

Paul Bildstein

FILTROS ACTIVOS

1983

PARANINFO
S.A.

MADRID

INDICE GENERAL

| | |
|---|----|
| Prefacio | 11 |
| Introducción | 13 |
| PRIMERA PARTE | |
| TEORIA DE LOS FILTROS | |
| Capítulo 1. Generalidades | 17 |
| 1. Los filtros eléctricos | 17 |
| 2. Clasificación de los filtros | 18 |
| 3. Filtros pasivos y filtros activos | 21 |
| Capítulo 2. Solución práctica para el problema del filtrado | 25 |
| 1. El filtro ideal | 25 |
| 2. El filtro real | 27 |
| 3. Filtro prototípico | 33 |
| 4. Solución práctica de un problema de filtrado | 45 |
| Capítulo 3. Funciones de aproximación | 47 |
| 1. Etapas en la realización de un filtro; aproximación y síntesis | 47 |
| 2. El problema de la aproximación | 48 |
| 3. Determinación de la función de transferencia de un filtro partiendo de su función característica | 52 |

Traducido por:
PEDRO ROJO OLEA

© EDITIONS RADIO, París (Francia)

Título original francés:
FILTRES ACTIFS

Reservados los derechos de edición,
reproducción o adaptación para todos
los países de lengua española

IMPRESO EN ESPAÑA
PRINTED IN SPAIN

ISBN: 84-283-0896-9
Depósito Legal: M-13534-1983

PARANINFO SA

Magallanes, 25 - Madrid 15

(2-3011)

ALCO, artes gráficas. Jaspe, 34, MADRID-15

INDICE GENERAL

4. Las principales funciones de aproximación 54
 5. Determinación del orden n que debe tener un filtro para satisfacer una plantilla determinada 76

Capítulo 4. Método de síntesis de los filtros activos 80

| | |
|--|----|
| 1. Principales circuitos activos que se utilizan en la síntesis de filtros activos | 80 |
| 2. Síntesis de los filtros activos | 96 |

Capítulo 5. Principales filtros elementales 129

| | |
|--|-----|
| 1. Circuitos elementales de paso bajo de segundo orden ... | 130 |
| 2. Circuitos elementales de paso alto de segundo orden ... | 142 |
| 3. Circuitos elementales de paso de banda de segundo orden. | 148 |
| 4. Circuitos elementales de segundo orden con un cero de transmisión ... | 149 |

Capítulo 6. Criterios de elección 157

| | |
|---|-----|
| 1. Estabilidad de las características de un filtro activo | 158 |
| 2. Otros criterios de elección | 185 |
| 3. Comparación entre las diferentes configuraciones | 187 |

SEGUNDA PARTE

CONSTRUCCION DE FILTROS

Sistema práctico para la construcción de filtros activos mediante amplificadores de ganancia próxima a la unidad

| | |
|---|-----|
| 1. Principio básico del método | 193 |
| 2. Etapas de la realización del filtro | 194 |
| 3. Ejemplos de realizaciones utilizando las tablas y los ábacos | 212 |

Anexo

Funciones elípticas ... 233

Bibliografia

| |
|-----|
| 54 |
| 76 |
| 80 |
| 80 |
| 96 |
| 129 |
| 130 |
| 142 |
| 148 |
| 149 |
| 157 |
| 158 |
| 185 |
| 187 |
| 193 |
| 193 |
| 194 |
| 212 |
| 233 |
| 233 |
| 289 |

INDICE DE TABLAS

| | |
|---|-----|
| Tabla de las funciones de transmisión de los filtros de Butterworth | 56 |
| Tabla de las funciones características de los filtros de Legendre. | 57 |
| Tabla de los polinomios de Tchebyscheff de orden 1 al 9 | 61 |
| Tabla de las funciones de transmisión de los filtros de Tchebyscheff | 64 |
| Tabla de las funciones de los filtros de Bessel | 67 |
| Tabla para la trasposición de una función de transferencia de paso bajo en paso alto y de paso de banda en recortador de banda. | 116 |
| Tabla de los filtros activos de paso bajo de segundo orden | 141 |
| Tabla de los filtros activos de paso alto de segundo orden | 143 |
| Tabla de los filtros activos de paso de banda de segundo orden. | 146 |
| Tabla de los filtros activos de segundo orden que tienen un cero de transmisión | 155 |
| Tabla comparativa de sensibilidades de los filtros activos de paso bajo de segundo orden | 178 |
| Tabla resumen de los inconvenientes y ventajas de las principales configuraciones de filtros activos | 188 |
| Tabla comparativa de las características de los diferentes filtros. | 199 |
| Tabla de valores de los parámetros de los filtros | 203 |

INDICE DE TABLAS

| | |
|--|-----|
| Tabla resumen de los siete filtros elementales cuyo montaje en cascada permite la realización de todos los filtros | 207 |
| Tabla de seis esquemas de filtros | 214 |
| Tabla de cuatro esquemas de fuentes controladas de tensión con los que pueden realizarse los filtros activos | 215 |
| Tabla y curvas de los filtros de paso bajo de Bessel | 236 |
| Tabla y curvas de los filtros de paso bajo y paso alto de Butterworth | 239 |
| Tabla y curvas de los filtros de paso de banda de Butterworth ... | 242 |
| Tabla y curvas de los filtros de paso bajo y paso alto de Legendre. | 245 |
| Tabla y curvas de los filtros de paso de banda de Legendre ... | 248 |
| Tabla y curvas de los filtros de paso bajo y paso alto de Tchebyscheff | 251 |
| Tabla y curvas de los filtros de paso de banda de Tchebyscheff ... | 259 |
| Tabla y curvas de los filtros de paso bajo y paso alto de Cauer ... | 268 |
| Tabla y curvas de los filtros de paso de banda de Cauer | 279 |

PREFACIO

El problema del filtrado o, dicho de otra manera, de la separación y selección de las señales eléctricas en función de su frecuencia, ha sido siempre de una gran importancia en la técnica de las telecomunicaciones.

Al principio, la cuestión se limitaba a considerar que, si bien una resistencia R varía poco con la frecuencia, por el contrario, la reactancia $L\omega$ de una bobina L crece en proporción con ella, mientras que la capacitancia o reactancia capacitiva $1/C\omega$ de un condensador C disminuye. La combinación de L y C en serie conduce a la realización de un circuito resonante sintonizado, el cual presenta una impedancia mínima en una pulsación de valor $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, mientras que la combinación en paralelo

de L y C forma un circuito "tapón". Estos elementos se utilizaron ampliamente en la realización de los primeros equipos de radiocomunicación.

Algunos años más tarde se observó que una línea, natural o artificial, la cual comprende una secuencia de bobinas en serie y de capacidades en paralelo, constituía un filtro de paso bajo, mientras que la combinación inversa (C en serie, L en paralelo) formaba un filtro de paso alto. La asociación de circuitos resonantes en serie y de circuitos tapón en paralelo conducía a la obtención de un filtro de paso de banda, así como la combinación inversa de ésta formaba un filtro limitador de banda. Varias generaciones de radiotécnicos orientaron sus esfuerzos en este sentido, creando estructuras cada vez más perfectas, junto con sus correspondientes métodos de cálculo, con el afán de obtener filtros de todas las clases que dispusiesen de una banda de paso muy regular, bandas laterales fuertemente atenuadas y un corte lo más franco posible en sus límites. Esta técnica se halla todavía en uso y posiblemente seguirá

PREFACIO

empleándose en el margen de las altas frecuencias. Su principal inconveniente reside en que cuanto más bajas son las frecuencias que se consideran, mayores son los condensadores necesarios y, sobre todo, las bobinas, llegando incluso a valores inadmisibles en la época actual, de marcada tendencia a la miniaturización de los componentes.

Podría pensarse en obtener filtros que estuvieran constituidos solamente por resistencias y condensadores, sin la participación de bobinas, pero al cabo de mucho tiempo, con estos elementos sólo se han alcanzado características mediocres de filtrado, junto con el inconveniente de un considerable amortiguamiento.

La aparición de los transistores ha salvado la situación. Combinando capacidades y resistencias con elementos "activos" nuevos, se podía no sólo compensar el excesivo amortiguamiento, sino que, además, se lograba una cierta amplificación mediante artificios de montaje. En consecuencia, aparecieron toda una serie de ingeniosos dispositivos: amplificadores operacionales, en los que las impedancias de entrada y de salida pueden ser reguladas; inversores de tensión, de corriente o de impedancia, etc. Estos dispositivos permiten obtener, incluso en frecuencias muy bajas, notables propiedades selectivas, con el único inconveniente de una cierta variación de las características con la tensión aplicada, defecto éste que se conoce con el nombre, bastante discutible, de "sensibilidad a las variaciones, se entiende).

En el transcurso de los últimos años se han sucedido innumerables trabajos orientados en este sentido, ofreciendo variadas soluciones cuya multiplicidad contribuye a desorientar al técnico, que se pierde en este laberinto buscando la solución ideal, o, al menos, una razonable aproximación a ésta.

Después de haber explorado de forma metódica este inmenso dominio, incluso experimentando diversas soluciones, PAUL BILDSTEIN nos ofrece el "hilo de Ariadna" que permite lograr, sin tanteos inútiles, la solución que mejor se adapta a nuestras necesidades, consiguiendo filtros de "baja frecuencia" de una selectividad y una "sensibilidad" plena mente satisfactorias.

El autor ha sabido extraer de todos estos trabajos la "sustancia mental", haciéndola fácilmente asimilable sin pérdida inútil de tiempo, principalmente en virtud de una serie de tablas y gráficos perfectamente adaptados. Deseamos que tenga una amplia difusión.

PIERRE DAVID

INTRODUCCION

Los filtros eléctricos, inventados por Zobel en el año 1923, han hecho posible el gran desarrollo de las telecomunicaciones. Hasta estos últimos años, los filtros se realizaban casi exclusivamente con ayuda de componentes pasivos dotados de propiedades resonantes: inductancias, condensadores, cuarzos, etc.

La llegada del transistor y, más recientemente, del amplificador operacional integrado, ha permitido construir circuitos resonantes de un tipo nuevo, utilizando únicamente resistencias y condensadores junto con estos elementos activos. Los filtros obtenidos de esta forma, llamados filtros activos, presentan numerosas ventajas, principalmente en el campo de las bajas frecuencias. Por otro lado, estos filtros activos son ligeros, poco voluminosos y de un coste razonable.

Por desgracia, estos filtros son difíciles de calcular y la multiplicidad de esquemas propuestos en la literatura existente al respecto, sobre todo extranjera, no facilita demasiado el trabajo al técnico que deseé utilizarlos.

Por esta razón presenta esta obra en su segunda parte, que es independiente de la primera, una serie de cuadros comparativos, gráficos y tablas numéricas que permiten al técnico la posibilidad de realizar, en breve tiempo, el filtro activo que corresponda a sus necesidades.

Con el método propuesto se han realizado pruebas en ciertas aplicaciones prácticas con resultados totalmente satisfactorios. Las tablas de valores numéricos, así como los gráficos, se han obtenido directamente con ayuda de un ordenador IBM 1130 y de la tabla sinóptica de la Escuela Superior de Ingenieros, de la Cámara de Comercio y de Industria, de París. Todos los resultados obtenidos han sido probados y experimentados y, a este respecto, se dan varios ejemplos numéricos.

INTRODUCCION

Al lector que disponga de más tiempo, la primera parte de la obra le permite profundizar en sus conocimientos en el campo de la técnica del filtrado, la cual es válida tanto para los filtros activos como para los pasivos.

Posteriormente se halla el estudio de los circuitos activos que se utilizan con preferencia en la construcción de filtros y, finalmente, un estudio comparativo de los diferentes métodos de síntesis, poniendo en claro las ventajas e inconvenientes de cada uno de ellos. Este estudio permite valorar con exactitud las cualidades y las limitaciones del método expuesto en la segunda parte de esta obra.

Algunas páginas de este libro han sido destinadas a la descripción de los circuitos activos más sencillos y más utilizados en la práctica. La mayor parte de estos circuitos se basan en la utilización de un amplificador operacional, que es un dispositivo electrónico que cumple la función de amplificar una señal de acuerdo con ciertas características.

Los circuitos activos más sencillos son los que utilizan un solo amplificador operacional y suelen ser utilizados en aplicaciones de bajo costo. Los circuitos activos más avanzados utilizan más de un amplificador operacional y suelen ser utilizados en aplicaciones de alta calidad y de alto costo. Los circuitos activos más avanzados utilizan más de un amplificador operacional y suelen ser utilizados en aplicaciones de alta calidad y de alto costo.

Algunos de los circuitos activos más avanzados utilizados en aplicaciones de alta calidad y de alto costo utilizan más de un amplificador operacional y suelen ser utilizados en aplicaciones de alta calidad y de alto costo.

Algunos de los circuitos activos más avanzados utilizados en aplicaciones de alta calidad y de alto costo utilizan más de un amplificador operacional y suelen ser utilizados en aplicaciones de alta calidad y de alto costo.

Algunos de los circuitos activos más avanzados utilizados en aplicaciones de alta calidad y de alto costo utilizan más de un amplificador operacional y suelen ser utilizados en aplicaciones de alta calidad y de alto costo.

Algunos de los circuitos activos más avanzados utilizados en aplicaciones de alta calidad y de alto costo utilizan más de un amplificador operacional y suelen ser utilizados en aplicaciones de alta calidad y de alto costo.

Algunos de los circuitos activos más avanzados utilizados en aplicaciones de alta calidad y de alto costo utilizan más de un amplificador operacional y suelen ser utilizados en aplicaciones de alta calidad y de alto costo.

Algunos de los circuitos activos más avanzados utilizados en aplicaciones de alta calidad y de alto costo utilizan más de un amplificador operacional y suelen ser utilizados en aplicaciones de alta calidad y de alto costo.

Algunos de los circuitos activos más avanzados utilizados en aplicaciones de alta calidad y de alto costo utilizan más de un amplificador operacional y suelen ser utilizados en aplicaciones de alta calidad y de alto costo.

Algunos de los circuitos activos más avanzados utilizados en aplicaciones de alta calidad y de alto costo utilizan más de un amplificador operacional y suelen ser utilizados en aplicaciones de alta calidad y de alto costo.

PRIMERA PARTE

Teoría de los filtros

capítulo 1

GENERALIDADES

1. Los filtros eléctricos.

Las señales eléctricas que se obtienen de un generador cualquiera (oscilador, emisor) sufren un cierto número de modificaciones en determinados circuitos electrónicos, con objeto de que estas señales sean capaces de satisfacer las necesidades que requiere una función determinada que se desea conseguir. Estas modificaciones afectan esencialmente a la amplitud y a la forma de las señales.

Los amplificadores y los atenuadores están pensados generalmente para lograr aumentar o disminuir la amplitud de las señales, con la menor deformación posible de las mismas. De esta forma, el espectro de frecuencias de la señal de entrada es, en la medida de lo posible, idéntico al de la señal de salida. Tal es el caso, por ejemplo, del amplificador de video de un receptor de televisión. Por el contrario, los circuitos de conformación se utilizan para conferir a todas las señales una forma idéntica, conservándose simplemente su frecuencia. Generalmente, estos son circuitos no lineales y, por tanto, introducen nuevas componentes en el espectro de la señal incidente.

El espectro de la señal de salida puede diferenciarse del de la señal de entrada de dos maneras:

- Las componentes comunes a las señales de entrada y de salida no tienen la misma amplitud ni la misma fase.

— En la salida se hallan componentes que no estaban presentes en la señal de entrada, siendo el espectro de la señal de salida más rico que el de la entrada.

Este es el caso, por ejemplo, de los circuitos de conformación de las señales de sincronismo de líneas y de cuadros de un receptor de televisión.

Los filtros eléctricos actúan también sobre la forma de la señal, pero solamente para modificar la amplitud de ciertas componentes que se hallan en el espectro de entrada. Estos filtros no introducen ninguna frecuencia nueva, por lo que pueden considerarse circuitos lineales. Tal es el caso, por ejemplo, de los filtros de onda media de un receptor de radio, en el que la señal de entrada está formada por el conjunto de las señales emitidas por una gran cantidad de estaciones emisoras. A la salida del filtro solamente queda la señal cuya frecuencia es la correspondiente a la emisora que se ha escogido.

Por consiguiente, un filtro es, de una manera general, un circuito que proporciona una modificación de la amplitud o la fase de las componentes del espectro de frecuencias de una señal.

Puede encontrarse frecuentemente un filtro asociado a un amplificador o a un circuito de conformación. Este será el caso, por ejemplo, de los amplificadores selectivos o de los multiplicadores de frecuencia.

2. Clasificación de los filtros.

2.1. SEGUN SU FUNCION.

Los filtros eléctricos realizan un gran número de funciones, entre las que citaremos:

Filtros de radiocomunicación.

En los receptores de calidad se selecciona una banda de frecuencias mediante un filtro de entrada, eliminando las frecuencias que difieren de las de la banda escogida. Por otra parte, los receptores disponen de un amplificador de frecuencia intermedia (F.I.) que no es otra cosa que un amplificador asociado a un filtro que selecciona la banda de frecuencias emitida por la emisora y que es precisamente la que se desea recibir. En los receptores de banda lateral única existe un filtro muy caracterís-

tico, cuya curva de atenuación en función de la frecuencia es muy asimétrica (fig. 1-1).

Filtros de modulación y demodulación.

Tanto si las transmisiones se realizan mediante cable o por vía herciana, las señales se emiten en forma de modulación de una frecuencia portadora (modulación de frecuencia, de amplitud, de fase...). Por consiguiente, se hace preciso limitar al máximo el espectro de frecuencias para no ocupar en exceso el medio de transmisión (cable o éter). Esta misión la cumple el filtro de modulación. Por ejemplo, en una transmisión por línea telefónica de 200 bauds, la banda de frecuencias transmitida no sobrepasa los 240 Hz. De la misma forma, en la recepción, el filtro de demodulación solamente retendrá la banda de frecuencias que corresponde a la señal emitida.

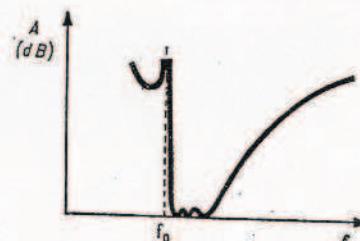


FIG. 1-1. Curva de respuesta de amplitud de un filtro para un receptor de banda lateral única.



FIG. 1-2. Espectro de frecuencias de una señal periódica.

Filtros de análisis de espectro.

El examen de una señal en función del tiempo es un medio corriente de análisis y se realiza, por ejemplo, con ayuda de un osciloscopio de rayos catódicos. Otro medio de análisis más exacto, sobre todo cuando la señal está mezclada con ruido, consiste en determinar el espectro de frecuencias de dicha señal (fig. 1-2). Este análisis se realiza generalmente mediante filtros en peine, que no son otra cosa que una sucesión de filtros, cada uno de los cuales deja pasar solamente un banda muy estrecha de frecuencias.

Filtros que mejoran la relación señal/ruido.

Cuando se conoce la banda de frecuencias de una señal que está mezclada con ruido, resulta posible mejorar la calidad de dicha señal con

GENERALIDADES

ayuda de un filtro que sólo deje pasar la banda de frecuencias deseada. De igual forma, si el ruido posee un espectro de frecuencias determinado, puede mejorarse la relación señal/ruido eliminando esta banda indeseable. Este será el caso, por ejemplo, de los filtros para cápsulas de tocadiscos o de los filtros que eliminan la frecuencia de 50 Hz del zumbido inducido por la red.

Multiplicadores de frecuencia.

Cuando se conforma una señal sinusoidal pura mediante un circuito recortador de crestas, por ejemplo, su espectro de frecuencias se enriquece en virtud de la presencia de gran número de frecuencias armónicas. Si se incluye ahora un filtro que solamente deje pasar una de estas frecuencias armónicas, habremos transformado el conjunto en un multiplicador de frecuencia.

Filtros correctores.

Cuando una señal sufre una deformación lineal indeseable, resulta posible paliar este defecto con ayuda de un filtro corrector.

También existen otros muchos tipos de funciones que pueden realizar los filtros, particularmente en la técnica del radar e incluso en hiperfrecuencias.

2.2. SEGUN LA GAMA DE FRECUENCIAS.

Las señales eléctricas que pueden encontrarse en la práctica tienen espectros de frecuencias extremadamente variables. Por ejemplo, en los captores que registran las variaciones del campo magnético terrestre se encuentran frecuencias tan bajas como 10^{-5} Hz. Por otro lado, en la técnica del radar es corriente encontrar frecuencias del orden de varios gigahercios (10^9 Hz). Tanto en un caso como en otro se emplean filtros eléctricos. Por consiguiente, los filtros también se pueden clasificar según la gama de frecuencias en que trabajan; o sea, filtros de audiofrecuencia, filtros de hiperfrecuencias, etc. Sin embargo, esta clasificación resulta mejor expresada teniendo en cuenta las diferencias de tecnología que forzosamente existen según las frecuencias a considerar.

2.3. SEGUN SU TECNOLOGIA.

Todos los filtros tienen en común el hecho de que disponen de circuitos sensibles a una determinada frecuencia de resonancia, cuya calidad

FILTROS PASIVOS Y FILTROS ACTIVOS

viene expresada por el valor del coeficiente de sobretensión. La tecnología de los circuitos resonantes varía considerablemente según la gama de frecuencias y las características del filtro a realizar.

En zona de las bajas y muy bajas frecuencias, los circuitos resonantes son casi siempre de constantes concentradas. Este será el caso, por ejemplo, de los resonadores electromecánicos, así como de los circuitos que combinan componentes activos y de los compuestos por resistencias y condensadores.

En la gama de las frecuencias medias (10^2 a 10^7 Hz, por ejemplo), se hallan principalmente circuitos resonantes de bobina y condensador (LC), así como los piezoelectrómicos (cuarzo).

En frecuencias muy altas ($> 10^8$ Hz, por ejemplo), los circuitos resonantes serán de constantes distribuidas. Estos circuitos resonantes pueden ser de cavidades, líneas coaxiales o guías de onda.

Las figuras 1-3 y 1-4 presentan un resumen de la tecnología de los filtros utilizados más frecuentemente, la gama de frecuencias de utilización y los coeficientes de sobretensión que se pueden lograr en cada caso.

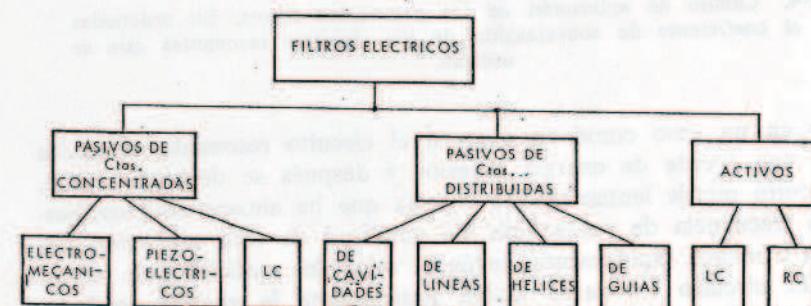


FIG. 1-3. Clasificación de los filtros eléctricos según su tecnología.

3. FILTROS PASIVOS Y FILTROS ACTIVOS.

3.1. DEFINICION.

Los resonadores electromecánicos o piezoelectrómicos están basados en la transformación de una resonancia mecánica en una eléctrica mediante un efecto de conversión electromecánica.

Los circuitos resonantes eléctricos (con LC , de cavidad resonante, etc.), se basan en el fenómeno de intercambio de energía electrostática y electromagnética, siguiendo las leyes clásicas del electromagnetismo.

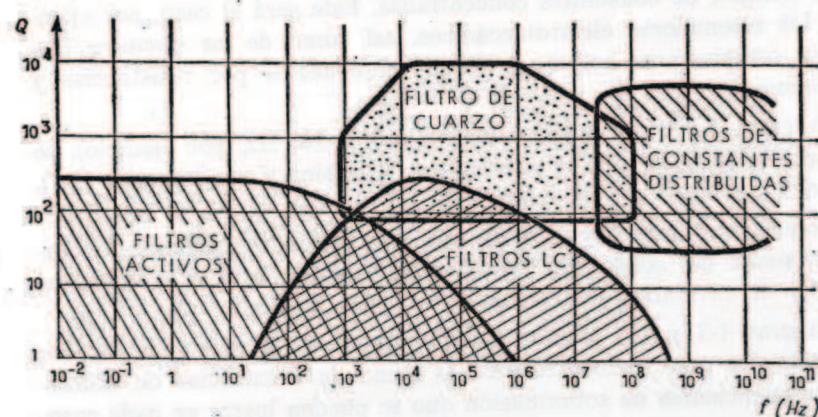


FIG. 1-4. Campo de aplicación de los principales filtros. En ordenadas figura el coeficiente de sobretensión de los circuitos resonantes que se utilizan.

Tanto en un caso como en otro, si el circuito resonante se excita mediante una fuente de energía exterior y después se deja en reposo, dicho circuito pierde lentamente la energía que ha almacenado, oscilando en su frecuencia de resonancia. La amplitud de esta oscilación decrece más o menos rápidamente, según el valor del coeficiente de sobretensión. El circuito resonante disipa pasivamente la energía recibida, como, por ejemplo, en el caso de un péndulo al que se le hubiera conferido un movimiento inicial.

Los que utilizan circuitos resonantes de este tipo son filtros pasivos.

Por el contrario, cuando se excita un circuito resonante constituido por resistencias y condensadores asociados a elementos activos, como transistores, por ejemplo, estos últimos suministran al circuito una energía más o menos considerable, la cual se opone al decrecimiento de la oscilación inicial. Llegando al límite, si esta energía suministrada es suficientemente importante, se origina una oscilación que se mantiene espontáneamente: en este caso el circuito resonante posee un coeficiente de sobretensión infinito y constituye un oscilador.

Los filtros que utilizan circuitos resonantes de este tipo son filtros pasivos.

De esta manera, podemos establecer la siguiente definición:

Filtro activo es el que recibe energía de una fuente interna. Filtro pasivo el que no recibe energía de ninguna fuente interna.

3.2. VENTAJAS E INCONVENIENTES DE LOS FILTROS ACTIVOS.

Los circuitos resonantes activos pueden tener un coeficiente de sobretensión tan grande como se desee. Por consiguiente, teóricamente se pueden realizar filtros activos con las características que se quieran; pero esto no es posible en la práctica, ya que cuanto mayor sea el coeficiente de sobretensión mayor será también el riesgo de oscilación espontánea. En otros términos, cuanto mayor es el valor del Q del circuito mayor es su inestabilidad. Por eso en esta obra nos limitaremos a definir circuitos en los que la estabilidad debida al valor del coeficiente de sobretensión es suficiente para que se puedan obtener realizaciones viables. El riesgo de inestabilidad es el principal inconveniente de los filtros activos, y también es el factor que limita sus características y su aplicación.

Las ventajas de los filtros activos son:

- *Su reducido volumen.* Con el empleo de circuitos integrados, los filtros activos pueden ser de dimensiones extremadamente reducidas. Lo mismo ocurre con las resistencias y, como no es necesario el empleo de inductancias, el filtro tendrá, en definitiva, el volumen impuesto por el tamaño de los condensadores. En este sentido, el uso de condensadores de tantalio o de policarbonato, según la gama de frecuencias permite obtener filtros de dimensiones muy reducidas.

- *Su pequeño peso,* como consecuencia de las anteriores consideraciones.

- *Su reducido coste.* También aquí son los condensadores, cuyo valor debe ser bien determinado y estable, los que fijan en definitiva el coste del circuito. Las bobinas, que son los elementos más caros, se han eliminado.

- *La facilidad de los ajustes.* Después veremos que los filtros activos se prestan a un fácil ajuste, actuando simplemente sobre el elemento activo.

El perfeccionamiento de las técnicas mixtas en capas gruesas o finas, así como la técnica de ajuste dinámico con láser aumentan más aún estas ventajas.

3.3. CAMPO DE UTILIZACION.

Cuando las frecuencias con las que trabaja un filtro son muy bajas, los circuitos resonantes eléctricos o electromecánicos presentan grandes inconvenientes, que residen sobre todo en que las inductancias que se precisan son pesadas, voluminosas, caras y de mala calidad. Los resonadores electromecánicos, aunque de mejor calidad, resultan aún más voluminosos y caros. Por el contrario, los circuitos resonantes activos que sólo utilizan resistencias y condensadores son, con mucho, los que permiten obtener las mejores características.

Por estas razones, los filtros activos son los que resultan más convenientes en el campo de las frecuencias muy bajas.

Por otro lado, como son poco voluminosos y, a menudo, de reducido coste, pueden compararse con ventaja a los filtros pasivos en el campo de las audiofrecuencias.

Estas cualidades les hacen también estimables para ciertas aplicaciones en frecuencias de hasta algunos centenares de kHz, cuando el volumen y el precio de coste son factores determinantes y cuando los coeficientes de sobretensión que se precisan no son demasiado elevados.

El campo de aplicación de los filtros activos se halla resumido en la figura 1-4.

Los capítulos siguientes tratarán únicamente de la realización de filtros activos RC , que son los más interesantes, ya que no precisan el empleo de inductancias.

Los capítulos 2 y 3 están dedicados a un repaso de las teorías modernas relativas al filtrado. El capítulo 4 estudia los elementos activos principales utilizados en la realización de filtros y los capítulos 5 y 6 presentan un cierto número de esquemas de filtros activos.

La segunda parte de esta obra, que es independiente de la primera, está constituida por curvas, tablas y esquemas que permiten realizar de forma sencilla el filtro activo que resuelva la mayoría de los problemas que se puedan encontrar en la práctica.

SOLUCION PRACTICA PARA EL PROBLEMA DEL FILTRADO

1. El filtro ideal.

Los filtros eléctricos tienen por objeto separar ciertas señales útiles de otras indeseables, mezcladas con ellas. Por consiguiente, para la realización de un filtro se necesita conocer el espectro de frecuencias que tiene la señal útil. El filtro ideal sería el que transmitiera todas las componentes útiles sin atenuación y sin desfase, eliminando a la vez totalmente las señales indeseables. Así, un filtro de tales características transmitiría la señal útil sin deformación ni retardo y no dejaría pasar las señales que no se desean.

La atenuación de un filtro ideal en función de la frecuencia se halla representada en la figura 2-1 para una señal útil que tiene componentes de frecuencia comprendidas entre f_1 y f_2 . Por ejemplo, si se desea recibir

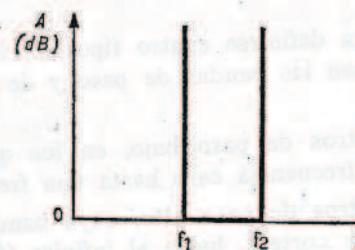


FIG. 2-1. Curva de atenuación de un filtro ideal.

las señales transmitidas por una emisora cuya frecuencia central es f_0 , modulada en amplitud por señales de frecuencias comprendidas entre 0 y Δf_0 , es suficiente utilizar un filtro que deje pasar las frecuencias comprendidas entre $f_0 + \Delta f_0$ y $f_0 - \Delta f_0$. Si esta emisora tiene una frecuencia central o portadora $f_0 = 163$ kHz, con un $\Delta f_0 = 6$ kHz, el filtro ideal que permita recibir sin deformación las señales transmitidas por esta emisora tendrá una curva de respuesta similar a la de la figura 2-1, con $f_1 = 157$ kHz y $f_2 = 170$ kHz.

Vemos pues que, para cada caso de filtro a realizar, debe definirse el margen de frecuencias que se quiere dejar pasar sin atenuación y que se llama banda pasante del filtro; pero también deben definirse los márgenes de frecuencia en los que la atenuación debe ser grande y que son las bandas de corte.

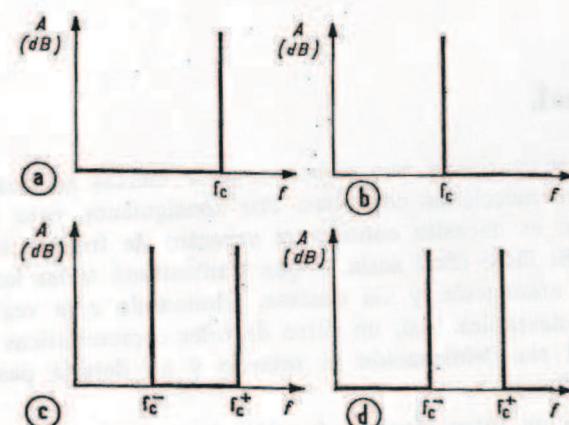


FIG. 2-2. Curvas de respuesta de diversos filtros ideales: a) paso bajo; b) paso alto; c) paso de banda; d) recortador de banda.

