TESTUL nr. 4

1. Să se aducă la forma cea mai simplă expresia:

$$E=\sqrt{2}\,\sqrt{2+\sqrt{2}}\cdot\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}\cdot\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}}$$

a) $\sqrt{2}$; b) 2; c) 1; d) $2\sqrt{2}$; e) $2-\sqrt{2}$; f) $\frac{1}{2}$.

2. Care dintre următoarele afirmații este adevărată dacă: $A=\sqrt{6}$, $B=\sqrt[4]{12}$, $C=\sqrt[3]{8}$, $D=\sqrt[4]{20}$

a) $B<C<D<A$; b) $B<D<C<A$; c) $C<D<B<A$;
d) $C<B<D<A$; e) $D<B<C<A$; f) $D<C<B<A$.

3. Să se afle două numere nenule x și y astfel ca: suma, produsul și diferența dintre pătratele lor să fie egale. Se vor determina toate soluțiile dacă există mai multe.

a) $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2},\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)$ și $\left(\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right)$; b) $\left(\frac{\sqrt{5}}{2},\frac{\sqrt{5}}{2}\right)$;

c) $\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2},\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)$; d) $\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2},\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$ și $\left(\frac{3-\sqrt{5}}{2},\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)$;

e) $\left(-\frac{\sqrt{5}}{2},\frac{\sqrt{5}}{2}\right)$ și $\left(\frac{\sqrt{5}}{2},-\frac{\sqrt{5}}{2}\right)$; f) $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2},\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)$.

4. Să se afle toate valorile $x\in\mathbb{R}$, soluții ale inecuației $\sqrt{25-x^2}\le\frac{12}{x}$

a) $x\in(0,5]$; b) $x\in(0,4)\cup(5,8)$; c) $x\in(0,3)\cup(4,\infty)$;
d) $x\in(0,3]\cup[4,5]$; e) $x\in[0,5)$; f) $x\in(0,4]\cup(5,\infty)$.

5. Fie matricea $A=\begin{pmatrix}1&2&3\\0&0&\alpha\\0&0&-1\end{pmatrix}$, $\alpha\in\mathbb{R}$. Să se determine A^{2n+1} pentru orice $n\in\mathbb{N}$.

a) $\begin{pmatrix}1&2&3\\0&0&\alpha\\0&0&-1\end{pmatrix}$; b) $\begin{pmatrix}1&2&3+2\alpha\\0&0&-\alpha\\0&0&1\end{pmatrix}$; c) $\begin{pmatrix}1&2&3\\0&0&-\alpha\\0&0&-1\end{pmatrix}$;

d) $\begin{pmatrix}1&2&3\\0&0&\alpha\\0&0&1\end{pmatrix}$; e) $\begin{pmatrix}1&-2&3\\0&0&\alpha\\0&0&1\end{pmatrix}$; f) $\begin{pmatrix}1&2&3\\0&0&-\alpha\\0&0&1-\alpha\end{pmatrix}$.

6. O progresie geometrică are 10 termeni, primul fiind 3 şi ultimul 1536. Să se afle raţia şi suma progresiei.

a) 3 şi 1024; b) 2 şi 1024; c) 2 şi 3069;
d) 3 şi 3072; e) 2 şi 2048; f) 3 şi 2048.

7. Să se rezolve ecuaţia $f(f(x))=1$ unde $f(x)=\dfrac{a+bx}{b+ax}$, cu $a\neq b$.

a) 1; b) $\dfrac{a}{b}$; c) $-\dfrac{b}{a}$; d) $\dfrac{b}{a}$; e) $-\dfrac{a}{b}$; f) $\dfrac{1}{a+b}$.

8. Să se exprime $b=\log_{40}100$ prin $a=\log_{16}25$

a) $\dfrac{2a}{1+2a}$; b) $\dfrac{4a}{3+2a}$; c) $\dfrac{a}{1+2a}$;
d) $\dfrac{2a+1}{3+2a}$; e) $\dfrac{2(1+2a)}{3+2a}$; f) $\dfrac{4(1+a)}{3+2a}$.

