

Grafuri orientate

V3

1. Se consideră un graf orientat cu 6 noduri numerotate de la 1 la 6 și cu mulțimea arcelor formată **doar** din arcele:
- de la fiecare nod numerotat cu un număr neprim i ($i > 1$) la toate nodurile numerotate cu numere ce aparțin mulțimii divizorilor proprii ai lui i (divizori diferiți de 1 și de i)
 - de la nodul numerotat cu 1 la nodul numerotat cu 6
 - de la fiecare nod numerotat cu un număr prim i la nodul numerotat cu $i-1$
- Pentru graful dat, câte dintre nodurile grafului au gradul exterior strict mai mare decât gradul interior? (4p.)
- a. 1 b. 2 c. 4 d. 3

V4

1. Se consideră un graf orientat cu 6 noduri numerotate de la 1 la 6 și cu mulțimea arcelor formată **doar** din arcele:
- de la fiecare nod numerotat cu un număr neprim i ($i > 1$) la toate nodurile numerotate cu numere ce aparțin mulțimii divizorilor proprii ai lui i (divizori diferiți de 1 și de i)
 - de la nodul numerotat cu 1 la nodul numerotat cu 6
 - de la fiecare nod numerotat cu un număr prim i la nodul numerotat cu $i-1$
- Pentru graful dat, câte dintre nodurile grafului au gradul exterior egal cu gradul interior? (4p.)
- a. 2 b. 3 c. 1 d. 4

V8

4. Se consideră un graf orientat cu 6 noduri care are următoarele proprietăți:
- suma gradelor externe ale tuturor vârfurilor grafului este egală cu 6
 - sunt doar 3 vârfuri care au gradul intern egal cu 1
- Care este valoarea maximă pe care o poate avea gradul extern al unui vârf din graful dat? (6p.)

V9

4. Se consideră graful orientat G reprezentat prin listele de adiacență alăturate. Care este numărul maxim de arce ale unui drum în graf format din noduri distincte? (6p.)
- | nod | listă |
|-----|---------|
| 1: | 2, 6, 5 |
| 2: | 3 |
| 3: | 1 |
| 4: | 6 |
| 5: | 6 |
| 6: | 2 |

V11

1. Se consideră graful orientat reprezentat prin matricea de adiacență alăturată. Care este lungimea maximă a unui drum de la vârful 4 până la vârful 6 format din vârfuri distincte două câte două (lungimea unui drum este egală cu numărul de arce care compun acel drum)? (6p.)
- | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
- a. 4 b. 3 c. 1 d. 5

V20

1. Suma gradelor interne ale tuturor vârfurilor unui graf orientat este întotdeauna egală cu: (4p.)
- a. numărul valorilor de 1 aflate sub diagonala principală în matricea sa de adiacență b. produsul gradelor externe ale tuturor vârfurilor grafului
- c. suma tuturor valorilor aflate deasupra diagonalei principale în matricea sa de adiacență d. suma gradelor externe ale tuturor vârfurilor grafului

V21

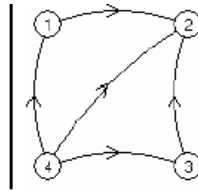
2. Într-un graf orientat cu 7 noduri suma gradelor interioare ale tuturor nodurilor este egală cu 10. Care este valoarea sumei gradelor exterioare ale tuturor nodurilor? (4p.)
- a. 5 b. 20 c. 10 d. 17

V24

2. Care din următoarele proprietăți este adevărată pentru un graf orientat cu n vârfuri și n arce ($n > 3$) care are un circuit de lungime n : (6p.)
- există un vârf cu gradul $n-1$
 - pentru orice vârf gradul intern și gradul extern sunt egale
 - graful nu are drumuri de lungime strict mai mare decât 2
 - gradul intern al oricărui vârf este egal cu 2