Pueden definirse cuatro tipos de filtros, según la posición respectiva que ocupan las bandas de paso y de corte con relación a la frecuencia cero:

— Filtros de paso bajo, en los que la banda de paso se extiende desde la frecuencia cero hasta una frecuencia de corte f_c (fig. 2-2a).

— Filtros de paso alto, cuya banda de paso abarca desde una frecuencia de corte f_c hasta el infinito (fig. 2-2b).

— Filtros de paso de banda, en los que la banda de paso está situada entre las frecuencias de corte f_c^- y f_c^+ (fig. 2-2c).

— Filtros de corte de banda o recortadores de banda, en los que la banda atenuada está comprendida entre las frecuencias de corte f_c^- y f_c^+ (fig. 2-2d).

2. El filtro real.

2.1. IMPERFECCIONES DE UN FILTRO REAL.

La teoría de redes demuestra que en la práctica, con un número finito de componentes, no es posible realizar redes que presenten una curva de respuesta semejante a las representadas en las figuras 2-2 [8, 12]. Sólomente se puede llegar a una aproximación de éstas, conseguida en mayor o menor grado. Los circuitos realizables en la práctica presentan tres imperfecciones:

- la atenuación en la banda de paso no es nula;
- la atenuación en las bandas cortadas tiene un valor finito;
- la transición entre las bandas de paso y las cortadas no se realiza bruscamente, sino de forma progresiva.

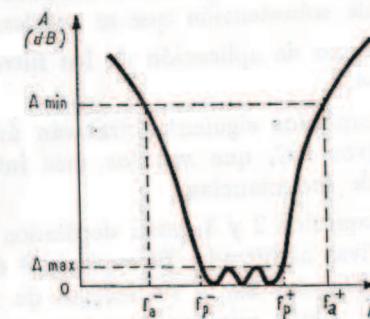


FIG. 2-3. Curva de respuesta de un filtro de paso de banda real.

En razón de estas consideraciones, la curva de respuesta de amplitud de un filtro real tendrá, por ejemplo, la forma representada en la figura 2-3, que corresponde a un filtro de paso de banda. Podemos observar en ella que la atenuación de la banda de paso, en lugar de ser nula, es inferior a un cierto valor máximo A_{\max} . Asimismo, la atenuación de las bandas cortadas, en lugar de ser infinita, es sencillamente superior a un

cierto valor mínimo A_{\min} . Además, podemos observar que entre la banda pasante y la atenuada existe otra de transición, cuyas frecuencias límites son f_a , que es la primera frecuencia atenuada, y f_p , que es la última frecuencia de paso.

2.2. PLANTILLA DE UN FILTRO REAL.

Cuanto más se aproxima el filtro real al ideal, más estrechas son las bandas de transición, menor es la atenuación A_{\max} y más elevada es la atenuación A_{\min} .

La teoría de redes y la experiencia demuestran que cuanto más se acerca un filtro real al ideal, mayor número de componentes se necesitan para su realización y, en consecuencia, resulta más caro. Por lo tanto, la primera etapa que debe considerarse en la realización de un filtro consiste en hallar un término medio entre unas características aceptables y un razonable número de componentes. Para lograr este objetivo se define una plantilla en cuyo interior debe situarse la curva de respuesta capaz de resolver el problema que nos ocupa. Las plantillas de los filtros

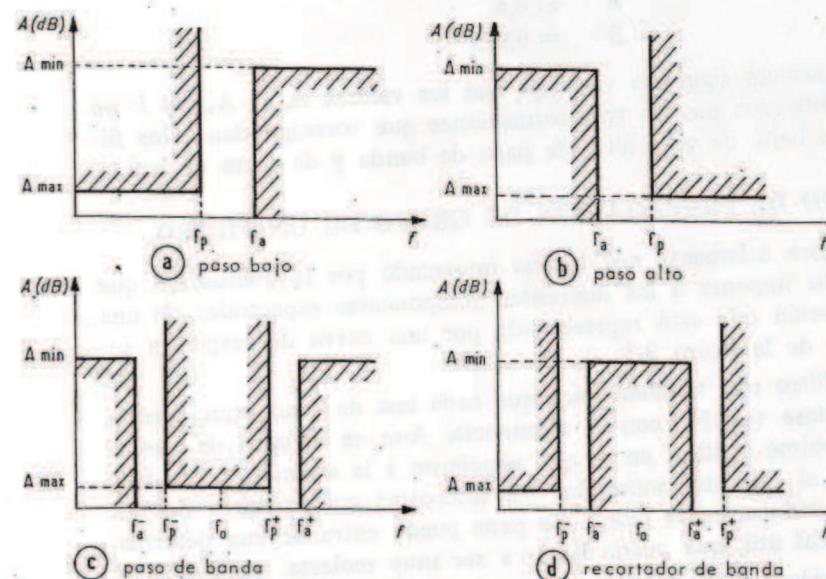


FIG. 2-4. Diversas plantillas de filtros reales: a) paso bajo; b) paso alto; c) paso de banda; d) recortador de banda.

de paso bajo, de paso alto, de paso de banda y de corte de banda tienen las formas representadas en la figura 2-4.

Por ejemplo, para recibir la emisora mencionada anteriormente será suficiente obtener una atenuación de 3 dB en la banda transmitida y una atenuación de más de 40 dB para las bandas suprimidas, en frecuencias superiores a 180 kHz e inferiores a 150 kHz. Estos valores están representados en la plantilla de la figura 2-5. Puede observarse que las frecuencias límites de la banda de paso tienen la notación f_p^+ y f_p^- , y las de la banda atenuada tienen la notación f_a^+ y f_a^- .

2.3. VALORES CARACTERISTICOS DE LA PLANTILLA DE UN FILTRO.

Examinando la figura 2-4 resulta fácil darse cuenta de que la plantilla de un filtro de paso bajo (o de paso alto) queda completamente definida conociendo los cuatro valores A_{\max} , A_{\min} , f_a y f_p .

También existe otro valor característico en la plantilla de un filtro de paso bajo (o de paso alto): la selectividad $k = f_p/f_a$ (o $k = f_a/f_p$), la cual expresa la inclinación de la pendiente de la banda de transición. Cuanto más se aproxime un filtro al ideal, más cerca de la unidad estará su selectividad. Por lo tanto, este valor es muy importante, ya que permite expresar el grado de perfección de un filtro.

En los filtros de paso de banda y de corte de banda el número de valores característicos o parámetros es mayor, ya que existen cuatro frecuencias límites f_p^+ , f_p^- , f_a^+ y f_a^- y dos atenuaciones A_{\max} y A_{\min} .

Sin embargo, en la práctica no es frecuente que las plantillas de los filtros de paso de banda y de corte de banda se alejen demasiado de la simetría geométrica que expresa la relación:

$$f_a^+ \cdot f_a^- = f_p^+ \cdot f_p^- = f_0^2$$

siendo f_0 la frecuencia central del filtro.

Como los filtros simétricos son mucho más fáciles de estudiar y de realizar, únicamente describiremos éstos en los capítulos siguientes.

Lo mismo que en los filtros de paso bajo, la pendiente de las bandas de transición de un filtro de paso de banda se expresa por la selectividad k (fig. 2-6).

$$k = \frac{f_p^+ - f_p^-}{f_a^+ - f_a^-} = \frac{\Delta f_p}{\Delta f_a} \quad (2.1)$$

SOLUCION PRACTICA PARA EL PROBLEMA DEL FILTRADO

Cuanto más se aproxime la selectividad a la unidad, más se acerca al ideal el filtro real.

Otro valor característico de un filtro de paso de banda simétrico es la anchura de banda relativa B (fig. 2-6):

$$B = \frac{f_p^+ - f_p^-}{f_0} = \frac{\Delta f_p}{f_0} \quad (2.2)$$

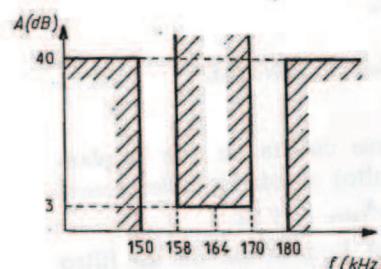


FIG. 2-5. Plantilla correspondiente a un filtro para la recepción de una emisora de modulación de amplitud.

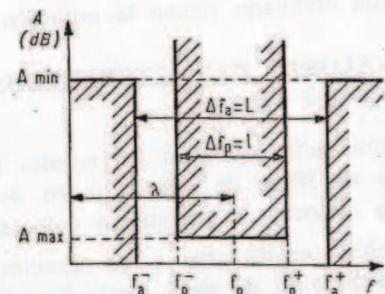


FIG. 2-6. El ancho de banda relativo de un filtro de paso de banda es la relación $\frac{l}{\lambda} = \frac{\Delta f_p}{\Delta f_0}$. La selectividad k es la relación $k = \frac{l}{L} = \frac{\Delta f_p}{\Delta f_a}$.

Con valores pequeños de B (por ejemplo, menores que 0,1), el filtro se llama de banda estrecha. Con valores de B mayores (por ejemplo, $> 0,5$), se llama de banda ancha.

Las expresiones de la selectividad y de la anchura de banda relativa de un filtro de corte de banda, son:

$$k = \frac{f_a^+ - f_a^-}{f_p^+ - f_p^-} = \frac{\Delta f_a}{\Delta f_p} \quad (2.3)$$

y

$$B = \frac{f_a^+ - f_a^-}{f_0} = \frac{\Delta f_a}{f_0} \quad (2.4)$$

En resumen, podemos decir que:

— La plantilla de un filtro de paso bajo o de paso alto queda totalmente definida mediante el conocimiento de cuatro parámetros. Los más

EL FILTRO REAL

frecuentemente utilizados son las atenuaciones A_{\max} y A_{\min} , la frecuencia de corte f_p y la selectividad k ;

— La plantilla de un filtro de paso de banda o de corte de banda simétrico queda totalmente definida mediante el conocimiento de cinco parámetros. Los más frecuentemente utilizados son las atenuaciones A_{\max} y A_{\min} , la frecuencia central f_0 , la selectividad k y la anchura de banda relativa B .

Estas cuatro o cinco magnitudes características son la interpretación práctica del problema de filtrado y servirán de base para la determinación de la red de filtro que deberá emplearse.

Por ejemplo, el filtro de recepción cuya plantilla está representada en la figura 2-5 tiene por valores característicos:

$$\begin{aligned} A_{\max} &= 3 \text{ dB} \\ A_{\min} &= 40 \text{ dB} \\ f_0 &= 164 \text{ kHz} \\ k &= 0,4 \\ B &= 0,073 \end{aligned}$$

En el apartado siguiente veremos que los valores A_{\max} , A_{\min} y k no quedan modificados por las transformaciones que correspondan a los filtros de paso bajo, de paso alto, de paso de banda y de corte de banda.

2.4. TIEMPO DE PROPAGACION DE GRUPO DE UN FILTRO.

Hasta ahora solamente nos hemos interesado por la atenuación que un filtro debe imponer a las diferentes componentes espectrales de una señal, atenuación que está representada por una curva de respuesta semejante a la de la figura 2-3.

Pero un filtro real también hace que cada una de estas componentes sufra un desfase variable con la frecuencia. Aun en el caso de que el filtro se aproxime al ideal en lo que concierne a la atenuación, el desigual desfase al que son sometidas las diferentes componentes del espectro comprendidas en la banda de paso puede entrañar una deformación de la señal útil, que puede llegar a ser muy molesta.

Una red eléctrica transmite una señal sin deformación si ésta sufre un retardo constante $\tau \geq 0$. Para una componente de la señal cuya pulsación sea ω , este retardo se traduce en un desfase: $\varphi = \omega\tau$, o sea,

$$\frac{\varphi}{\omega} = \tau = \text{cte.}$$

SOLUCION PRACTICA PARA EL PROBLEMA DEL FILTRADO

En un filtro de paso de banda esta condición es menos restrictiva, pues es: $\varphi = \omega\tau + k$.

En general, para que un filtro transmita una señal sin deformación es suficiente que en toda la banda de paso se cumpla la relación:

$$\frac{d\varphi}{d\omega} = \text{cte.} \quad (2.5)$$

La magnitud τ se llama tiempo de propagación de grupo. La regularidad de este tiempo de propagación de grupo de un filtro a lo largo de la banda de paso refleja su aptitud para transmitir señales transitorias sin deformación. Así, un filtro ideal tiene un tiempo de propagación de grupo constante en toda la banda de paso (fig. 2-7).

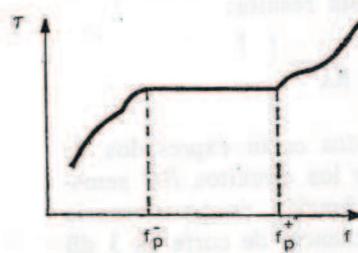


FIG. 2-7. Tiempo de propagación de grupo de un filtro de paso de banda ideal.

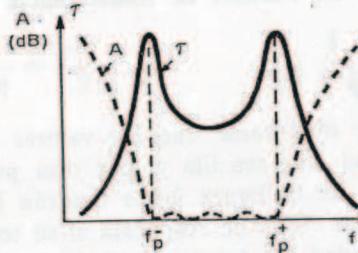


FIG. 2-8. Curvas de respuesta de amplitud y de tiempo de propagación de grupo correspondientes a un filtro de paso de banda real, de corte abrupto.

Desafortunadamente no se conoce la forma de concebir de modo sencillo un filtro que se acerque al ideal en lo que concierne a la atenuación y que presente, a la vez, un tiempo regular de propagación de grupo. El filtro real, o bien tiene una buena respuesta de amplitud pero una mala regularidad del tiempo de propagación de grupo (fig. 2-8), o bien presenta un tiempo de propagación de grupo regular pero su curva de respuesta de amplitud se aleja mucho de la del filtro ideal (fig. 2-9).

Este resultado es una consecuencia de las ecuaciones de Bayard-Bode, que relacionan la curva de respuesta de amplitud y la respuesta de fase de una red eléctrica [9-12].

Por eso en la práctica suele realizarse un filtro considerando solamente la plantilla de atenuación y adaptándose a la irregularidad de su tiempo de propagación de grupo.

FILTRO PROTOTIPO

Por el contrario, si la respuesta transitoria del filtro es primordial, se realizará un filtro que presente una buena regularidad del tiempo de propagación de grupo, adaptándose a su respuesta de amplitud.

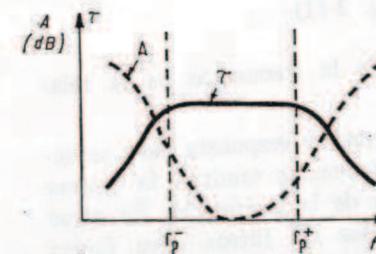


FIG. 2-9. Curvas de respuesta de amplitud y de tiempo de propagación de grupo correspondientes a un filtro de paso de banda concebido para obtener una buena regularidad en el tiempo de propagación de grupo.

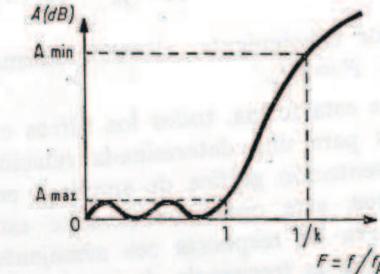


FIG. 2-10. Curva de respuesta correspondiente a un filtro de paso bajo expresada en función de la frecuencia normalizada.

3. Filtro prototípico.

Hemos visto que para definir la plantilla dentro de la cual se pueda inscribir la curva de respuesta del filtro a realizar se precisa el conocimiento previo del problema que hay que resolver.

En este sentido intervienen dos simplificaciones utilizadas universalmente, las cuales permiten trasponer la realización de cualquier filtro a la simple construcción de un filtro de paso bajo de frecuencia de corte unidad, llamado filtro prototípico. Estas simplificaciones consisten en la normalización de las unidades de frecuencia y de impedancia y en la transposición de la frecuencia.

3.1. NORMALIZACION DE LAS UNIDADES.

3.1.1. Normalización de la unidad de frecuencia.

Esta operación consiste en tomar como unidad una frecuencia particular f_u en lugar del hercio.

En el caso de los filtros de paso bajo y de paso alto esta frecuencia f_u será la última de la banda de paso: $f_u = f_p$ (fig. 2-10) y en los filtros

SOLUCION PRACTICA PARA EL PROBLEMA DEL FILTRADO

de paso de banda y de corte de banda la frecuencia f_u será igual a la central f_0 , de forma que:

$$f_u = f_0 = \sqrt{f_p^+ \cdot f_p^-} \quad (\text{fig. 2-11}).$$

Por consiguiente, el valor normalizado de la frecuencia es la relación: $F = f/f_u$.

De esta forma, todos los filtros cuyas curvas de respuesta sean semejantes para una determinada relación de frecuencias tendrán la misma representación gráfica de amplitud en función de la frecuencia. En otras palabras, esta operación permite estudiar todos los filtros cuya forma de curva de respuesta sea semejante, con independencia del valor absoluto de la frecuencia de corte en cada caso.

En los gráficos cuya variable es la frecuencia se llevará en abscisas la magnitud $\frac{f}{f_u} = F$, cuya pulsación es $\Omega = \frac{2\pi}{F}$. Las funciones de transferencia normalizadas son idénticas para todos los filtros.

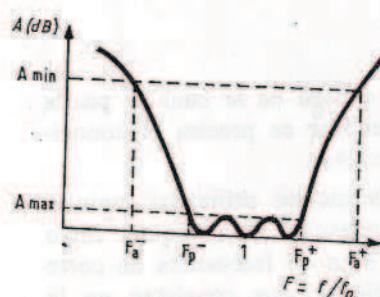


FIG. 2-11. Curva de respuesta correspondiente a un filtro de paso de banda expresada en función de la frecuencia normalizada.

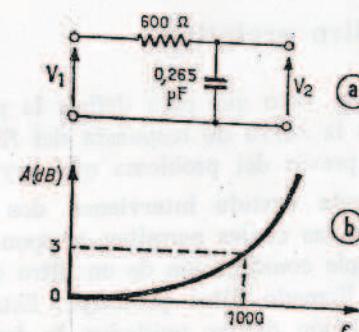


FIG. 2-12. Curva de respuesta (b) de un circuito RC (a).

3.1.2. Normalización de la unidad de impedancia.

Lo mismo que en el caso anterior, se toma como unidad de impedancia un valor particular R_0 , que será generalmente la resistencia de carga del filtro a la resistencia interna del generador.

FILTRO PROTOTIPO

Por ejemplo, un filtro formado por una célula RC , con $R = 600 \Omega$ y $C = 0,265 \mu F$ (fig. 2-12a), tendrá la curva de respuesta representada en la figura 2-12b. La función de transferencia será:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{1 + pRC} \quad \frac{V_2}{V_1} = \frac{RCp}{1 + RCp} = \frac{1,59 \cdot 10^{-6}p}{1 + 1,59 \cdot 10^{-6}p}$$

Tomando como unidad de frecuencia la de corte en 3 dB, o sea:

$f_u = \frac{1}{2\pi RC} = 1000 \text{ Hz}$ y como unidad de impedancia $R_0 = 600 \Omega$, se obtiene el circuito de la figura 2-13a y la curva de respuesta de la figura 2-13b. La función de transferencia normalizada resulta:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{p}{p + 1} \quad \text{fig. 2-13b}$$

Puede observarse que los valores normalizados están expresados de una forma más sencilla y, por otra parte, todos los circuitos RC semejantes al de la figura 2-12a tendrán la misma función de transferencia y la misma curva de respuesta si se toma la frecuencia de corte en 3 dB como unidad de frecuencia y la resistencia R como unidad de impedancia.

La simplificación a que da lugar el empleo de unidades normalizadas se traduce en la supresión de uno de los parámetros que definen la plantilla correspondiente a un determinado problema. En efecto, en un filtro

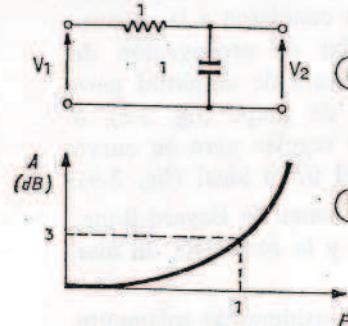


FIG. 2-13. Curva de respuesta (b) de un circuito RC (a) expresado en unidades normalizadas.

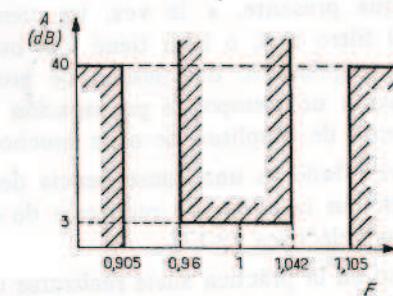


FIG. 2-14. Plantilla correspondiente al filtro de paso de banda de la figura 2-5 expresada en unidades normalizadas.

de paso bajo normalizado f_p es igual a la unidad y la plantilla depende solamente de los tres parámetros A_{\max} , A_{\min} y k (fig. 2-10).

Asimismo, en un filtro de paso de banda normalizado, $f_0 = 1$ y la plantilla sólo depende de los cuatro parámetros A_{\max} , A_{\min} , k y B . El filtro de recepción cuya plantilla estaba representada en la figura 2-5 tendrá, pues, una plantilla normalizada como la representada en la figura 2-14.

Hay que hacer notar que el empleo de unidades normalizadas no supone una modificación de los valores de las magnitudes características de una plantilla, salvo en el caso de las frecuencias.

3.2. TRANSPOSICION DE LA FRECUENCIA.

Aunque se utilicen unidades normalizadas, en el estudio del filtrado la variedad de casos a considerar es muy amplia. Por esta razón se acostumbra estudiar solamente los filtros de paso bajo, convirtiendo la realización de los de paso alto, de paso de banda y de corte de banda en la de uno de paso bajo normalizado, llamado filtro *prototipo*.

Este resultado se consigue mediante una transformación clásica en la variable de frecuencia, de la forma que recordaremos brevemente a continuación.

3.2.1. Trasposición paso bajo-paso alto.

Para realizar la transformación de un filtro de paso bajo en otro de paso alto (y a la inversa), se realiza con la variable compleja normalizada $p = j\omega$ la transformación definida por la siguiente relación:

$$p \Leftrightarrow \frac{1}{p} \quad (2.6)$$

Esta transformación se aplica simultáneamente a las plantillas, a las funciones de transferencia y a los elementos constitutivos de la red de filtrado.

Transformación de la plantilla.

La plantilla de un filtro de paso bajo se transforma en la correspondiente a uno de paso alto sin que sufra alteración alguna el valor de las tres magnitudes características k , A_{\max} y A_{\min} (fig. 2-15). La banda de paso del filtro de paso bajo se convierte en banda atenuada del de paso alto, y viceversa, permaneciendo sin cambio la frecuencia de corte.

Transformación de la función de transferencia.

Si un filtro de paso bajo, cuya respuesta de amplitud puede inscribirse en el interior de la plantilla representada en la figura 2-15a, tiene una función de transferencia de valor $F(p)$, sustituyendo p por $1/p$ en $F(p)$ podremos obtener la función de transferencia de un filtro de paso alto cuya respuesta de amplitud podrá inscribirse en la plantilla transformada representada en la figura 2-15b.

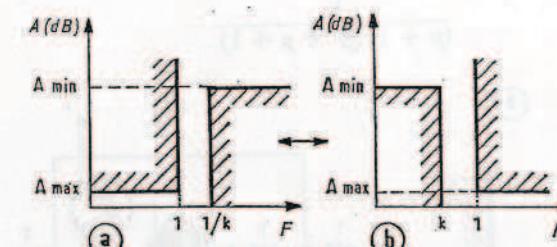


FIG. 2-15. Transformación de la plantilla de un filtro de paso bajo
(a) en la plantilla de un filtro de paso alto (b).

Transformación de los elementos.

Si el filtro de paso bajo considerado está constituido por elementos activos y pasivos, podemos obtener el correspondiente filtro de paso alto transformado aplicando la transformación a los elementos cuya impedancia depende de la frecuencia. Por eso no resultan alterados las resistencias ni los elementos activos.

Una capacidad C de impedancia $1/Cp$ se transformará en una impedancia de valor p/C ; es decir, en una inductancia de valor $1/C$ (fig. 2-16). De la misma manera, una inductancia L de impedancia Lp se transformará en una impedancia L/p ; es decir, en una capacidad de valor $1/L$ (fig. 2-16).

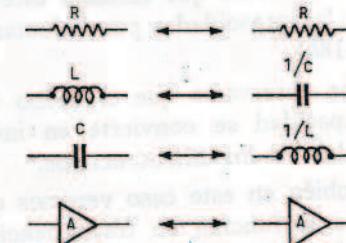


FIG. 2-16. Transformación que hay que realizar en los elementos de un filtro de paso bajo para obtener uno de paso alto.

SOLUCION PRACTICA PARA EL PROBLEMA DEL FILTRADO

A continuación ilustraremos esta transformación de elementos mediante un ejemplo sencillo.

Consideremos un filtro de paso bajo normalizado, definido por la plantilla representada en la figura 2-17a. Este filtro está realizado mediante una red activa como la representada en la figura 2-17b y tiene una función de transferencia de valor:

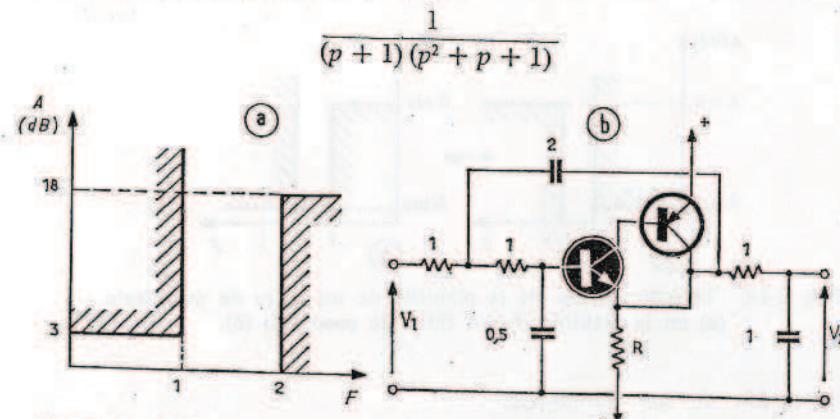


FIG. 2-17. Filtro activo de paso bajo (b) que responde a la plantilla (a).

Efectuado el cambio de p por $1/p$, la plantilla y la curva de respuesta del filtro de paso bajo se transforman en una plantilla y una curva de respuesta de paso alto (fig. 2-18a).

La función de transferencia correspondiente al filtro de paso alto será:

$$\frac{p^3}{(p+1)(p^2+p+1)}$$

La red activa que formará este filtro de paso alto se obtendrá cambiando las capacidades por inductancias de valores normalizados inversos (fig. 2-18b).

Debe observarse que el hecho de transformar p en $1/p$ entraña que una capacidad se convierte en inductancia, elemento éste que resulta indeseable en los filtros activos.

También en este caso veremos que la transformación se aplica únicamente a la función de transferencia, realizándose el filtro totalmente a partir de dicha transformación.

FILTRO PROTOTIPO

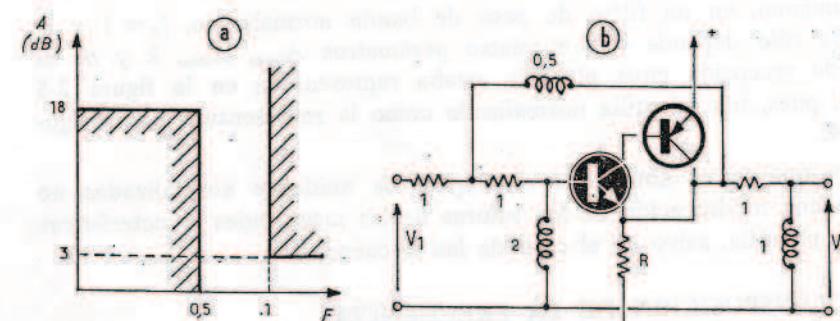


FIG. 2-18. Filtro activo (b) y plantilla (a) de paso alto obtenidos mediante la transformación $p \leftrightarrow \frac{1}{B}$ del filtro de la figura 2-17.

3.2.2. Trasposición paso bajo-paso de banda.

Para transformar un filtro de paso bajo en otro de paso de banda (y a la inversa), la frecuencia compleja normalizada $p = j\omega$ debe sufrir la transformación definida por la siguiente relación:

$$p \leftrightarrow \frac{1}{B} \left(p + \frac{1}{p} \right) \quad (2.7)$$

siendo B el ancho de banda relativo:

$$B = \frac{\Delta f_p}{f_0}$$

Puede observarse que a cada frecuencia del filtro prototipo de paso bajo le corresponden dos frecuencias del de paso de banda cuyo producto es igual a la unidad. (Recordemos que, en unidades normalizadas, la frecuencia unidad de un filtro de paso de banda es la frecuencia central f_0 .) Por consiguiente, esta relación efectúa la correspondencia entre un filtro de paso bajo y uno de paso de banda simétrico. Por esta razón se construyen, siempre que es posible, los filtros de paso de banda de forma que sean simétricos.

De igual forma que en la transformación paso bajo-paso alto, la relación (2.7) se aplica tanto a las plantillas como a las funciones de transferencia, o directamente a los elementos que constituyen el filtro.

Transformación de la plantilla.

La plantilla de un filtro de paso bajo se transforma en la correspondiente a uno de paso de banda como se indica en la figura 2-19.

La frecuencia unidad normalizada del filtro de paso de banda, es decir, la frecuencia central $f_0 = 1$, corresponde a la frecuencia nula del filtro de paso bajo $p = j\omega = 0$. La frecuencia de corte f_p se transforma en dos frecuencias f_p^+ y f_p^- geométricamente simétricas. Lo mismo sucede con la primera frecuencia atenuada f_a , la cual se transforma en dos frecuencias f_a^+ y f_a^- .

Por consiguiente, tenemos en valores normalizados la siguiente relación:

$$f_a^+ \cdot f_a^- = f_p^+ \cdot f_p^- = f_0^2 = 1 \quad (2.8)$$

La expresión (2.8) entraña una molestia o inconveniente para la realización de filtros de paso de banda obtenidos mediante transformación.

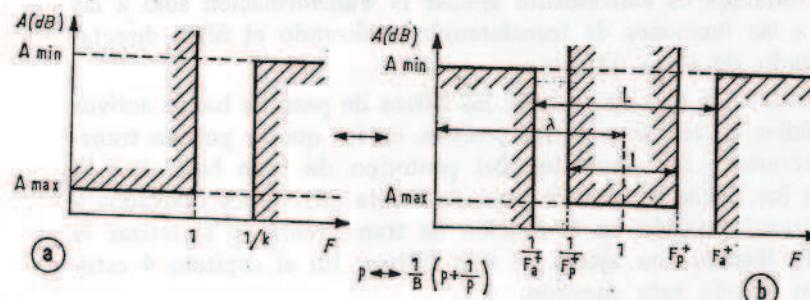


FIG. 2-19. Transformación de una plantilla de paso bajo (a) en otra de paso de banda (b) con un ancho de banda relativo de $B = \frac{l}{\lambda}$.

No obstante, esta molestia suele ser poco importante, comparada con la considerable simplificación que aporta esta manera de proceder. Sólo en algunos filtros muy particulares, tales como los utilizados en los receptores de banda lateral única, se precisan flancos muy asimétricos, caso en el cual se utiliza otro tipo de transformación, más compleja, que no describiremos en esta obra. El lector que se halle interesado en esta cuestión puede consultar el libro [1] del índice bibliográfico.

Lo mismo que en la transformación paso bajo-paso alto, las atenuaciones A_{\max} y A_{\min} no resultan alteradas. Vamos a demostrar que sucede

lo mismo con la selectividad k . En efecto, la inversión de la relación (2.7) demuestra que a cada frecuencia f del filtro de paso bajo le corresponden dos frecuencias dadas por la expresión:

$$f \Leftrightarrow \sqrt{1 + \frac{B^2 f^2}{4}} \pm \frac{f}{2} \quad (2.9)$$

Entonces, la selectividad k' del filtro de paso de banda, definida por la relación (2.1), resulta:

$$k' = \frac{f_p^+ - f_p^-}{f_a^+ - f_a^-} = \frac{B f_p}{B f_a} = \frac{f_p}{f_a} = k$$

Por lo tanto, esta transformación es muy sencilla, ya que hace corresponder a todo filtro de paso de banda simétrico un prototípico de paso bajo que tiene la misma selectividad k e iguales atenuaciones A_{\max} y A_{\min} (fig. 2-19).

El parámetro de la transformación es el ancho de banda relativo del filtro de paso de banda:

$$B = \frac{\Delta f_p}{f_0}$$

Transformación de la función de transferencia.

