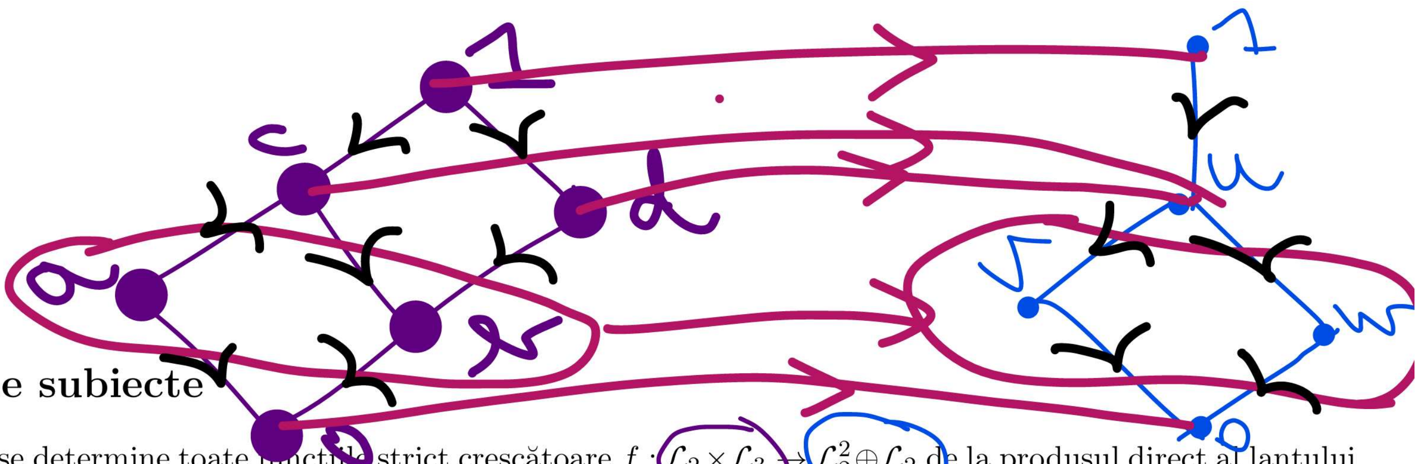
Schita rezolvare **Exercitiul 4** / Lista 2 de subiecte:



de subiecte

ă se determine toate funcţiile strict crescătoare $f : \mathcal{L}_2 \times \mathcal{L}_3 \to \mathcal{L}_2^2 \oplus \mathcal{L}_2$ de la produsul direct al lanţului
ente cu lanţul cu exact 3 elemente la suma ordinală a rombului cu lanţul cu exact 2 elemente şi să

Rezolvare prin tabel de adevar pt. **Exercitiul 5** / Lista 2 de subiecte:

ţimea variabilelor propoziţionale, iar E mulţimea enunţurilor

Fie $\Sigma, \Delta \in \mathcal{P}(E)$ şi $\alpha, \beta, \gamma \in E$, a.î.

$$\Sigma \vdash \alpha \to (\beta \vee \gamma),\ \Delta \vdash \beta \to \neg \alpha,\ \Sigma \cap \Delta \vdash \neg \alpha \to (\neg \beta \wedge \gamma)$$

asadar, conform TCT:

$$\Sigma \vDash \alpha \to (\beta \vee \gamma),\ \Delta \vDash \beta \to \neg \alpha,\ \Sigma \cap \Delta \vDash \neg \alpha \to (\neg \beta \wedge \gamma)$$

Fie h:V->L2 a.i. $h \vDash \Sigma \cup \Delta$.=>

$$h \vDash \Sigma,\ h \vDash \Delta,\ h \vDash \Sigma \cap \Delta$$

Prin urmare:

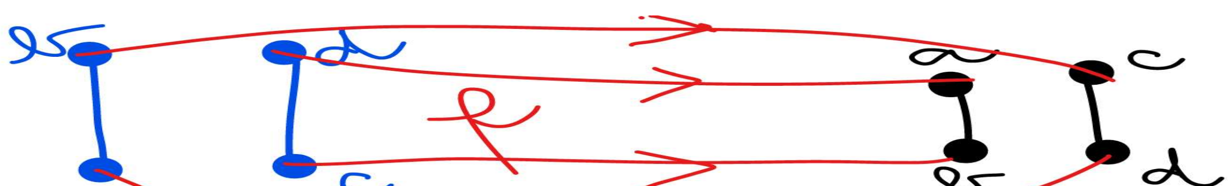
$$h \vDash \alpha \to (\beta \vee \gamma),\ h \vDash \beta \to \neg \alpha,\ h \vDash \neg \alpha \to (\neg \beta \wedge \gamma)$$

h~(α)	h~(β)	h~(γ)	h~($\alpha \to (\beta \vee \gamma)$)	h~($\beta \to \neg\alpha$)	h~($\neg\alpha \to (\neg\beta \wedge \gamma)$)	h~($\neg\beta \wedge \gamma$)
0	0	0	1	1	0	0
0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	1	1	0	0
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	0	1	1	0
1	0	1	1	1	1	1
1	1	0	1	0	1	0
1	1	1	1	0	1	0

