

lui h la mulțimea E a enunțurilor care transformă conectorii logici în operații booleene, iar $f : \mathcal{L}_2 \rightarrow \{\text{false}, \text{true}\}$ este izomorfismul boolean: $f(0) = \text{false}$, $f(1) = \text{true}$.

Pentru **jumătate din punctajul** de la această a doua cerință, puteți scrie unul dintre predicatele *ipoteza1*, *ipoteza2*, *ipoteza3* și *concluzia*.

Exercițiul 3. Considerăm signatura de ordinul I: $\tau = (1; 2; \emptyset)$, simbolul de operație unară f și simbolul de relație binară R , o mulțime $A = \{a, b, c, d\}$ având $|A| = 4$ și o structură de ordinul I de signatură τ : $\mathcal{A} = (A, f^A, R^A)$, cu mulțimea suport A , iar $f^A : A \rightarrow A$ și $R^A \subseteq A^2$, astfel încât, dacă (A, \leq) este posetul având relația de succesiune $\prec = \{(a, b), (b, d)\}$:

- f^A este izomorfism de poseturi de la (A, \leq) la dualul său (A, \geq) ;
- R^A este relația de ordine \geq a posetului dual lui (A, \leq) .

Considerăm două variabile distincte $x, y \in \text{Var}$ și enunțul:

$$\varepsilon = \forall x \forall y [R(x, f(y)) \rightarrow \neg R(f(x), f(f(y)))].$$

Să se determine funcția f^A și relația binară R^A , apoi să se determine dacă $\mathcal{A} \models \varepsilon$:

- ① matematic;
- ② prin următoarele predicate în Prolog, pentru care mulțimea $A = \{a, b, c, d\}$ va fi introdusă ca listă de constante și relația de succesiune $\prec = \{(a, b), (b, d)\}$ ca listă de perechi de constante, iar restul argumentelor vor fi calculate în aceste predicate:

- un predicat binar *posetA*(-MultElemA, -OrdA), care instanțiază variabila *MultElemA* cu lista de constante care dă mulțimea A iar în argumentul *OrdA* determină relația de ordine pe *MultElemA* având $\prec = \{(a, b), (b, d)\}$

$$\begin{aligned} R &= \text{Pre}(\succ) \\ &= \text{Pre}(\prec^{-1}) \\ &= \text{Pre}(\{(d, b), (b, a)\}) \\ &= \{(a, a), (b, b), (c, c), (d, d), \\ &\quad (d, b), (b, a), (d, a)\} \end{aligned}$$

x	a	b	c	d
f(x)	d	b	c	a

$\mathcal{A} \models \varepsilon \equiv \forall x \forall y [R(x, f(y)) \rightarrow \neg R(f(x), f(f(y)))].$

$(\forall x \in A) (\forall y \in A) ((x, f(y)) \in R \Rightarrow \neg ((f(x), f(f(y))) \in R))$

$\Rightarrow ((f(a), f(f(b)))) \notin R \Rightarrow \text{false}$

4.6:

Pt. $u=a$: testam validitatea proprietatii:

$(a, f(v)) \in R \Rightarrow \text{not}((d, f(f(v))) \in R)$ pentru fiecare $v \in A = \{a, b, c, d\}$:

pt. $v=a$:

$(a, d) \in R \Rightarrow \text{not}((d, a) \in R)$: adevarata, pentru ca $(a, d) \in R$ e falsa;

pt. $v=b$:

$(a, b) \in R \Rightarrow \text{not}((d, b) \in R)$: adevarata, pentru ca $(a, b) \in R$ e falsa;

pt. $v=c$:

$(a, c) \in R \Rightarrow \text{not}((d, c) \in R)$: adevarata, pentru ca $(a, c) \in R$ e falsa;

pt. $v=d$:

$(a, a) \in R \Rightarrow \text{not}((d, d) \in R)$: falsa, pentru ca $(a, a) \in R$ e adevarata si
 $\text{not}((d, d) \in R)$ e falsa.

\Rightarrow ~~A~~ $\equiv \forall x \forall y [R(x, f(y)) \rightarrow \neg R(f(x), f(f(y)))]$.