Si un filtro de paso bajo, cuya respuesta de amplitud puede inscribirse en el interior de la plantilla representada en la figura 2-19a, posee una función de transferencia $F(p)$, sustituyendo en ésta p por la expresión:

$$\frac{1}{B} \left(p + \frac{1}{p} \right)$$

se obtendrá la función de transferencia de un filtro de paso de banda de ancho de banda relativo B , cuya respuesta de amplitud podrá inscribirse en la plantilla transformada de la figura 2-19b. Pero esta transformación exige a menudo cálculos bastante complejos, puesto que duplica el grado de la función de transferencia original. La forma más sencilla de realizar la transformación consiste en hallar los polos y los ceros de $F(p)$ y aplicarles la transformación definida por la expresión (2.7). La nueva función de transferencia se obtiene entonces factorizando los polos y los ceros transformados.

SOLUCION PRACTICA PARA EL PROBLEMA DEL FILTRADO

Transformación de los elementos.

Si el filtro de paso bajo cuya curva de respuesta está inscrita en la plantilla representada en la figura 2-19a se ha realizado con ayuda de una red que contiene elementos activos o pasivos, puede obtenerse el correspondiente filtro de paso de banda efectuando la transformación definida en la expresión (2.8) en los elementos cuya impedancia depende de la frecuencia.

En esta transformación las resistencias y los elementos activos permanecerán sin cambio alguno. Una capacidad de impedancia $1/Cp$ se transformará en una impedancia de valor:

$$\frac{1}{B} \left(p + \frac{1}{p} \right)$$

es decir, en una capacidad de valor $C' = C/B$, en paralelo con una inductancia de valor $L' = B/C$. Una inductancia de impedancia Lp quedará transformada en una impedancia de valor:

$$\frac{L}{B} \left(p + \frac{1}{p} \right)$$

es decir, en una inductancia de valor L/B , en serie con una capacidad de valor B/L (fig. 2-20).

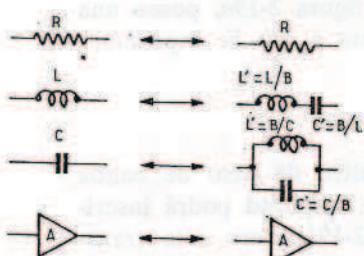


FIG. 2-20. Transformación que hay que realizar en los elementos de un filtro de paso bajo para obtener uno de paso de banda de iguales parámetros característicos y de ancho de banda relativo igual a B .

De esta forma, el filtro de paso bajo de la figura 2-17, cuya función de transferencia de Butterworth de orden 3 es:

$$F(p) = \frac{1}{(p+1)(p^2+p+1)}$$

FILTRO PROTOTIPO

quedará transformado en otro de paso de banda cuya función de transferencia será:

$$F(p) = \frac{B^3 p^3}{(p^2 + Bp + 1) \left[p^4 + Bp^3 + \left(2 + \frac{1}{B^2} \right) p^2 + Bp + 1 \right]}$$

La red activa que constituirá el filtro de paso de banda se obtiene transformando las capacidades en circuitos resonantes paralelo, permaneciendo sin cambio las resistencias y los elementos activos. En este caso también puede observarse que al aplicar directamente esta transformación a los elementos se provoca la aparición de inductancias, las cuales son indeseables en la realización de los filtros activos. Por lo tanto, en esta ocasión también es conveniente aplicar la transformación sólo a las plantillas y a las funciones de transferencia, realizando el filtro directamente partiendo de estas últimas.

En razón de estas consideraciones, los filtros de paso de banda activos son más difíciles de realizar que los pasivos, en los que se pueden transformar directamente los elementos del prototipo de paso bajo. Por el contrario, en los filtros activos de paso de banda nos vemos obligados a efectuar la transformación en la función de transferencia y sintetizar la red activa de filtrado con ayuda de esta última. En el capítulo 4 estudiaremos con detalle esta cuestión.

3.2.3. Trasposición paso bajo-recortador de banda.

Esta trasposición es, de hecho, análoga a la anterior. Además, los filtros recortadores de banda se utilizan mucho más raramente que los de paso de banda. Por ello mencionaremos brevemente los resultados de esta trasposición.

La transformación paso bajo-recortador de banda queda definida mediante la relación:

$$p \Leftrightarrow \frac{1}{B} \left(p + \frac{1}{p} \right) \quad (2.10)$$

siendo B el ancho de banda relativo del filtro recortador de banda en cuestión:

$$B = \frac{\Delta f_a}{f_0}$$

SOLUCION PRACTICA PARA EL PROBLEMA DEL FILTRADO

La plantilla de un filtro de paso bajo se transforma en la de un recortador de banda (fig. 2-21), transformando la frecuencia cero del de paso bajo en frecuencia central del recortador de banda; de tal manera que a cualquier frecuencia del de paso bajo le corresponden dos del recortador de banda geométricamente simétricas con relación a la frecuencia central f_0 . En este caso particular se obtiene la siguiente relación, expresada en valores normalizados:

$$f_a^+ \cdot f_a^- = f_p^+ \cdot f_p^- = f_0^2 = 1 \quad (2.11)$$

De igual forma que en las dos transformaciones anteriores, las atenuaciones A_{\max} y A_{\min} y la selectividad k permanecen sin cambio.

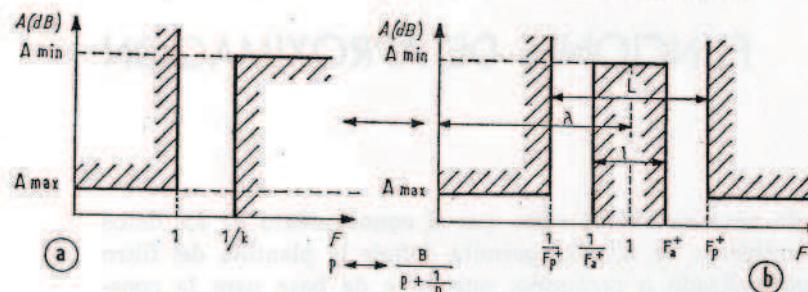


FIG. 2-21. Transformación de una plantilla de paso bajo (a) en otra de filtro recortador de banda (b) de ancho de banda relativo $B = \frac{l}{\lambda}$

Sustituyendo p en $F(p)$ por la expresión:

$$\frac{1}{B} \left(p + \frac{1}{p} \right)$$

se puede pasar de la función de transferencia de un filtro de paso bajo a la del filtro recortador de banda correspondiente. También en este caso los cálculos indispensables que hay que realizar con los filtros activos pueden llegar a ser bastante complicados.

En el caso de que sea conocido el esquema del proyecto del filtro prototípico de paso bajo, se puede obtener el correspondiente esquema del recortador de banda aplicando la relación (2.10) a los elementos dependientes de la frecuencia.

SOLUCION PRACTICA PARA LOS PROBLEMAS DE FILTRADO

De esta forma, los elementos activos y las resistencias permanecen sin cambio, mientras que las capacidades se transforman en circuitos resonantes paralelo (fig. 2-22).

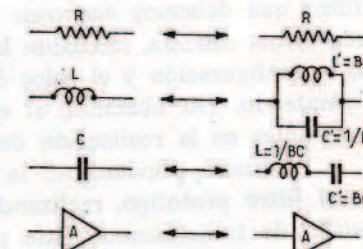


FIG. 2-22. Transformación de los elementos de un filtro de paso bajo para obtener un filtro recortador de banda de iguales parámetros característicos y de un ancho de banda relativo igual a B .

4. Solución práctica de un problema de filtrado.

Como consecuencia de lo dicho, el método práctico que permite realizar un filtro que responda a unas características determinadas quedará definido de la siguiente manera:

— Los datos físicos del problema permitirán determinar la naturaleza del filtro a emplear (paso bajo, paso alto, etc.) y definirán la forma de la plantilla en cuyo interior deberá quedar situada la curva de respuesta de amplitud. Esta plantilla será un término medio entre unas características satisfactorias y un precio de coste aceptable.

— La plantilla en cuestión, que delimita las bandas de paso y las atenuadas, quedará totalmente determinada una vez conocidos los siguientes valores característicos:

A_{\max} : Atenuación máxima tolerada en la banda de paso.

A_{\min} : Atenuación mínima exigida para las bandas eliminadas.

k : Selectividad del filtro, que determina la pendiente de corte.

B : Anchura de banda relativa en los casos de filtros de paso de banda y recortadores de banda.

f_p o f_0 : Frecuencia de corte de un filtro de paso bajo o de paso alto; o bien frecuencia central de un filtro de paso de banda o recortador de banda.

— Los tres parámetros A_{\max} , A_{\min} y k permitirán determinar la función de transferencia, la configuración y el valor de los elementos del

SOLUCION PRACTICA PARA EL PROBLEMA DEL FILTRADO

filtro prototipo, es decir, del de paso bajo normalizado correspondiente a la plantilla elegida inicialmente. En los capítulos 3 y 4 se verá la forma de llegar a este resultado.

— Si el filtro que debemos construir no es de paso bajo, podremos obtener de una forma sencilla, mediante la trasposición de los elementos del prototipo, la configuración y el valor de los elementos que respondan al problema planteado. No obstante, si esta trasposición hace aparecer elementos indeseables en la realización de filtros activos, tales como las inductancias, se efectuará, previamente la trasposición de la función de transferencia del filtro prototipo, realizando directamente el filtro a partir de su función de transferencia. Este procedimiento se explicará con detalle en el capítulo 4.

La última operación que deberá efectuarse será la conversión de las unidades normalizadas en valores reales, lo que permitirá obtener los valores de los elementos en unidades clásicas: ohmios, faradios y henrios.

capítulo 3

FUNCIONES DE APROXIMACION

En el capítulo anterior hemos visto que el conocimiento de los datos relativos a un problema de filtrado permite definir la plantilla del filtro de paso bajo normalizado o prototipo, que sirve de base para la construcción del filtro deseado.

En este capítulo demostraremos que para realizar un filtro prototipo de paso bajo partiendo de su plantilla se necesita la ayuda de ciertas funciones matemáticas, llamadas funciones de aproximación, las cuales nos permitirán hallar la función de transferencia del filtro a construir, determinando en consecuencia, la estructura y el valor de sus elementos.

Examinaremos seguidamente con detalle las principales funciones de aproximación que se utilizan.

1. Etapas en la realización de un filtro: aproximación y síntesis.

La realización de cualquier filtro se reduce a la de un filtro de paso bajo normalizado, llamado filtro prototipo. Por su parte, el filtro prototipo puede estar totalmente definido por su plantilla o, lo que es lo mismo, por sus tres magnitudes características A_{\max} , A_{\min} y k (fig. 3-1).

Por lo tanto, el problema a resolver estriba en el diseño de una red cuya curva de respuesta pueda inscribirse en el interior de la plantilla establecida.

Este diseño constará de dos etapas:

1. Determinación de la función de transferencia de una red que se aproxime lo más posible a la solución ideal. Esta primera etapa es la de aproximación.

2. Determinación de la estructura y cálculo del valor de los elementos que constituyen la red de filtrado. Esta segunda etapa, o de síntesis, será estudiada con detalle en el capítulo 4.

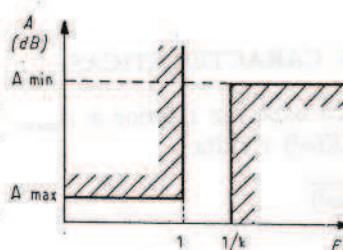


FIG. 3-1. Una plantilla de paso bajo queda definida por los tres parámetros A_{\max} , A_{\min} y k .

2. El problema de la aproximación.

Para determinar la función de transferencia de un filtro cuya curva de respuesta quede inscrita en una plantilla determinada, se buscará, como primer paso, una función matemática $A(\omega)$ que exprese el amortiguamiento en función de la frecuencia y cuyo gráfico pueda inscribirse en el interior de la plantilla; es decir, una función que constituye una aproximación conveniente a la curva de respuesta ideal. $A(\omega)$ es la función de aproximación.

Por identificación, el conocimiento de $A(\omega)$ nos permitirá encontrar la función de transferencia del filtro deseado.

No obstante, para que la solución hallada nos lleve a la realización de una red físicamente posible y que responda a la plantilla exigida, la función $A(\omega)$ debe satisfacer un cierto número de condiciones, las cuales imponen una forma particular a dicha función.

2.1. CONDICIONAMIENTOS IMPUESTOS POR LA ESTRUCTURA DEL FILTRO.

El filtro que deseamos realizar está compuesto, como es natural de elementos lineales, localizados e invariables en el tiempo, tales como

resistencias, condensadores y amplificadores. De ello resulta que su función de transferencia podrá expresarse mediante una fracción racional de la variable compleja $p = j\omega$:

$$P(p) = \frac{P(p)}{E(p)} \quad (3.1)$$

expresión en la que $P(p)$ es un polinomio par.

Además, este filtro ha de ser estable, es decir, no debe aparecer ninguna señal en la salida cuando no exista en la entrada. Esto significa que $E(p)$ es un polinomio de Hurwitz; o sea, que todas sus raíces tienen la parte real negativa. Esto quiere decir, a su vez, que el grado de $P(p)$ es, como máximo, igual al de $E(p)$.

Estas consideraciones, que son objeto de rigurosas demostraciones [8, 9, 11, 13], imponen una forma de expresión particular para la atenuación en función de la frecuencia.

En efecto, expresado en unidades lineales, tenemos que:

$$\frac{1}{[A(\omega)]^2} = \left| \frac{V_2}{V_1} \right|^2 = F(p) F(-p) \Big|_{p=j\omega} = f(\omega^2) \quad (3.2)$$

y también, considerando la función de transmisión:

$$H(p) = \frac{1}{F(p)}$$

es decir, la inversa de la función de transferencia, tenemos:

$$[A(\omega)]^2 = \left| \frac{V_2}{V_1} \right|^2 = H(p) H(-p) = \frac{E(p) E(-p)}{[P(p^2)]^2} = h(\omega^2) \quad (3.3)$$

Las expresiones (3.2) y (3.3), cuya demostración se da en el anexo, denotan que la función de aproximación, al cuadrado, es:

- una fracción racional,
- una función del cuadrado de la frecuencia,
- de grado $2n$ en ω si $H(p)$ es de grado n en p . Por ejemplo, la función $[A(\omega)]^2 = 1 + \omega^6$ responde a estos criterios, ya que:

$$H(p) = (p + 1)(p^2 + p + 1)$$

$$H(p) H(-p) = (p + 1)(1 - p)(p^2 + p + 1)(p^2 - p + 1) = \\ = 1 - p^6|_{p=1\omega} = 1 + \omega^6$$

2.2. CONDICIONAMIENTOS IMPUESTOS POR LA PLANTILLA.

Para que el gráfico de la función $A(\omega)$ pueda inscribirse en el interior de la plantilla de paso bajo, la amplitud de $A(\omega)$ debe presentar una forma particular:

- Con valores de frecuencia $f < f_p$, el valor $A(\omega) = \left| \frac{V_2}{V_1} \right|$ debe ser cercano a la unidad, es decir, la atenuación debe ser pequeña en la banda de paso. Expresada en decibelios, la relación $A(\omega) = \left| \frac{V_2}{V_1} \right|$ debe ser cercana a cero.

- Con valores de frecuencia $f > f_a$, el valor $A(\omega) = \left| \frac{V_2}{V_1} \right|$ debe ser elevado, lo que quiere decir que la atenuación debe ser grande en la banda atenuada.

- Con valores de frecuencia comprendidos entre f_a y f_p , $A(\omega)$ debe aumentar rápidamente desde la unidad hasta un valor elevado. La función $A(\omega) = \sqrt{1 + \omega^6}$, por ejemplo, responde a este criterio. En efecto, para $\omega < 1$, $A(\omega) \approx 1$. En el momento en que $\omega > 1$, $A(\omega)$ aumenta muy rápidamente.

Vemos que en cualquier caso $A(\omega) \geq 1$; es decir, $|V_1| \geq |V_2|$.

(Si existe un amplificador de ganancia A_0 en el filtro, lo dicho anteriormente sólo tiene valor con una aproximación de un factor multiplicativo.) Por ello es preferible poner $A(\omega)$ en la forma siguiente:

$$A(\omega) = A_0 \sqrt{1 + K(\omega^2)} \quad (3.4)$$

$K(\omega^2)$ se llama función característica del filtro. Su estudio matemático resulta más sencillo, ya que $K(\omega^2)$ varía alrededor de 0 en la banda de paso. Por esta razón en el estudio teórico del filtrado se trata la función característica con preferencia a la función de aproximación $A(\omega)$.

$K(\omega^2)$ es también una fracción racional en ω^2 cuyo denominador es el mismo que el de $A(\omega^2)$:

$$K(\omega^2) = \frac{N(\omega^2)}{[P(\omega^2)]^2} \quad (3.5)$$

Por ejemplo, en el caso anterior, $K(\omega^2) = (\omega^2)^3 = \omega^6$.

Por otra parte, a estos condicionamientos expuestos hay que añadir una consideración de tipo económico. En este sentido, $A(\omega)$ debe ser del menor grado posible, pues cuando más alto sea el grado de $A(\omega)$, mayor será el orden de la función de transferencia $F(p)$ del correspondiente filtro y mayor será el número de componentes para su realización.

2.3. PROPIEDADES DE LAS FUNCIONES CARACTERISTICAS.

En la banda de paso, la atenuación del filtro debe ser inferior a A_{\max} . Si ésta se expresa en decibelios, el valor de $K(\omega^2)$ resulta:

$$\begin{aligned} A_{\max} &= 20 \log \sqrt{1 + K(\omega^2)} \\ K(\omega^2) &< 10^{\frac{A_{\max}}{10}} - 1 = \varepsilon^2 \end{aligned} \quad (3.6)$$

En la banda atenuada, la atenuación del filtro debe ser superior al valor A_{\min} . Si ésta se expresa en decibelios, el valor de $K(\omega^2)$ resulta:

$$\begin{aligned} A_{\min} &= 20 \log \sqrt{1 + K(\omega^2)} \\ K(\omega^2) &> 10^{\frac{A_{\min}}{10}} - 1 = L^2 \end{aligned} \quad (3.7)$$

En resumen, la función característica de un filtro de paso bajo debe satisfacer las siguientes condiciones:

- ser función par de la frecuencia, es decir, función de ω^2 ;
- ser fracción racional en ω^2 cuyo denominador sea un cuadrado;
- tener un valor pequeño, inferior a $\varepsilon = \sqrt{10^{\frac{A_{\max}}{10}} - 1}$ en la banda de paso;
- tener un valor elevado, superior a $L = \sqrt{10^{\frac{A_{\min}}{10}} - 1}$ en la banda atenuada;
- ser de grado lo menor posible.

Si la función de transferencia del filtro es de orden n , el grado de la función característica es de grado $2n$. Por ejemplo, $K(\omega^2) = (\omega^2)^n$ es una función característica satisfactoria.

3. Determinación de la función de transferencia de un filtro partiendo de su función característica.

Cuando se conoce la función característica de un filtro que responde a una determinada plantilla de paso bajo y satisface las condiciones que acabamos de establecer, existe una sola forma de determinar su función de transferencia.

En efecto, asociando las relaciones (3.3), (3.4) y (3.5), podemos escribir (suponiendo que $A_0 = 1$):

$$[A(\omega^2)]^2 = \frac{E(p) \cdot E(-p)}{[P(p^2)]^2} \Big|_{p=j\omega} = 1 + \frac{[P(\omega^2)]^2}{N(\omega^2)} = 1 + \frac{[P(p^2)]^2}{[N(p^2)]} \Big|_{p=j\omega}$$

de donde:

$$E(p) \cdot E(-p) = [P(p^2)]^2 + N(p^2) \quad (3.8)$$

La ecuación (3.8) es de grado $2n$ si n es el grado del numerador de la función de transferencia del filtro. Por consiguiente, el segundo miembro de esta ecuación tiene $2n$ raíces. En el plano complejo estas raíces están dispuestas siguiendo una doble simetría con relación a los ejes real e imaginario (fig. 3-2). En efecto, si p_0 es una raíz, también p_0^* lo es, ya que la expresión $E(p) \cdot E(-p)$ tiene coeficientes reales. Asimismo $-p_0$ es también una raíz, ya que la expresión es el producto de $E(p)$ por $E(-p)$.

Hemos visto que $E(p)$, que es el denominador de una función de transferencia, es un polinomio de Hurwitz; es decir, que todas sus raíces tienen la parte real negativa. Por consiguiente, podremos obtener $E(p)$ factorizando las n raíces de parte real negativa: p_1, p_2, \dots, p_n :

$$E(p) = (p - p_1)(p - p_2) \dots (p - p_n) \quad (3.9)$$

En resumen, para obtener la función de transferencia $\frac{P(p)}{E(p)}$ de un filtro de orden n , del cual se conoce su función característica

$$K(\omega^2) = \frac{N(\omega^2)}{[P(\omega^2)]^2}$$

se buscan las raíces de la expresión:

$$[P(p^2)]^2 + N(p^2)$$

$E(p)$ puede obtenerse conservando solamente las n raíces de parte real negativa y factorizándolas como se indica en la expresión (3.9). En cuanto a $P(p)$, no es más que el polinomio $P(\omega^2)$ en el que se ha sustituido p por $j\omega$.

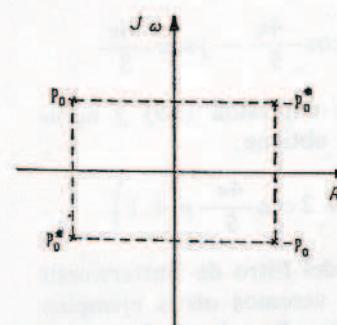


FIG. 3-2. Disposición en el plano complejo de las raíces de la función $E(p) \cdot E(-p)$.

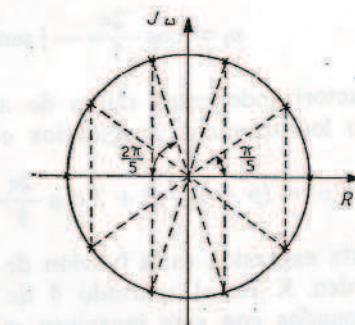


FIG. 3-3. Disposición de las raíces de $E(p) \cdot E(-p)$ en el caso de un filtro de Butterworth de orden 5.

A manera de ejemplo, vamos a hallar la función de transferencia de un filtro de Butterworth de orden 5 cuya función característica es $K_5(\omega^2) = \omega^{10}$ (fig. 3-3).

Tenemos:

$$\begin{aligned} P(\omega^2) &= 1 = P(p^2) \\ N(p^2) &= -p^{10} \end{aligned}$$

La expresión (3.8) resulta:

$$E(p) \cdot E(-p) = 1 - p^{10}$$

Las 10 raíces de la expresión $1 - p^{10}$ son las 10 raíces de la unidad. Estas raíces están situadas en el plano complejo, en una circunferencia de radio unidad (fig. 3-3) y son perfectamente simétricas con relación a los dos ejes.

Sus valores son: $\pm 1; \pm \cos \frac{2\pi}{5} \pm j \sin \frac{2\pi}{5}$

$$\text{y } \pm \cos \frac{4\pi}{5} \pm j \sin \frac{4\pi}{5}$$

FUNCIONES DE APROXIMACION

Las raíces de parte real negativa son:

$$p_1 = 1 \quad p_2 = \cos \frac{2\pi}{5} + j \sin \frac{2\pi}{5} \quad p_4 = \cos \frac{4\pi}{5} + j \sin \frac{4\pi}{5}$$

$$p_3 = \cos \frac{2\pi}{5} - j \sin \frac{2\pi}{5} \quad p_5 = \cos \frac{4\pi}{5} - j \sin \frac{4\pi}{5}$$

Factorizando estas raíces de acuerdo con la expresión (3.9) y agrupando los términos imaginarios conjugados, se obtiene:

$$E(p) = (p + 1) \left(p^2 + 2 \cos \frac{2\pi}{5} p + 1 \right) \left(p^2 + 2 \cos \frac{4\pi}{5} p + 1 \right)$$

Esta expresión es la función de transferencia del filtro de Butterworth de orden 5. En el apartado 4 de este capítulo veremos otros ejemplos relacionados con este ingenioso modo de proceder. Por desgracia, cuando la función característica no es sencilla, aunque éste es el caso más corriente, la búsqueda de las raíces del segundo miembro de la expresión (3.8) resulta bastante complicada, precisando frecuentemente el empleo de tablas o de un ordenador. La segunda parte de esta obra contiene las tablas numéricas que dan las funciones de transferencia de los filtros más utilizados.

4. Las principales funciones de aproximación.

Son numerosas las funciones características que responden a los condicionamientos enunciados anteriormente. Estas funciones son las únicas que se utilizan en el diseño de filtros y satisfacen incluso otras exigencias, de tal forma que resultan óptimas según un criterio dado. Se dividen en dos categorías principales:

1.^a Funciones polinómicas, que conducen a la realización de los filtros llamados polinomiales.

En ellos $K(\omega^2)$ es un polinomio simple, así como la función de transmisión $H(p) = 1/F(p)$. De ellos estudiaremos las funciones de Butterworth, Tchebyscheff, Legendre y Bessel.

Los filtros polinomiales son sencillos de concebir, pero de características relativamente pobres. Estos filtros no presentan ningún cero de transmisión, es decir, ninguna frecuencia en que la atenuación sea infinita.

LAS PRINCIPALES FUNCIONES DE APROXIMACION

2.^a Funciones características que se presentan en forma de fracciones racionales. Estudiaremos de ellas las funciones de Zolotareff, que conducen a los filtros de Cauer. Estos filtros, de muy buenas características, son desgraciadamente difíciles de calcular, presentando siempre un cierto número de ceros de transmisión.

4.1. FILTROS POLINOMIALES.

4.1.1. Filtros de Butterworth.

Los filtros de Butterworth poseen la propiedad de tener una curva de respuesta lo más plana posible en el origen, es decir, para la frecuencia cero.

Para satisfacer esta exigencia, la función característica de Butterworth de grado $n : B_n(\omega^2)$, así como sus n primeras derivadas, deberán ser nulas para $\omega = 0$. Por consiguiente, se tiene:

$$K(\omega^2) = B_n(\omega^2) = \varepsilon^2 (\omega^2)^n = \varepsilon^2 \omega^{2n}$$

de lo que resulta:

$$A(\omega) = \sqrt{1 + \varepsilon^2 \omega^{2n}} = \sqrt{1 + (-1)^n \varepsilon^2 p^{2n}} \Big|_{p=j\omega} \quad (3.10)$$

Para $\omega = 1$, es decir, para la frecuencia de corte, se tiene:

$$A = A_{\max} = \sqrt{1 + \varepsilon^2}$$

o, puesto en unidades logarítmicas:

$$\varepsilon = \sqrt{10^{\frac{A_{\max}}{10}} - 1}$$

estando A_{\max} expresado en dB.

Las curvas de respuesta de los filtros de Butterworth están representadas en la figura 3-4 para $\varepsilon = 1$; es decir, para $A_{\max} = 3$ dB. Como puede verse, son curvas que crecen uniformemente.

Las funciones de transferencia de los filtros de Butterworth se obtienen por el método expuesto en el apartado 3, o sea buscando las raíces de parte real negativa de la expresión $1 + (-1)^n p^{2n}$ y factorizándolas según la expresión (3.9). En este caso, los cálculos necesarios resultan particularmente sencillos, ya que las raíces son las de $+1$ o de -1 , según el orden del filtro sea impar o par, y están dispuestas en el plano complejo, en una circunferencia de radio igual a la unidad (fig. 3-3).

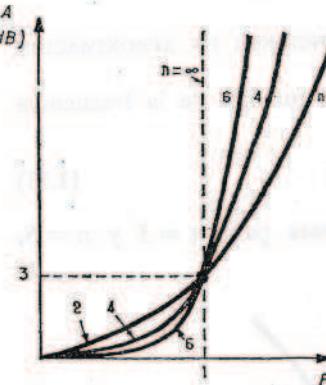


FIG. 3-4. Curvas de respuesta de amplitud de los filtros de Butterworth de orden 2, 4 y 6.

Las funciones de transmisión normalizadas, es decir, la inversa de las funciones de transferencia de los nueve primeros filtros de Butterworth, se hallan en la tabla 3-1 para $A_{\max} = 3 \text{ dB}$; o sea, $\epsilon = 1$. Estas funciones están dadas en forma de productos de factores en la tabla Bu 5 de la segunda parte de esta obra.

$$\begin{aligned}
 1. & p + 1 \\
 2. & p^2 + \sqrt{2} p + 1 \\
 3. & p^3 + 2 p^2 + 2 p + 1 \\
 4. & p^4 + 2,6131 p^3 + 3,4142 p^2 + 2,6131 p + 1 \\
 5. & p^5 + 3,2361 p^4 + 5,2361 p^3 + 5,2361 p^2 + 3,2361 p + 1 \\
 6. & p^6 + 3,8637 p^5 + 7,4641 p^4 + 9,1416 p^3 + 7,4641 p^2 + 3,8637 p + 1 \\
 7. & p^7 + 4,4940 p^6 + 10,098 p^5 + 14,592 p^4 + 14,592 p^3 + 10,098 p^2 \\
 & \quad + 4,4940 p + 1 \\
 8. & p^8 + 5,1528 p^7 + 13,137 p^6 + 21,846 p^5 + 25,688 p^4 + 21,846 p^3 \\
 & \quad + 13,137 p^2 + 5,1528 p + 1 \\
 9. & p^9 + 5,759 p^8 + 16,582 p^7 + 31,163 p^6 + 41,986 p^5 + 41,986 p^4 \\
 & \quad + 31,163 p^3 + 16,582 p^2 + 5,759 p + 1
 \end{aligned}$$

TABLA 3-1. Funciones de transmisión $H(p) = V_1/V_2$ de los filtros de Butterworth de orden 1 al 9.

Si A_{\max} es diferente de 3 dB, se la puede asociar a un filtro en el que $A_{\max} = 3 \text{ dB}$, tomando como frecuencia unidad una frecuencia superior a f_v , cuyo valor puede determinarse con la ayuda de las curvas de respuesta (Bu 1) representadas en la segunda parte de esta obra.

Los filtros de Butterworth resultan muy sencillos de calcular. Presentan una respuesta transitoria satisfactoria, pero la pendiente de su corte es mediocre para un determinado orden n : 6 n dB por octava más allá de la frecuencia de corte. También presentan la ventaja de tener una curva de respuesta poco sensible a las variaciones de los componentes, lo cual resulta bastante útil cuando no se pueden definir con precisión los elementos de un filtro; como por ejemplo, en el caso de frecuencias elevadas. Estos filtros se utilizan preferentemente en aplicaciones que no exigen una alta precisión.

Las curvas de respuesta de amplitud y los tiempos de propagación de grupo, así como la respuesta en régimen transitorio de los filtros de Butterworth se hallan representados en las figuras Bu 1, Bu 2 y Bu 3, en la segunda parte de esta obra.

4.1.2. Filtros de Legendre.

Los filtros de Legendre, también llamados filtros de Papoulis, tienen, al igual que los de Butterworth, una curva de atenuación uniformemente creciente, pero en lugar de ser lo más plana posible en el origen presentan en la frecuencia de corte la pendiente más abrupta posible.

Las funciones características de Legendre $K_n(\omega^2) = \epsilon L_n(\omega^2)$ están caracterizadas por una derivada $\frac{dL}{d\omega}$ que es siempre positiva y adquiere para $\omega = 1$ un valor mayor que en las otras funciones características. Las funciones que responden a este criterio, aparte de los establecidos en el párrafo 2.3, han sido halladas por el matemático Bernstein en el

$$\begin{aligned}
 L_1 &= \omega^2 \\
 L_2 &= \omega^4 \\
 L_3 &= 3 \omega^6 - 3 \omega^4 + \omega^2 \\
 L_4 &= 6 \omega^8 - 8 \omega^6 + 3 \omega^4 \\
 L_5 &= 20 \omega^{10} - 40 \omega^8 + 28 \omega^6 - 8 \omega^4 + \omega^2 \\
 L_6 &= 50 \omega^{12} - 120 \omega^{10} + 105 \omega^8 - 40 \omega^6 + 6 \omega^4 \\
 L_7 &= 175 \omega^{14} - 525 \omega^{12} + 615 \omega^{10} - 354 \omega^8 + 104 \omega^6 - 15 \omega^4 + \omega^2 \\
 L_8 &= 490 \omega^{16} - 1680 \omega^{14} + 2310 \omega^{12} - 1624 \omega^{10} + 615 \omega^8 - 120 \omega^6 + 10 \omega^4 \\
 L_9 &= 1764 \omega^{18} - 7056 \omega^{16} + 11704 \omega^{14} - 10416 \omega^{12} + 5376 \omega^{10} \\
 &\quad - 1624 \omega^8 + 276 \omega^6 - 24 \omega^4 + \omega^2
 \end{aligned}$$

TABLA 3-2. Funciones características de los filtros de Legendre de orden 2 al 9.

año 1926 [16] y fueron revisadas por Papoulis en 1958 [14] y [15]. Los polinomios $L(\omega^2)$ utilizan las propiedades de los polinomios de Legendre. Aquí nos conformaremos con dar los nueve primeros polinomios $L(\omega^2)$ en la tabla 3-2, así como la forma de calcularlos.

