CLUJ APRILIE 2019

UNIVERSITATEA BABEŞ-BOLYAI
FACULTATEA DE MATEMATICĂ ŞI INFORMATICĂ

Concurs MATE-INFO UBB - 6 aprilie 2019

Proba scrisă la Informatică

În atenţia concurenţilor:

1. Se consideră că indexarea şirurilor începe de la 1.
2. Problemele tip grilă din Partea A pot avea unul sau mai multe răspunsuri corecte care trebuie indicate de candidat pe formularul special de pe foaia de concurs. Notarea subiectului de tip grilă se face conform sistemului de punctare parţială din regulamentul concursului.
3. Pentru problema din Partea B se cer rezolvări complete scrise pe foaia de concurs, fiind evaluate în detaliu conform baremului.
   a. La întrebările B1-B5 se va răspunde în limbaj natural/matematic. Rezolvarea cerinţei B6 se va scrie în *pseudocod* sau *Pascal/C/C++*.
   b. Primul criteriu în evaluarea rezolvărilor va fi ***corectitudinea*** algoritmului, iar apoi ***performanţa*** din punct de vedere al *timpului de executare* şi al *spaţiului de memorie utilizat*.
   c. ***Este obligatorie descrierea şi justificarea*** subalgoritmilor **înaintea** rezolvărilor. Se vor scrie, de asemenea, ***comentarii*** pentru a uşura înţelegerea detaliilor tehnice ale soluţiei date, a semnificaţiei identificatorilor, a structurilor de date folosite etc. Neîndeplinirea acestor cerinţe duce la pierderea a 10% din punctajul aferent subiectului.
   d. Nu se vor folosi funcţii sau biblioteci predefinite (de exemplu: *STL*, funcţii predefinite pe şiruri de caractere).

Partea A (60 puncte)

A.1. Ce se afişează? (6 puncte)

Se consideră următorul program:

Varianta C

```c
#include <stdio.h>

int prelVector(int v[], int *n) {
    int s = 0; int i = 2;
    while (i <= *n) {
        s = s + v[i] - v[i - 1];
        if (v[i] == v[i - 1])
            *n = *n - 1;
        i++;
    }
    return s;
}

int main(){
  int v[8];
  v[1] = 1; v[2] = 4; v[3] = 2;
  v[4] = 3; v[5] = 3; v[6] = 10;
  v[7] = 12;
  int n = 7;
  int rezultat = prelVector(v, &n);
  printf("%d;%d", n, rezultat);
  return 0;
}
```

Varianta C++

```cpp
#include <iostream>
using namespace std;
int prelVector(int v[], int&n) {
    int s = 0; int i = 2;
    while (i <= n) {
        s = s + v[i] - v[i - 1];
        if (v[i] == v[i - 1])
            n--;
        i++;
    }
    return s;
}

int main(){
    int v[8];
    v[1] = 1; v[2] = 4; v[3] = 2;
    v[4] = 3; v[5] = 3; v[6] = 10;
    v[7] = 12;
    int n = 7;
    int rezultat = prelVector(v, n);
    cout << n <<";" << rezultat;
    return 0;
}
```

Varianta Pascal

```pascal
type vector=array [1..10] of integer;
function prelVector(v: vector;
                var n: integer): integer;
  var s, i: integer;
  begin
    s := 0; i := 2;
    while (i <= n) do
      begin
        s := s + v[i] - v[i - 1];
        if (v[i] = v[i - 1]) then
          n := n - 1;
        i := i + 1;
      end;
    prelVector := s;
  end;
var n, rezultat:integer; v:vector;
begin
  n := 7;
  v[1] := 1; v[2] := 4; v[3] := 2;
  v[4] := 3; v[5] := 3; v[6] := 10;
  v[7] := 12;
  rezultat := prelVector(v,n);
  write(n, ';', rezultat);
end.
```

Precizaţi care este rezultatul afişat în urma executării programului.

A. 7;11 B. 6;9 C. 7;9 D. 7;12

A.2. Expresie logică (6 puncte)

Precizaţi care dintre următoarele expresii are valoarea adevărat dacă şi numai dacă numărul natural ***n*** este divizibil cu 3 şi are ultima cifră 4 sau 6:

A. `n DIV 3 = 0 şi (n MOD 10 = 4 sau n MOD 10 = 6)`
B. `n MOD 3 = 0 şi (n MOD 10 = 4 sau n MOD 10 = 6)`
C. `(n MOD 3 = 0 şi n MOD 10 = 4) sau (n MOD 3 = 0 şi n MOD 10 = 6)`
D. `(n MOD 3 = 0 şi n MOD 10 = 4) sau n MOD 10 = 6`

A.3. Ackermann (6 puncte)

