifrei in vectorul de cifre
// daca in vectorul de cifre a ramas valoarea 1 pentru anumite cifre, acele cifre apar in
// reprezentarea in baza p si nu apar in reprezentarea in baza q, deci numarul nu este magic
bool nrMagic(int x, int p, int q){
    //verifica daca x este magic in raport cu bazele p si q
    int cifre[10] = { 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 };
    int copie = x;
    while (copie != 0){
        int uc = copie % p; //stabilim multimea cifrelor lui x in baza p
        cifre[uc] = 1; //uc - ultima cifra (in baza p)
        copie = copie / p;
    }
    copie = x;
    while (copie != 0){
        int uc = copie % q;
        if (cifre[uc] == 0) //determinam cifrele lui x in baza q
            return false; //daca cifra curenta (in baza q) nu e folosita in baza p
        cifre[uc]++;
        copie = copie / q;
    }
    for (int i = 0; i < 10; i++){
        if (cifre[i] == 1) //daca cifra i e folosita in baza p, dar nu e folosita in baza q
            return false;
    }
    return true;
}
```

```
void sirnrMagic(int p, int q, int n, int &k, int sir[]){
    k = 0;
    for (int i = 1; i < n; i++){
        if (nrMagic(i, p, q))
            sir[k++] = i;
    }
}
```

# REZOLVARE – Subiect B.3.: Căutare.....10 puncte Linia 5 trebuie modificată în: returnează ((x[n] = val) and cautare(x, n - 1, val))

```
1: Subalgoritm cautare(x, n, val):
2:   Dacă n = 0 atunci
3:     returnează x[0] = val
4:   altfel
5:     returnează ((x[n] = val) and cautare(x, n - 1, val))
6:   Sfîrșit
7: Sfsubalgoritm
```

# REZOLVARE – Subiect B.4. Cifra de control.....10 puncte

```
1: Subalgoritm cifraDeControl(x):
2:   Returnează x mod 9
3: Sfsubalgoritm
```