

# FACULTATEA DE MATEMATICĂ

Str. Academiei nr. 14, tel. 314.35.08

**Probe de concurs – pentru toate specializările** – la alegere două din patru materii propuse:

- Algebră,
- Elemente de analiză matematică,
- Geometrie și Trigonometrie,
- Informatică.

**Concurența în anii anteriori (toate specializările):**

- 2005 – 4,615 candidați/loc
- 2004 – 3,04 candidați/loc
- 2003 – 3,29 candidați/loc
- 2002 – 3,24 candidați/loc
- 2001 – 1,04 candidați/loc
- 2000 – 1,12 candidați/loc

**Domeniul de licență „Matematică“**

**Prima medie/ultima medie:**

- 2005 – 9,97/5,08 (buget); 9,92/6,05 (taxă); 10,00/7,37 (ID)
- 2004 – 9,93/8,83 (prima sesiune - zi); 7,48 (prima sesiune – taxă); 9,23/6,78 (a doua sesiune)
- 2003 – 9,87/6,66 (zi); 9,42/6,50 (taxă)
- 2002 – 9,63/8,24
- 2001 – 9,77/5,03
- 2000 – 9,35/5,00

**Domeniul de licență „Matematică-Mecanică“**

**Prima medie/ultima medie:**

- 2004 (nu mai există)
- 2003 – 9,87/6,66 (zi); 9,42/6,50 (taxă)
- 2002 – 8,92/8,19
- 2001 – 8,36/5,50
- 2000 – 7,04/5,40

**Domeniul de licență „Informatică“**

**Prima medie/ultima medie:**

- 2005 – 10,00/5,74 (buget); 9,62/5,00 (taxă); 9,70/7,00 (ID)
- 2004 – 9,99/9,5 (prima sesiune – zi); 8,98/5,36 (prima sesiune – taxă); 9,87/5,28 (a doua sesiune)
- 2003 – 9,61/7,54 (zi); 7,52/5,25 (taxă)
- 2002 – 9,98/9,17
- 2001 – 9,86/8,74
- 2000 – 9,07/7,12

**Domeniul de licență „Matematică-Informatică“**

**Prima medie/ultima medie:**

- 2004 – 10/9,05 (prima sesiune – zi); 9,61/7,93 (prima sesiune – taxă); 9,28/5,57 (a doua sesiune)
- 2003 – 9,76/7,02 (zi); 8,39/5,90 (taxă)
- 2002 – 9,97/8,93
- 2001 – 9,98/8,41
- 2000 – 9,14/6,94

**Domeniul de licență „Matematici aplicate“**

**Prima medie/ultima medie:**

- 2004 (nu mai există)
- 2003 – 9,87/6,66 (zi); 9,42/6,50 (taxă)
- 2002 – 9,10/8,23

**Domeniul de licență „Informatică“**  
**Proba scrisă**

**I. ALGEBRĂ.** Fie  $G = \{z \in \mathbb{C} \mid z^3 = 1\}$

1. Să se arate că  $G$ , împreună cu înmulțirea numerelor complexe, este un grup izomorf cu  $(\mathbb{Z}_3, +)$ .

2. Fie  $\varepsilon \in G - \{1\}$  și matricele

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \varepsilon & \varepsilon^2 \\ 1 & \varepsilon^2 & \varepsilon \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} \varepsilon^2 & \varepsilon & 1 \\ \varepsilon & \varepsilon^2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

a) Să se calculeze  $A^2, A^3, A^4$ .

b) Să se arate că  $A$  este inversibilă și să se calculeze  $A^{-1}$ .

c) Să se rezolve ecuațiile matriceale:  $AX=B, YA=B$ .

**II. ANALIZĂ.** Fie funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x}{1+|x|}$ .

1. Să se studieze derivabilitatea lui  $f$  și să se calculeze  $f'$ .

2. Să se reprezinte grafic funcția  $f$ .

3. Fie un număr  $a > 0$  și fie șirul  $(x_n)_n$  definit astfel:  $x_0 = a, x_{n+1} = f(x_n)$  pentru orice  $n \in \mathbb{N}$ .

Să se arate că șirul  $(x_n)_n$  este mărginit și monoton și să se calculeze limita lui.

4. Să se calculeze  $\int_{-1}^2 f(x) dx$ .

**III. GEOMETRIE.** Fie  $ABCD$  un pătrat de latură 1. Considerăm punctele variabile  $M$  și  $N$  pe latura  $AB$ , respectiv  $BC$ , astfel încât  $AM=BN$ . Să se determine mulțimea punctelor care sunt mijloacele segmentelor  $MN$ .

**IV. INFORMATICĂ.** Se consideră două numere naturale  $n, k$  cu  $1 \leq k \leq n \leq 15$ , precum și un vector  $c = (c_1, c_2, \dots, c_k)$  cu elemente numere naturale astfel încât  $1 \leq c_1 < c_2 < \dots < c_k \leq n$ , reprezentate în memoria calculatorului.