9. Să se determine valoarea determinantului $D=\begin{vmatrix}a&b&c\\b&c&a\\c&a&b\end{vmatrix}$

a) $(a+b+c)(ab+bc+ca)$; b) $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2)$;

c) $abc(a+b+c)$; d) $-\frac{(a+b+c)}{2}[(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2]$;

e) $2(a+b+c)[(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2]$; f) $(a+b+c)(a-b+c)^2$.

10. Să se determine valorile $n \in \mathbb{N}$ pentru care are sens $C_{2n+1}^{n^2}$.

a) 0, 1 şi 2; b) 1 şi 2; c) –1, 0, 1;

d) toate valorile naturale; e) $n=2$; f) niciunul din răspunsurile anterioare nu este corect.

11. Să se determine valorile lui $m \in \mathbb{R}$ pentru care ecuaţia $x^3+mx^2+mx+1=0$ are toate rădăcinile reale şi strict negative.

a) $m \in [3,\infty)$; b) $m \in (-\infty,-1) \cup [3,\infty)$; c) $m \in (-1,3)$;

d) $m \in (-1,\infty)$; e) $m \in (-1,0] \cup (1,\infty)$; f) $m \in (0,1]$.

12. Să se afle limita şirului $(x_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ definit prin relaţia de recurenţă $x_n = 2\sqrt{x_{n-1}}$ dacă $x_1=2$.

a) 4; b) $\sqrt{2}$; c) 2; d) $2\sqrt{2}$; e) $\frac{1}{\sqrt{2}}$; f) $4\sqrt{2}$.

13. Să se determine $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{[x]+[2x]+\ldots+[nx]}{n^2}$ (unde [ ] este partea întreagă).

a) x; b) $2x$; c) $\frac{x}{2}$; d) $\frac{x-1}{2}$; e) $2(x-1)$; f) $x-1$

14. Să se găsească $\lim\limits_{x\to 0}\frac{(2^x-1)\ln(1+\sin^2 x)}{(\sqrt{1+x}-1)\,\mathrm{tg}\,2x}$:

a) $\ln 2$; b) $\frac{\ln 2}{2}$; c) $\frac{1}{2}$; d) 0; e) $\frac{1}{e}$; f) $\sqrt{e}$.

15. Să se determine asimptotele orizontale ale funcţiei

$$f(x)=\frac{\sqrt{x^2+x+1}}{2x-1},\quad x\neq\frac{1}{2}:$$

a) $y=-\frac{1}{2}$ şi $y=\frac{1}{2}$; b) $y=\frac{1}{2}$; c) $y=-\frac{1}{2}$;

d) $y=-\frac{1}{2}$ şi $y=2$; e) $y=-2$ şi $y=-\frac{1}{2}$; f) $y=2$ şi $y=\frac{1}{2}$.

16. Se consideră funcţiile $f(x)=2x\operatorname{arctg}x$ şi $g(x)=\ln(1+x^2)$, $x\in[-1,1]$. Să se stabilească semnul funcţiei $h(x)=f(x)-g(x)$.

a) $h(x)<0$ pentru orice $x\in[-1,1]$; b) $h(x)\geq 0$ pentru orice $x\in[-1,1]$;
c) $h(x)=0$ pentru orice $x\in[-1,1]$;
d) $h(x)\leq 0$ dacă $x\in[-1,0]$ şi $h(x)>0$ dacă $x\in(0,1]$;
e) $h(x)>0$ dacă $x\in[-1,0]$ şi $h(x)\leq 0$ dacă $x\in[0,1]$;
f) niciunul din răspunsurile precedente nu este corect.

17. Valorile lui $\alpha\in\mathbb{R}$ pentru care derivata funcţiei $f(x)=\frac{x^2-3\alpha x+2\alpha^2}{x+1}$, $x\neq-1$ are o rădăcină dublă.

a) $\alpha=-1$; b) $\alpha=-\frac{1}{2}$; c) $\alpha=-1$ şi $\alpha=-\frac{1}{2}$;

d) $\alpha=1$ şi $\alpha=\frac{1}{2}$; e) $\alpha\in\varnothing$; f) $\alpha=\frac{1}{2}$.

18. Valoarea integralei $\int_{-1}^{1}\frac{|x|}{1+x^2}dx$:

a) $2\ln 2$; b) $\ln 2$; c) 0;
d) $\frac{\ln 2}{2}$; e) $\frac{1}{2}$; f) $\ln 3$.