La relación que permite determinar $L_n(\omega^2)$ es, cuando n es impar:

$$L_n(\omega^2) = \int_{-1}^{2\omega^2-1} \left[\sum_{i=0}^k a_i P_i(x) \right]^2 dx \quad (3.11)$$

con $k = \frac{n-1}{2}$ y $P_i(x)$ resulta el polinomio de Legendre de primera especie, definido por la relación de recurrencia [17]:

$$\begin{aligned} P_0(x) &= 1 \\ P_1(x) &= x \\ P_2(x) &= 1/3(3x^2 - 1) \\ (n+1)P_{n+1}(x) &= (2n+1)xP_n(x) - nP_{n-1}(x) \end{aligned}$$

Las constantes a_i se obtienen de la siguiente forma:

$$a_0 = \frac{a_1}{3} = \frac{a_5}{5} = \dots = \frac{a_k}{2k+1} = \frac{1}{\sqrt{2}(k+1)}$$

La relación que permite determinar $L_n(\omega^2)$ es, cuando n es par:

$$L_n(\omega^2) = \int_{-1}^{2\omega^2-1} (x+1) \left[\sum_{i=0}^k a_i P_i(x) \right]^2 dx \quad \text{con } k = \frac{n}{2} - 1 \quad (3.12)$$

Las constantes a_i se obtienen de la siguiente manera:

si k es par:

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{a_2}{5} = \dots = \frac{a_k}{2k+1} = \frac{1}{\sqrt{(k+1)(k+2)}} \\ a_1 &= a_3 = \dots = a_{k-1} = 0 \end{aligned}$$

si k es impar:

$$\begin{aligned} \frac{a_1}{3} &= \frac{a_3}{7} = \dots = \frac{a_k}{2k+1} = \frac{1}{\sqrt{(k+1)(k+2)}} \\ a_0 &= a_2 = \dots = a_{k-1} = 0 \end{aligned}$$

La atenuación de los filtros de Legendre en función de la frecuencia se expresa mediante la relación:

$$A(\omega) = \sqrt{1 + \epsilon^2 L_n(\omega^2)} \quad (3.13)$$

La figura 3-5 nos da las curvas de respuesta para $n = 3$ y $n = 5$, tomando $\epsilon = 1$; o sea, $A_{\max} = 3$ dB.

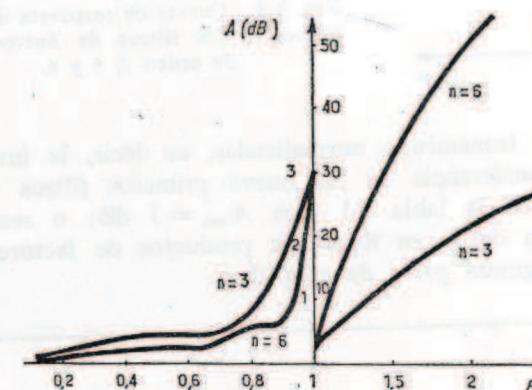


FIG. 3-5. Curva de respuesta de amplitud de los filtros de Legendre de orden 3 y 6.

Las funciones de transferencia de los filtros de Legendre se obtienen también partiendo de la función característica $L_n(\omega^2)$, siguiendo el proceso descrito en el apartado 3, es decir, buscando las raíces de parte real negativa de la expresión $1 + \epsilon^2 L_n(-p^2)$ y factorizándolas según la expresión (3.9).

No obstante, la complejidad de los cálculos crece rápidamente en cuanto n sobrepasa el valor 2 ó 3. Las funciones de transmisión normalizadas, o sea, la inversa de las funciones de transferencia, obtenidas con la ayuda de un ordenador, están dadas en forma de productos de factores en las tablas L5 y L6, para un valor de $A_{\max} = 3$ dB. Las funciones de Butterworth y de Legendre resultan idénticas para $n = 2$.

Los filtros de Legendre presentan las mismas ventajas que los de Butterworth en lo que concierne a la regularidad del crecimiento de la atenuación en función de la frecuencia, pero con un corte mucho más abrupto. Este corte tiene sensiblemente la misma pendiente que los filtros de Tchebyscheff de ondulación 0,1 dB. En régimen transitorio, los

filtros de Legendre son casi tan buenos como los de Butterworth. Por ello son preferidos los de Legendre siempre que la dificultad de los cálculos que hay que realizar no constituya un obstáculo.

Las curvas de respuesta de amplitud y de tiempo de propagación de grupo, así como la respuesta en régimen transitorio de los filtros de Legrenge se hallan representados en las figuras L1, L2 y L3, en la segunda parte de esta obra.

4.1.3. Filtros de Tchebyscheff.

Como hemos visto, los filtros de Butterworth resultan óptimos en cuanto su respuesta es lo más plana posible en el origen. Los filtros de Legendre se calculan para que tengan el corte más abrupto posible, conservando siempre una atenuación continuamente creciente.

Por su parte, los filtros de Tchebyscheff se calculan de manera de que su atenuación en la banda de paso oscile el mayor número posible de veces entre 0 y A_{\max} para un filtro de orden dado. De esta forma, en los filtros de Tchebyscheff la imperfección que constituye esta atenuación residual que existe en la banda de paso queda uniformemente repartida a lo largo de toda esta banda de paso. Por el contrario, la atenuación aumenta de forma continua en la banda atenuada.

Las funciones características que permiten conseguir estos filtros consisten en polinomios cuyo valor debe oscilar el máximo de veces entre 0 y un valor fijado de antemano. Estos polinomios son muy conocidos por los matemáticos: se trata de polinomios de Tchebyscheff $T_n(x)$, cuyo valor oscila n veces entre +1 y -1 cuando la variable oscila entre +1 y -1. La función $T_4(x)$ se halla representada en la figura 3-6.

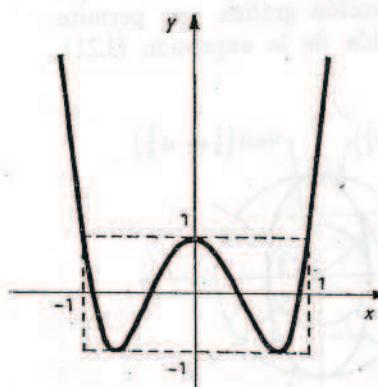


FIG. 3-6. Gráfico de la función $y = T_n(x)$ para $n = 4$.

Los primeros polinomios de Tchebyscheff y la relación de recurrencia que los define están dados en la tabla 3-3.

$$\begin{aligned} T_1 &= \omega \\ T_2 &= 2\omega^2 - 1 \\ T_3 &= 4\omega^3 - 3\omega \\ T_4 &= 8\omega^4 - 8\omega^2 + 1 \\ T_5 &= 16\omega^5 - 20\omega^3 + 5\omega \\ T_6 &= 32\omega^6 - 48\omega^4 + 18\omega^2 - 1 \\ T_7 &= 64\omega^7 - 112\omega^5 + 56\omega^3 - 7\omega \\ T_8 &= 128\omega^8 - 256\omega^6 + 160\omega^4 - 32\omega^2 + 1 \\ T_9 &= 256\omega^9 - 576\omega^7 + 432\omega^5 - 120\omega^3 + 9\omega \\ T_n(\omega) &= 2\omega T_{n-1}(\omega) - T_{n-2}(\omega) \end{aligned}$$

TABLA 3-3. Polinomios de Tchebyscheff de orden 1 al 9.

Los polinomios de Tchebyscheff también pueden expresarse en forma trigonométrica:

$$T_n(x) = \cos(n \arccos x) \quad (3.14)$$

En efecto, esta expresión es también un polinomio, ya que $\cos nx$ se expresa en función de un polinomio en $u = \cos x$. Esta expresión hace aparecer con más claridad la propiedad que presenta $T_n(x)$ de oscilar entre 0 y 1 cuando $-1 < x < 1$. Estas dos definiciones son equivalentes.

Las funciones características de los filtros de Tchebyscheff se escriben de la siguiente forma:

$$K_n(\omega^2) = \varepsilon^2 T_n(\omega) \quad \text{con } \varepsilon = \sqrt{10^{\frac{A_{\max}}{10}} - 1}$$

estando A_{\max} expresado en dB.

Estas funciones oscilan n veces entre los valores 0 y ε^2 .

La atenuación de los filtros de Tchebyscheff en función de la frecuencia se expresa, aplicando la relación (3.4), mediante la fórmula:

$$A(\omega) = \sqrt{1 + \varepsilon^2 T_n^2(\omega)} \quad (3.15)$$

Como los polinomios de Tchebyscheff pueden ser pares o impares, $T_n^2(\omega)$ es necesariamente función de ω^2 .

La curva de respuesta de los filtros de Tchebyscheff de orden 3 y 4 se da en la figura 3-7. En esta figura se puede observar que, en los filtros de orden par, la atenuación es igual a A_{\max} para la frecuencia cero; lo que no ocurre con los filtros de Butterworth y de Legendre.

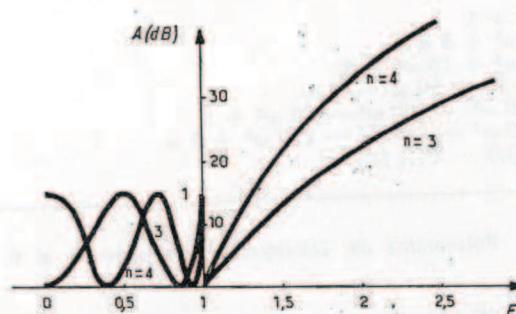


FIG. 3-7. Curva de respuesta de los filtros de Tchebyscheff de orden $n = 3$ y 4 para una ondulación en la banda de paso $A_{\max} = 1$ dB.

Las funciones de transferencia de los filtros de Tchebyscheff se obtienen, como en los casos anteriores, buscando las raíces de la expresión $1 + \varepsilon^2 T_n^2 \left(\frac{p}{j} \right)$ y factorizando las raíces de parte real negativa, de acuerdo con la ecuación (3.9). Esta búsqueda se realiza con bastante sencillez utilizando la formulación trigonométrica de los polinomios de Tchebyscheff, o sea:

$$1 + \varepsilon^2 \cos^2(n \arccos \omega) = 0 \quad (3.16)$$

$$\cos \left[n \arccos \frac{p_k}{j} \right] = \pm \frac{j}{\varepsilon}$$

siendo p_k las raíces buscadas.

Poniendo

$$s_k = u_k + j v_k = \arccos \frac{p_k}{j} \quad (3.17)$$

se obtiene:

$$\cos n s_k = \cos(n u_k + j n v_k)$$

Las raíces de la función de transferencia vienen dadas por:

$$\cos n u_k \operatorname{ch} n v_k = 0$$

$$\operatorname{sen} n u_k \operatorname{sh} n v_k = \pm \frac{j}{\varepsilon}$$

o sea: $u_k = \frac{\pi}{2n}(2k-1)$ siendo n entero (3.18)

y

$$v_k = \frac{1}{n} \operatorname{arg} \operatorname{sh} \frac{1}{\varepsilon} \quad (3.19)$$

Llevando estos valores a la expresión (3.17) resulta:

$$p_k = j \cos(u_k + j v_k)$$

y también:

$$p_k = \sigma_k + j \omega_k = \operatorname{sen} u_k \operatorname{sh} v_k + j \cos u_k \operatorname{ch} v_k \quad (3.20)$$

La relación (3.20) demuestra que las raíces de la función de transferencia se encuentran en una elipse, cuya ecuación es:

$$\frac{\sigma_k^2}{\operatorname{sh} v} + \frac{\omega_k^2}{\operatorname{ch} v} = 1 \quad (3.21)$$

La figura 3-8 muestra el reparto de los polos en el caso de ser $n = 4$. En dicha figura se puede observar la construcción gráfica que permite situar las raíces en el plano complejo, deducida de la expresión (3.21).

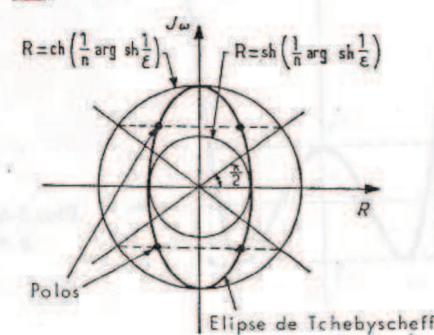


FIG. 3-8. Construcción gráfica que permite determinar en el plano complejo la posición de los polos de la función de transferencia de un filtro de Tchebyscheff.

La tabla 3-4 nos da las funciones de transmisión normalizadas, es decir, la inversa de las funciones de transferencia de los filtros de Tchebyscheff de ondulación 0,1 dB, 0,5 dB y 1 dB. En la segunda parte de esta obra, las tablas que van de la T 8 a la T 13 nos dan estas mismas funciones de transferencia en forma de productos de factores.

| | |
|---|----------------------|
| $A_{max} = 0,1 \text{ dB}$ | $\epsilon = 0,15262$ |
| 2. $0,3017 p^2 + 0,7158 p + 1$ | |
| 3. $0,6105 p^3 + 1,1836 p^2 + 1,6052 p + 1$ | |
| 4. $1,2069 p^4 + 2,1771 p^3 + 3,1705 p^2 + 2,4447 p + 1$ | |
| 5. $2,4419 p^5 + 4,2586 p^4 + 6,7658 p^3 + 5,8531 p^2 + 3,5055 p + 1$ | |
| 6. $4,8279 p^6 + 8,2662 p^5 + 14,32 p^4 + 13,42 p^3 + 9,8868 p^2$ + 4,3536 p + 1 | |
| 7. $9,7677 p^7 + 16,538 p^6 + 31,095 p^5 + 30,956 p^4 + 26,423 p^3$ + 14,484 p^2 + 5,487 p + 1 | |
| $A_{max} = 0,5 \text{ dB}$ | $\epsilon = 0,34931$ |
| 2. $0,6595 p^2 + 0,9402 p + 1$ | |
| 3. $1,3972 p^3 + 1,7506 p^2 + 2,1446 p + 1$ | |
| 4. $2,6381 p^4 + 3,1589 p^3 + 4,5293 p^2 + 2,7053 p + 1$ | |
| 5. $5,589 p^5 + 6,553 p^4 + 10,83 p^3 + 7,319 p^2 + 4,2058 p + 1$ | |
| 6. $10,552 p^6 + 12,232 p^5 + 22,918 p^4 + 16,776 p^3 + 12,366 p^2$ + 4,563 p + 1 | |
| 7. $22,355 p^7 + 25,736 p^6 + 53,937 p^5 + 41,792 p^4 + 36,84 p^3$ + 16,89 p^2 + 6,306 p + 1 | |
| $A_{max} = 1 \text{ dB}$ | $\epsilon = 0,50884$ |
| 2. $0,907 p^2 + 0,9957 p + 1$ | |
| 3. $-2,0353 p^3 + 2,0116 p^2 + 2,5206 p + 1$ | |
| 4. $3,628 p^4 + 3,4568 p^3 + 5,2749 p^2 + 2,6942 p + 1$ | |
| 5. $8,1415 p^5 + 7,6271 p^4 + 13,75 p^3 + 7,933 p^2 + 4,7264 p + 1$ | |
| 6. $14,512 p^6 + 13,47 p^5 + 28,02 p^4 + 17,445 p^3 + 13,632 p^2$ + 4,456 p + 1 | |
| 7. $32,566 p^7 + 30,06 p^6 + 70,866 p^5 + 46,53 p^4 + 44,21 p^3$ + 17,866 p^2 + 6,9584 p + 1 | |

TABLA 3-4. Funciones de transmisión $H(p) = V_1/V_2$ de filtros de Tchebyscheff de orden 2 al 7 para ondulaciones en la banda de paso de 0,1 0,5 y 1 dB.

Los filtros de Tchebyscheff presentan un gran interés práctico, ya que de todos los filtros polinomiales son los que tienen el corte más abrupto para un orden n dado. A título de ejemplo, la figura 3-9 repre-

senta la respuesta comparativa de cinco filtros de orden 5: Bessel, Butterworth, Tchebyscheff de 0,1 dB, Legendre y Tchebyscheff de 1 dB. En esta figura puede verse que la diferencia entre los diversos tipos representados es bastante considerable, pues para un valor doble de la frecuencia f_p , las respectivas atenuaciones obtenidas son: 14, 30, 35, 40,5 y 45 dB.

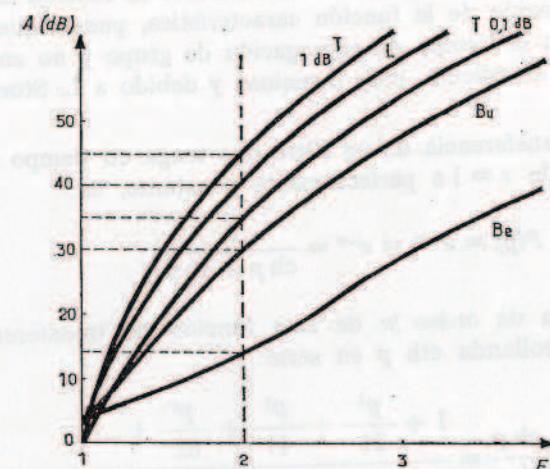


FIG. 3-9. Curvas de respuesta de amplitud de 6 filtros polinomiales de orden 5. Be: Bessel; Bu: Butterworth; L: Legendre; T 0,1 dB: Tchebyscheff de ondulación $A_{max} = 0,1 \text{ dB}$; T 1 dB: Tchebyscheff de ondulación $A_{max} = 1 \text{ dB}$.

Desafortunadamente, los filtros de Tchebyscheff no presentan una regularidad del tiempo de propagación de grupo demasiado buena en la banda de paso, ni su comportamiento frente a transitorios es tan bueno como el de los filtros de Butterworth o de Legendre. Por ello estos filtros sólo se utilizan cuando estos defectos, así como la ondulación de la banda de paso, no representan un inconveniente.

Las curvas de respuesta de amplitud y de tiempo de propagación de grupo, así como la respuesta en régimen transitorio de los filtros de Tchebyscheff de ondulación en la banda de paso de 0,1 dB, 0,5 dB y 1 dB, están representados en las figuras que van de la T 2 a la T 10 en la segunda parte de esta obra.

4.1.4. Filtros de Bessel.

Los filtros de Bessel, también llamados de Thomson, consisten en filtros polinomiales en los que el criterio de optimización es la regularidad del tiempo de propagación de grupo en la banda de paso.

Para calcular estos filtros se busca directamente la función de transferencia sin la mediación de la función característica, puesto que el mayor interés reside en el tiempo de propagación de grupo y no en la atenuación. El proceso de cálculo, muy ingenioso y debido a L. Storch [18], es el siguiente:

La función de transferencia de un filtro que tenga un tiempo de propagación de grupo de $\tau = 1$ s perfectamente constante, es:

$$F(p) = e^{-pt} = e^{-p} = \frac{1}{\operatorname{ch} p + \operatorname{sh} p} \quad (3.22)$$

Una aproximación de orden n de esta función de transferencia se puede obtener desarrollando $\operatorname{ch} p$ en serie:

$$\operatorname{ch} p = \frac{\operatorname{ch} p}{\operatorname{sh} p} = \frac{1 + \frac{p^2}{2!} + \frac{p^4}{4!} + \frac{p^6}{6!} + \dots}{p + \frac{p^3}{3!} + \frac{p^5}{5!} + \dots} \quad (3.23)$$

y también en fracción continua:

$$\operatorname{ch} p = \frac{1}{p} - \frac{1}{p + \frac{3}{p + \frac{5}{p + \frac{1}{p + \frac{7}{p + \dots}}}}} \quad (3.24)$$

Limitando el desarrollo (3.24) al orden n puede obtenerse una expresión aproximada de $\operatorname{ch} p$. Por ejemplo, para $n = 3$ se tiene:

$$\operatorname{ch} p \approx \frac{1}{p} + \frac{1}{p + \frac{3}{p + \frac{1}{p + \frac{5}{p}}}} = \frac{6p^2 + 15}{p^3 + 15p} = \frac{\operatorname{ch} p}{\operatorname{sh} p} \quad (3.25)$$

Atribuyendo a $\operatorname{ch} p$ y a $\operatorname{sh} p$ los valores aproximados obtenidos en el numerador y en el denominador de la expresión (3.25) y llevando estos valores a (3.22), se obtiene una aproximación de orden n de e^{-p} .

En el ejemplo que hemos escogido, es decir, para $n = 3$, la expresión de $F(p)$ resulta:

$$F(p) = \frac{1}{(6p^2 + 15) + (p^3 + 15p)} = \frac{1}{p^3 + 6p^2 + 15p + 15}$$

Los polinomios que figuran en el denominador de las funciones de transferencia obtenidas de esta forma son polinomios de Bessel [19], los primeros de los cuales y la relación de recurrencia se dan en la tabla 3-5.

| |
|--|
| $P_1 = p + 1$ |
| $P_2 = p^2 + 3p + 3$ |
| $P_3 = p^3 + 6p^2 + 15p + 15$ |
| $P_4 = p^4 + 10p^3 + 45p^2 + 105p + 105$ |
| $P_5 = p^5 + 15p^4 + 105p^3 + 420p^2 + 945p + 945$ |
| $P_6 = p^6 + 21p^5 + 210p^4 + 1260p^3 + 4725p^2 + 10.395p + 10.395$ |
| $P_7 = p^7 + 28p^6 + 378p^5 + 3150p^4 + 17.325p^3 + 62.370p^2 + 135.135p + 135.135$ |
| $P_8 = p^8 + 36p^7 + 630p^6 + 6930p^5 + 51.975p^4 + 270.270p^3 + 945.945p^2 + 2.027.025p + 2.027.025$ |
| $P_9 = p^9 + 45p^8 + 990p^7 + 13.860p^6 + 135.135p^5 + 945.945p^4 + 4.729.726p^3 + 16.216.202p^2 + 34.459.432p + 34.459.432$ |
| $P_n = (2n - 1)P_{n-1} + p^2 P_{n-2}$ |

TABLA 3-5. Función de transmisión $H(p) = V_1/V_2$ de los filtros de Bessel de orden 2 al 9.

Es preciso tener en cuenta un detalle importante. Los polinomios de Bessel que figuran en el denominador de la función de transmisión de los filtros de Bessel se han calculado tomando como unidad el tiempo de propagación de grupo. Por consiguiente, se obtendrán curvas de respuesta de amplitud en las que la atenuación en la frecuencia unidad será arbitraria.

Este resultado es poco cómodo y no coherente con el método de cálculo de los demás filtros. También aquí hemos calculado las funciones de transferencia tomando como frecuencia unidad aquella para la cual la atenuación es de 3 dB. Las funciones de transferencia obtenidas

de esta manera están dadas en la tabla Be 5, en forma de productos de factores, en la segunda parte de esta obra.

La figura 3-10 nos da, a título de ejemplo, la forma de la atenuación y del tiempo de propagación de grupo de los filtros de Bessel de orden 5. τ resulta casi constante hasta 1,5 veces la frecuencia de corte en 3 dB, aunque la atenuación en este punto sólo es de 7,5 dB.

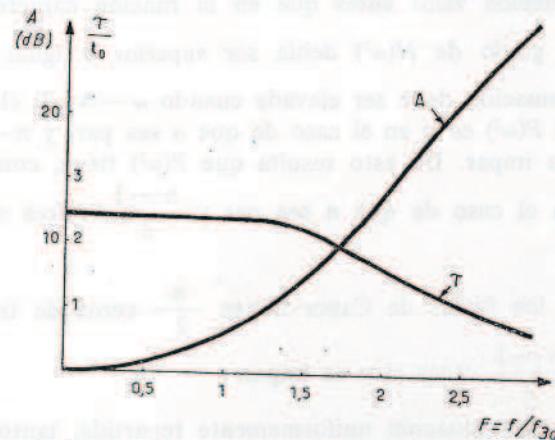


FIG. 3-10. Curvas de respuesta de amplitud (A) y en tiempo de propagación de grupo (τ) correspondientes a un filtro de Bessel de orden 5.

Puede demostrarse que la curva de variación del tiempo de propagación de grupo en función de la frecuencia de los filtros de Bessel tiene la misma forma que la correspondiente a la atenuación de los filtros de Butterworth, es decir, resulta nula en el origen, así como sus n primeras derivadas, decreciendo después continuamente.

Por el contrario, la figura 3-10 demuestra que la atenuación en la banda atenuada es mediocre. Por esta razón sólo se elegirá este tipo de filtro cuando no se acepte ninguna deformación en régimen transitorio. Tal es el caso cuando se quieren transmitir impulsos sin deformación, como, por ejemplo, en la cabeza de lectura de un registrador numérico.

Las curvas de respuesta de amplitud y de tiempo de propagación de grupo, así como la respuesta transitoria de los filtros de Bessel de orden 2 hasta 9, se hallan representadas en la segunda parte de esta obra (figuras Be 1 a Be 4).

Debemos tener en cuenta la siguiente observación:

Los filtros de Bessel se han concebido tomando como criterio fundamental su comportamiento frente al tiempo de propagación de grupo. Si trasponemos en frecuencia un filtro de paso bajo de Bessel para obtener, por ejemplo, uno de paso de banda, la forma de la atenuación en función de la frecuencia quedará conservada, pero no así el tiempo de propagación de grupo. La trasposición de un filtro de Bessel de paso bajo ha de hacerse pues con ayuda de una transformación frecuencial particular que conserve la constancia del tiempo de propagación de grupo, tal como la propuesta por Geffe [21 bis].

4.2. FILTROS NO POLINOMIALES.

Los filtros de Bessel, Butterworth, Tchebyscheff y Legendre presentan siempre una función característica que es un polinomio en ω^2 y una función de transmisión que es también un polinomio de la variable compleja $p = j\omega$, o sea:

$$H(p) = \frac{V_1}{V_2} = a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0$$

La atenuación en función de la frecuencia es también un polinomio en ω^2 (fig. 3-11):

$$\left| \frac{V_1}{V_2} \right|^2 = |H(p) \cdot H(-p)|_{p=j\omega} = h(\omega^2)$$



FIG. 3-11. Esquema básico de un filtro.

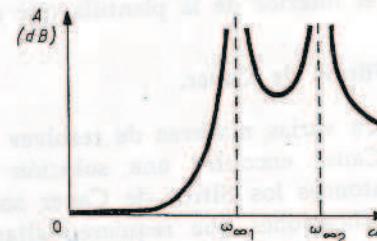


FIG. 3-12. Curva de respuesta de amplitud de un filtro que posee dos ceros de transmisión ω_{cero1} y ω_{cero2} .

FUNCIONES DE APROXIMACION

De ello resulta que, para cualquier valor finito de la frecuencia, la atenuación tiene un valor finito, razón por la que los filtros polinomiales no presentan ceros de transmisión en frecuencias finitas. Este hecho ha podido ser constatado en el estudio de los cuatro tipos de filtros precedentes, ya que los cuatro presentan una atenuación creciente en la banda atenuada.

Dándole a la función característica la forma de fracción racional, como se indica en la relación (3.5), se introducen frecuencias de atenuación infinita a ceros de transmisión, que son las raíces de la ecuación $P(\omega^2) = 0$. En efecto, combinando las relaciones (3.4) y (3.5) se obtiene:

$$A(\omega) = A_0 \sqrt{1 + \frac{N(\omega^2)}{[P(\omega^2)]^2}} \quad (3.26)$$

si $P(\omega^2) = 0$, $A(\omega) = \infty$.

Por ejemplo, si la expresión $P(\omega^2) = 0$ presenta dos raíces ω_{c01} y ω_{c02} , la curva de respuesta de amplitud del filtro correspondiente tendrá la forma indicada en la figura 3-12.

La introducción de ceros de transmisión puede llevar consigo dos ventajas muy importantes:

— Suprimir las frecuencias particularmente indeseables, como la portadora en un filtro de demodulación, por ejemplo.

— Hacer que el corte del filtro sea mucho más abrupto, situando un cero de transmisión inmediatamente después de la frecuencia de corte (fig. 3-13), sin necesidad de aumentar el orden del filtro.

El problema que nos toca resolver ahora es cómo situar estos ceros de transmisión de forma que la curva de respuesta del filtro quede toda ella en el interior de la plantilla que se ha determinado.

4.2.1. Filtros de Cauer.

Existen varias maneras de resolver el problema a que nos hemos referido. Cauer encontró una solución particularmente elegante [20], y desde entonces los filtros de Cauer son, con mucho, los más utilizados en las aplicaciones que requieren altas prestaciones. Por desgracia, los cálculos que deben realizarse exigen el empleo de integrales elípticas y llegan a resultar bastante complejos. Esta dificultad ha sido superada hoy en día gracias a la existencia de gran cantidad de tablas [49] a [52], así como con el empleo de ordenadores para dichos cálculos.

4.2.2. Función característica de los filtros de Cauer.

Los filtros de Cauer se han diseñado con los siguientes criterios:

— Disponer del mayor número posible de ceros de transmisión para un orden n dado. Hemos visto antes que en la función característica

$K(\omega^2) = \frac{N(\omega^2)}{[P(\omega^2)]^2}$ el grado de $N(\omega^2)$ debía ser superior o igual al de $[P(\omega^2)]$, ya que la atenuación debe ser elevada cuando $\omega \rightarrow \infty$. Si el grado de $N(\omega^2)$ es $2n$, el de $P(\omega^2)$ es n en el caso de que n sea par, y $n-1$ en el caso de que n sea impar. De esto resulta que $P(\omega^2)$ tiene, como mínimo, $\frac{n}{2}$ raíces en el caso de que n sea par y $\frac{n-1}{2}$ raíces si n es impar.

Por consiguiente, los filtros de Cauer tienen $\frac{n}{2}$ ceros de transmisión si n es par, y $\frac{n-1}{2}$ ceros si n es impar.

— Disponer de una atenuación uniformemente repartida, tanto en la banda de paso como en la atenuada (fig. 3-13). Se dice entonces que el filtro presenta un comportamiento de Tchebyscheff, tanto en la banda de paso como en la atenuada.

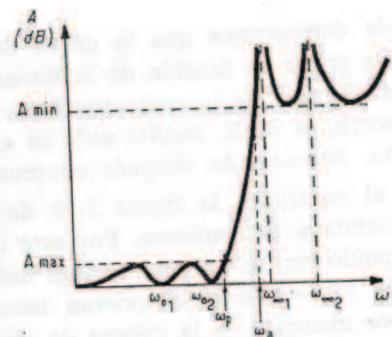


FIG. 3-13. Curva de respuesta de amplitud de un filtro de Cauer.

Como consecuencia de lo dicho, en un filtro de orden n existen $\frac{n}{2}$ o $\frac{n-1}{2}$ frecuencias (según la paridad de n) en las que la atenuación es infinita, e igual número de frecuencias en las que la atenuación es nula. Por ejemplo, en la figura 3-13, con $n = 5$, existen dos frecuen-

cias en las que la atenuación es infinita: $\omega_{\infty 1}$ y $\omega_{\infty 2}$, y otras dos en las que la atenuación es nula: ω_{01} y ω_{02} .

A la vista de la expresión (3.26) puede deducirse que las frecuencias $\omega_{\infty i}$ son las raíces de $P(\omega^2) = 0$ y las frecuencias ω_{0i} son las raíces de $N(\omega^2) = 0$. Todas estas raíces son dobles, ya que en estas frecuencias la curva de atenuación en función de la frecuencia tiene un cambio de signo en su pendiente.

Por otra parte, hemos visto que en la frecuencia $\omega = 0$ la atenuación también resulta nula. Por consiguiente, podemos poner la función característica de los filtros de Cauer en la forma general siguiente, con la introducción de un coeficiente multiplicativo:

Si n es par:

$$K(\omega^2) = \frac{(\omega^2 - \omega_{01}^2)^2 (\omega^2 - \omega_{02}^2)^2 \dots (\omega^2 - \omega_{0k}^2)^2}{(\omega^2 - \omega_{\infty 1}^2)^2 (\omega^2 - \omega_{\infty 2}^2)^2 \dots (\omega^2 - \omega_{\infty k}^2)^2} = \frac{N(\omega^2)}{[P(\omega^2)]^2} \quad (3.27)$$

siendo $k = n/2$.

