Seminar 7

6 Jun 2025

ex 1

Fie G un CFG. Extindem G la G' cu $S \to SS$.

E adevărat că $L(G') = L(G)^+$

ex 1

Fie G un CFG. Extindem G la G' cu $S \to SS \mid \varepsilon$

E adevărat că $L(G') = L(G)^*$?

Sol:

$w \in L(G)^* \Rightarrow w = w_1 w_2 \dots w_n$, $w_i \in L(G)$

$w_i \in L(G)$?? ... ? $S \to \dots \to w_i$

$L(G)^* \subseteq L(G')$

$\boxed{\varepsilon \in L(G)^*}$

Exemplu

$a^n b^n$

$(a^n b^n)^* = a^n b^n a^n b^n$

$S \to aSb \mid \varepsilon$

$S \to aSb \mid SS \mid \varepsilon$

$S \to aSb \to aSSb \to aababb$

$\notin (a^n b^n)^*$

$S \to aSb \mid \varepsilon$

Idee → Introducem o nouă variabilă de stare S'

a^*

$S \to S \mid \varepsilon$

$S' \to SS' \mid \varepsilon$

$S \to \ldots$???

$\square$

ex 2

Confirmați sau infirmați ?

a) $L_1, L_2 \in CFG \Rightarrow L_1 \cup L_2 \in CFG$ **DA**

b) $L_1, L_2 \in CFG \Rightarrow L_1 \cap L_2 \in CFG$ **NU**

c) $L \in CFL \Rightarrow \bar{L} \in CFG$ **NU**

<u>Sol</u>:

a) $L_1, L_2 \in CFG \Rightarrow L_1 \cup L_2 \in CFG$

$S_1 \to \ldots$ $\qquad S_2 \to \ldots$ $\qquad S \to S_1 \mid S_2$

Toate tranzițiile din S_1 ≠ de cele din S_2 ca să nu poată interpreta

Fie $G_1 = (S_1, R_1, \Sigma, V_1)$ un CFG pt L_1

$G_2 = (S_2, R_2, \Sigma, V_2)$ un CFG pt L_2

Presupunem că $V_1 \cap V_2 = \emptyset$

? $G =$ S ?

$R = R_1 \cup R_2 \cup \{S \to S_1, S \to S_2\}$

$\Sigma = \Sigma$

$V = V_1 \cup V_2 \cup \{S\}$ $\square$

b) $L_1, L_2 \in CFG \Rightarrow L_1 \cap L_2 \in CFG$ NU

Idee: gasim 2 limbaje independente de context

... ??

$a^n b^n c^n$ → limbaj care nu e context free

$\{a^n b^n c^n \mid n \in \mathbb{N}\} \notin CFL$

Idee: căutăm 2 limbaje CFL a căror intersecție să dea un limbaj NON CFL

$$\underbrace{\ldots}_{\in CFL} \cap \underbrace{\ldots}_{\in CFL} = \underbrace{\{a^n b^n c^n \mid n \in \mathbb{N}\}}_{\notin CFL}$$

Egalitatea intre 2 numere este CFL

Egalitatea intre 3 numere NU este CFL

$$x = y = z \iff \begin{cases} x = y \\ y = z \end{cases}$$

Transformare in limbaje

$$\underbrace{\overset{?}{\ldots}}_{\in CFL} \cap \underbrace{\overset{?}{\ldots}}_{\in CFL} = \underbrace{\{a^n b^n c^n \mid n \in \mathbb{N}\}}_{\notin CFL} \Rightarrow NU$$

2

$\square$

c) $L \in CFL \Rightarrow \bar{L} \in CFG$

Sol:

.. ?

Fie L_1 şi $L_2 \in CFL$ a.î. $L_1 \cap L_2 \notin CFL$

(? ... ?)

$L_1 \cup L_2 \in CFL$

$L_1 \cup L_2 \in CFL \Rightarrow \bar{L_1} \cap \bar{L_2} \in CFL$

Din presupunere avem că $\overline{L_1}, \overline{L_2} \in CFL$

$\overline{L_1} \cup \overline{L_2} \in CFL$, deci din $\overline{\overline{L_1} \cup \overline{L_2}} = \overline{\overline{L_1}} \cap \overline{\overline{L_2}}$

$= L_1 \cap L_2 \in CFL$

FALS