Seminar 12

ex 1

Fie $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}, \qquad f(x, y, z) = x + y + z$

Det. punctele de extrem global ale lui f

atunci când variabilele sale sunt impuse

restricției $x^2 + y^2 + z^2 = 3$

ex 2

Fie $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}, \qquad f(x, y, z) = 2x^2 + y^2 + 3z^2$

Det. valorile extreme ale lui $f|_{B[(0,0,0), 1]}$, unde

$B[(0,0,0), 1] = \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$

ex 3

Det. $\displaystyle \lim_{n \to \infty} \int_0^1 \frac{x \sin(nx)}{n^2 + n x^2 + x} \, dx$

ex 4

Fie $a, b \in \mathbb{R}$, $a < b$ și $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ a.î.

$\displaystyle \int_a^b f(x) \, dx = 0$ și $\displaystyle \int_a^b x^n f(x) \, dx = 0 \qquad \forall n \in \mathbb{N}^*$

Arătați că $f(x) = 0, \quad \forall x \in [a, b]$, unde f cont.

ex 5

Det. urm. integrale improprii

a) $\displaystyle \int_0^\infty \frac{1}{1 + x^2} \, dx$

c) $\displaystyle \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$

e) $\displaystyle \int_{-\infty}^\infty \frac{x}{1 + x^4} \, dx$

b) $\displaystyle \int_{-\infty}^0 e^x \, dx$

d) $\displaystyle \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{x \ln^2 x} \, dx$