Si n es impar:

$$K(\omega^2) = \frac{\omega^2 (\omega^2 - \omega_{01}^2)^2 (\omega^2 - \omega_{02}^2)^2 \dots (\omega^2 - \omega_{0k}^2)^2}{(\omega^2 - \omega_{\infty 1}^2)^2 (\omega^2 - \omega_{\infty 2}^2)^2 \dots (\omega^2 - \omega_{\infty k}^2)^2} = \frac{N(\omega^2)}{[P(\omega^2)]^2} \quad (3.28)$$

siendo $k = \frac{n-1}{2}$.

Las relaciones (3.27) y (3.28) demuestran que la función característica y, por consiguiente, el filtro quedan totalmente definidos con el conocimiento de los ceros de transmisión $\omega_{\infty i}$ y de los ceros de atenuación ω_{0i} . Cauer demostró [20] que:

— Los ceros de transmisión y de atenuación son frecuencias recíprocas, es decir, que su producto es constante dos a dos:

$$\omega_{01} \omega_{\infty 1} = \omega_{02} \omega_{\infty 2} = \dots = \omega_{0k} \omega_{\infty k} = \text{cte.}$$

— Los valores de los ceros de transmisión y de atenuación hacen intervenir funciones elípticas y están dados por las relaciones siguientes, para un orden n dado:

si n es impar:

$$\omega_{0i} = \operatorname{sn}(2iK/n, k) \quad (3.29)$$

si n es par:

$$\omega_{0i} = \operatorname{sn}\left(\frac{2i-1}{2}K/n, k\right) \quad (3.30)$$

En los dos casos:

$$\omega_{\infty i} = \frac{1}{k \operatorname{sn}_i} \quad (3.31)$$

La función sn, o seno elíptico, es doblemente periódica, cuyo significado y la forma de calcular su valor están dados en el anexo.

La función $K = K(k)$, o función de Jacobi, es también elíptica, de la que existen numerosas tablas [49] a [52]. Su significado se da también en el anexo, siendo k la selectividad del filtro, o sea, la relación f_p/f_a , cuyo valor queda fijado por la plantilla correspondiente al filtro buscado.

Los valores determinados por las fórmulas (3.29), (3.30) y (3.31) son valores normalizados que toman como frecuencia unidad la f_p , de igual manera que en los filtros polinomiales.

4.2.3. Función de transferencia de los filtros de Cauer.

El conocimiento de los ceros de transmisión y de atenuación calculados con ayuda de las expresiones (3.29), (3.30) y (3.31) permite obtener la función característica mediante las relaciones (3.27) y (3.28).

La atenuación en función de la frecuencia tendrá por valor:

$$A(\omega) = \sqrt{1 + \epsilon^2 K(\omega^2)}$$

El valor de ϵ se determina de tal manera que la atenuación sea igual a A_{\max} para $\omega = 1$.

Si A_{\max} se expresa en dB, tendremos:

$$A_{\max} = 10 \log [1 + \epsilon^2 K(1)]$$

$$\epsilon = \sqrt{\frac{10^{\frac{A_{\max}}{10}} - 1}{K(1)}} \quad (3.32)$$

La función de transferencia $F(p) = P(p)/E(p)$ del filtro se determina, pues, como indicábamos en el apartado 3:

El numerador $P(p)$ de la función de transferencia se conoce directamente a partir de la función característica (3.27) o (3.28):

$$P(p) = (\omega^2 - \omega_{\infty 1}^2)(\omega^2 - \omega_{\infty 2}^2) \dots (\omega^2 - \omega_{\infty k}^2) \Big|_{p=\omega}$$

o sea:

$$P(p) = (p^2 + \omega_{c1}^2)(p^2 + \omega_{c2}^2) \dots (p^2 + \omega_{ck}^2) \quad (3.33)$$

El denominador $E(p)$ de la función de transferencia se calcula exactamente igual que en los filtros polinomiales. Se buscan las raíces de la expresión $[P(p^2)]^2 + N(p^2)$, conservando solamente las raíces de parte real negativa, las cuales se factorizan conforme a la expresión (3.9) para obtener $E(p)$.

Por ejemplo, si n es impar, se buscan las raíces de la expresión:

$$\begin{aligned} E(p) \cdot E(-p) &= [P(p^2)] + N(p^2) = (p^2 + \omega_{c1}^2)^2 (p^2 + \omega_{c2}^2)^2 \dots \\ &\dots (p^2 + \omega_{ck}^2)^2 - \epsilon^2 p^2 (p^2 + \omega_{c1}^2)^2 (p^2 + \omega_{c2}^2)^2 \dots (p^2 + \omega_{ck}^2)^2 \end{aligned}$$

De igual forma que en los filtros de Legendre, para este cálculo no existe solución literal, siendo preciso el empleo de un ordenador cuando n es mayor de 2 ó 3.

Sin embargo, al contrario que con los filtros polinomiales, resulta difícil confeccionar tablas de las funciones de transferencia, ya que son muy voluminosas al depender de tres parámetros y no de dos.

En efecto, en los filtros polinomiales de orden n la función característica y la de transferencia quedan totalmente definidas mediante el conocimiento de A_{\max} , el cual fija el valor de ϵ mediante la relación (3.6). Por el contrario, en los filtros de Cauer la función característica no solamente depende de n y de A_{\max} , sino también de la selectividad k , como lo demuestran las expresiones (3.29), (3.30) y (3.32). Por lo tanto, existen una infinidad de filtros de Cauer de orden n que tienen una ondulación en la banda de paso inferior a A_{\max} . En cada uno de estos filtros, A_{\min} tendrá diferente valor. Las tablas C 10 a C 21 proporcionan las funciones de transferencia de los filtros de Cauer de orden de 3 a 7 para las siguientes seis combinaciones de parámetros:

| | |
|---------------------|--------------------|
| $A_{\max} = 0,1$ dB | $A_{\min} = 25$ dB |
| $A_{\max} = 0,5$ dB | $A_{\min} = 25$ dB |
| $A_{\max} = 1$ dB | $A_{\min} = 25$ dB |
| $A_{\max} = 0,1$ dB | $A_{\min} = 40$ dB |
| $A_{\max} = 0,5$ dB | $A_{\min} = 40$ dB |
| $A_{\max} = 1$ dB | $A_{\min} = 40$ dB |

Los filtros de Cauer tienen un considerable interés en virtud de que su corte es extremadamente abrupto para un orden n dado. Por ejemplo,

para responder a la plantilla definida por los siguientes parámetros: $A_{\max} = 1$ dB, $A_{\min} = 50$ dB y $k = 0,6$, haría falta un filtro de Butterworth de orden 11 o un filtro de Tchebyscheff de orden 6, mientras que sería suficiente con un filtro de Cauer de orden 4. Por esta razón, estos filtros se emplean a menudo en aplicaciones que requieren exigencias elevadas, como es el caso, por ejemplo, de los filtros de paso de banda de banda estrecha que se utilizan en las telecomunicaciones.

Sin embargo, la dificultad que entraña los cálculos necesarios para su realización, así como la gran irregularidad del tiempo de propagación de grupo en las cercanías de la frecuencia de corte, pueden llegar a representar serios inconvenientes. Por otro lado, los filtros de Cauer dan lugar a realizaciones de más complejidad que los filtros polinomiales, debido a la existencia de los ceros de transmisión. En particular, este defecto se manifiesta en el diseño de filtros activos, en los que es necesario el empleo de circuitos en doble T para conseguir un cero de transmisión, como veremos en el capítulo 5.

Las curvas de respuesta de amplitud y de tiempo de propagación de grupo de los filtros de Cauer correspondientes a los valores anteriores se dan en la segunda parte de esta obra (figs. C 14 a C 24), así como su respuesta en régimen transitorio.

4.3. COMPARACION ENTRE LOS FILTROS OBTENIDOS CON AYUDA DE LAS DIFERENTES FUNCIONES DE APROXIMACION.

Las prestaciones de los filtros que acabamos de estudiar pueden compararse observando sus curvas de respuesta de amplitud, de tiempo de propagación de grupo y de comportamiento en régimen transitorio, siempre para un orden n dado. Las figuras 2, 3 y 4 de la segunda parte de esta obra permiten hacer esta comparación en filtros de orden 4.

Desde el punto de vista de la atenuación en función de la frecuencia, los filtros de Cauer son los que permiten obtener un corte más brusco. Por ejemplo, un filtro de orden 4 puede tener una caída de 60 dB por octava en las proximidades de la frecuencia de corte; pero como contrapartida, su realización práctica exige el empleo de numerosos componentes de buena calidad, como veremos en el capítulo 5. Por esta razón, los filtros de Cauer se utilizarán preferentemente cuando se precise un corte neto y sea ésta la exigencia más importante.

Desde el punto de vista de la respuesta transitoria, los filtros de Bessel son, con mucho, los que dan el mejor resultado. En contra, su atenuación crece lentamente en función de la frecuencia, aun en el caso de que su orden sea elevado. Por ello solamente se utilizarán cuando el factor más importante sea la transmisión sin deformación de señales transitorias.

Desde el punto de vista de la regularidad de la curva amplitud-frecuencia, los filtros de Butterworth son los que dan el mejor resultado. Estos presentan una respuesta transitoria conveniente, aun siendo muy sencillos de calcular y poco sensibles a las variaciones de los elementos que los constituyen. Además, los filtros de Butterworth presentan una respuesta transitoria muy conveniente. En contra, su corte es poco neto, por lo que la banda de transición resulta poco abrupta. Por consiguiente, estos filtros se preferirán en el caso de aplicaciones que no necesiten una gran precisión y en los que el criterio fundamental sea la simplicidad de concepción y de realización.

Los filtros de Legendre presentan un corte mucho más abrupto que los de Butterworth, también con una atenuación sin ondulaciones. Estos filtros se preferirán cuando se desee un corte lo más franco posible, junto con una regularidad de la curva de respuesta amplitud-frecuencia.

Los filtros de Tchebyscheff son, dentro de los polinomiales, los que presentan un corte más neto. Estos se utilizarán siempre que la pendiente del corte sea el requisito más importante y no sea posible utilizar filtros de Cauer debido, por ejemplo, a las dificultades que haya que superar para hallar los ceros de transmisión. Este es un caso que se encontrará frecuentemente trabajando con filtros activos. Por ejemplo, un filtro de Tchebyscheff de orden 6 y uno de Cauer de orden 4 tienen pendientes de corte muy similares; sin embargo, el filtro de Tchebyscheff de orden 6 precisará el empleo de 12 elementos pasivos, como mínimo, mientras que el de Cauer de orden 4 necesitará 14 elementos como mínimo a causa de la complejidad introducida por la presencia de los ceros de transmisión, los cuales sólo pueden obtenerse con ayuda de circuitos en doble T.

5. Determinación del orden n que debe tener un filtro para satisfacer una plantilla determinada.

Cuando se conoce la plantilla que se desea realizar y se ha elegido el tipo de filtro a emplear, el problema que queda por resolver es el de la

determinación del orden n del filtro en cuestión; es decir, el grado de su función de transferencia.

Por ejemplo, supongamos que la plantilla impuesta es la correspondiente a la figura 3-14, la cual está definida por $A_{\max} = 1 \text{ dB}$, $A_{\min} = 40 \text{ dB}$ y $k = 0.5$. Para esta realización se ha elegido un filtro de Tchebyscheff.

Representando en esta plantilla las respuestas de amplitud-frecuencia de los filtros de Tchebyscheff cuya ondulación en la banda de paso sea $A_{\max} = 1 \text{ dB}$, podemos comprobar que sólo los de orden igual o mayor que 5 satisfacen la plantilla impuesta. Por consiguiente, el filtro más económico que responde al problema es el de orden $n = 5$.

También puede observarse que la atenuación A_{\min} del filtro de orden $n = 5$ es igual a 45 dB, es decir, superior a los 40 dB impuestos inicialmente por la plantilla.

Esta observación es de carácter general, ya que no existe nunca un filtro que responda exactamente a una plantilla determinada, debido a que n es un número entero al ser el grado de la función de transferencia

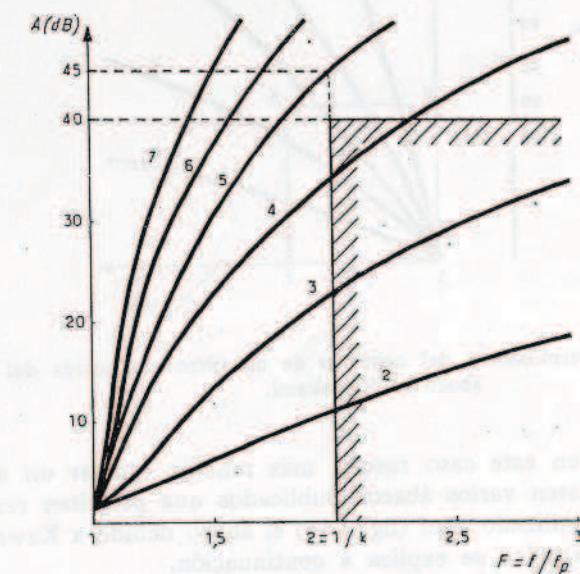


FIG. 3-14. Curvas de respuesta y plantilla de un filtro de paso bajo. Solamente los filtros de orden igual o mayor que 5 satisfacen la plantilla.

FUNCIONES DE APROXIMACION

$F(p)$. En la práctica se busca el valor menor de n de tal forma que la curva de respuesta de amplitud-frecuencia quede en el interior de la plantilla.

Para hallar el valor de n pueden utilizarse las curvas de respuesta de amplitud-frecuencia dadas en la segunda parte de esta obra. Basta con superponer la plantilla impuesta a la familia de curvas de respuesta amplitud-frecuencia, como indica la figura 3-14, para obtener el orden n del filtro que responde a nuestro problema.

Sin embargo, hemos visto que los filtros de Cauer y de Tchebyscheff de un orden n dependen de dos parámetros A_{\max} y A_{\min} y no de uno solo, como en el caso de los filtros polinomiales. Por ello será preciso un número grande de familias de curvas para determinar el valor de n para todas las plantillas.

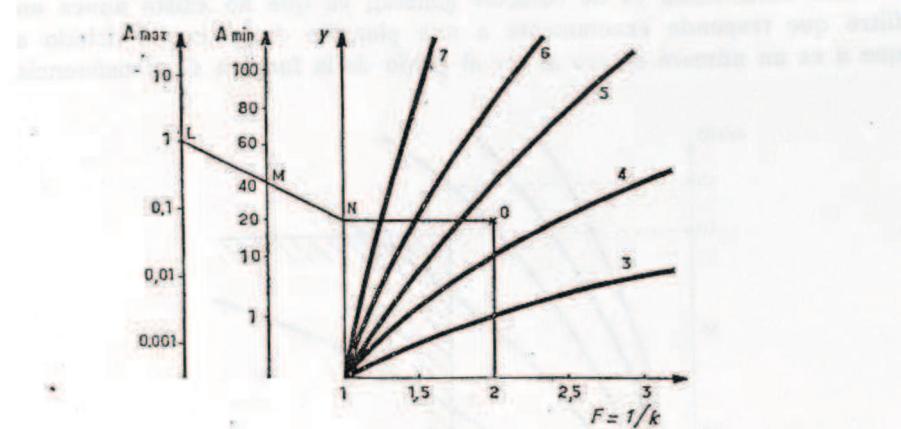


FIG. 3-15. Determinación del orden n de un filtro con ayuda del ábaco de Kawakami.

Por esta razón, en este caso resulta más sencillo utilizar un ábaco. En este sentido, existen varios ábaos publicados que permiten resolver la cuestión. Hemos utilizado aquí (fig. 3-15) el ábaco debido a Kawakami [7], cuyo modo de empleo se explica a continuación.

La recta que une los puntos $L(A_{\max})$ y $M(A_{\min})$ corta al eje y del ábaco en el punto N . Ahora se busca el punto 0 correspondiente a las coordenadas N y $1/k$. Si este punto está situado entre las curvas n y

DETERMINACION DEL ORDEN n QUE DEBE TENER UN FILTRO

$n+1$, deberemos al menos elegir un filtro de orden $n+1$ para satisfacer la plantilla definida por A_{\max} , A_{\min} y k .

De esta forma se puede determinar rápidamente el orden mínimo de un filtro de Cauer o de Tchebyscheff que responda a la plantilla definida por sus tres parámetros fundamentales A_{\max} , A_{\min} y $k = f_p/f_a$. Los ábaos de este tipo correspondientes a los filtros de Tchebyscheff y de Cauer se hallan reproducidos en la segunda parte de esta obra (figuras T 1 y C 1).

capítulo 4

METODO DE SINTESIS DE LOS FILTROS ACTIVOS

El conocimiento de los datos fundamentales relativos a un problema de filtrado nos permite definir la plantilla del filtro prototípico. Acabamos de ver que esta plantilla permite a su vez escoger el tipo de filtro que debemos realizar, después de calcular su función de transferencia.

Este capítulo tiene por objeto el estudio de los diversos procedimientos que permiten determinar la estructura y, a continuación, calcular el valor de los elementos del filtro partiendo de su función de transferencia. Este conjunto de operaciones se llama síntesis del filtro.

En el marco de esta obra nos limitaremos a estudiar la síntesis de los filtros que utilizan elementos activos combinados con resistencias y condensadores.

Inicialmente, vamos a proceder al estudio de los principales tipos de elementos activos que sirven para realizar los filtros y, posteriormente, los métodos generales de síntesis.

1. Principales circuitos activos que se utilizan en la síntesis de filtros activos.

Los circuitos activos empleados en la teoría de los filtros activos consisten en cuadripolos ideales que poseen propiedades muy particu-

lares, tales como impedancia de entrada infinita, impedancia de salida nula, etc. En la práctica se hallan realizaciones que comprenden resistencias, condensadores, semiconductores y circuitos integrados que se aproximan suficientemente a las propiedades de los circuitos activos ideales, de tal manera que pueden identificarse con ellos.

Seguidamente vamos a estudiar las propiedades de los cuatro circuitos activos que se utilizan en la teoría de la síntesis de los filtros activos, indicando en cada caso los esquemas de realización.

1.1. AMPLIFICADORES OPERACIONALES.

1.1.1. El amplificador operacional ideal.

Un amplificador operacional ideal (fig. 4-1) consiste en un cuadripolo activo que posee las tres propiedades siguientes:

- impedancia de entrada $Z_1 = V_1/I_1$ infinita;
- impedancia de salida Z_2 nula;
- ganancia A infinita.

La figura 4-1 representa un amplificador con entrada asimétrica. La tecnología actual es tal que solamente se encuentran en la práctica amplificadores operacionales con entrada diferencial (fig. 4-2).

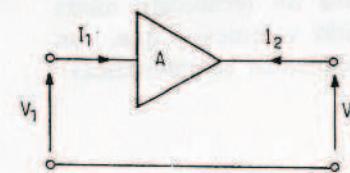


FIG. 4-1. Amplificador operacional con entrada asimétrica.

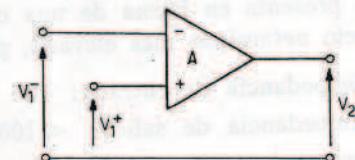


FIG. 4-2. Amplificador operacional con entrada simétrica.

Si la tensión de salida de un amplificador operacional tiene un valor finito, lo cual sucede siempre en la práctica, su tensión de entrada es nula, ya que su ganancia es infinita. Esta propiedad, conocida por *teorema de la masa virtual*, permite resolver de forma extremadamente sencilla todos los cálculos que lleva consigo la realización de tales circuitos. En este capítulo veremos varios ejemplos de ello.

1.1.2. El amplificador operacional real.

Estos circuitos, muy conocidos actualmente, se encuentran en forma de circuitos integrados o mixtos. Su empleo en electrónica se ha extendido extraordinariamente y su coste resulta muy pequeño en la actualidad.

El éxito de estos circuitos reside sobre todo en que las realizaciones prácticas de amplificadores operacionales se aproximan en gran medida a las características ideales que acabamos de definir. Por ello su empleo simplifica enormemente el trabajo de diseño y la puesta a punto de los correspondientes circuitos electrónicos.

Como ejemplo, citaremos dos tipos que se encuentran frecuentemente:

El amplificador operacional LM 301, que se presenta en forma de una caja de transistor de 8 terminales, de un coste módico, y cuyas características son las siguientes:

- impedancia de entrada: $1 \text{ M}\Omega$;
- impedancia de salida: $< 50 \Omega$;
- ganancia en baja frecuencia: $100000 = 100 \text{ dB}$.

Como segundo tipo citaremos un amplificador de tecnología mixta que se presenta en forma de una caja de reducido volumen y que, con un precio netamente más elevado, presenta las siguientes características:

- impedancia de entrada: $10^{11} \Omega$;
- impedancia de salida: $< 100 \Omega$;
- ganancia en baja frecuencia: $10^6 = 120 \text{ dB}$.

Podemos ver que estas características se aproximan mucho a las que definen el elemento ideal y por ello constituyen la base que servirá tanto para construir directamente filtros activos como el resto de los elementos activos que entran en su realización.

Sin embargo, por razones de estabilidad, los amplificadores operacionales presentan todos un defecto común, al que hay que prestar especial atención cuando se utilizan en el diseño de filtros activos. Este defecto consiste en que su ganancia disminuye rápidamente en función de la frecuencia, incluso ya desde una frecuencia que puede ser sólo

de algunos hercios. Así, en el amplificador operacional cuya curva de respuesta en función de la frecuencia está representada en la figura 4-3, la ganancia en el origen es de 100 dB, o sea 100000; es sólo de 1000 en 1 kHz y de 100 en 10 kHz.

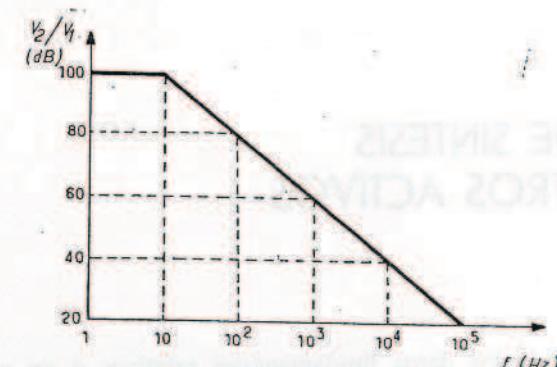


FIG. 4-3. Curva de respuesta de amplitud de un amplificador operacional sin realimentación.

Por consiguiente, si los amplificadores operacionales reales pueden considerarse como perfectos en frecuencias inferiores a algunos centenares de hercios, habrá que ser muy prudente cuando se les quiera utilizar en frecuencias medias (de algunos kHz). En frecuencias superiores a 10^4 Hz su empleo ya no cae bajo la denominación de elemento perfecto pero en este campo de frecuencia precisamente también los filtros activos pierden mucho de su interés de aplicación.

No expondremos aquí con más detalle las propiedades de los amplificadores operacionales, ya que éstas han sido objeto de numerosas publicaciones en los últimos años [28].

1.2. FUENTES CONTROLADAS.

Las fuentes controladas son elementos activos cuya magnitud de salida (corriente o tensión) es proporcional a la de entrada, ya sea corriente o tensión.

Existen, por tanto, cuatro tipos de fuentes controladas, según que la magnitud de entrada sea una corriente o una tensión y que la de salida sea una tensión o una corriente.

No obstante, solamente trataremos aquí de los circuitos de filtrado que utilizan fuentes controladas cuyas magnitudes de entrada y de salida son ambas tensiones, ya que son las más sencillas de construir, habida cuenta de la tecnología actual.

1.2.1. Fuente ideal de tensión-tensión.

Estos elementos, también llamados amplificadores de tensión perfectos, están caracterizados por las siguientes propiedades:

- impedancia de entrada infinita;
- impedancia de salida nula;
- ganancia de tensión $K = V_2/V_1$ de valor finito y perfectamente estable en función de la frecuencia o de otras variaciones.

Las dos representaciones simbólicas que se pueden dar están indicadas en la figura 4-4.

Un caso particular que nos interesaría en el capítulo 6 es aquel en que la ganancia de tensión es la unidad.

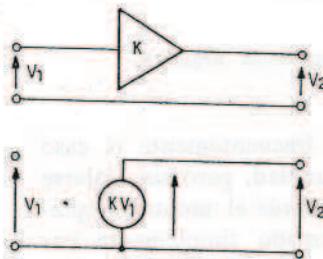


FIG. 4-4. Símbolos utilizados para representar una fuente controlada de tensión.

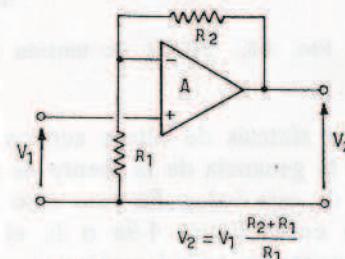


FIG. 4-5. Fuente de tensión controlada realizada con ayuda de un amplificador operacional.

1.2.2. Realización de fuentes controladas de tensión-tensión.

Podemos realizar una fuente controlada de tensión-tensión, de ganancia superior a 1, de una manera sencilla y de forma que se aproxime mucho al elemento ideal, combinando un amplificador operacional con dos resistencias, tal como se indica en la figura 4-5.

La impedancia de entrada del conjunto es la misma que la del amplificador operacional y por tanto es muy elevada.

La impedancia de salida global es la del amplificador dividida por el factor de realimentación negativa:

$$\beta A = \frac{R_1}{R_1 + R_2} A$$

Esta evidencia resulta casi nula cuando la ganancia de la fuente es pequeña, circunstancia que generalmente se da en la realimentación de filtros activos.

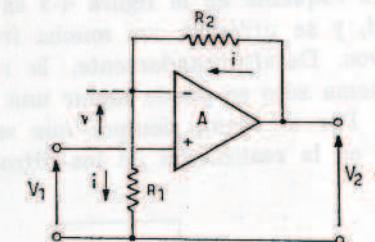


FIG. 4-6. Determinación de la ganancia de una fuente de tensión que combina dos resistencias con un amplificador operacional de ganancia A .

Rigurosamente, la ganancia del conjunto queda determinada de la siguiente forma:

$$\begin{cases} V_2 = (R_1 + R_2) i = Av \\ i = \frac{V_1 + v}{R_1} \end{cases}$$

de donde:

$$V_2 \left(1 - \frac{R_1 + R_2}{A R_1} \right) = \frac{R_1 + R_2}{R_1} V_1$$

o sea:

$$A = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \frac{1}{1 - \frac{R_1 + R_2}{A}}$$

$$A \approx \frac{R_1 + R_2}{R_1} \left(1 + \frac{R_1 + R_2}{A R_1} \right) \quad (4.1)$$

Observemos que por razones de estabilidad A es siempre negativa, hasta tal punto que la ganancia real resulta siempre inferior a $\frac{R_1 + R_2}{R_1}$. Este último valor, que es independiente de la ganancia del amplificador, será en realidad una aproximación suficiente si $A \gg \frac{R_1 + R_2}{R_1}$, es decir, mientras la ganancia del conjunto sea muy inferior a la ganancia en bucle abierto del amplificador operacional. En las aplicaciones prácticas esta relación permitirá evaluar hasta qué punto la fuente de tensión así construida puede considerarse perfecta.

El esquema de la figura 4-5 es sencillo, práctico y de excelente calidad, y se utilizará con mucha frecuencia en la construcción de filtros activos. Desafortunadamente, la relación (4.1) demuestra que con tal esquema sólo se puede lograr una ganancia positiva y mayor que la unidad. Por lo tanto, siempre que sea posible se tratará de llegar a este caso en la realización de los filtros activos.

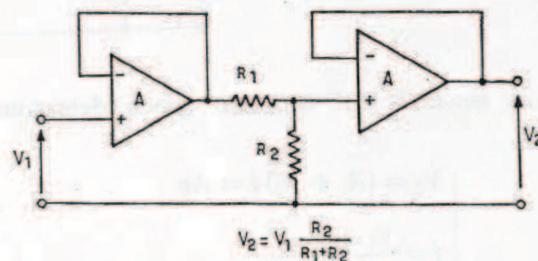


FIG. 4-7. Fuente de tensión controlada de ganancia positiva e inferior a la unidad.

Si por alguna razón es preciso disponer de una fuente controlada de ganancia inferior a la unidad, podremos utilizar el esquema de la figura 4-7, que consiste en un atenuador intercalado entre dos amplificadores operacionales montados separadamente.

Cuando se deseé obtener una ganancia negativa se pueden utilizar dos amplificadores operacionales montados en cascada, como se indica en la figura 4-8. En este caso, el valor de la ganancia es:

$$V_2 = R_2 i = R_2 \left(\frac{v - V_1}{R_1} \right) = \frac{R_2}{R_1} \left(\frac{V_2}{A} - V_1 \right)$$

o sea:

$$\frac{V_2}{V_1} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{\frac{R_2}{A R_1}} \approx \frac{R_2}{R_1} \left(1 + \frac{R_2}{A R_1} \right) \text{ (con } A < 0\text{)}$$

En este caso $K \approx -\frac{R_2}{R_1}$, siempre que $A \gg K$, resultando válidas las mismas observaciones hechas anteriormente. Esta vez la ganancia puede tomar valores inferiores a la unidad.

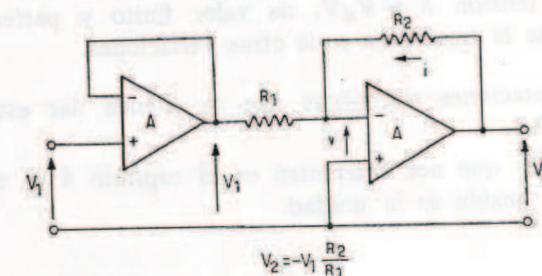


FIG. 4-8. Fuente de tensión controlada de ganancia negativa.

En la síntesis de filtros activos se encuentra frecuentemente el caso en que la ganancia de la fuente es superior a la unidad, pero sin alejarse mucho de este valor. En este caso puede tener interés el montaje representado en la figura 4-9a o b, el cual está formado simplemente por dos transistores complementarios y dos resistencias R y r .

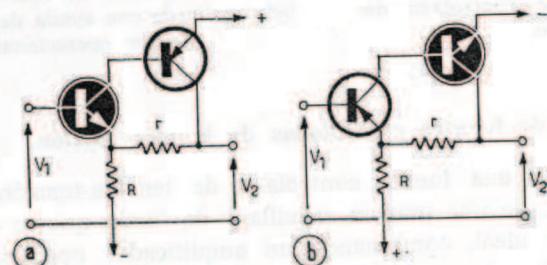


FIG. 4-9. Fuente de tensión controlada realizada con ayuda de transistores complementarios.

En primera aproximación se supone que las ganancias de corriente β_1 y β_2 de los dos transistores son grandes con relación a la unidad, pudiéndose decir que la corriente I que atraviesa la resistencia R es sensiblemente igual a $\beta_1 \beta_2 i$, siendo i la corriente que circula por la base del primer transistor. Entonces se puede escribir (fig. 4-10):

$$v = V_1 - V'_2 \approx h_{11} i = h_{11} \frac{I}{\beta_1 \beta_2} ; \quad V_2 = (R + r) I$$

siendo h_{11} la resistencia de entrada en emisor común del primer transistor,

$$V_1 - V_2 = h_{11} \frac{V'_2}{\beta_1 \beta_2 (R + r)}$$

$$V_2 \left(1 + \frac{h_{11}}{\beta_1 \beta_2 (R + r)} \right) = V_1$$

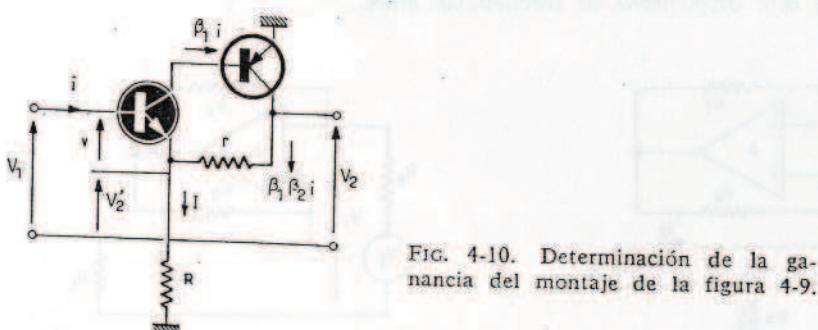


FIG. 4-10. Determinación de la ganancia del montaje de la figura 4-9.