V27

1. Care este numărul arcelor ce au ca extremitate inițială vârful 4, în graful orientat din figura alăturată? (4p.)



- a. 3 b. 2 c. 1 d. 0

V32

1. Un graf orientat, este memorat cu ajutorul listelor alăturate de adiacență. Suma elementelor de pe ultima linie a matricei de adiacență asociată grafului este egală cu:

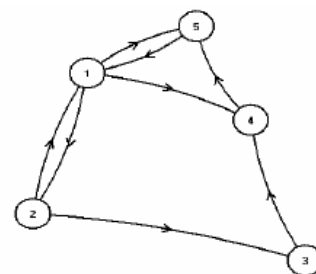
1: (5, 6); 4: (1, 2);
2: (1, 5); 5: (2);
3: (1, 5); 6: (2, 4, 5);

(4p.)

- a. 3 b. 0 c. 1 d. 5

V37

3. Se consideră un graf orientat cu 5 vârfuri reprezentat în figura alăturată. Care este matricea de adiacență corespunzătoare grafului? (6p.)



4. Scrieți care este gradul intern al vârfului 5 și gradul extern al vârfului 1. (4p.)

V44

1. Graful orientat G este reprezentat prin matricea de adiacență alăturată. Câte vârfuri din graful dat au gradul interior egal cu gradul exterior?

(4p.)

0	1	0	0	1
1	0	1	0	0
0	0	0	1	1
0	1	0	0	1
1	0	0	0	0

- a. 2 b. 1 c. 3 d. 0

V46

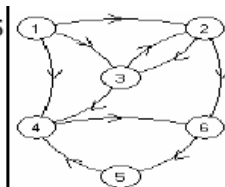
1. Care dintre următoarele propoziții este **falsă** pentru graful orientat G dat prin matricea de adiacență alăturată? (4p.)

0	1	1	0	0
0	0	1	1	0
0	0	0	1	1
1	1	0	0	0
0	0	0	1	0

- există cel puțin un nod în graful G care are gradul intern egal cu cel extern
- graful G nu are circuite
- există cel puțin un drum între oricare două noduri ale grafului G
- graful G are 9 arce

V48

3. Care este lungimea celui mai scurt drum de la nodul 1 la nodul 5 pentru graful orientat din figura alăturată? (6p.)

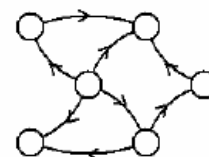


V49

4. Care este numărul de circuite ale unui graf orientat cu 6 vârfuri numerotate de la 1 la 6, și ale cărui arce sunt: $(2, 1), (3, 6), (4, 1), (4, 3), (4, 5), (5, 2), (6, 4)$. Două circuite sunt distincte dacă diferă prin cel puțin un arc. (6p.)

V50

1. Fie graful orientat din figura alăturată. Care este numărul de circuite elementare distincte? Un circuit este elementar dacă acesta conține doar vârfuri distincte, excepție făcând primul care coincide cu ultimul. Două circuite elementare sunt distincte dacă diferă prin cel puțin un arc. (4p.)



- a. 0 b. 1 c. 2 d. 3

V53

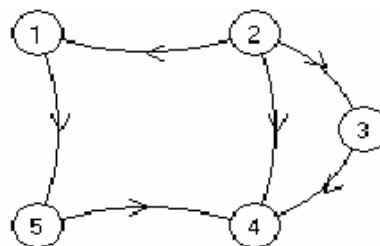
2. Se consideră un graf orientat cu 5 vârfuri și 8 arce. Care dintre următoarele șiruri de numere pot fi gradele exterioare ale vârfurilor acestui graf? (4p.)

- a. 2, 3, 1, 1, 1 b. 2, 2, 6, 5, 1
c. 1, 0, 1, 1, 1, 1 d. 1, 1, 0, 2, 1

V54

2. Se consideră graful orientat din figura alăturată. Câte dintre vârfurile grafului au gradul intern egal cu gradul extern? (4p.)

(4p.)



- a. 3 b. 2 c. 1 d. 4

V55

2. Variabila n memorează un număr natural nenul. Care este numărul total de grafuri orientate distincte care se pot forma cu aceste noduri? Două grafuri orientate sunt distincte dacă matricele lor de adiacență sunt diferite. (4p.)