Se consideră numerele naturale ***m*** şi ***n*** ($0 \le m \le 10$, $0 \le n \le 10$) şi subalgoritmul `Ack(m, n)` care calculează valoarea funcţiei Ackermann pentru valorile ***m*** şi ***n***.

```
Subalgoritm Ack(m, n)
  Dacă m = 0 atunci
     returnează n + 1
  altfel
     Dacă m > 0 şi n = 0 atunci
        returnează Ack(m - 1, 1)
     altfel
        returnează Ack(m - 1, Ack(m, n - 1))
     SfDacă
  SfDacă
SfSubalgoritm
```


Precizaţi de câte ori se autoapelează subalgoritmul `Ack(m, n)` prin executarea secvenţei de instrucţiuni:

```
m ← 1, n ← 2
Ack(m, n)
```

A. de 7 ori
B. de 10 ori
C. de 5 ori
D. de acelaşi număr de ori ca şi în cazul executării secvenţei de instrucţiuni

```
m ← 1, n ← 3
Ack(m, n)
```

?

A.4. Suma numerelor truncchiate (6 puncte)

Definim operaţia de *trunchiere* a unui număr natural cu ***k*** cifre $\overline{c_1c_2\ldots c_k}$ astfel: $trunchiere(\overline{c_1c_2\ldots c_k}) = \begin{cases} 0, & \text{dacă } k < 2 \\ \overline{c_1c_2}, & \text{altfel} \end{cases}$.

Precizaţi care dintre următorii subalgoritmi calculează *suma trunchierilor* elementelor unui şir ***x*** cu ***n*** numere naturale mai mici decât 1 000 000 (***n*** – număr natural, $1 \le n \le 1\,000$)? De exemplu, dacă ***n*** = 4 şi ***x*** = (213, 7, 78 347, 22), atunci suma trunchierilor este 21 + 0 + 78 + 22 = 121.

A.
```
Subalgoritm sumăTrunchiată(n, x)
   s ← 0
   CâtTimp n > 0 execută
      Dacă x[n] > 9 atunci
         CâtTimp x[n] > 99 execută
            x[n] ← x[n] DIV 10
         SfCâtTimp
         s ← s + x[n]
      SfDacă
      n ← n - 1
   SfCâtTimp
   returnează s
SfSubalgoritm
```

B.
```
Subalgoritm sumăTrunchiată(n, x)
   s ← n
   CâtTimp n > 0 execută
      Dacă x[n] > 9 atunci
         CâtTimp x[n] > 99 execută
            x[n] ← x[n] DIV 10
         SfCâtTimp
         s ← s + x[n]
      SfDacă
      n ← n - 1
   SfCâtTimp
   returnează s
SfSubalgoritm
```

C.
```
Subalgoritm sumăTrunchiată(n, x)
   s ← 0
   CâtTimp n > 0 execută
      Dacă x[n] > 9 atunci
         CâtTimp x[n] > 99 execută
            x[n] ← x[n] DIV 10
            s ← s + x[n]
         SfCâtTimp
      SfDacă
      n ← n - 1
   SfCâtTimp
   returnează s
SfSubalgoritm
```

D.
```
Subalgoritm sumăTrunchiată(n, x)
   s ← 0
   CâtTimp x[n] > 99 execută
      x[n] ← x[n] DIV 10
   SfCâtTimp
   s ← s + x[n]
   returnează s
SfSubalgoritm
```

A.5. Ce valori sunt necesare? (6 puncte)

Se consideră subalgoritmul `dif(a, n)`, unde ***a*** este un şir cu ***n*** numere întregi (***n*** – număr natural, $0 < n < 100$):

```
Subalgoritm dif(a, n)
   Dacă n = 0 atunci
      returnează 0
   SfDacă
   Dacă |a[n]| MOD 2 = 0 atunci        { |a[n]| reprezintă valoarea absolută a lui a[n] }
      returnează dif(a, n - 1) + a[n]
   altfel
      returnează dif(a, n - 1) - a[n]
   SfDacă
SfSubalgoritm
```

scade imp
aduna pare

Precizaţi pentru care valori ale lui ***n*** şi ***a*** subalgoritmul returnează valoarea 0.

A. ***n*** = 4 şi ***a*** = (6, 4, 5, 5)
B. ***n*** = 4 şi ***a*** = (-6, 5, 4, -7)
C. ***n*** = 8 şi ***a*** = (-6, 5, -1, -4, 1, 4, -7, 6)
D. ***n*** = 8 şi ***a*** = (-6, -3, 0, 1, 2, 3, -1, 4)

A.6. Generare şir de numere speciale (6 puncte)

Fie ***s*** un şir de numere naturale unde elementele s_i sunt de forma $s_i = \begin{cases} x & \text{dacă } i = 1 \\ x+1 & \text{dacă } i = 2, \\ s_{i-1}@s_{i-2} & \text{dacă } i > 2 \end{cases}$ (i = 1, 2, ...). Operatorul @ concatenează cifrele operandului stâng cu cifrele operandului drept, în această ordine (cifre aferente reprezentării în baza 10), iar ***x*** este un număr natural ($1 \le x \le 99$). De exemplu, dacă ***x*** = 3, şirul ***s*** va conţine valorile 3, 4, 43, 434, 43443, ... Precizaţi numărul cifrelor acelui termen din şirul ***s*** care precede termenul format din ***k*** ($1 \le k \le 30$) cifre.