La ganancia de tensión del circuito resulta:

$$K' = \frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{1 + \frac{h_{11}}{\beta_1 \beta_2 (R + r)}} \approx 1 - \frac{h_{11}}{\beta_1 \beta_2 (R + r)} \approx 1 \quad (4.2)$$

Si se desprecia i frente a I se puede escribir:

$$V_2 = V'_2 \frac{R + r}{R}$$

y, en consecuencia:

$$K = \frac{V_2}{V_1} = \frac{R + r}{R} \left(1 - \frac{h_{11}}{\beta_1 \beta_2 (R + r)} \right) \approx \frac{R + r}{R} \quad (4.3)$$

Por lo tanto, este circuito puede servir a la vez como adaptador de impedancia y como amplificador de ganancia $\frac{R + r}{R}$, todo esto con una buena aproximación siempre que K sea cercano a la unidad.

Como la corriente de salida está en una relación $\beta_1 \beta_2$ con la de entrada, vemos que la impedancia de entrada es:

$$Z_1 \approx \beta_1 \beta_2 R \quad (4.4)$$

Asimismo, la impedancia de salida sobre V'_2 es:

$$Z'_2 = \frac{R_o}{\beta_1 \beta_2} \quad (4.5)$$

siendo R_o la resistencia interna del generador situado a la entrada del conjunto.

De la misma forma, mediante un sencillo cálculo se demostraría que la impedancia de salida sobre V_1 es:

$$Z_2 \approx \frac{R_o + \beta_2 r}{\beta_1 \beta_2} \quad (4.6)$$

A parte de su sencillez y su pequeño coste, el interés del montaje de la figura 4-9 reside en su excelente respuesta a las altas frecuencias. En efecto, la experiencia demuestra que la ganancia de este conjunto no queda en absoluto disminuida hasta frecuencias de varios MHz. Utilizando este circuito pueden realizarse filtros activos que funcionan hasta frecuencias de varios centenares de kHz, cosa que no hubiera sido posible usando amplificadores operacionales. En el capítulo 6 veremos varios ejemplos de esto.

1.3. CONVERTIDORES DE IMPEDANCIA NEGATIVA.

1.3.1. Convertidor de impedancia negativa ideal.

Los convertidores de impedancia negativa, llamados generalmente N.I.C. (negative impedance converter), son elementos activos que tienen la propiedad de presentar una impedancia de entrada de signo opuesto al de la aplicada en la salida (fig. 4-11), o sea:

$$Z_1 = \frac{V_1}{I_1} = -K Z_2 \quad (K > 0) \quad (4.7)$$

METODO DE SINTESIS DE LOS FILTROS ACTIVOS

Por consiguiente, la matriz de un circuito tal es:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

siendo:

$$K = k_1/k_2 = \text{constante}$$

Si k_1 y k_2 son positivos, el circuito es un convertidor de impedancia negativa con inversión de corriente (I.N.I.C.).

Si k_1 y k_2 son negativos, el circuito es un convertidor de impedancia negativa con inversión de tensión (V.N.I.C.).

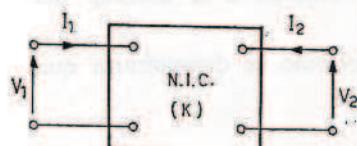


FIG. 4-11. Símbolo que representa un convertidor de impedancia negativa.

Estas dos clases de N.I.C. pueden servir para la síntesis de filtros activos; sin embargo, los I.N.I.C. son de mucha más fácil realización y serán los únicos que consideraremos aquí.

1.3.2. Realización práctica de un I.N.I.C.

Existe un cierto número de esquemas de circuitos I.N.I.C. que utilizan componentes discretos [22, 23, 26 y 27], pero los transistores que figuran en estos esquemas están situados de tal forma que resulta difícil polarizarlos. Por ello presentaremos aquí esquemas cuyo elemento constitutivo básico es un amplificador operacional. Estos esquemas se prefieren desde cualquier punto de vista, habida cuenta de la evolución actual de la tecnología.

En un convertidor de impedancia negativa con inversión de corriente, la tensión de entrada es igual a la de salida y la corriente de salida es la opuesta de la de entrada con un coeficiente cercano a K .

En el esquema representado en la figura 4-12, compuesto por un amplificador operacional y dos resistencias R_1 y R_2 , se tiene, en función del teorema de la masa virtual:

$$V_1 = V_2$$

PRINCIPALES CIRCUITOS ACTIVOS

Además, como la entrada del amplificador operacional es infinita, se tiene:

$$v = V_1 - R_1 I_1$$

$$I_2 = \frac{v - V_1}{R_2} = \frac{R_1}{R_2} I_1 = K I_1$$

Vemos, pues, que físicamente se obtiene una inversión de corriente, teniendo en cuenta el sentido convencional adoptado para las corrientes.

La gran sencillez de este montaje permite aproximarse mucho a las propiedades del N.I.C. ideal definido anteriormente. No obstante, hay que considerar las observaciones hechas antes respecto al comportamiento de este dispositivo en frecuencias altas.

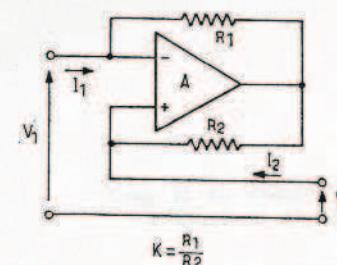


FIG. 4-12. Convertidor de impedancia negativa realizada mediante un amplificador operacional.

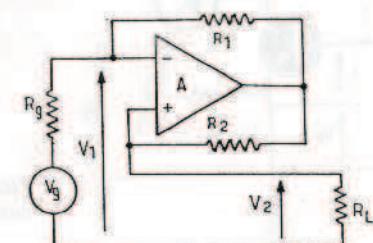


FIG. 4-13. Para que quede garantizada la estabilidad de un convertidor de impedancia negativa es preciso que $R_g R_2 > R_L R_1$

1.3.3. Estabilidad de un I.N.I.C.

Hemos de hacer una aclaración: el montaje representado en la figura 4-13 no es incondicionalmente estable. Efectivamente, aunque R_1 introduce una realimentación negativa, R_2 introduce una positiva, la cual debe ser menor. Siendo R_g la resistencia del generador y R_L la de carga (fig. 4-13), las realimentaciones negativas β_n y β_p tendrán por valor:

$$\beta_n = \frac{R_g}{R_g + R_1} \quad ; \quad \beta_p = \frac{R_L}{R_L + R_2}$$

METODO DE SINTESIS DE LOS FILTROS ACTIVOS

La condición de estabilidad $\beta_n > \beta_p$ será:

$$\frac{R_g}{R_g + R_1} > \frac{R_L}{R_L + R_2}$$

o sea:

$$R_g R_2 > R_L R_1 \quad (4.9)$$

Si $R_1 = R_2$, tendremos:

$$R_g > R_L \quad (4.10)$$

Por consiguiente, la resistencia de carga de un N.I.C. debe ser inferior a la interna del generador que lo alimenta.

La estabilidad del montaje deberá ser estudiada en cada caso particular, debido a que, generalmente, las impedancias de carga y de ataque son magnitudes complejas. El riesgo de inestabilidad introduce una seria restricción en la utilización de estos elementos para la síntesis de los filtros activos.

1.4. INVERSOR DE IMPEDANCIA POSITIVA O GIRADOR.

En la construcción de filtros puede utilizarse el inversor de impedancia positiva o girador, que es un elemento activo introducido desde hace ya cinco lustros en la teoría de redes. Cuando este elemento se realice en serie, en forma de circuito integrado, su porvenir será bastante brillante.

1.4.1. Girador perfecto.

Consiste en un elemento activo no recíproco (fig. 4-14) que tiene la propiedad de presentar una impedancia de entrada proporcional a la inversa de la impedancia de salida, o sea:

$$Z_1 = \frac{V_1}{I_1} = \frac{R_g^2}{Z_2} \quad (4.11)$$

R_g se llama resistencia de rotación.

Los símbolos que se utilizan para representar un girador son los indicados en la figura 4-14.

PRINCIPALES CIRCUITOS ACTIVOS

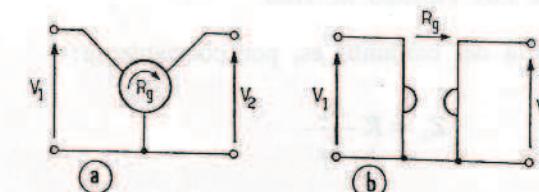


FIG. 4-14. Símbolos utilizados para representar un girador.

La matriz de un girador es:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -R_g \\ R_g & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

Si se coloca una capacidad en la salida de un girador el conjunto tiene una impedancia de entrada idéntica a la de una inductancia de valor $L = CR_g^2$. De esto se desprende el interés que tiene este dispositivo, ya que se pueden obtener inductancias ligeras, compactas y de reducido coste, aun en frecuencias bajas.

1.4.2. Construcción práctica de un girador.

Por desgracia, no existen en el momento actual en el mercado giradores en forma de circuitos integrados o híbridos y las realizaciones de este tipo son bastante complicadas y de delicado ajuste [24 y 25].

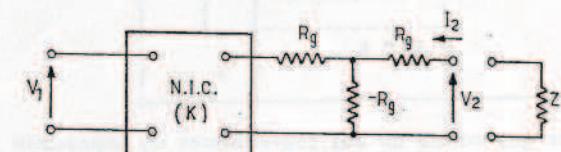


FIG. 4-15. Realización de un girador mediante el empleo de convertidores de impedancia negativa.

Las mejores realizaciones prácticas de estos dispositivos se basan también en el empleo de amplificadores operacionales. La figura 4-15 representa una realización sencilla de un girador. En éste, la impedancia que carga el N.I.C. tiene por valor:

$$Z = R_g - \frac{(R_g + Z_L) R_g}{Z_L} = -\frac{R_g^2}{Z_L}$$

La impedancia de entrada del conjunto es, por consiguiente:

$$Z_1 = K \frac{R_o^2}{Z_L}$$

La resistencia $-R_o$ puede obtenerse con ayuda de un segundo N.I.C. El esquema de la figura 4-16 representa un girador con sólo dos amplificadores operacionales. Este esquema es relativamente sencillo, ya que sólo contiene dos amplificadores operacionales y siete resistencias.

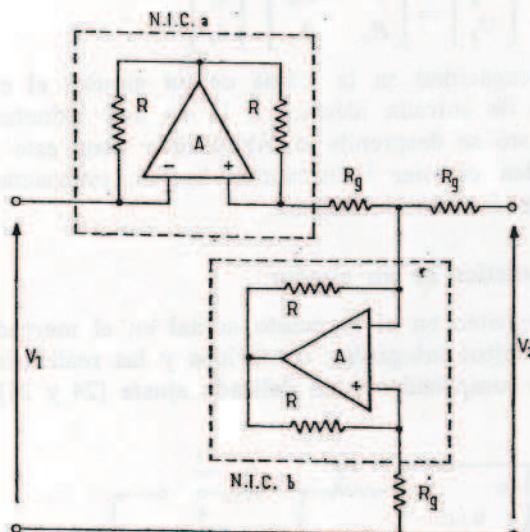


FIG. 4-16. Girador que consta de dos convertidores de impedancia negativa realizados mediante amplificadores operacionales.

No obstante, el riesgo de inestabilidad es grande, debido a la utilización de dos convertidores de impedancia negativa.

En la figura 4-17 se halla representado otro diseño, parecido al anterior. Ahora la impedancia de entrada del conjunto es:

$$Z_1 = \frac{-R_o \left[R_o - \frac{Z R_g}{Z + R_g} \right]}{-R_o + R_g - \frac{Z R_g}{Z + R_g}} = \frac{R_o^2}{Z}$$

Este conjunto constituye un girador cuya resistencia de rotación es R_o .

La realización práctica del esquema de la figura 4-17 precisa también el empleo de dos convertidores de impedancia negativa para poder obtener las resistencias negativas de valor $-R_o$. El conjunto completo se halla representado en la figura 4-18 y está constituido por dos amplificadores operacionales y siete resistencias.

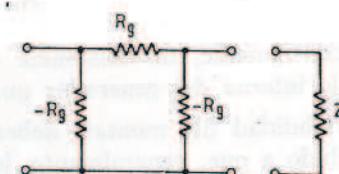


FIG. 4-17. Otro principio básico para la realización de un girador.

Estos dos ejemplos de realización demuestran que, si bien el girador es un dispositivo sumamente interesante desde el punto de vista teórico y susceptible de numerosas aplicaciones, particularmente en el campo de la microelectrónica, su realización práctica es relativamente complicada en comparación con la de otros elementos activos que sirven de base para la realización de filtros activos. Ello no obstante, han hecho su aparición giradores realizados en forma de circuitos mixtos, aunque son aún de un precio relativamente caro.

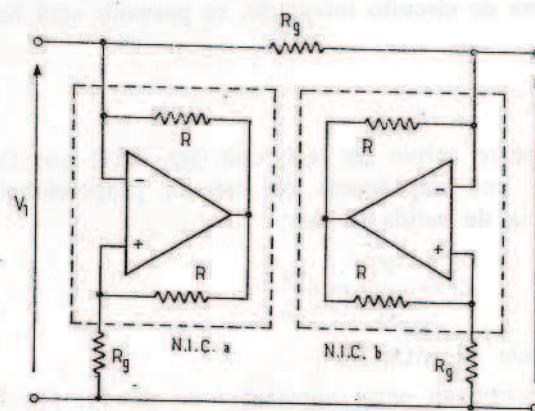


FIG. 4-18. Realización del girador de la figura 4-17. Las dos resistencias negativas se obtienen mediante sendos convertidores de impedancia negativa, a y b.

2. Síntesis de los filtros activos.

Conociendo su función de transferencia, existen dos métodos fundamentales para la realización de un filtro activo.

El primer método, de síntesis directa, consiste en combinar un solo elemento activo con una red de resistencias y condensadores, siguiendo un método de identificación paso a paso. Este método tiene la ventaja de usar un único elemento activo, pero es objeto de complicados cálculos en cuanto el orden del filtro es superior a 3 ó 4 y conduce frecuentemente a una complicada red cuyas cualidades prácticas a menudo dejan mucho que desear. Este método ha sido objeto de numerosos estudios complicados y voluminosos [29, 30 y 31], y solamente citaremos algunos ejemplos.

El segundo método, de síntesis en cascada, consiste en poner la función de transferencia del filtro que se desea realizar en forma de un producto de términos de primero y segundo grado. Entonces la red correspondiente a cada uno de estos términos se sintetiza con ayuda de un elemento activo. Finalmente, estas redes se colocan en cascada para reconstruir el filtro que se busca. Este segundo método es mucho más sencillo de realizar que el primero, presentando un interés práctico muy superior. Por ello lo estudiaremos con detalle.

2.1. SÍNTESIS DIRECTA DE LOS FILTROS ACTIVOS.

Es posible sintetizar un filtro de cualquier orden utilizando un único elemento activo asociado a una red de resistencias y condensadores.

El método que debe utilizarse depende de la naturaleza del elemento activo que se elija. Seguidamente estudiaremos, a título de ejemplo, el método de Linvill, que tiene un gran interés histórico, y el método de Yanagisawa, que posiblemente es el más ingenioso. En ambos métodos se utiliza como elemento activo un convertidor de impedancia negativa.

También presentaremos un cierto número de configuraciones que utilizan otros elementos activos diferentes de los N.I.C., que permitirán igualmente realizar la síntesis directa de un filtro mediante un razonamiento análogo.

2.1.1. Método de síntesis de Linvill.

Este método fue el primero que se propuso a partir de 1953 [33 y 34] y utiliza un convertidor de impedancia negativa situado entre dos cuadripolos RC : Q_a y Q_b (fig. 4-19), definidos por su matriz de impedancia $\|Z_a\|$ y $\|Z_b\|$.

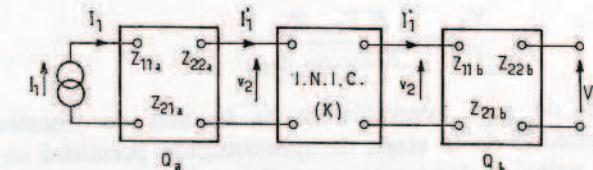


FIG. 4-19. Filtro activo con la estructura de Linvill.

Función de transferencia de la configuración de Linvill.

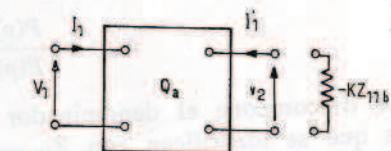
El cuadripolo Q_b está abierto en la salida, por lo que su impedancia de entrada es igual a Z_{11b} . De esto resulta que la impedancia de entrada del N.I.C. es $-KZ_{11b}$, que será la impedancia de carga del primer cuadripolo Q_a . Por lo tanto, podemos escribir la siguiente relación (fig. 4-20):

$$v_2 = Z_{21a} I_1 + Z_{22a} I'_1 = Z_{21a} I_1 + Z_{22a} \frac{v_2}{KZ_{11b}}$$

o sea:

$$\frac{v_2}{I_1} = \frac{KZ_{11b} Z_{21a}}{KZ_{11b} - Z_{22a}} \quad (4.13)$$

FIG. 4-20. El cuadripolo Q_a se halla cargado por una impedancia de valor $-KZ_{11b}$.



Como quiera que hemos utilizado un I.N.I.C., las tensiones en los bornes de entrada y de salida son iguales:

$$v_2 = Z_{11b} I'_1$$

O también $V_2 = Z_{21b} I'_1$ ya que el cuadripolo Q_b es abierto.

METODO DE SINTESIS DE LOS FILTROS ACTIVOS

De aquí:

$$\frac{v_2}{V_2} = \frac{Z_{11b}}{Z_{21b}} \quad (4.14)$$

Llevando este valor a la expresión (4.13) se obtiene la función de transferencia del conjunto:

$$\frac{V_2}{I_1} = \frac{K Z_{21a} Z_{21b}}{K Z_{11b} - Z_{22a}} \quad (4.15)$$

La identificación de esta expresión de la función de transferencia con la obtenida partiendo de la etapa de aproximación permitirá en principio determinar el valor de los parámetros Z_{11a} y Z_{11b} , cuyo conocimiento servirá para determinar la configuración y el valor de los elementos que forman los dos cuadripolos Q_a y Q_b .

Determinación de los parámetros de impedancia de los cuadripolos Q_a y Q_b .

La función de transferencia del filtro a realizar es $F(p) = \frac{P(p)}{E(p)}$. La identificación de esta expresión con (4.15) nos dará:

$$F(p) = \frac{P(p)}{E(p)} = \frac{K Z_{21a} Z_{21b}}{K Z_{11b} - Z_{22a}} \quad (4.16)$$

Entonces, el proceso de síntesis es el siguiente:

— Se divide $P(p)$ y $E(p)$ por un polinomio auxiliar $q(p)$ cuyas raíces son reales y negativas y cuyo grado es igual al orden de $F(p)$:

$$F(p) = \frac{P(p)/q(p)}{E(p)/q(p)} \quad (4.17)$$

— Se descompone el denominador de esta expresión en elementos sencillos que se identifican con $Z_{11b} - Z_{22a}$, igualando los términos positivos del desarrollo a Z_{11b} y los negativos a Z_{22a} :

$$\frac{E(p)}{q(p)} = A_0 + \frac{A_1}{p + \alpha_1} + \frac{A_2}{p + \alpha_2} + \dots + \frac{A_n}{p + \alpha_n} \quad (4.18)$$

Z_{11b} = suma de los términos positivos del desarrollo.

— Z_{22a} = suma de los términos negativos del desarrollo.

SINTESIS DE LOS FILTROS ACTIVOS

— Se iguala $\frac{P(p)}{q(p)} = Z_{21a} Z_{21b}$, de forma que Z_{21a} y Z_{21b} sean expresiones compatibles con los parámetros de un cuadripolo RC .

Determinación de la configuración de los cuadripolos Q_a y Q_b .

Conociendo los parámetros de impedancia de un cuadripolo RC se puede determinar su configuración y el valor de los elementos de que consta. No expondremos aquí con mucho detalle los métodos que permiten llegar a tal resultado, ya que el asunto se sale del marco de esta obra. El lector que se interese por esta cuestión puede consultar las referencias [8 a 13].

Ejemplo de realización de un filtro activo de Butterworth de orden 3 según el método de Linvill.

En el apartado 4.1.1 del capítulo anterior vimos que la función de transferencia de un filtro de Butterworth de orden 3 era:

$$F(p) = \frac{1}{(p+1)(p^2+p+1)} = \frac{P(p)}{E(p)} \quad (4.19)$$

Escojamos un polinomio auxiliar de grado 3, $q(p)$, cuyas raíces sean simples, reales y negativas. Por ejemplo: $q(p) = (p+3)(p+4)(p+5)$. Así obtendremos:

$$F(p) = \frac{1}{\frac{(p+3)(p+4)(p+5)}{(p+1)(p^2+p+1)}} = \frac{Z_{21a} Z_{21b}}{Z_{11b} - Z_{22a}} \quad (4.20)$$

Descompongamos el denominador de esta expresión en elementos simples:

$$\frac{E(p)}{q(p)} = 1 - \frac{7}{p+3} + \frac{39}{p+4} - \frac{42}{p+5} = Z_{11b} - Z_{22a}$$

La igualación de los términos positivos del desarrollo a Z_{11b} y de los términos negativos a Z_{22a} nos da:

$$Z_{11b} = 1 + \frac{39}{p+4} \quad (4.21)$$

$$Z_{22a} = \frac{7}{p+3} + \frac{42}{p+5} \quad (4.22)$$

La identificación de los términos que figuran en los numeradores de la expresión (4.20) nos da, a su vez:

$$Z_{21a} Z_{21b} = \frac{1}{(p+3)(p+4)(p+5)}$$

Para que exista compatibilidad con (4.21) y (4.22), resulta:

$$Z_{21b} = \frac{1}{p+4} \quad (4.23)$$

$$Z_{21a} = \frac{1}{(p+3)(p+5)} \quad (4.24)$$

Las relaciones (4.23) y (4.24) demuestran que los cuadripolos Q_a y Q_b no tienen ceros de transmisión en frecuencia finita, por lo que pueden ser sintetizadas mediante una red RC escalonada, semejante a la representada en la figura 4-21. Una vez realizados los cálculos necesarios se obtiene el esquema final de la figura 4-22.

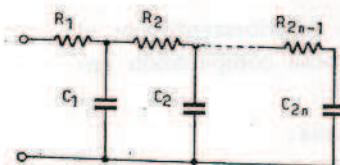


FIG. 4-21. Estructura de los cuadripolos Q_a y Q_b .

Hay que observar que la síntesis de Linvill requiere la existencia de un generador de corriente en la entrada. Esta fuente de corriente puede ser sustituida por una de tensión en serie con R_1 , ya que esta resistencia de entrada R_1 del cuadripolo Q_a no es infinita.

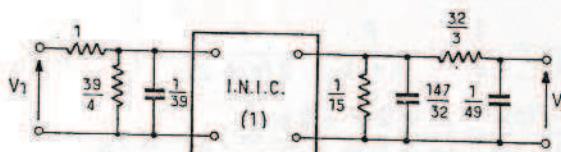


FIG. 4-22. Filtro de Butterworth de orden 3 con la estructura de Linvill.

2.1.2. Método de síntesis de Yanagisawa.

El método de síntesis de Linvill resulta relativamente complicado, debido a que se necesita realizar la síntesis de dos cuadripolos RC partiendo de sus parámetros de impedancia, operación que exige un buen conocimiento de la teoría de redes y un cierto número de tanteos.

Yanagisawa ideó otro método de síntesis, utilizando un I.N.I.C que conduce a la realización de síntesis de dipolos RC , lo cual es una operación mucho más simple que la síntesis de cuadripolos. Este método, extremadamente ingenioso, puede ser muy útil en ciertos diseños de filtros activos.

Principio básico del método de Yanagisawa.

La configuración usada en este método está representada en la figura 4-23, y se halla formada por un I.N.I.C. de relación K y dos cuadripolos RC , Q_a y Q_b , definidos por sus parámetros de admitancia Y_{11a} e Y_{11b} .

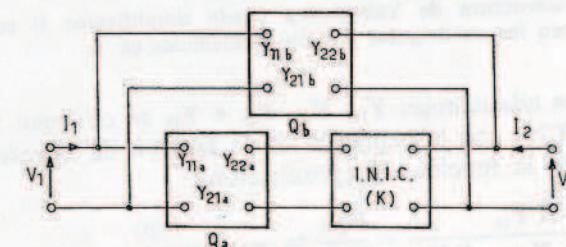


FIG. 4-23. Filtro activo con la estructura de Yanagisawa.

Mediante un cálculo análogo al desarrollo en el método de Linvill podemos escribir la función de transferencia en circuito abierto del conjunto:

$$\left. \frac{V_2}{V_1} \right|_{I_2=0} = -\frac{Y_{21b} - K Y_{21a}}{Y_{22b} - K Y_{22a}} \quad (4.25)$$

La relación (4.25) resulta más sencilla que la que se obtuvo en la configuración de Linvill, puesto que en ella no aparecen productos de impedancias. Poniendo cada uno de los cuadripolos Q_a y Q_b en forma de dos

dipolos de admitancias Y_{1a} , Y_{2a} , Y_{1b} e Y_{2b} (fig. 4-24), la relación (4.25) se simplifica todavía más. Efectivamente, en este caso:

$$\begin{aligned} Y_{21a} &= -Y_{1a} & Y_{21b} &= -Y_{1b} \\ Y_{22a} &= Y_{1a} + Y_{2a} & Y_{22b} &= Y_{1b} + Y_{2b} \end{aligned}$$

de lo que se deduce:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{Y_{1b} - K Y_{1a}}{Y_{1b} - K Y_{1a} + Y_{2b} - K Y_{2a}} \quad (4.26)$$

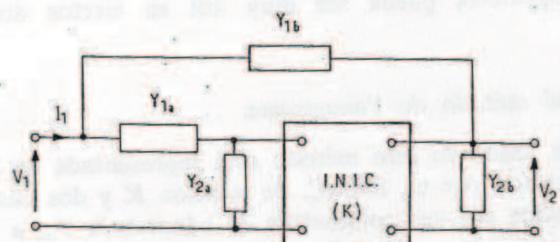


FIG. 4-24. La estructura de Yanagisawa puede simplificarse si se sustituyen los cuadripolos por dos semicélulas en T.

Los valores de las admitancias Y_{1a} , Y_{2a} , Y_{1b} e Y_{2b} se obtienen identificando la relación (4.26) con la expresión de la función de transferencia obtenida partiendo de la función de aproximación:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{Y_{1b} - K Y_{1a}}{Y_{1b} - K Y_{1a} + Y_{2b} - K Y_{2a}} = \frac{P(p)}{E(p)} = \frac{P(p)}{P(p) + [E(p) - P(p)]} \quad (4.27)$$

El proceso de identificación es análogo al utilizado en el método de Linvill, es decir:

— División del numerador y del denominador de la expresión (4.27) por un polinomio auxiliar $q(p)$, cuyas raíces son simples, reales y negativas, pero en este caso de un grado inferior en una unidad al rango de la función de transferencia.

— Descomposición de los dos cocientes $\frac{P(p)}{q(p)}$ y $\frac{E(p) - P(p)}{q(p)}$ en elementos sencillos, de la forma $A_0 + \frac{A_1 p}{p + \alpha} + \dots$, en los que cada uno de los términos corresponde a una admittance RC .

— Identificación de estos dos desarrollos con los correspondientes términos de la expresión (4.26):

$$Y_{1b} - K Y_{1a} \equiv \frac{P(p)}{q(p)} \quad (4.28)$$

$$Y_{2b} - K Y_{2a} \equiv \frac{E(p) - P(p)}{q(p)} \quad (4.29)$$

Asignando los términos positivos del desarrollo a Y_{1b} e Y_{2b} y los negativos $-K Y_{1a}$ y $-K Y_{2a}$ se obtienen las expresiones de las cuatro admitancias de los dipolos que constituyen el filtro.

— Síntesis de los cuatro dipolos partiendo de su admittance. Esta operación es sencilla y clásica.

Vamos a ilustrar este método mediante un ejemplo.

Ejemplo de realización de un filtro de Butterworth de orden 3 por el método de Yanagisawa.

La realización del mismo filtro que el obtenido anteriormente por el método de Linvill nos permitirá establecer la adecuada comparación entre los dos procesos.

La relación (4.27) se escribe de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} F(p) = \frac{V_2}{V_1} &= \frac{1}{(p+1)(p^2+p+1)} = \frac{1}{1+(p^3+2p^2+2p)} = \\ &= \frac{P(p)}{P(p)+[E(p)-P(p)]} = \frac{Y_{1b}-K Y_{1a}}{Y_{1b}-K Y_{1a}+Y_{2b}-K Y_{2a}} \end{aligned} \quad (4.30)$$

Escogemos como polinomio auxiliar $q(p) = (p+1)(p+2)$. Entonces, las relaciones (4.28) y (4.29) se escriben:

$$\frac{P(p)}{q(p)} = \frac{1}{(p+1)(p+2)} = \frac{1}{2} - \frac{P}{p+1} + \frac{P}{2(p+2)} = Y_{1b} - K Y_{1a} \quad (4.31)$$

$$\frac{E(p)-P(p)}{q(p)} = \frac{p^3+2p^2+2p}{(p+1)(p+2)} = Y_{2b} - K Y_{2a} \quad (4.32)$$

La identificación de los términos positivos y negativos de las expresiones (4.31) y (4.32) nos permite obtener las admitancias correspondien-

tes a los dipolos RC asociados al I.N.I.C. Por ejemplo, con un valor de $K = 1$:

$$Y_{1b} = \frac{1}{2} + \frac{p}{2(p+2)} \quad Y_{1a} = \frac{p}{p+1}$$

$$Y_{2b} = p + \frac{p}{p+1} \quad Y_{2a} = \frac{2p}{p+2}$$

Los dipolos cuyas admitancias acaban de ser calculadas pueden construirse de forma muy sencilla. Por ejemplo, el dipolo RC cuya admitancia es $Y_{1b} = 0,5 + \frac{p}{2(p+2)}$ es el resultado de poner en paralelo una resistencia de valor 2 y un circuito RC serie cuya resistencia es 2 y cuya capacidad es $1/4$ (fig. 4-25).

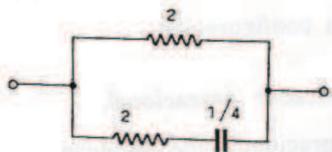


FIG. 4-25. Dipolo cuya admitancia es

$$Y = 0,5 + \frac{p}{2(p+2)}.$$

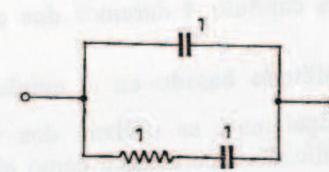


FIG. 4-26. Dipolo cuya admitancia es

$$Y = p + \frac{p}{p+1}.$$

De la misma forma, el dipolo RC cuya admitancia es $Y_{2b} = p + \frac{p}{p+1}$ es el resultado de poner en paralelo un condensador de valor 1 y un circuito RC serie en el que la resistencia y la capacidad son iguales a la unidad (fig. 4-26).

De todo ello resulta el esquema final, representado en la figura 4-27, el cual contiene solamente un elemento activo y 10 pasivos, mientras que el esquema de Linvill utilizaba sólo 7 elementos pasivos. En cambio, el método de Yanagisawa resulta mucho más sencillo de calcular.

2.1.3. Método basado en la utilización de un girador.

La aplicación más directa de la síntesis de un filtro activo con ayuda de inversores de impedancia positiva consiste naturalmente en sustituir las

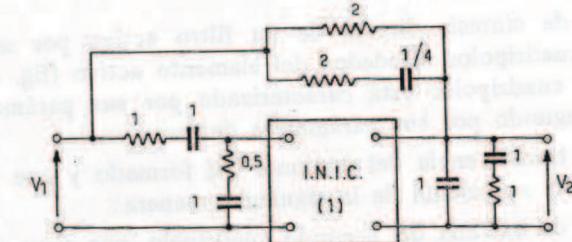


FIG. 4-27. Filtro activo de paso bajo de Butterworth, de orden 3, realizado mediante la estructura de Yanagisawa.

inductancias de un filtro LC construido según los métodos clásicos [1 a 5] por un conjunto de girador y capacidad. Por ejemplo, el filtro de la figura 4-28a puede ser sustituido por el de la figura 4-28b.

Este sistema, teóricamente muy interesante, precisa sin embargo un gran número de elementos activos debido a que una inductancia serie, que es una carga flotante, frecuentemente necesita en la práctica la utilización de dos giradores para sustituirla (fig. 4-29).

