SIMULARE EXAMEN
GEOMETRIE SI ALGEBRA LINIARA

Pe foaia de examen trebuie scrise numai răspunsurile. Fiecare problemă are un singur răspuns corect.

1. Următoarele proprietăţi ale determinantuluii sunt adevărate, cu EXCEPŢIA
A) pentru $A, B \in \mathscr{M}_n(\mathbb{R}), \det(AB) = \det(A)\det(B)$
B) fie $A \in \mathscr{M}_n(\mathbb{R})$ care are o linie cu elemente egale cu 0, atunci $\det(A) = 0$
C) pentru $A, B \in \mathscr{M}_n(\mathbb{R}), \det(A + B) = \det(A) + \det(B)$
D) pentru $A \in \mathscr{M}_n(\mathbb{R}), \det({}^tA) = \det(A)$.

2. Fie $A \in \mathscr{M}_n(\mathbb{R})$ şi $\mathrm{tr} : \mathscr{M}_n(\mathbb{R}) \longrightarrow \mathbb{R}$ aplicaţia *urmă*. Următoarele afirmaţii sunt adevărate pentru tr, cu EXCEPŢIA
A) $\mathrm{tr}(AB) = \mathrm{tr}(A)\,\mathrm{tr}(B)$ pentru $(\forall)A, B \in \mathscr{M}_n(\mathbb{R})$
B) $\mathrm{tr}(A + B) = \mathrm{tr}(A) + \mathrm{tr}(B)$ pentru $(\forall)A, B \in \mathscr{M}_n(\mathbb{R})$
C) $\mathrm{tr}(\alpha A) = \alpha\,\mathrm{tr}(A)$ pentru $(\forall)A \in \mathscr{M}_n(\mathbb{R})$ şi $(\forall)\alpha \in \mathbb{R}$
D) $\mathrm{tr}(AB) = \mathrm{tr}(BA)$ pentru $(\forall)A, B \in \mathscr{M}_n(\mathbb{R})$.

Pentru problemele **3**, **4**, **5** considerăm pentru fiecare $n \geqslant 2$ matricea $A_n \in M_n(\mathbb{R})$ pentru care elementele de pe poziţia (i, i) sunt egale cu $-i$ şi toate celelalte elemente ale matricei sunt egale cu -1. Notăm cu $\Delta_n = \det(A_n)$.

3. Atunci:
A) $\Delta_3 = -2$ şi $\Delta_4 = -6$
B) $\Delta_3 = -1$ şi $\Delta_4 = -2$
C) $\Delta_3 = -2$ şi $\Delta_4 = 6$
D) $\Delta_3 = -1$ şi $\Delta_4 = 2$

4. Pentru Δ_n ca mai sus, avem:
A) $\Delta_n = -(n - 1)!$
B) $\Delta_n = (-1)^n(n - 1)!$
C) $\Delta_n = -(n - 2)$
D) $\Delta_n = (-1)^n(n - 2)!$

5. Fie A_n ca mai sus. Atunci inversa matricei A_3 este:

A) $A_3^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ **B)** $A_3^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{5}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 1 & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ **C)** $A_3^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 1 & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

D) $A_3^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{5}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ 1 & -1 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

6. Polinomul caracteristic al matricei $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ este

A) $P_A(X) = (X-1)(X-2)(X^2+2X+2)$ **B)** $P_A(X) = X(X-2)(X^2+2X+2)$

C) $P_A(X) = X(X-1)(X^2-2X+2)$ **D)** $P_A(X) = X(X-2)(X^2-2X+2)$