A. dacă ***x*** = 15 şi ***k*** = 6, numărul cifrelor termenului aflat în şirul ***s*** în faţa termenului format din ***k*** cifre este 5.
B. dacă ***x*** = 2 şi ***k*** = 8, numărul cifrelor termenului aflat în şirul ***s*** în faţa termenului format din ***k*** cifre este 5.
C. dacă ***x*** = 14 şi ***k*** = 26, numărul cifrelor termenului aflat în şirul ***s*** în faţa termenului format din ***k*** cifre este 16.
D. dacă ***x*** = 5 şi ***k*** = 13, numărul cifrelor termenului aflat în şirul ***s*** în faţa termenului format din ***k*** cifre este 10.

A.7. Permutări circulare (6 puncte)

Fie un șir x cu n elemente numere naturale ($3 \le n \le 10000$) și numărul natural k ($1 \le k < n$). Subalgoritmul `permCirc(n, k, x)` ar trebui să genereze permutarea circulară a șirului x cu k poziții la stânga (de exemplu, șirul (4, 5, 2, 1, 3) este o permutare circulară cu 2 poziții la stânga pentru șirul (1, 3, 4, 5, 2)). Din păcate subalgoritmul `permCirc(n, k, x)` nu este corect, deoarece pentru anumite valori ale lui n și k nu determină rezultat corect.

```
Subalgoritm permCirc(n, k, x)
   c ← k
   Pentru j = 1, c execută
      unde ← j
      nr ← x[unde]
      Pentru i = 1, n / c - 1 execută
         deUnde ← unde + k
         Dacă deUnde > n atunci
            deUnde ←deUnde - n
         SfDacă
         x[unde] ← x[deUnde]
         unde ← deUnde
      SfPentru
      x[unde] ← nr
   SfPentru
SfSubalgoritm
```

Alegeți valorile lui n, k și x pentru care algoritmul `permCirc(n, k, x)` generează o permutare circulară a șirului x cu k poziții la stânga:

A. $n = 6$, $k = 2$, $x = (1, 2, 3, 4, 5, 6)$?
B. $n = 8$, $k = 3$, $x = (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)$
C. $n = 5$, $k = 3$, $x = (1, 2, 3, 4, 5)$
D. $n = 8$, $k = 4$, $x = (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)$

1 2 3 4

A.8. Completați (6 puncte)

Se consideră subalgoritmul `eliminImpar(n)`, unde n este un număr natural, $1 \le n \le 100000$.

```
Subalgoritm eliminImpar(n)
   Dacă n = 0 atunci
      returnează 0
   SfDacă
   Dacă n MOD 2 = 1 atunci
      returnează eliminImpar(n DIV 10)
   SfDacă
   returnează ...
SfSubalgoritm
```

Precizați instrucțiunea care ar trebui scrisă în locul punctelor de suspensie astfel încât algoritmul să aibă ca efect eliminarea cifrelor cu valori impare din numărul n.

A. `eliminImpar(n MOD 10) * 10 + n DIV 10`
B. `eliminImpar(n) * 10 + n MOD 10`
C. `eliminImpar(n DIV 10) * 10 + n MOD 10`
D. `eliminImpar((n DIV 10) MOD 10) * 10`

A.9. Oare ce face? (6 puncte)

Dreptunghiul cu laturile de lungimi m și n (m, n – numere naturale, $0 < m < 101$, $0 < n < 101$) este împărțit în pătrățele cu latura de lungime 1. Se consideră subalgoritmul `dreptunghi(m, n)`:

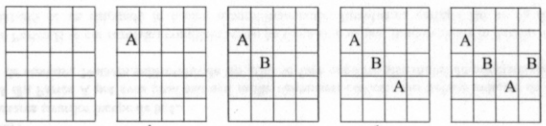
```
Subalgoritm dreptunghi(m, n)
   d ← m
   c ← n
   CâtTimp d ≠ c execută
      Dacă d > c atunci
         d ← d - c
      altfel
         c ← c - d
      SfDacă
   SfCâtTimp
   returnează m + n - d
SfSubalgoritm
```

Precizați efectul acestui subalgoritm.