- a. $4^{n \cdot (n-1) / 2}$ b. $3^{n \cdot (n-1) / 2}$
c. $4^{n \cdot (n-1)}$ d. $2^{n \cdot (n-1) / 2}$

V62

3. Se consideră graful orientat G cu 6 vârfuri definit cu ajutorul listelor de adiacență alăturate. Care este numărul de circuite distincte din graful G ? Două circuite sunt distincte dacă diferă prin cel puțin un arc. (6p.)

(6p.)

1: 2 6
2: 3
3:
4: 3
5: 4 6
6: 3

V63

3. Care dintre vârfurile grafului orientat din figura alăturată, au gradul interior un număr par? (6p.)

(6p.)



V64

4. Într-un graf orientat G cu 6 vârfuri, numerotate cu numere distincte de la 1 la 6, există arc de la i la j dacă și numai dacă $i < j$ și $j - i > 1$. Câte vârfuri din graf au gradul interior mai mare decât gradul exterior? (6p.)

(6p.)

V71

2. Se dă graful orientat definit prin matricea de adiacență alăturată. Precizați câte noduri ale grafului au gradul interior egal cu gradul exterior. (4p.)
- | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
- a. 5 b. 6 c. 3 d. 4

V72

4. Se consideră graful orientat cu 5 noduri, numerotate de la 1 la 5, definit prin matricea de adiacență alăturată. Indicați numărul minim de arce care trebuie adăugate grafului astfel încât, pentru orice două noduri x și y ale sale, să existe cel puțin un drum de la x la y . (6p.)
- | | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

V73

3. Se consideră graful orientat cu 6 noduri, numerotate de la 1 la 6, și arcele $(1,2)$, $(1,5)$, $(1,6)$, $(2,3)$, $(4,3)$, $(4,5)$, $(6,5)$. Care este numărul minim de arce care trebuie adăugate grafului astfel încât acesta să conțină cel puțin un circuit elementar de lungime 4? Pentru graful rezultat, dați un exemplu de astfel de circuit. (6p.)

V75

4. Se consideră graful orientat cu 7 vârfuri, numerotate de la 1 la 7, și arcele $(1,2)$, $(2,5)$, $(3,2)$, $(3,4)$, $(3,6)$, $(5,6)$, $(5,7)$, $(6,1)$. Care este numărul minim de arce care trebuie adăugate acestui graf astfel încât, pentru orice două noduri x și y , din mulțimea $\{1,2,3,4\}$ să existe cel puțin un drum de la x la y ? Enumerați arcele care trebuie adăugate. (6p.)

V76

2. Fie graful orientat cu 8 vârfuri, numerotate de la 1 la 8, și arcele $(1,2)$, $(2,3)$, $(3,1)$, $(4,5)$, $(6,5)$, $(5,7)$, $(7,6)$, $(7,4)$, $(8,7)$. Numărul minim de arce care trebuie adăugate astfel încât, pentru oricare două vârfuri x și y din graf să existe cel puțin un drum de la nodul x la nodul y este: (4p.)
- a. 2 b. 4 c. 0 d. 1

V78

3. Fie graful orientat cu 7 vârfuri numerotate de la 1 la 7 și arcele $(1,2)$ $(2,3)$ $(3,1)$ $(4,5)$ $(5,6)$ $(5,7)$ $(6,7)$ $(7,4)$. Care este numărul minim de arce care ar trebui eliminate pentru ca graful să nu mai conțină circuite? (6p.)

V79

2. Se consideră un graf orientat cu 6 vârfuri, numerotate de la 1 la 6, cu proprietatea că există o muchie cu extremitatea inițială în vârful i și extremitatea finală în vârful j dacă i este divizor al lui j . Gradul interior (intern) maxim al vârfurilor din acest graf este: (4p.)
- a. 3 b. 5 c. 4 d. 2

V80

3. Fie graful orientat cu 9 vârfuri numerotate de la 1 la 9 și arcele $(1,2)$ $(2,3)$ $(3,1)$ $(4,5)$ $(5,6)$ $(5,7)$ $(6,7)$ $(7,4)$ $(8,7)$ $(8,9)$ $(9,8)$. Care este numărul de vârfuri cu proprietatea că gradul interior este egal cu gradul exterior? (6p.)

