

Conice

Definiție

Conicele sunt figuri (curbe) plane. Pentru a introduce aceste figuri, considerăm un plan raportat la un reper cartezian prin care planul se identifică cu \mathbb{R}^2 . Modelul \mathbb{R}^2 permite descrierea figurilor cu ajutorul ecuațiilor și înecuațiilor acestor funcții.

Fie forma patratică afină :

$$f(x) = a_{11}x^2 + 2a_{12}xy + a_{22}y^2 + 2b_1x + 2b_2y + c = 0$$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{12} & a_{22} \end{pmatrix} = A^T \quad (\text{rang } A \geq 1)$$

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{12} & a_{22} & b_2 \\ b_1 & b_2 & c \end{pmatrix}$$

$$\delta = \det A$$

$$I = \text{tr}(A) = a_{11} + a_{22}$$

$$\Delta = \det \tilde{A}$$

La schimbarea reperului, δ , Δ , I și pas-
trează valbarea la schimbarea reperului.

De asemenea, Δ , δ , I se numesc invariati metrici
ai coniei. Δ este invariant doar la rotații
și se numește invariant metric al coniei.

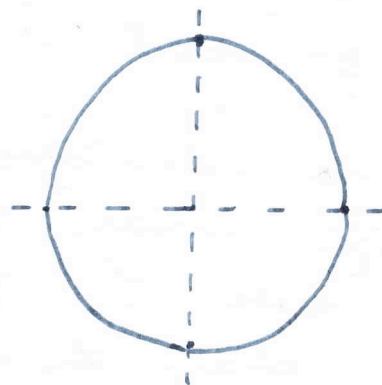
$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ b_1 & c \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{22} & b_2 \\ b_2 & c \end{vmatrix}$$

Clasificarea conicelor

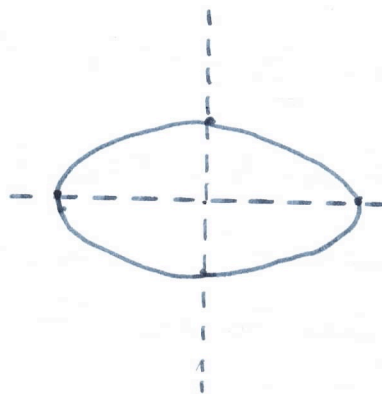
n_r	δ	Δ	$I\Delta$	Δ_1	Genul	Tipul	Denumirea
1.	>0	$\neq 0$	<0		eliptic	nede generat	elipsa
2.	>0	$\neq 0$	>0		eliptic	nede generat	elipsă imaginară
3.	>0	0			eliptic	degenerat	punct dublu
4.	<0	$\neq 0$			hiperbolic	nede generat	hiperbolă
5.	<0	0			hiperbolic	degenerat	drepte concurrente
6.	0	$\neq 0$		0	parabolic	nede generat	parabolă
7.	0	0		<0	parabolic	degenerat	drepte paralele
8.	0	0		0	parabolic	degenerat	dreaptă dublă
9.	0	0		>0	parabolic	degenerat	drepte imaginare paralele

Exemplu și ecuații

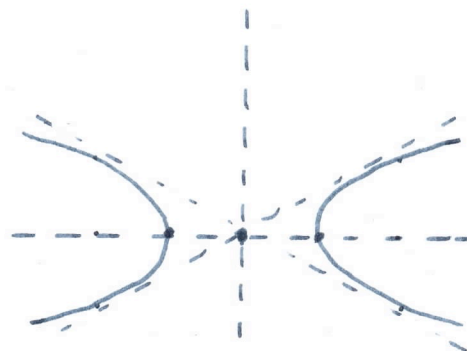
Ex: $x^2 + y^2 = a^2$



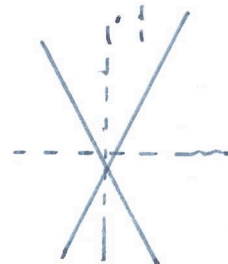
1. Elipsa : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$



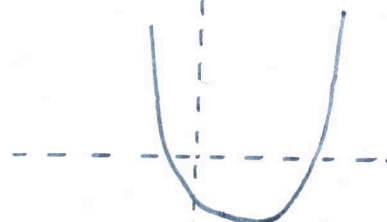
4. Hiperbolă : $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$



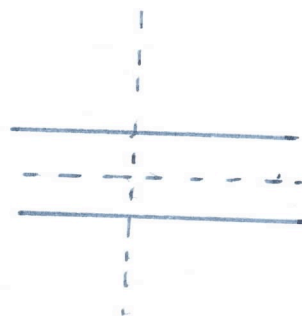
5. Drepte concurente : $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 0$



6. Parabolă : $y^2 = 4ax$



7. Drepte paralele : $x^2 - a^2 = 0$



Bibliografie

1. Curs Geometrie : H. M. Teleanu
2. „ Curs 5 - Clasificarea metrică a conicelor /
quadricilor”, Algebra liniară, Geometrie analitică -
Universitatea Alexandru - Ioan Cuza : Dana
Constantinescu