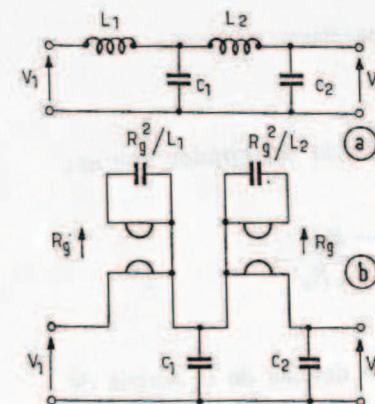
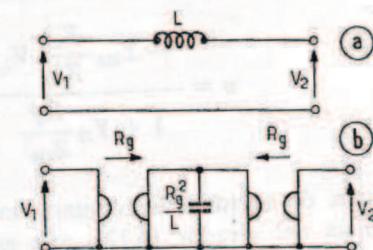
FIG. 4-28. Resulta posible realizar un filtro activo RC sustituyendo en un filtro convencional LC las inductancias por giradores cerrados mediante condensadores.

FIG. 4-29. Realización de una inductancia paralelo mediante giradores.

METODO DE SINTESIS DE LOS FILTROS ACTIVOS

Otro método de síntesis directa de un filtro activo por medio de giradores utiliza cuadripolos alrededor del elemento activo (fig. 4-30). El primero de estos cuadripolos está caracterizado por sus parámetros de admitancia y el segundo por sus parámetros de impedancia.

La función de transferencia del conjunto así formado y que sirve de base para la síntesis se calcula de la siguiente manera:

La impedancia de entrada del segundo cuadripolo, que sirve de carga para el girador, tiene un valor Z_{11b} , ya que este cuadripolo se halla en circuito abierto. Por consiguiente, la impedancia de carga del primer cuadripolo es:

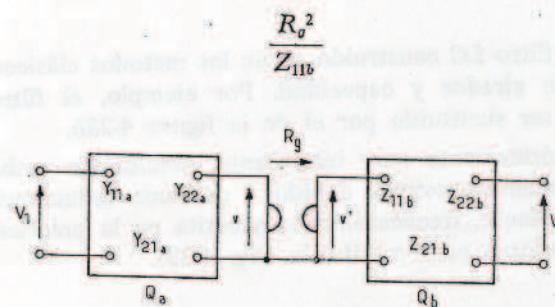


FIG. 4-30. Realización de un filtro activo mediante un girador y dos cuadripolos RC .

De esto se deduce el valor de la tensión de entrada del girador que es:

$$v = \frac{-Y_{21a} \frac{R_g^2}{Z_{11b}} V_1}{1 + Y_{22} \frac{R_g^2}{Z_{11b}}} = \frac{-Y_{21a} - R_g^2 V_1}{Z_{11b} + Y_{22} R_g^2}$$

La tensión de entrada del segundo cuadripolo se deduce de la matriz de impedancia del girador (4.12), que es:

$$\begin{bmatrix} v \\ v' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -R_g \\ R_g & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i'_1 \end{bmatrix}$$

$$i'_1 = \frac{-v'}{Z_{11b}} \quad y \quad v' = -Z_{11b} i'_1 = Z_{11b} \frac{v}{R_g} = -\frac{Z_{11b} Y_{21a} R_g^2}{Z_{11b} + Y_{22} R_g^2} V_1$$

SINTESIS DE LOS FILTROS ACTIVOS

Como el segundo cuadripolo está abierto, su función de transferencia será:

$$\frac{V_2}{v'} = \frac{Z_{21b}}{Z_{11b}} = \frac{-V_2 (Z_{11b} + Y_{22a} R_g^2)}{V_1 Z_{11b} Y_{21b} R_g^2}$$

De donde se deduce la función de transferencia del conjunto:

$$F(p) = \frac{V_2}{V_1} = \frac{-R_g Y_{12a} Z_{12b}}{Z_{12b} + R_g^2 Y_{22a}} \quad (4.33)$$

El método que permite determinar la configuración y el valor de los elementos de los dos cuadripolos RC es totalmente análogo al utilizado en el método de Linvill [24].

En el capítulo 4 daremos dos ejemplos de esta configuración.

2.1.4. Método basado en el empleo de un amplificador operacional.

Principalmente se utilizan dos tipos de configuraciones que emplean un amplificador operacional como elemento activo asociado a una red RC .

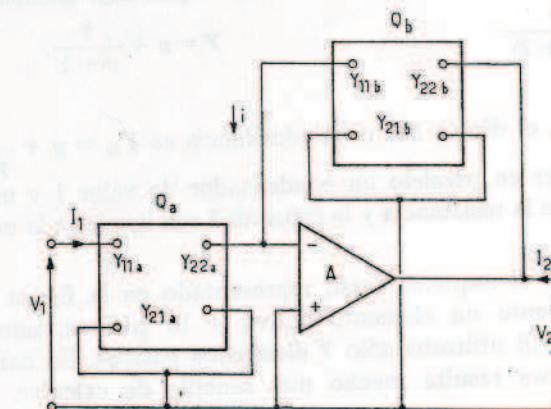


FIG. 4-31. Filtro activo que utiliza un amplificador operacional combinado con dos cuadripolos RC .

En el primero de estos dos tipos se emplean dos cuadripolos RC , los cuales están definidos por sus parámetros de admitancia y están montados con realimentación negativa simple, tal como indica la figura 4-31. Siendo

METODO DE SINTESIS DE LOS FILTROS ACTIVOS

nulas la corriente y la tensión de entrada del amplificador, podemos escribir:

$$i = Y_{21a} V_1 = -Y_{21b} V_2$$

y también:

$$\frac{V_2}{V_1} = -\frac{Y_{21b}}{Y_{21a}} \quad (4.34)$$

Esta función de transferencia se presenta en una forma particularmente sencilla, ya que sólo intervienen en ella los parámetros Y_{21a} e Y_{21b} . Mediante este sistema se pueden realizar numerosos filtros activos, y para simplificar los cálculos se pueden utilizar los valores de los parámetros Y de los cuadripolos, los cuales se hallan indicados en la tabla 4-2.

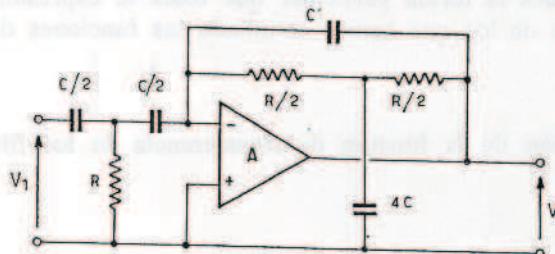


FIG. 4-32. Filtro de paso bajo de segundo orden que tiene la estructura de la figura 4-31.

En la figura 4-32 se presenta un circuito que es un ejemplo de diseño basado en el sistema que acabamos de explicar. Se trata de un filtro de paso alto de segundo orden:

$$Y_{21a} = \frac{-RC^2 p^2}{4(1 + RC p)}$$

$$Y_{21b} = -C' p - \frac{1}{R(1 + RC p)} = -\frac{R^2 CC' p^2 + RC' p + 1}{R(1 + RC p)}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = -\frac{Y_{21b}}{Y_{21a}} = \frac{1}{4(R^2 CC' p^2 + RC' p + 1)}$$

En el capítulo 5 veremos otros ejemplos de realizaciones basadas en este sistema.

SINTESIS DE LOS FILTROS ACTIVOS

El segundo tipo de configuración se basa en el empleo de un amplificador operacional asociado a dos dipolos RC con reacción negativa múltiple, tal como se indica en la figura 4-33. La función de transferencia del conjunto formado se obtiene estableciendo que la suma de las corrientes en el punto A y en el B es nula, o sea:

$$v(Y_2 + Y_3 + Y_1 + Y_4) - V_1 Y_1 - V_2 Y_4 = 0$$

$$v Y_3 + V_2 Y_5 = 0$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{-Y_1 Y_3}{Y_5(Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4) + Y_3 Y_4} \quad (4.35)$$

Esta relación sirve de base para la síntesis.

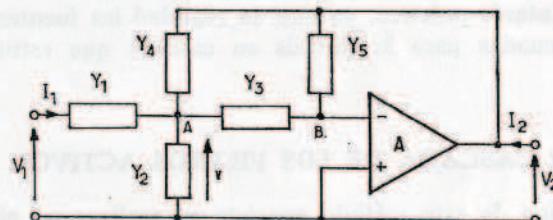


FIG. 4-33. Filtro activo realizado mediante la combinación de un amplificador operacional y dos bucles de realimentación negativa.

En la figura 4-34 se halla un ejemplo de filtro activo de paso alto de segundo orden. En él:

$$Y_1 = Y_3 = Y_4 = Cp$$

$$Y_2 = \frac{1}{R} \quad Y_5 = \frac{1}{R'}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{-C^2 p^2}{\frac{1}{R'} \left(2Cp + \frac{1}{R} \right) + C^2 p^2} = -\frac{RR' C^2 p^2}{RR' C^2 p^2 + 2RCp + 1}$$

En el capítulo 5 veremos otros ejemplos de este tipo.

METODO DE SINTESIS DE LOS FILTROS ACTIVOS

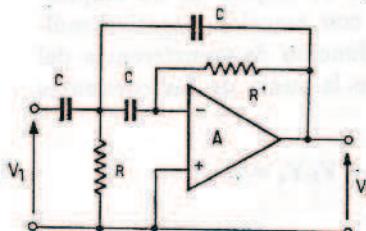


FIG. 4-34. Filtro de paso alto de segundo orden que tiene la estructura de la figura 4-33.

2.1.5. Método basado en el empleo de fuentes controladas.

Hay un cierto número de métodos generales de síntesis de filtros activos que se basan en el empleo de fuentes controladas, siendo los más conocidos los de Hakim [38] y de Kuh [39]. No obstante, estos métodos no presentan un gran interés práctico, ya que en realidad las fuentes controladas son más adecuadas para la síntesis en cascada que estudiaremos seguidamente.

2.2. SINTESIS EN CASCADA DE LOS FILTROS ACTIVOS.

El principio básico de este método consiste en realizar un cierto número de filtros activos elementales muy sencillos, utilizando en cada uno de ellos por lo menos un elemento activo. Al poner en cascada una serie de estos filtros elementales se obtendrá cualquier tipo de filtro que se desee.

Vamos a demostrar que este sistema siempre es posible, y después estudiaremos el significado físico de tal descomposición y el interés práctico que presenta en lo que se refiere a la puesta a punto de un filtro. Terminaremos con el estudio de una serie de filtros elementales que pueden servir de base para tales construcciones.

2.2.1. Descomposición de la función de transferencia de un filtro.

En el apartado 2.1 del capítulo 3 vimos que la función de transferencia de todo filtro realizable prácticamente era una fracción racional, es decir, un cociente de dos funciones polinómicas de la frecuencia compleja $p = j\omega$:

$$F(p) = \frac{P(p)}{E(p)} = K \frac{a_m p^m + a_{m-1} p^{m-1} + \dots + a_1 p + a_0}{b_n p^n + b_{n-1} p^{n-1} + \dots + b_1 p + b_0} \quad (4.36)$$

SINTESIS DE LOS FILTROS ACTIVOS

con

$$m \leq n$$

$P(p)$ y $E(p)$ admiten por consiguiente m y n raíces respectivamente, las cuales pueden ser reales o imaginarias conjugadas. La expresión (4.36), en virtud de lo anterior, puede ponerse en la forma siguiente:

$$F(p) = K \frac{(p - p_{r1})(p - p_{r2}) \dots (p - p_{rn})(p - p_{i1}^*) \dots (p - p_{i1}^*)}{(p - p'_{r1})(p - p'_{r2}) \dots (p - p'_{rn})(p - p'_{i1}^*) \dots} \quad (4.37)$$

siendo p_r y p'_r las raíces reales y p_i , p_i^* , p'_i y p'_i^* las imaginarias conjugadas.

Estudiaremos ahora la forma particular que toma la expresión (4.34) en el caso de filtros de los que hemos estudiado las funciones de aproximación.

2.2.2. Descomposición de la función de transferencia de los filtros de paso bajo.

Filtros polinomiales.

En este caso, el numerador de la expresión (4.37) resulta igual a la unidad.

Por otra parte, hemos visto que las raíces del denominador de la función de transferencia de un filtro polinomial se hallan situadas sobre una curva continua localizada en la parte izquierda del plano complejo (en los filtros de Butterworth, por ejemplo, una semicircunferencia de radio unidad). De esto resulta que las raíces son, en el caso de que n sea par, imaginarias conjugadas dos a dos y si n es impar solamente existe una raíz real negativa: $-p_0$.

Además, los términos que contienen dos raíces imaginarias conjugadas pueden agruparse para obtener un factor de segundo grado, llamado factor cuadrático, de coeficientes reales.

Por ejemplo, si $p_1 = -\sigma_1 + j\omega$ y $p_1^* = -\sigma_1 - j\omega$, son dos raíces imaginarias conjugadas, tendremos:

$$(p - p_1)(p - p_1^*) = p^2 - 2\sigma_1 p + \sigma_1^2 + \omega_1^2$$

y haciendo $\rho_1^2 = \sigma_1^2 + \omega_1^2$, será:

$$(p - p_1)(p - p_1^*) = p^2 + 2\rho_1 p + \rho_1^2$$

Por consiguiente, la expresión de la función de transferencia de un filtro polinomial puede ponerse siempre en la forma:

$$F(p) = \frac{K}{(p + p_0)(p^2 + 2\sigma_1 p + \rho_1^2)(p^2 + 2\sigma_2 p + \rho_2^2) \dots (p^2 + 2\sigma_k p + \rho_k^2)}$$

cuando n es impar, siendo $k = \frac{n-1}{2}$, y

$$F(p) = \frac{K}{(p^2 + 2\sigma_1 p + \rho_1^2)(p^2 + 2\sigma_2 p + \rho_2^2) \dots (p^2 + 2\sigma_k p + \rho_k^2)}$$

cuando n es par, siendo

$$k = \frac{n}{2}$$

De esto se deduce que siempre resultará posible realizar un filtro polinomial de paso bajo con dos tipos de circuitos elementales colocados en cascada, o sea:

— Uno o varios circuitos cuya función de transferencia tiene la forma:

$$\frac{1}{p^2 + 2\sigma p + \rho^2}$$

— Un circuito cuya función de transferencia tiene la forma $\frac{1}{p + p_0}$ en los filtros se orden impar.

Como se trata de filtros de paso bajo, $F(p) = \frac{V_2}{V_1} = 1$ para $\omega = 0$, puede eliminarse la constante K utilizando preferentemente términos de la siguiente forma:

$$\frac{1}{\frac{p^2}{\rho^2} + \frac{2\sigma}{\rho^2} p + 1} = \frac{1}{ap^2 + bp + 1} \quad (4.39)$$

y

$$\frac{1}{p_0 + 1} = \frac{1}{ap + 1} \quad (4.40)$$

Filtros de Cauer.

La forma del denominador de la función de transferencia no difiere de la de un filtro polinomial. Por lo tanto, puede ponerse en la forma de factores expresada en las relaciones (4.37) y (4.38), según la paridad de n .

El numerador de las funciones de transferencia de los filtros de paso bajo de Cauer siempre puede ponerse en la forma hallada en (3.33), o sea:

$$P(p) = (p^2 + \omega_{c1}^2)(p^2 + \omega_{c2}^2) \dots (p^2 + \omega_{ck}^2)$$

con

$$k = \frac{n}{2} \quad \text{si } n \text{ es par}$$

$$k = \frac{n-1}{2} \quad \text{si } n \text{ es impar}$$

Por lo tanto, las funciones de transferencia de filtros de paso bajo de Cauer pueden ponerse siempre en la siguiente forma de factores:

$$F(p) = K \frac{(p^2 + \omega_{c1}^2)(p^2 + \omega_{c2}^2) \dots (p^2 + \omega_{ck}^2)}{(p + p_0)(p^2 + 2\sigma_1 p + \rho_1^2)(p^2 + 2\sigma_2 p + \rho_2^2) \dots (p^2 + 2\sigma_k p + \rho_k^2)} \quad (4.41)$$

si n es impar, siendo $k = \frac{n-1}{2}$, y

$$F(p) = K \frac{(p^2 + \omega_{c1}^2)(p^2 + \omega_{c2}^2) \dots (p^2 + \omega_{ck}^2)}{(p^2 + 2\sigma_1 p + \rho_1^2)(p^2 + 2\sigma_2 p + \rho_2^2) \dots (p^2 + 2\sigma_k p + \rho_k^2)} \quad (4.42)$$

si n es par, siendo

$$k = \frac{n}{2}$$

De esto se deduce que siempre es posible realizar un filtro de paso bajo de Cauer poniendo en cascada un circuito cuya función de transferencia sea de la forma $\frac{1}{p + p_0}$ y k circuitos cuya función de transferencia sea de la forma:

$$\frac{p^2 + \omega_{co}^2}{p^2 + 2\sigma p + p^2}$$

Como se trata de filtros de paso bajo, es preferible utilizar términos de la forma siguiente:

$$\frac{\frac{p^2 + \omega_{\infty}^{-2} + 1}{p^2}}{\frac{p^2 + 2\sigma}{p^2} p + 1} = \frac{p^2 \omega_{\infty}^{-2} + 1}{ap^2 + bp + 1} \quad (4.43)$$

En conclusión, podemos realizar cualquier tipo de filtros de paso bajo poniendo en cascada solamente tres tipos de circuitos elementales cuya realización resulta particularmente fácil.

2.2.3. Descomposición de la función de transferencia de filtros de paso alto, de paso de banda y recortadores de banda.

Hemos visto que las transformaciones de frecuencia que convierten un filtro de paso bajo en uno de cualquier otro tipo no podían aplicarse a los elementos del filtro activo de paso bajo, debido a que la transformación de una capacidad hace aparecer siempre una inductancia, que es un elemento indeseable en los filtros activos.

Por lo tanto, para realizar un tipo de filtro diferente de un paso bajo debemos aplicar las transformaciones necesarias a la función de transferencia del prototipo, para obtener la función de transferencia del filtro que se desea conseguir, procediendo después a la síntesis de la red que tiene dicha función de transferencia.

Hemos visto que en las funciones de transferencia de los filtros de paso bajo aparecen solamente tres tipos de factores. Aplicando las transformaciones de frecuencia paso bajo-paso alto, paso bajo-paso de banda y paso bajo-recortador de banda a estos tres tipos de factores, podremos obtener las funciones de transferencia de paso alto, de paso de banda y recortador de banda correspondientes al filtro transformado.

Estos cálculos resultan bastante complicados, pero de todas formas son mucho más sencillos que si aplicáramos directamente las transformaciones de frecuencia a la función de transferencia del prototipo.

La tabla 4-1 nos da los nueve resultados de estas transformaciones. En ella aparecen los siguientes resultados:

Transformación paso bajo-paso alto.

Un factor de primer grado de la forma $\frac{1}{ap+1}$ se transforma en un término de la forma $\frac{p}{p+\alpha}$. (4.44)

Un factor de segundo grado de la forma $\frac{1}{ap^2 + bp + 1}$ se transforma en otro de segundo grado de la forma $\frac{p^2}{p^2 + bp + a}$. (4.45)

Un factor de segundo grado de Cauer se transforma en otro de segundo grado de la misma forma.

Transformación paso bajo-paso de banda.

Un factor de primer grado de la forma $\frac{1}{ap+1}$ se transforma en otro cuadrático de la forma:

$$\frac{\frac{B}{a} p}{1 + \frac{B}{a} p + p^2} \quad (4.46)$$

Un factor de segundo grado de la forma $\frac{1}{ap^2 + bp + 1}$ se transformará en un producto de dos factores cuadráticos, uno de ellos de paso bajo y semejante al de la expresión (4.39), y otro de paso alto y semejante al de la expresión (4.45).

Estos dos factores cuadráticos se deducen uno del otro cambiando p por $\frac{1}{p}$; es decir, mediante una transformación paso bajo-paso alto. Esta propiedad permite simplificar los cálculos, ya de por sí bastante complejos puesto que precisan la resolución de una ecuación de cuarto grado.

Para resolver dicha ecuación se pueden utilizar la solución literal desarrollada en la tabla 4-1 o usar un ordenador o un método de cálculo por iteraciones.

En cuanto al factor de segundo grado de Cauer, éste se transforma en un producto de dos factores de la misma forma, uno de ellos de paso bajo ($\omega_0 < \omega_{\infty}$) y el otro de paso alto ($\omega_{\infty} < \omega_0$).

Transformación paso bajo-recortador de banda.

Un término de primer grado de la forma $\frac{1}{ap+1}$ se transforma en otro de segundo grado que lleva un cero de transmisión, semejante al de la expresión (4.43).

TABLA 4-1. Trasposición de una función de transferencia de paso bajo en paso alto, paso de banda o recortador de banda. La tabla permite realizar la trasposición factor por factor.

| | Paso bajo | Paso alto |
|---|--|--|
| Frecuencia compleja normalizada | $p = j \frac{\omega}{\omega_p}$ | $\frac{1}{p} = \frac{\omega_a}{j\omega}$ |
| Factor de primer orden | $\frac{1}{ap + 1}$ | $\frac{1}{a} p$ $\frac{1}{a} p + 1$ |
| Factor de segundo orden sin cero de transmisión | $\frac{1}{ap^2 + bp + 1}$ | $\frac{1}{a} p^2$ $\frac{1}{a} p^2 + \frac{b}{a} p + 1$ |
| Factor de segundo orden con cero de transmisión | $\frac{p^2 \omega_{\infty}^{-2} + 1}{ap^2 + bp + 1}$ | $\frac{p^2 + \omega_{\infty}^{-2}}{p^2 + bp + a}$ |
| Significado de los símbolos | $\omega_p = 2\pi f_p$: frecuencia límite de la banda de paso $\omega_a = 2\pi f_a$: frecuencia límite de la banda atenuada f_0 = frecuencia central en los filtros pasabanda y recortadores de banda $Q = \frac{\sqrt{a}}{b}$: coeficiente de sobre tensión de un factor de 2.º orden paso bajo o paso alto $\omega_{\infty}, \omega_{\text{col}}$ = cero de transmisión $Q' = Q \frac{1 + a^2}{a B'}$ $S_{1j} \frac{B'^2}{2} \ll 1 = \alpha \approx 1$ y $Q' \approx \frac{Q}{B'}$ | |

| Paso de banda | Recortador de banda |
|---|---|
| $\frac{1}{B} \left(p + \frac{1}{p} \right) = \frac{1}{B} \left(\frac{j\omega}{\omega_0} + \frac{\omega_0}{j\omega} \right)$ | $\frac{B}{p + \frac{1}{p}} = \frac{B}{\frac{j\omega}{\omega_0} + \frac{\omega_0}{j\omega}}$ |
| $\frac{\frac{B}{a} p}{p^2 + \frac{B}{a} p + 1}$ | $\frac{p^2 + 1}{p^2 + aB p + 1}$ |
| $\left[\frac{B'^2 p_2}{1 + \frac{1}{Q'} \cdot \frac{p}{a} + \frac{p^2}{a^2}} \right]$ | $\left[\frac{p^2 + 1}{1 + \frac{1}{Q'} \cdot \frac{p}{a} + \frac{p^2}{a^2}} \right]$ |
| $\left[\frac{1}{1 + \frac{1}{Q'} \cdot a p + a^2 p^2} \right]$ | $\left[\frac{p^2 + 1}{1 + \frac{1}{Q'} \cdot a p + a^2 p^2} \right]$ |
| $C \left[\frac{p^2 \omega_{\text{col}}^{-2} + 1}{1 + \frac{1}{Q'} \cdot \frac{p}{a} + \frac{p^2}{a^2}} \right] \left[\frac{p^2 + \omega_{\text{col}}^{-2}}{1 + \frac{1}{Q'} \cdot a p + a^2 p^2} \right]$ | |
| B: ancho de banda relativo $B = \frac{f_p^+ - f_p^-}{f_0} = \frac{\Delta f_p}{f_0}$ $B' = \frac{B}{\sqrt{a}}$ $C = \frac{\omega_{\text{col}}^2}{B^2 \omega_{\infty}^2}$ $\frac{\omega_{\infty}^2}{\omega_0^2} = 1 + \frac{B^2 \omega_{\infty}^2}{2}$ $\left[1 + \sqrt{\frac{4}{B^2 \omega_{\infty}^2} + 1} \right]$ | B: ancho de banda relativo $B = \frac{f_a^+ - f_a^-}{f_0} = \frac{\Delta f_a}{f_0}$ $B' = B \sqrt{a}$ $C = \omega_{\text{col}}^2$ $\frac{\omega_{\infty}^2}{\omega_0^2} = 1 + \frac{B^2}{2 \omega_{\infty}^2}$ $\left[1 + \sqrt{\frac{B^2}{4 \omega_{\infty}^2} + 1} \right]$ |
| $\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{B'^2}{4} + 1} + \sqrt{\frac{B'^4}{16} + \left(1 - \frac{b^2}{2a} \right) \frac{B'^2}{2} + 1}$ $+ \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{B'^2}{4} - 1 + \sqrt{\frac{B'^4}{16} + \left(1 - \frac{b^2}{2a} \right) \frac{B'^2}{2} + 1}}$ | |

Un término de segundo grado polinomial se transforma en un producto de dos términos de segundo grado que también son de la forma (4.43), es decir, con un cero de transmisión.

Finalmente, un término cuadrático de Cauer se transforma en un producto de dos factores cuadráticos de Cauer, uno de ellos de paso bajo y el otro de paso alto.

2.2.4. Conclusiones de la descomposición de las funciones de transferencia. Factores elementales.

El estudio detallado de la descomposición de las diferentes funciones de transferencia concluye con la aparición de un número muy limitado de factores elementales, siete en total, que son los siguientes:

$$\frac{1}{ap+1} \quad (4.40)$$

$$\frac{1}{ap^2 + bp + 1} \quad (4.39)$$

$$\frac{p/a}{p/a + 1} \quad (4.44)$$

$$\frac{\frac{p^2}{a}}{\frac{p^2}{a} + \frac{b}{a} p + 1} \quad (4.45)$$

$$\frac{\frac{B}{a} p}{p^2 + \frac{B}{a} p + 1} \quad (4.46)$$

$$\frac{\frac{p^2 \omega_{\infty}^{-2} + 1}{ap^2 + bp + 1}}{\left. \begin{array}{l} 1) \omega_0 > \omega_{\infty} \\ 2) \omega_0 < \omega_{\infty} \end{array} \right\}} \quad (4.43)$$

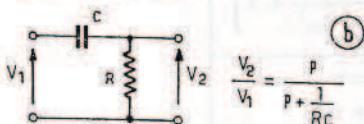
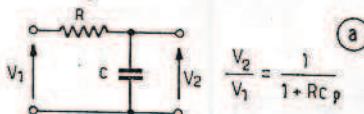


FIG. 4-35. Filtros de paso bajo (a) y de paso alto (b) de primer orden.

Las funciones de transferencia (4.40) y (4.44) pueden realizarse simplemente con ayuda de un elemento RC (fig. 4-35) y no precisan ningún elemento activo.

En definitiva, podemos establecer la importante conclusión siguiente: Puede realizarse cualquier filtro, polinomial o de Cauer, de paso bajo, paso alto, paso de banda o recortador de banda mediante la combinación en cascada de solamente cinco circuitos activos elementales eventualmente asociados a una célula RC .

Por estas razones, este método de síntesis presenta muchas ventajas de tipo práctico, ya que en principio, es de una gran simplicidad de concepción y de realización y, por otro lado, el limitado número de circuitos elementales que se utilizan permitirá su estudio detallado y la elección de los más convenientes para el problema que se plantea. Finalmente, veremos que esta descomposición tiene un significado físico cuya comprensión facilitará considerablemente la puesta a punto de los filtros activos construidos en la práctica.

Por contra, existe el inconveniente de la multiplicación de los elementos activos; pero este inconveniente es sólo aparente, ya que, por una parte, la evolución de la moderna tecnología nos permite adquirir elementos característicos a bajo precio y, por otra, demostraremos que el aumento del número de componentes activos mejora las características del filtro.

2.2.5. Significado físico de la descomposición de la función de transferencia.

Los cinco factores que corresponden a los cinco circuitos activos elementales presentan todos en su denominador un término de segundo grado de la forma $ap^2 + bp + 1$. Por consiguiente, la curva de respuesta de cada uno de estos circuitos será comparable a la de un circuito resonante serie, posiblemente con un cero de transmisión.

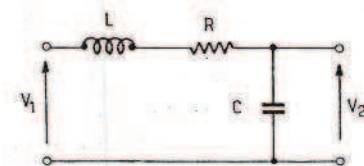


FIG. 4-36. Filtro de paso bajo LRC de segundo orden.

Tomemos como ejemplo el factor de paso bajo de la expresión (4.39):

El circuito LRC que tiene una respuesta de la misma forma se halla representado en la figura 4-36.

La función de transferencia de este circuito, muy clásico, es:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{LC p^2 + RC p + 1} \quad (4.47)$$

Si llamamos $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$ a la frecuencia propia de este circuito y

$Q = \frac{L\omega_0}{R}$ a su coeficiente de sobretensión, la relación (4.47) se escribirá:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{\frac{p^2}{\omega_0^2} + \frac{1}{Q} - \frac{p}{\omega_0} + 1} = \frac{1}{ap^2 + bp + 1} \quad (4.48)$$

La curva de respuesta correspondiente está representada en la figura 4-37, para tres valores diferentes del coeficiente de sobretensión Q .

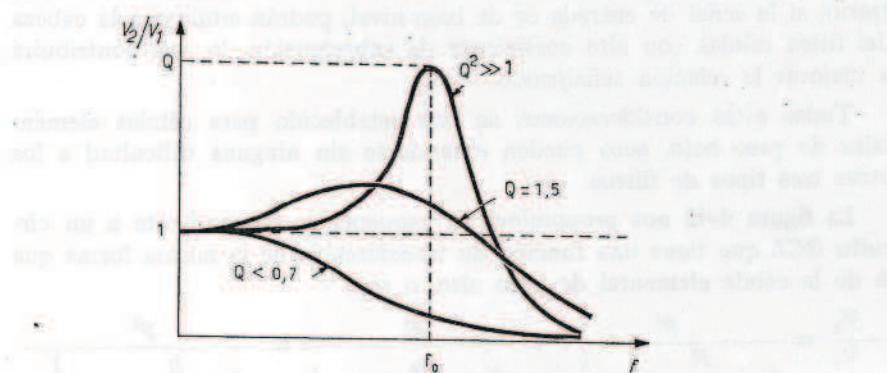


FIG. 4-37. Respuesta de amplitud de un filtro de paso bajo de segundo orden según los valores del coeficiente de sobretensión Q .

Comparando estos resultados con la relación (4.37) resulta que la célula elemental que nos va a servir para construir los filtros de paso bajo polinomiales tiene también una curva de respuesta de amplitud semejante a la representada en la figura 4-37.

Las dos magnitudes más importantes de esta curva serán (fig. 4.38):

— La tensión máxima $V_m = \left| \frac{V_2}{V_1} \right|_{máx}$

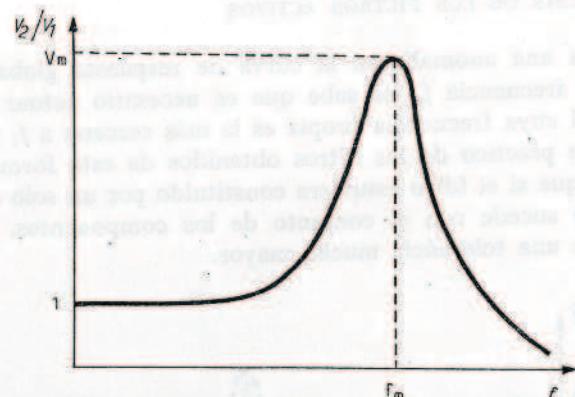


FIG. 4-38. Las magnitudes V_m y f_m permiten el ajuste de un filtro elemental de segundo orden.

Si $Q^2 \gg 1, V_m \approx Q = \frac{\sqrt{a}}{b}$

— La frecuencia f_m en que tiene lugar este máximo.

Si $Q^2 \gg 1, f_m \approx f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{a}}$ (4.49)

Por consiguiente, puede verse que un filtro polinomial de paso bajo, realizado mediante el acoplamiento en cascada de circuitos elementales de segundo orden presenta una curva de respuesta que puede obtenerse realizando el producto de un cierto número de curvas semejantes a las representadas en la figura 4-38. Esta propiedad se pone en evidencia en la figura 4-39, en el caso de un filtro de Tchebyscheff de orden 5.

Las células elementales tienen frecuencias propias que aumentan al tiempo que su coeficiente de sobretensión. Esto puede preverse considerando el reparto de los polos de la función de transferencia del filtro en el plano complejo (fig. 3-16).