V82

1. Se consideră graful orientat cu nodurile numerotate de la 1 la 5 și arcele $(1,2)$, $(1,5)$, $(2,1)$, $(2,3)$, $(2,5)$, $(3,4)$, $(5,2)$, $(5,4)$. Care este lungimea maximă a unui drum format din noduri distincte, de la nodul 1 la nodul 4? (4p.)
- a. 5 b. 6 c. 4 d. 7

V83

1. Se consideră graful orientat cu nodurile numerotate de la 1 la 5 și arcele $(1,2)$, $(1,4)$, $(2,1)$, $(2,5)$, $(3,2)$, $(4,3)$, $(5,1)$, $(5,4)$. Care este numărul minim de arce care poate fi adăugat pentru ca toate nodurile să aibă și gradul extern și gradul intern numere par? (4p.)
- a. 2 b. 1 c. 0 d. 3

V85

1. Se consideră graful orientat cu vârfurile numerotate de la 1 la 7 și arcele $(1,2)$, $(1,7)$, $(2,3)$, $(3,2)$, $(3,4)$, $(4,3)$, $(5,4)$, $(5,6)$, $(6,4)$, $(7,6)$. Câte noduri cu gradul extern par există în graful dat? (4p.)
- a. 3 b. 2 c. 4 d. 0

V92

1. Care dintre următoarele arce aparține grafului orientat cu 4 vârfuri, având gradele din tabelul alăturat ($x, y \in \mathbb{N}$)? (4p.)
- | vârf | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---------------|---|---|-----|-----|
| grad exterior | 2 | 0 | 2 | x |
| grad interior | 0 | 2 | y | 1 |
- a. $(2,3)$ b. $(1,2)$ c. $(1,4)$ d. $(4,1)$

V94

4. Un graf neorientat cu 5 noduri, numerotate de la 1 la 5, este reprezentat prin listele de adiacență alăturate. Transformați acest graf într-un graf orientat prin înlocuirea fiecărei muchii cu exact un arc, astfel încât în graful orientat care rezultă să existe cel puțin un drum de la orice nod x până la orice nod y , ($x \neq y$). Scrieți reprezentarea grafului orientat pe care l-ați construit, prin liste de adiacență. (6p.)
- | | |
|----|------------|
| 1: | 2, 3 |
| 2: | 1, 3, 5 |
| 3: | 1, 2, 4, 5 |
| 4: | 3, 5 |
| 5: | 2, 3, 4 |

V95

3. Se dă graful orientat cu 5 noduri, numerotate de la 1 la 5, definit prin matricea de adiacență alăturată. Determinați un drum de lungime maximă de la nodul 1 la nodul 5, care să fie alcătuit din arce distincte două câte două. Scrieți lungimea drumului determinat precum și arcele care îl compun (lungimea unui drum este egală cu numărul de arce care îl compun). (6p.)
- | | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

V96

3. Se dă graful orientat cu 5 noduri, numerotate de la 1 la 5, definit prin matricea de adiacență alăturată. Scrieți arcele din care este alcătuit un drum de la nodul 1 la nodul 5, care trece prin cel puțin patru noduri.
- | | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

V98

1. Fie graful orientat G cu 5 vârfuri, numerotate cu 1,2,3,4,5, și arcele $(1,2)$, $(1,3)$, $(1,4)$, $(2,3)$, $(4,2)$, $(4,5)$, $(5,2)$, $(2,4)$. Care dintre următoarele vârfuri au gradul extern egal cu gradul intern? (4p.)
- a. 2 și 4 b. 4 și 5 c. 1 și 2 d. 3 și 4