Donea Fernando-Emanuel
grupa 143

Axiomele geometriei euclidiene plane

Postulatele lui Euclid

1. Între două puncte se poate duce o dreaptă.
2. Orice linie dreaptă poate fi prelungită nelimitat.
3. Se poate descrie un cerc de centru dat și de rază dată.
4. Toate unghiurile drept sunt congruente între ele.
5. Dacă o linie dreaptă, care intersectează alte două linii drepte, formează, de o aceeași parte a sa, două unghiuri interne. având suma mai mică decât două unghiuri drepte, cele două linii menționate se vor intersecta, dacă sunt prelungite, de partea în care suma unghiurilor este mai mică decat două unghiuri drepte.

Axiome de incidență ale punctelor și dreptelor din plan

1. Prin două puncte distincte trece o dreapta și numai una
2. Orice dreaptă conține cel puțin două puncte.
3. In orice plan, există trei puncte care nu sunt situate pe o aceeași dreaptă

Axiome de ordonare

1. Dacă punctul B se găsește între punctele A și C, atunci punctele A, B, C sunt coliniare și distincte, și B se găsește între C și A.

2. Dacă A, B sunt două puncte distincte, atunci există cel puțin un punct C astfel ca B să se găsească între A și C

3. Dacă punctul B se găsește între A și C, atunci A nu se găsește între C și B.

4. Axioma lui Pasch

Dacă A, B, C sunt 3 puncte necoliniare și dacă d este o dreaptă situată în același plan cu aceste puncte, astfel încât d trece printr-un punct situat între B și C, dar nu trece prin niciunul din punctele A, B, C și nu trece prin niciun punct situat între A și C, atunci dreapta d trece printr-un punct situat între A și B.

5. Fiind date trei puncte distincte și coliniare A, B, C, astfel încât A nu este între B și C, iar C nu este între A și B, cu siguranță B se va găsi între A și C

6. Dacă A, B, C sunt trei puncte necoliniare și dacă L, M, N sunt trei puncte astfel încât L este între B și C, M este între C și A și N este între A și B, punctele L, M, N nu pot fi coliniare.

7. Fiind date două puncte distincte A şi B, există cel puţin un punct M situat între A şi B.

8. Dacă A, B, C, D sunt puncte astfel încât B este între A şi C, C este între B şi D, punctele B şi C se vor găsi între A şi D.

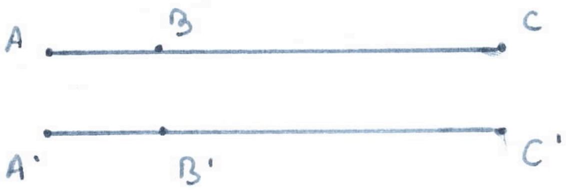
9. Dacă C este între D şi A şi dacă B este între A şi C, atunci B este este între A şi D, iar C este între B şi D.

Axiome de congruenţă

1. Fie s o semidreaptă cu originea O şi fie [AB] un segment. Există pe semidreapta s un singur punct M, astfel ca segmentul [OM] sa fie congruent cu segmentul [AB].

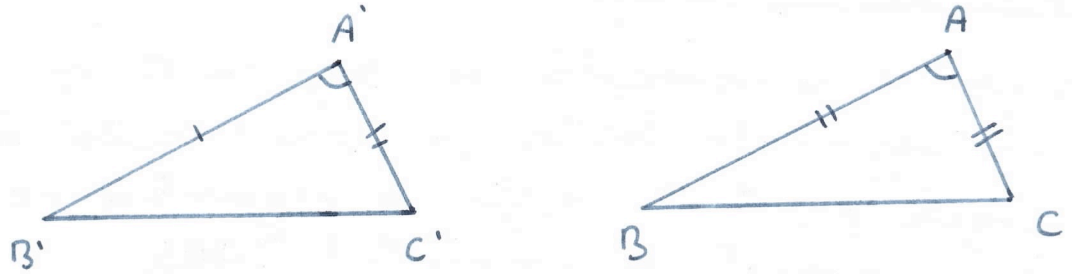
2. Dacă [AB], [A'B'], [A''B''] sunt trei segmente astfel ca $[AB] \equiv [A'B']$ şi $[A'B'] \equiv [A''B'']$, atunci avem $[AB] \equiv [AB]$, $[A'B'] \equiv [AB]$ şi $[AB] \equiv [A''B'']$.

3. Dacă avem şase puncte A, B, C, A', B', C' astfel ca B' se găseşte între A' şi C', B se găseşte între A şi C şi $[AB] \equiv [A'B']$, $[BC] \equiv [B'C']$ atunci $[AC] \equiv [A'C']$.



4. Fiind date un unghi propriu $\widehat{hk}$ și o semidreaptă s într-un plan p și notând prin p' unul din semiplanele limitate de suportul lui s în planul p, există o singură semidreapta t în semiplanul p' astfel ca s și t să formeze un unghi congruent cu unghiul $\widehat{hk}$. Orice unghi este congruent cu el însuși.

5. Fiind date două triunghiuri ABC, A'B'C' astfel ca $\hat{A} \equiv \hat{A'}$, $[AB] \equiv [A'B']$ și $[AC] \equiv [A'C']$, avem și $\hat{B} \equiv \hat{B'}$.



Axiomă de paralelism

1. Postulatul lui Euclid

Fiind date un punct A și o dreaptă d, care nu trece prin A, există o singură paralelă la dreapta d, care sa treacă prin punctul A.

Axiome de continuitate

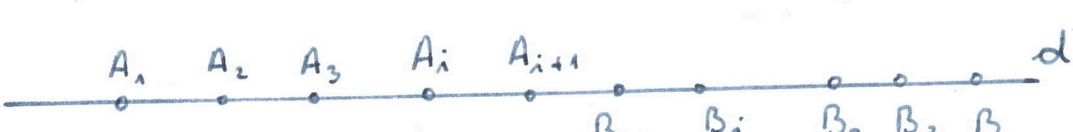
1. Axioma lui Arhimede

Dacă A, P sunt două puncte ale unei semidrepte s, cu originea O, există pe s o mulțime finită de puncte $\{A_2, A_3, \dots, A_K\}$ astfel încât să fie verificate proprietățile:

- $A \in [OA_2]$, $A_2 \in [OA_3], \dots, A_i \in [OA_{i+1}], \dots, A_{K-1} \in [OA_K]$
- $[OA] \equiv [AA_2] \equiv [A_2A_3] \equiv \dots \equiv [A_{K-1}A_K]$, $P \in [OA_K]$

2. Axioma lui Cantor-Dedekind

Fiind date pe o dreaptă d două șiruri de puncte $A_1, A_2, \dots A_i, A_{i+1}$ și $B_1, B_2, \dots B_i, B_{i+1}$ astfel că, pentru orice indice i, segmentul $[A_{i+1}, B_{i+1}]$ sa fie continut în segmentul $[A_i, B_i]$, există cel puțin un punct P, situat pe fiecare din segmentele $[A_1B_1], [A_2B_2], \dots$ $[A_iB_i]$ $[A_{i+1}B_{i+1}]$



Bibliografie

1. Matematică - manual pentru clasa a IX-a, Geometrie și trigonometrie, 1980 : K. Teleman, M. Florescu, C. Rădulescu, D. Moraru, E. Stănescu