⇨ $\Sigma \cup \Delta \vDash \neg\beta \wedge \gamma$ => $\Sigma \cup \Delta \vDash \neg\beta \wedge \gamma$

$\vdash$ ⟺ $\Sigma \cup \Delta \vdash \neg\beta \wedge \gamma$

Schita inceput rezolvare **Exercitiul 6** / Lista 2 de subiecte:



Exercițiul 6. Considerăm signatura de ordinul I: $\tau = (1; 2; \emptyset)$, simbolul de operaţie unară f şi simbolul de relaţie binară R, o mulţime $A = \{a, b, c, d\}$ având $|A| = 4$ şi o structură de ordinul I de signatură τ: $\mathcal{A} = (A, f^{\mathcal{A}}, R^{\mathcal{A}})$, cu mulţimea suport A, iar $f^{\mathcal{A}} : A \to A$ şi $R^{\mathcal{A}} \subseteq A^2$, astfel încât, dacă $(A, \leq)$ este posetul având relaţia de succesiune $\prec = \{(a, b), (c, d)\}$:

- $f^{\mathcal{A}}$ este izomorfism de poseturi de la $(A, \leq)$ la dualul său $(A, \geq)$ care satisface $f^{\mathcal{A}}(\{a, b\}) \cap \{a, b\} = \emptyset$;
- $R^{\mathcal{A}}$ este relaţia de echivalenţă pe A generată de $\prec$: $R^{\mathcal{A}} = \mathcal{E}(\prec)$.

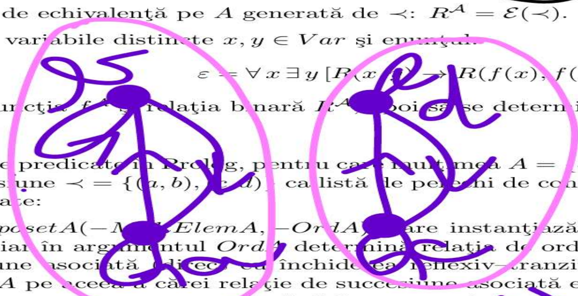
Considerăm două variabile distincte $x, y \in Var$ şi enunţul:

$$\varepsilon = \forall x \exists y \, [R(x, y) \to R(f(x), f(f(y)))].$$

Să se determine funcţia $f^{\mathcal{A}}$ şi relaţia binară $R^{\mathcal{A}}$, apoi să se determine dacă $\mathcal{A} \vDash \varepsilon$:

① matematic;

② prin următoarele predicate în Prolog, pentru care mulţimea $A = \{a, b, c, d\}$ va fi introdusă ca listă de constante şi relaţia de succesiune $\prec = \{(a, b), (c, d)\}$ ca listă de perechi de constante, iar restul argumentelor vor fi calculate în aceste predicate:



- un predicat binar $posetA(-MultElemA, -OrdA)$ care instanţiază variabila $MultElemA$ cu lista de constante care dă mulţimea A, iar în argumentul $OrdA$ determină relaţia de ordine pe $MultElemA$ având $\prec = \{(a, b), (c, d)\}$ ca relaţie de succesiune asociată, ca închiderea reflexiv–tranzitivă a lui $\prec$, nu selectând dintre relaţiile de ordine pe $MultElemA$ pe aceea a cărei relaţie de succesiune asociată este egală ca mulţime cu lista corespunzătoare lui $\prec$; deci procedaţi aşa cum am construit, la laborator, orice poset din mulţimea sa de elemente şi relaţia sa de succesiune);
- un predicat unar $letf(-Fct)$, care întoarce în argumentul său Fct funcţia de la A la A care este bijectivă, crescătoare şi cu inversa crescătoare de la posetul $(MultElemA, OrdA)$ determinat de predicatul $posetA(-MultElemA, -OrdA)$ şi dualul $(MultElemA, InvOrdA)$ al acestui poset şi are proprietatea că $f(a) \notin \{a, b\}$, $f(b) \notin \{a, b\}$, calculând inversa $InvOrdA$ a relaţiei $OrdA$, apoi aplicând poseturilor $(MultElemA, OrdA)$ şi $(MultElemA, InvOrdA)$ un predicat care determină izomorfismele între oricare două poseturi finite, iar dintre

$R(x, y) \to R(f(x), f(f(y)))$