TESTUL nr. 5

1. Să se determine valorile $x \in \mathbb{Z}$ pentru care are sens $E = \sqrt[x+3]{4-\sqrt[3]{x^2+x+1}}$:

a) 0 şi 1; b) 1 şi 2; c) 0; 1 şi 2; d) 0 şi 2;

e) nu are sens pentru nici o valoare $x \in \mathbb{Z}$;

f) niciunul din răspunsurile precedente nu este corect.

2. Să se afle $x \in \mathbb{R}$ soluţii ale ecuaţiei $\sqrt{x} + \sqrt{x - \sqrt{1-x}} = 1$:

a) $\frac{1}{5}$ şi 1; b) $\frac{1}{5}$; c) $\frac{16}{25}$ şi $\frac{3}{4}$; d) $\frac{16}{25}$; e) $\frac{16}{5}$; f) $\frac{1}{25}$.

3. Să se rezolve ecuaţia $6^{2x+4} = 2^{8+x} \cdot 3^{3x}$.

a) $x = 0$; b) $x = 2$; c) $x = -2$; d) $x = 4$; e) $x = -1$; f) $x = -4$.

4. În câte moduri se pot forma echipe din câte 3 elevi şi un profesor, dacă sunt 12 elevi şi 3 profesori ?

a) 36; b) 108; c) 660; d) 81; e) 144; f) 98.

5. Să se afle suma primilor 13 termeni ai unei progresii aritmetice dacă $a_4 + a_6 + a_8 + a_{10} = 20$:

a) 9; b) 15; c) 18; d) 12; e) 24; f) 65.

6. Să se determine toate soluţiile sistemului $\begin{cases} (x+y)(x+y+z) = 18 \\ (y+z)(x+y+z) = 30 \\ (x+z)(x+y+z) = 24 \end{cases}$

a) (1, −2, 3) şi (−1, 2, 3); b) (1, 2, 3) şi (−1, −2, −3);

c) (−1, −2, 3) şi (1, 2, −3); d) (1, 2, 3);

e) (−1, 2, −3); f) (−1, 2, 3).

7. Să se determine $z \in \mathbb{C}$ astfel ca $|z| + z = 1 + i$:

a) $1+i$; b) $1-i$; c) $-1+i$; d) $-1-i$; e) $i\sqrt{2}$; f) i.

8. Să se construiască un polinom de grad minim cu coeficienţi raţionali care admite rădăcina $x_1 = \sqrt{2} + \sqrt{3}$.

a) $X^4 - 2X^2 - 7$; b) $X^2 + 2X\sqrt{2} - 1$; c) $X^2 - 2X\sqrt{2} - 1$;
d) $(X^2-1)^2$; e) $X^2 - 8$; f) $X^4 - 10X^2 + 1$.

9. Să se rezolve ecuaţia $a^{2x} - b^{2x} - 2(ab)^x = 0$ dacă $a, b > 1$.

a) $\dfrac{1}{\ln\frac{a}{b}}$; b) $\dfrac{\sqrt{2}}{\ln\frac{a}{b}}$; c) $\ln\dfrac{a}{b}$;

d) $\dfrac{\ln(1+\sqrt{2})}{\ln\frac{a}{b}}$; e) $\dfrac{\ln(\sqrt{2}-1)}{\ln\frac{a}{b}}$; f) $\dfrac{\sqrt{2}}{\ln(ab)}$.

10. Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty}(n^2+3n+2)^{\frac{1}{n^2+n}}$:

a) 1; b) 0; c) e; d) ∞; e) $\dfrac{1}{2}$; f) $\dfrac{1}{e}$.

11. Derivata de ordin n, $n \geq 3$ a funcţiei $f(x) = x^2 \ln x$, $x > 0$ este:

a) $\dfrac{(-1)^n n!}{x^{n-1}}$; b) $\dfrac{(-1)^{n-1}(n-1)!}{x^n}$; c) $(-1)^n \dfrac{2}{x^{n-1}}$;

d) $\dfrac{2(-1)^{n-1}}{x^{n-2}}$; e) $\dfrac{2(-1)^{n-1} n!}{x^{n-1}}$; f) $\dfrac{2(-1)^{n-1}(n-3)!}{x^{n-2}}$.

12. Să se determine valoarea maximă a funcţiei

$$f(x) = \begin{cases} -x^2+4x+3, & x \in [0,2) \\ 2, & x = 2 \\ x^2-4x+3, & x \in (2,3] \end{cases}$$

a) 1; b) 0; c) 2; d) ∞; e) $\frac{1}{2}$; f) $\frac{2}{3}$.

13. Să se determine limitele laterale ale funcției $f(x)=x\left(e^{1/x}-e^{1/(x+1)}\right)$ în punctul $x_0=-1$.

a) 0 și ∞; b) $-\frac{1}{e}$ și ∞; c) $-\frac{1}{e}$ și 0;

d) e și $-\infty$; e) 0 și $\frac{1}{e}$; f) $-\frac{1}{e}$ și e.

14. În mulțimea numerelor complexe $\mathbb{C}$ se definește legea de compoziție $z_1 * z_2 = miz_1z_2 + m(z_1+z_2)+i(1-m)$, $m \neq 0$. Să se determine $m \in \mathbb{R}$ ca în $(C, *)$ să existe element neutru.

a) $m=i$; b) $m=-i$; c) $m=0$;

d) $m=-1$; e) $m=1$; f) $m=1+i$.

15. Să se determine rădăcinile comune ale ecuațiilor $x^2-3x+2=0$ și $x^3-4x^2+5x-2=0$

a) $x_1=1$; b) $x_1=1$ și $x_2=2$; c) $x_1=1$ și $x_2=-2$;

d) $x_1=2$; e) $x_1=x_2=1, x_3=2$; f) $x_1=-2$.

16. Să se calculeze $\int_0^1 x\sqrt{x^2+1}\,dx$:

a) $\sqrt{2}-1$; b) $2\sqrt{2}-1$; c) $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$;

d) $\frac{2\sqrt{2}-1}{3}$; e) $\frac{\sqrt{2}-1}{3}$; f) $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

17. Să se afle mulțimea punctelor în care $f(x)=\arcsin\frac{2x}{1+x^2}$, $x \in \mathbb{R}$ este derivabilă.

a) $x\in(-1,1)$; b) $x\in(-\infty,-1)\cup(1,\infty)$; c) $x\in(-\infty,-1)\cup(-1,1)\cup(1,\infty)$;
d) $x\in(-1,1)\cup(1,\infty)$; e) $x\in(-\infty,-1)\cup(-1,1)$; f) $x\in(-\infty,\infty)$.

18. Să se afle lungimea arcului de curbă $f(x)=\sqrt{x^3}$, $x \in [0,1]$.

a) $\frac{12}{7}$; b) $\frac{\sqrt{13}-2}{9}$; c) $\frac{13\sqrt{13}}{27}$;

d) $\frac{13\sqrt{13}-8}{27}$; e) $\frac{13\sqrt{13}-2}{27}$; f) $\frac{13\sqrt{13}-4}{27}$.