A. Calculează și returnează numărul pătrățelelor cu latura de lungime 1 traversate de o diagonală a dreptunghiului.
B. Determină în d cel mai mare divizor comun al laturilor dreptunghiului și returnează diferența dintre suma laturilor dreptunghiului și d.
suma laturilor = 2m + 2n
C. Dacă $m = 8$ și $n = 12$, returnează 16.
D. Dacă $m = 6$ și $n = 11$, returnează 15.

A.10. Jocul amplasării pieselor de domino pe diagonală (6 puncte)

Fie o tablă dreptunghiulară împărțită în $n \times m$ căsuțe (n – numărul liniilor, m – numărul coloanelor, n, m – numere naturale, $2 \le n \le 100$, $2 \le m \le 100$). Pe rând, doi jucători A și B execută mutări alternative astfel: la fiecare mutare un jucător hașurează o singură căsuță care este vecină pe diagonală cu căsuța hașurată la pasul anterior de către celălalt jucător și care este nehașurată până în acel moment. Jucătorul care nu mai poate muta, pierde. Jucătorul A face prima mutare, hașurând o căsuță de pe tablă.



a b c d e

Exemplu de tablă de joc: a) inițială ($n = 5$ și $m = 4$), b) după prima mutare (mutarea lui A), c) după a 2-a mutare (mutarea lui B), d) după a 3-a mutare (mutarea lui A), e) după a 4-a mutare (mutarea lui B)

Determinați condiția în care jucătorul A are strategie sigură de câștig (adică va câștiga jocul, oricare ar fi mutările jucătorului B) și care poate fi prima mutare efectuată de jucătorul A pentru a câștiga jocul.

A. condiția: numărul m este impar;
prima mutare a jucătorului A: o căsuță aflată pe prima linie de sus a tablei (linia 1) și pe o coloană de indice impar
B. condiția: numărul n este impar;
prima mutare a jucătorului A: o căsuță aflată pe o linie de indice par și pe prima coloană din stânga tablei (coloana 1);
C. condiția: ambele numere n și m sunt pare;
prima mutare a jucătorului A: căsuța din colțul stânga sus (de pe linia 1, coloana 1);
D. condiția: cel puțin unul dintre numerele n și m este impar;
prima mutare a jucătorului A: căsuța din colțul stânga sus (de pe linia 1, coloana 1).

Partea B (30 puncte)

Colivii

În grădina zoologică papagalii trăiesc în colivii numerotate de la 1 la n ($1 \le n \le 10000$). La un moment dat, o maimuță jucăușă parcurge și deschide toate coliviile. Speriată de consecințe, se întoarce la prima colivie și închide fiecare a doua colivie (închizând coliviile 2, 4, 6, ...). Maimuței îi place acest joc. De aceea o ia de la început și vizitează fiecare a treia colivie (adică coliviile 3, 6, 9, ...) închizând colivia vizitată dacă o găsește deschisă sau deschizând colivia vizitată dacă o găsește închisă. La a patra parcurgere, vizitează fiecare a patra colivie, procedând similar (schimbând starea coliviilor vizitate). Maimuța repetă jocul, până la ultima parcurgere (a n-a parcurgere) când închide cea de-a n-a colivie dacă aceasta este deschisă, sau o deschide, dacă ea este închisă.

Cerințe:

B.1. Câte colivii rămân deschise după ultima parcurgere dacă $n = 10$? **(2 puncte)**
B.2. Ce numere de ordine au coliviile rămase deschise după ultima parcurgere dacă $n = 10$? **(2 puncte)**
B.3. De câte ori este vizitată colivia cu numărul de ordine k ($1 \le k \le n$) în toate cele n parcurgeri? Justificați răspunsul. **(4 puncte)**
B.4. Care este condiția necesară și suficientă astfel încât colivia cu numărul de ordine k ($1 \le k \le n$) să rămână deschisă după ultima parcurgere a celor n colivii? Justificați răspunsul. **(4 puncte)**
B.5. Câte colivii rămân deschise după ultima parcurgere a celor n colivii? Justificați răspunsul. **(4 puncte)**
B.6. Scrieți un subalgoritm care calculează *numărul coliviilor rămase deschise* (***nrDeschise***) după ultima parcurgere. Numărul coliviilor n ($1 \le n \le 10000$) este parametrul de intrare al subalgoritmului, iar ***nrDeschise*** este parametrul de ieșire. **(14 puncte)**
Exemplu 1: dacă $n = 5$, atunci ***nrDeschise*** = 2 (rămân deschise colivia cu numărul de ordine 1 și colivia cu numărul de ordine 4)
Exemplu 2: dacă $n = 12$, atunci ***nrDeschise*** = 3.

Notă:

1. Toate subiectele sunt obligatorii.
2. Ciornele nu se iau în considerare.
3. Se acordă 10 puncte din oficiu.
4. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore și 30 minute.