Curs 7

1. **Serii de puteri**

$$\sum_{n=p}^{\infty} f_n(x) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot x^n$$

2. **Raza de convergență**

$$R = \frac{1}{\lim_{n \to \infty} \sqrt[n]{|a_n|}} = \frac{1}{\lim_{n \to \infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|}}$$

3. **Mulțimea de convergența**

4. **Teorema I a lui Abel**

$$(-R, R) \subset M \subset [-R, -R]$$

exc

Det. mulțimea de convergența pentru seria de puteri $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot (1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}) \cdot x^n$

5. **Teorema a II-a a lui Abel**

$$s : M \to \mathbb{R}, \quad s(x) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot x^n \quad \text{continua}$$

6. **Teorema de derivare "termen cu termen"**

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \cdot x^n \qquad \sum_{n=0}^{\infty} (n+1) a_{n+1} \cdot x^n \quad \text{au acelaşi } R$$

7. **Teorema de integrare "termen cu termen"**

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \cdot x^n \quad \text{şi} \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{n+1} \cdot x^{n+1} \qquad \text{au acelaşi } R$$

8. Seria Taylor asociată funcției f în punctul a

exc.

Arătați că $e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ $\forall x \in \mathbb{R}$

8. $\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x}$

$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \cdot x^n = \frac{1}{1+x}$ $\forall x \in (-1, 1)$

$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \cdot x^{2n} = \frac{1}{1+x^2}$

exc

Arătați că $\operatorname{arctg} x = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$ $\forall x \in [-1, 1]$

9. Seria binomială

$(1+x)^{\alpha} = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha(\alpha-1)\cdots(\alpha-n+1)}{n!} \cdot x^n$

$\alpha \in \mathbb{R}, \quad x \in (-1, 1)$

10. Derivate parțiale

11. Norma lui x