Să se scrie proceduri/funcții pentru listarea:

1. Numărului binomial  $C_n^k$ , efectuând un număr cât mai mic de înmulțiri/împărțiri.

2. Unei valori  $i \in \{0, 1, \dots, n\}$ , pentru care  $C_n^i$  are valoarea maximă.

3. Succesorului în ordinea lexicografică al lui  $c$ , în ipoteza  $c \neq (n-k+1, \dots, n-1, n)$ .

Cel puțin una dintre proceduri/funcții va fi scrisă în Pascal, C, C++, iar celelalte în pseudocod.

**Barem de corectare**

Algebră

Din oficiu	1 p
1) $G$ – grup, 1 p; izomorfism, 1 p	2 p
2) a) $A^2=?$ , 1 p; $A^3=?$ , 1 p; $A^4=?$ , 1 p;	3 p
b) $A$ inversabilă, 1 p; $A^{-1}=?$ , 1 p;	2 p
c) $X=?$ , 1 p; $Y=?$ , 1 p;	2 p
Total	10 p

Analiză matematică

Din oficiu	1 p
2 p	
3 p	
2 p	

2 p	
Total	10 p
Geometrie	
Din oficiu	1 p
Figura	2 p
Enunțarea mulțimii punctelor	
$P \in MN, MP=PN$	2 p
Demonstrația completă	5 p
Total	10 p
Informatică	
Din oficiu	1 p
(1 p în cazul calculului lui $C_n^k$ ca raport de factoriale	
și 3p în cazul utilizării unei recurente)	3 p
2)	2 p
3)	2 p
Cunoștințe limbaj	2 p
Total	10 p

***Domeniul de licență „Matematică“***  
***Proba scrisă***

**I. ALEGEBRĂ.** Fie matricele  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  și  $M_t = \frac{t}{3}A + \frac{1}{3t^2}B$ , unde

$$t \in R^* = R \setminus \{0\}.$$

1) Să se calculeze  $A^2, B^2, AB, BA$ .

2) Să se arate că:

i) Dacă  $t, t' \in R^*$ , atunci  $M_t M_{t'} = M_{tt'}$ .

ii)  $G = \{M_t \mid t \in R^*\}$  este un grup în raport cu înmulțirea matricelor.

iii) Funcția  $f: (R^*, \cdot) \rightarrow (G, \cdot)$  este un izomorfism de grupuri, unde  $f(t) = M_t$ .

**II. ANALIZĂ MATEMATICĂ.** Fie funcția  $f: (0, \infty) \rightarrow R$ ,  $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln x}{x-1}, & \text{pentru } x \neq 1 \\ 1, & \text{pentru } x = 1 \end{cases}$ .

i. Să se arate că funcția  $f$  este continuă.

ii. Să se găsească asimptotele graficului funcției  $f$ .

iii. Să se studieze monotonia funcției  $f$ .

iv. Să se calculeze  $\int_1^2 x^2 \cdot f(x+1) dx$ .

**III: GEOMETRIE.** Se consideră în plan familia de cercuri  $x^2+y^2-4x-2ay+3=0$  unde  $a$  este un parametru real.

i. Să se arate că există două puncte prin care trec toate cercurile familiei.

ii. Să se determine cercul de rază minimă din familie.

iii. Să se scrie ecuațiile cercurilor din familie care sunt tangente axei  $Oy$ .

**IV. INFORMATICĂ.** Se consideră două numere naturale strict pozitive  $a, b$ , reprezentabile în calculator. Să se scrie proceduri/funcții pentru listarea:

i. Numărului  $c$  obținut prin inversarea ordinii cifrelor lui  $b$ .

ii. Unei cifre care apare de cele mai multe ori în scrierea lui  $a$ .

iii. Celui mai mare divizor comun și celui mai mic multiplu comun al lui  $a$  și  $b$ .

Cel puțin una dintre proceduri/funcții va fi scrisă în Pascal, C, C++, iar celelalte în pseudocod.

### **Barem de corectare**

#### **Algebră**

Din oficiu	1 p
1)	2 p
2) i)	2 p
ii)	3 p
iii)	2 p
Total	10 p

#### **Analiză matematică**

Din oficiu	1 p
i)	2 p
ii)	2 p
iii)	2 p
iv)	3 p
Total	10 p

#### **Geometrie**

Din oficiu	1 p
i) Determinarea unui punct fix	2 p
Determinarea celui de-al doilea punct fix	2 p
ii) Aflarea razei minime	2 p
iii) Determinarea unui cerc	2 p
Determinarea celui de-al doilea cerc	1 p
Total	10 p

#### **Informatică**

Din oficiu	1 p
i.	2 p
ii.	2 p
iii.	3 p
Cunoștințe limbaj	2 p
Total	10 p