De esta propiedad se pueden deducir tres importantes consecuencias prácticas:

1. Cuando se realiza un filtro activo mediante acoplamiento en cascada de células elementales, se puede ajustar cada célula por separado calculando experimentalmente los términos $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{a}}$ y $Q = \frac{\sqrt{a}}{b}$.

METODO DE SINTESIS DE LOS FILTROS ACTIVOS

Si se presenta una anomalía en la curva de respuesta global, en las cercanías de una frecuencia f_1 , se sabe que es necesario actuar sobre el circuito elemental cuya frecuencia propia es la más cercana a f_1 para rectificarla. El ajuste práctico de los filtros obtenidos de esta forma resulta mucho más fácil que si el filtro estuviera constituido por un solo elemento activo. Lo mismo sucede con el conjunto de los componentes, los cuales pueden ser de una tolerancia mucho mayor.

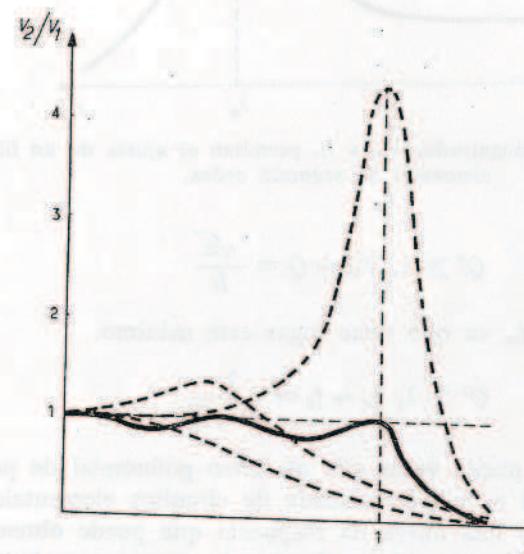


FIG. 4-39. Curva de respuesta de un filtro de Tchebyscheff de orden 5 (\rightarrow) obtenida realizando el producto de tres curvas de respuesta de primero y segundo orden (\dots).

2. Puede comprenderse intuitivamente (lo demostraremos en el capítulo 5) que cuanto más elevado es el coeficiente de sobretensión Q de una célula elemental, su realización exige elementos activos de mejores prestaciones y componentes pasivos estables y precisos y, por lo tanto, caros. La figura 4-39 demuestra claramente que en un filtro de paso bajo las células elementales tienen coeficientes de sobretensión muy irregulares, que van creciendo a medida que su frecuencia propia se approxima a la frecuencia unidad. Por lo tanto, podrán escogerse células de características regulares y poco costosas para la realización de los primeros circuitos, dejando todas las precauciones para la realización del circuito que

SINTESIS DE LOS FILTROS ACTIVOS

tengan el coeficiente de sobretensión mayor. Por eso resulta fácil optimizar el precio de coste del filtro.

3. Cuando una célula posee un coeficiente de sobretensión elevado, aparecen localmente tensiones altas que pueden saturar los elementos activos. Por otra parte, si una célula tiene un coeficiente de sobretensión demasiado pequeño (caso num. 3 de la figura 4-37) puede producirse una fuerte atenuación de la señal en la banda de paso, en las cercanías de la frecuencia de corte, contribuyendo a deteriorar notablemente la relación señal/ruido.

Estas dos observaciones permiten determinar el orden de las células elementales para que pueda lograrse la mejor dinámica, de tal forma que si la señal de entrada tiene un nivel relativamente importante (del orden del voltio), deberán situarse a la cabeza del filtro células de coeficiente de sobretensión pequeño, evitando las saturaciones locales. Por el contrario, si la señal de entrada es de bajo nivel, podrán situarse a la cabeza del filtro células con alto coeficiente de sobretensión, lo que contribuirá a mejorar la relación señal/ruido.

Todas estas consideraciones se han establecido para células elementales de paso bajo, pero pueden extenderse sin ninguna dificultad a los otros tres tipos de filtros.

La figura 4-40 nos proporciona el esquema correspondiente a un circuito RCL que tiene una función de transferencia de la misma forma que la de la célula elemental de paso alto, o sea:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{p^2}{p^2 + \frac{R}{L}p + \frac{1}{LC}} = \frac{p^2}{p^2 + \frac{\omega_0}{Q}p + \omega_0^2} = \frac{p^2}{p^2 + \frac{b}{a}p + \frac{1}{a}}$$

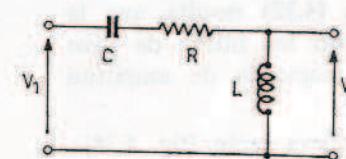


FIG. 4-40. Filtro de paso alto RCL de segundo orden.

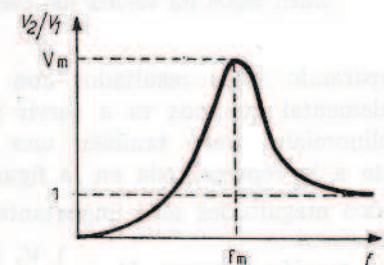


FIG. 4-41. Curva de respuesta de amplitud de un filtro de paso alto de segundo orden. Si $Q^2 \gg 1$, $V_m \approx Q$ y $f_m \approx f_0$.

La curva de respuesta representada en la figura 4-41 hace aparecer dos importantes parámetros:

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{\sqrt{a}}{2\pi} \approx f_m \text{ si } Q^2 \gg 1$$

$$\left| \frac{V_2}{V_1} \right|_m = V_m \approx Q \text{ si } Q^2 \gg 1$$

Las figuras 4-42 y 4-43 representan el esquema equivalente y la curva de respuesta correspondiente a una célula elemental de paso de banda cuya forma de expresión es (4.46):

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{RCp}{LCp^2 + RCp + 1} = \frac{\frac{p}{Q\omega_0}}{\frac{p^2}{\omega_0^2} + \frac{p}{Q\omega_0} + 1}$$

si $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 1$, tenemos:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\frac{1}{Q}}{p^2 + \frac{p}{Q} + 1} = \frac{\frac{B}{a}p}{p^2 + \frac{B}{a}p + 1}$$

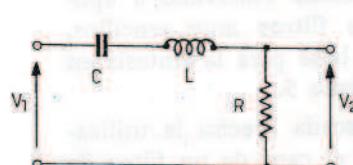


FIG. 4-42. Filtro de paso de banda RCL de segundo orden.

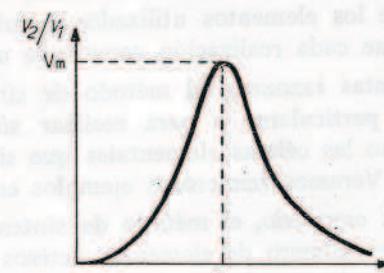


FIG. 4-43. Curva de respuesta de amplitud de un filtro de paso de banda de segundo orden. Si $Q^2 \gg 1$, $V_m \approx Q$ y $f_m \approx f_0$.

Como antes, los parámetros importantes son:

$$\omega_0 = 1$$

$$Q = \frac{a}{B}$$

Un circuito elemental de paso bajo con cero de transmisión cuya función de transferencia tiene la forma:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{p^2 \omega_\infty^{-2} + 1}{ap^2 + bp + 1}$$

presenta un equivalente RCL como el que se da en la figura 4-44. En este circuito tenemos que:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{L\gamma p^2 + 1}{L(\gamma + C)p^2 + \frac{L}{R}p + 1}$$

La curva de respuesta correspondiente se representa en la figura 4-46. Este circuito posee tres magnitudes importantes:

$$\omega_\infty = \frac{1}{\sqrt{L\gamma}} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{a}} \quad Q = \frac{\sqrt{a}}{b}$$

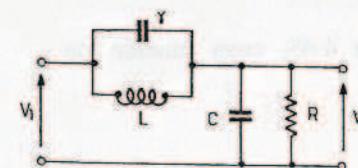


FIG. 4-44. Filtro de paso bajo RLC de segundo orden que tiene un cero de transmisión.

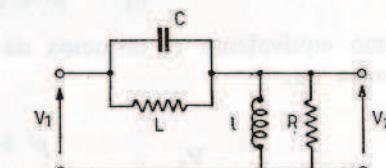


FIG. 4-45. Filtro de paso alto RLC de segundo orden que tiene un cero de transmisión.

Sin embargo, debe observarse que aunque el coeficiente de sobreexcitación sea elevado, puede limitarse la amplitud máxima siempre que ω_0 y ω_∞ estén suficientemente próximas. Esta propiedad podrá ser utilizada en las aplicaciones prácticas, ya que para limitar el riesgo de saturación de los elementos activos podrán combinarse en las células elementales de los filtros de Cauer ceros de transmisión y polos, de forma que se

METODO DE SINTESIS DE LOS FILTROS ACTIVOS

hallen tanto más próximos cuanto mayor sea el coeficiente de sobreten-sión. En la segunda parte, dedicada a la realización práctica de los filtros activos, insistiremos en este punto.

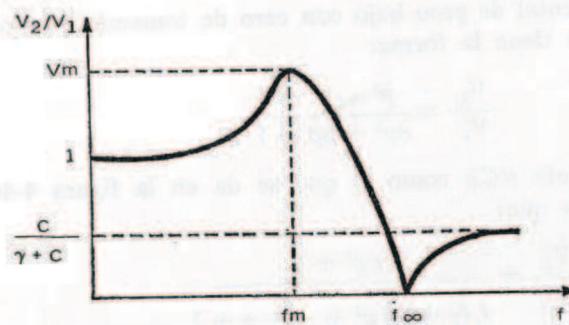


FIG. 4-46. Curva de respuesta del circuito representado en la figura 4-45.

Asimismo, un circuito elemental de paso alto que posee un cero de transmisión y cuya función de transferencia tiene la forma:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{p^2 + \omega_{\infty}^2}{p^2 + bp + a}$$

tiene como equivalente el esquema de la figura 4-45, cuya función de transferencia es:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{p^2 + \frac{1}{LC}}{\frac{L+l}{LC} + \frac{1}{RC}p + p^2}$$

con

$$\omega_{\infty} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad Q = R \sqrt{\frac{C(L+l)}{Ll}} = \frac{\sqrt{a}}{b}$$

$$\omega_0 = \frac{l+L}{\sqrt{LC}} = \sqrt{a} > \omega_{\infty}$$

La correspondiente curva de respuesta es la representada en la figura 4-47.

SINTESIS DE LOS FILTROS ACTIVOS

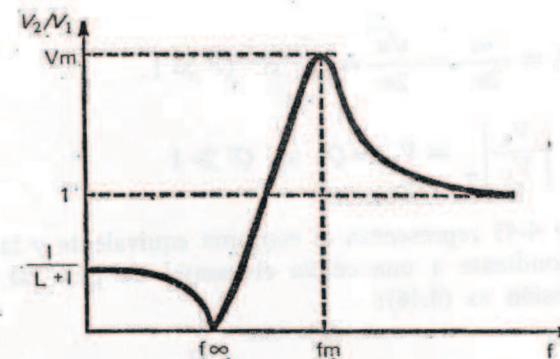


FIG. 4-47. Curva de respuesta del circuito representado en la figura 4-45.

2.3. COMPARACION ENTRE LOS DOS METODOS DE SINTESIS.

Los métodos basados en la síntesis global de un filtro partiendo de su función de transferencia, como los de Linvill y de Yanagisawa, llevan solamente un elemento activo, pero se hacen muy complicados en cuanto el orden del filtro sobrepasa algunas unidades.

Comoquiera que estos métodos son globales, nos proporcionan una red en la que la misión de cada elemento es casi imposible de determinar. De esto resulta que las posibilidades de ajuste son prácticamente inexistentes y que sus características reales, teniendo en cuenta las imperfecciones de los elementos utilizados, resultan prácticamente imprevisibles, puesto que cada realización constituye un caso particular.

Por estas razones, tal método de síntesis quedará reservado a aplicaciones particulares o para realizar síntesis de filtros muy sencillos, tales como las células elementales que sirven de base para la síntesis en cascada. Veremos numerosos ejemplos en el capítulo 5.

Por el contrario, el método de síntesis en cascada precisa la utilización de un número de elementos activos que, en el caso de un filtro de orden elevado, puede ser bastante grande. Pero en contrapartida este método posee una gran flexibilidad debido a la independencia que entre sí tienen los diversos factores que entran en juego y el limitado número de los mismos. Por consiguiente, puede realizarse un estudio detallado de las propiedades de estas células, escogiéndolas de forma que el problema presentado pueda resolverse de la mejor manera posible.

METODO DE SINTESIS DE LOS FILTROS ACTIVOS

Otra considerable ventaja, principalmente para el ingeniero que debe proyectar un filtro "que funcione" satisfactoriamente, reside en la posibilidad de realizar ajustes fáciles y rápidos, verificando cada célula por separado y con independencia de las otras, lo cual es una ventaja decisiva. Las tablas que damos en la segunda parte de esta obra indican todas las magnitudes de ajuste de cada una de las células.

capítulo 5

PRINCIPALES FILTROS ELEMENTALES

Cada uno de los cuatro elementos activos estudiados en el apartado 1 del capítulo anterior permite ciertamente realizar circuitos elementales de segundo orden. Como cada elemento activo puede hallarse en diferentes variantes (I.N.I.C. y V.N.I.C., por ejemplo) y cada variante da lugar a distintas combinaciones posibles en cada tipo de filtro, nos encontramos con una enorme cantidad de circuitos posibles acerca de los cuales existe un gran número de publicaciones.

El verdadero problema no radica ahora en encontrar un esquema, sino en escoger, entre una multitud de esquemas propuestos, el que mejor convenga a la realización del filtro que deseamos construir.

Por nuestra parte, entre los elementos activos existentes ya hemos elegido los que parecen convenir mejor para la síntesis de los filtros activos, habida cuenta del estado actual del desarrollo tecnológico.

Estudiaremos seguidamente un determinado número de circuitos elementales de segundo orden realizados con los elementos activos a que nos hemos referido. Despues definiremos los criterios muy particulares de los filtros activos que nos permitirán realizar una elección adecuada. Entre estos criterios de elección la sensibilidad tiene un papel muy particular y destacado.

1. Circuitos elementales de paso bajo de segundo orden.

En el capítulo 4 hemos visto que estos circuitos presentan una función de transferencia de la forma:

$$F(p) = \frac{K}{ap^2 + bp + 1}$$

expresión en la que los parámetros característicos son:

$$Q = \frac{\sqrt{a}}{b} \quad \text{y} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{a}}$$

1.1. CIRCUITOS QUE UTILIZAN UN AMPLIFICADOR OPERACIONAL COMO ELEMENTO ACTIVO.

Existen muchas configuraciones que nos permiten obtener una función de transferencia de segundo orden mediante un amplificador operacional combinado con una red RC . Seguidamente indicaremos dos de ellas, basadas en los principios fundamentales expuestos en el capítulo anterior.

1.1.1. Amplificador operacional combinado con dos cuadripolos RC .

El esquema de un circuito de este tipo está representado en la figura 5-1.

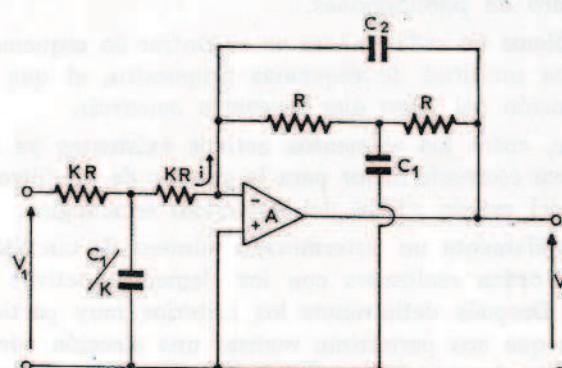


FIG. 5-1. Filtro de paso bajo de segundo orden que combina un amplificador operacional y dos cuadripolos RC .

Hemos demostrado que la función de transferencia de semejante conjunto está dada por la relación (4.34):

$$F(p) = \frac{V_2}{V_1} = -\frac{Y_{21a}}{Y_{21b}}$$

La admitancia de transferencia del primer cuadripolo es (fig. 5-2):

$$Y_{21a} = \frac{I_2}{V_1} = \frac{-1}{KR(2 + RC_1 p)}$$

La impedancia de transferencia del segundo cuadripolo es (fig. 5-3):

$$Y_{21b} = \left. \frac{I_2}{V_1} \right|_{V_2=0} = Y_{21a} - C_2 p = -\frac{1 + 2 RC_2 p + R^2 C_1 C_2 p^2}{R(2 + RC_1 p)}$$

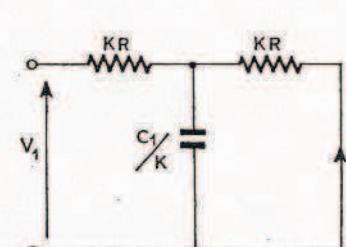


FIG. 5-2. Determinación de la admittance de transferencia del primer cuadripolo de la figura 5-1.

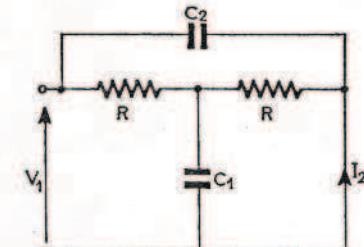


FIG. 5-3. Determinación de la admittance de transferencia del segundo cuadripolo de la figura 5-1.

De esto se deduce la función de transferencia correspondiente al circuito de la figura 5-1, o sea:

$$\frac{V_2}{V_1} = -\frac{Y_{21a}}{Y_{21b}} = \frac{1/K}{R_2 C_1 C_2 p^2 + 2 RC_2 p + 1} \quad (5.1)$$

Esta función de transferencia es de un filtro de paso bajo de segundo orden. Observemos que el ajuste del valor de K permite obtener una ganancia o una atenuación. Los parámetros fundamentales de este circuito son la frecuencia propia y el coeficiente de sobretensión, es decir:

$$\omega_0 = \frac{1}{R \sqrt{C_1 C_2}} \quad \text{y} \quad Q = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{C_1}{C_2}}$$

Es preciso destacar que cuando hay términos que desaparecen al realizar una simplificación en la expresión de una función de transferencia, puede suceder que ciertas imperfecciones de los elementos del circuito real hagan ligeramente desiguales los términos eliminados, apareciendo entonces términos parásitos inesperados.

I.1.2. Amplificador operacional combinado con dipolos RC.

El esquema de paso bajo correspondiente a esta configuración se halla representado en la figura 5-4. La función de transferencia de semejante conjunto ha sido ya calculada en el capítulo anterior (fórmula 4.35) y es:

$$\begin{aligned} F(p) = \frac{V_2}{V_1} &= \frac{-Y_1 Y_3}{Y_5(Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4) + Y_3 Y_4} = \\ &= \frac{-1}{R_1 R_3 C_1 C_2 p^2 + \left(\frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_2} \right) C_2 + p \frac{R_1}{R_2}} \end{aligned}$$

Poniendo $R_1 = KR_3 = \frac{R_2}{K} = R$, se obtiene:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{-K}{R^2 C_1 C_2 p^2 + R C_2 \left(1 + K + \frac{1}{K} \right) p + 1}$$

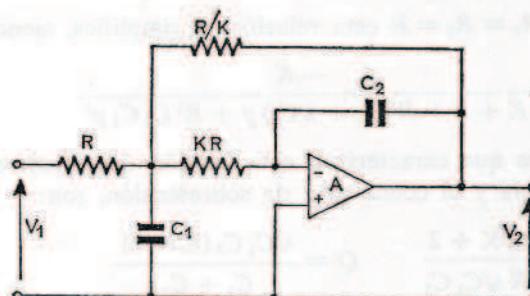


FIG. 5-4. Filtro de paso bajo de segundo orden que utiliza un amplificador operacional y dos bucles de reacción negativa.

Si se desea una ganancia unidad en la banda de paso, esta relación se simplifica, siendo:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{-1}{R^2 C_1 C_2 p^2 + 3 R C_2 p + 1} \quad (5.2)$$

Los parámetros característicos de este circuito son:

$$\omega_0 = \frac{1}{R \sqrt{C_1 C_2}} \quad Q = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{C_1}{C_2}}$$

Como puede verse, para coeficientes de sobretensión elevados C_1 y C_2 presentan valores muy diferentes. Por ejemplo, para $Q=50$, $C_1=22500$ μF ,

1.2. CIRCUITOS QUE UTILIZAN UNA FUENTE CONTROLADA COMO ELEMENTO ACTIVO.

Daremos aquí dos ejemplos de realización de estos circuitos, uno de ellos con una fuente controlada de tensión, de ganancia positiva, y el otro con una fuente controlada de tensión, de ganancia negativa.

1.2.1. Fuente controlada de tensión de ganancia positiva.

El esquema representado en la figura 5-5 contiene solamente cuatro elementos pasivos y una fuente controlada. La función de transferencia del conjunto se obtiene estableciendo que la suma de las corrientes en el punto A y en el punto B es nula. Según esto:

$$\begin{cases} \frac{V_1 - v}{R_1} + \frac{V_2/K - v}{R_2} + (v_2 - v) C_1 p = 0 \\ \frac{V_2}{K} C_2 p + \frac{V_2/K - v}{R_2} = 0 \end{cases}$$

Resolviendo este sistema se obtiene:

$$F(p) = \frac{V_2}{V_1} = \frac{K}{R_1 R_2 C_1 C_2 p^2 + [R_1 C_2 + R_2 C_2 + (1 - K) R_2 C_1] p + 1} \quad (5.3)$$

Si hacemos $R_1 = R_2 = R$ esta relación se simplifica, siendo:

$$F(p) = \frac{V_2}{V_1} = \frac{K}{R^2 C_1 C_2 p + [2 R C_2 + (1 - K) R C_1] p + 1}$$

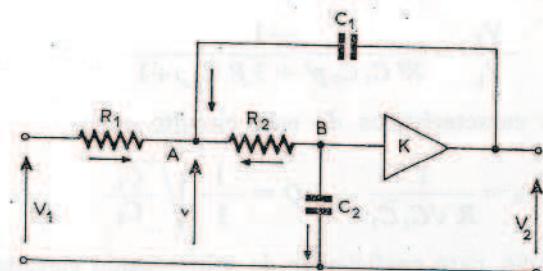


FIG. 5-5. Filtro de paso bajo de segundo orden realizado mediante una fuente controlada de tensión de ganancia positiva.

Observemos que si $K = 1 + \epsilon$, esta relación se simplifica aún más, resultando:

$$F(p) = \frac{V_2}{V_1} = \frac{K}{R^2 C_1 C_2 p + R(2C_2 + \epsilon C_1)p + 1} \quad (5.4)$$

Los parámetros importantes del circuito son, en este caso:

$$\omega_0 = \frac{1}{R \sqrt{C_1 C_2}}$$

$$Q = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{C_1 C_2}}{C_2 + \epsilon C_1} \approx \frac{1}{2} \sqrt{\frac{C_1}{C_2}} \left(1 - \frac{\epsilon}{2} \frac{C_1}{C_2}\right)$$

Debe observarse que el ajuste del valor de ϵ , es decir el del valor alrededor de la unidad de la ganancia de la fuente controlada, constituye un medio de control del Q , independientemente de ω_0 . Esta propiedad tiene un gran interés práctico, de lo cual hablaremos en la segunda parte de este libro.

1.2.2. Fuente controlada de tensión de ganancia negativa.

Puede utilizarse el esquema representado en la figura 5-6 cuando se dispone de un amplificador de ganancia negativa $-K$. Este montaje tiene, como veremos más adelante, una gran estabilidad.

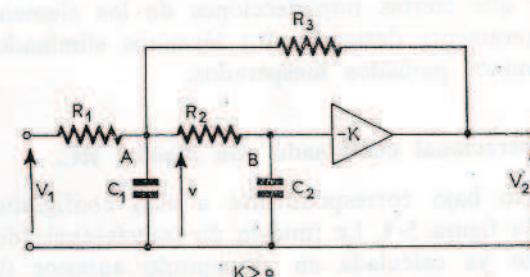


FIG. 5-6. Filtro de paso bajo de segundo orden con una fuente controlada de tensión de ganancia negativa.

La función de transferencia puede obtenerse estableciendo que la suma de las corrientes en los nudos A y B es nula o sea:

$$\begin{cases} \frac{V_1 - v}{R_1} + \frac{V_2 - v}{R_3} - v C_1 p + \frac{V_2/K - v}{R_2} = 0 \\ \frac{V_2/K - v}{R_2} + \frac{V_2 C_2 p}{K} = 0 \end{cases}$$

Resolviendo este sistema de ecuaciones, tenemos:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{-K}{\frac{R_1}{R_3}(K+1) + 1 + \left[R_1 C_1 + R_2 C_2 + \frac{R_1 R_2}{R_3} C_2 \right] p + R_1 R_2 C_1 C_2 p^2}$$

Si hacemos $R_1 = R_2 = R_3 = R$ esta relación se simplifica, siendo:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{-K}{K + 2 + R(C_1 + 2C_2)p + R^2 C_1 C_2 p^2} \quad (5.5)$$

Los dos parámetros que caracterizan esta función de transferencia, o sea, la frecuencia propia y el coeficiente de sobretensión, son:

$$\omega_0 = \frac{\sqrt{K+2}}{R \sqrt{C_1 C_2}} \quad Q = \frac{\sqrt{C_1 C_2 (K+2)}}{C_1 + C_2}$$

Por consiguiente, será preciso tener valores elevados de la ganancia K para lograr coeficientes de sobretensión altos. Esto resulta fácil de obtener si, como hemos visto, realizamos la fuente controlada con dos amplificadores operacionales, repartiendo la ganancia entre estos dos elementos (fig. 5-7).

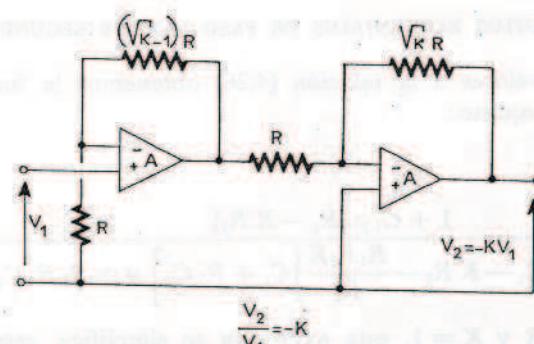


FIG. 5-7. Fuente controlada de tensión de ganancia negativa. La ganancia K está repartida entre los dos amplificadores operacionales.

1.3. CIRCUITOS QUE UTILIZAN UN CONVERTIDOR DE IMPEDANCIA NEGATIVA COMO ELEMENTO ACTIVO.

También aquí existe un gran número de configuraciones posibles, correspondientes a los métodos de Linvill o de Yanagisawa y también a los métodos de Kinariwala o de Sipress [37, 40 y 41]. A continuación daremos dos ejemplos de estas realizaciones.

Las magnitudes Z_{ijk} son los parámetros de impedancia de los dos cuadripolos situados a ambos lados del I.N.I.C.

1.3.1. Estructura de Linvill.

El esquema de un circuito de segundo orden que tiene la estructura de Linvill está representado en la figura 5-8. Hemos visto que en esta estructura la función de transferencia estaba determinada por la relación (4.15):

$$F(p) = \frac{V_2}{I_1} = \frac{K Z_{21a} Z_{21b}}{K Z_{11b} - Z_{22a}}$$

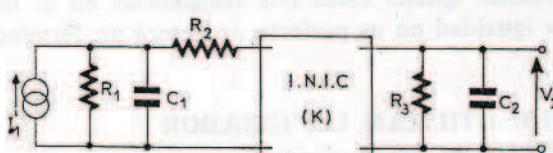


FIG. 5-8. Filtro de paso bajo de segundo orden que utiliza un convertidor de impedancia negativa, según una estructura de Linvill.

En el caso del esquema de la figura 5-8, los valores de estos parámetros son:

$$\begin{aligned} Z_{21a} &= \frac{V_2}{I_1} \Big|_{I_2=0} = \frac{R_1}{1 + R_1 C_1 p} & Z_{11b} &= \frac{V_1}{I_1} \Big|_{I_2=0} = \frac{R_3}{1 + R_3 C_2 p} \\ Z_{21b} &= \frac{V_2}{I_1} \Big|_{I_1=0} = \frac{R_3}{1 + R_3 C_2 p} & Z_{22a} &= \frac{V_2}{I_2} \Big|_{I_1=0} = \frac{R_1 + R_2 + R_1 R_2 C_1 p}{1 + R_1 C_1 p} \end{aligned}$$

Llevando estos valores a la expresión que nos da la función de transferencia, se obtiene:

$$\frac{V_2}{I_1} = \frac{KR_1}{\frac{R_1 + R_2 - KR_3}{R_3} + p \left[\frac{R_1 C_1}{R_3} (R_2 - KR_3) + (R_1 + R_2) C_2 \right] + R_1 R_2 C_1 C_2 p^2} \quad (5.6)$$

Si $R_1 = R_2 = KR_3 = R$, esta relación se simplifica, resultando:

$$\frac{V_2}{I_1} = \frac{KR}{K + 2RC_2p + R^2C_1C_2p^2} \quad (5.6)$$

Si la fuente de que disponemos no es de corriente, sino de tensión, se puede transformar fácilmente el esquema aplicando el teorema de Norton, obteniéndose el esquema representado en la figura 5-9. En este caso, la función de transferencia es:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{-1}{1 + 2RC_2p + R^2C_1C_2p^2} \quad (5.7)$$

y los parámetros de este circuito son entonces:

$$\omega_0 = \frac{1}{R\sqrt{C_1 C_2}}$$

$$Q = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{C_1}{C_2}}$$

En la práctica es preciso tener en cuenta que cuando en una función de transferencia existen términos que desaparecen por sustracción, como en este caso, pueden aparecer términos parásitos inesperados debidos a alguna imperfección de los elementos, ya que la sustracción real no da

PRINCIPALES FILTROS ELEMENTALES

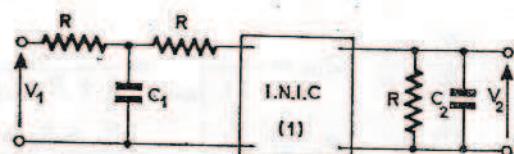


FIG. 5-9. Esquema correspondiente a la figura 5-8, pero utilizando una fuente de tensión.

exactamente un resultado nulo. En el apartado 4.1.3 volveremos sobre este tema.

1.3.2. Estructura de Yanagisawa.

Son posibles varios esquemas que responden a esta estructura. Por ejemplo, consideremos el esquema de la figura 5-10. Ya hemos demostrado (expresión 4.26) que la función de transferencia de semejante red se expresaba mediante la siguiente igualdad:

$$F(p) = \frac{V_2}{V_1} = \frac{Y_{1b} - K Y_{1a}}{Y_{1b} - K Y_{1a} + Y_{2b} - K Y_{2a}}$$

siendo Y_{ij} las admitancias de los cuatro dipolos asociados al I.N.I.C., es decir:

$$Y_{1b} = \frac{1}{R_3} \quad Y_{1a} = \frac{C_1 p}{1 + R_1 C_1 p}$$

$$Y_{2b} = C_2 p \quad Y_{2a} = \frac{1}{R_2}$$

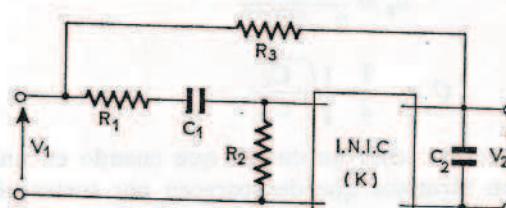


FIG. 5-10. Filtro activo de paso bajo de segundo orden que utiliza un convertidor de impedancia negativa, según una estructura de Yanagisawa.

CIRCUITOS ELEMENTALES DE PASO BAJO DE SEGUNDO ORDEN

Llevando estos valores a la relación (4.26) obtenemos la función de transferencia del conjunto:

$$F(p) = \frac{V_2}{V_1} = \frac{1 + C_1 p (R_1 - K R_3)}{1 - \frac{K R_3}{R_2} + \left[\left(R_1 - K R_3 - \frac{R_1 R_3 K}{R_2} \right) C_1 + R_3 C_2 \right] p + R_1 R_3 C_1 C_2 p^2}$$

Si $R_3 = R_1/K = R$ y $K = 1$, esta expresión se simplifica, resultando:

$$F(p) = \frac{1}{1 - \frac{R}{R_2} + R \left(C_2 - \frac{R}{R_2} C_1 \right) p + R^2 C_1 C_2 p^2} \quad (5.8)$$

Los parámetros característicos de esta función de transferencia son:

$$\omega_0 = \frac{1}{R \sqrt{C_1 C_2}} \sqrt{\frac{R_2 - R}{R_2}}$$

$$Q = \frac{\sqrt{C_1 C_2 R_2 (R_2 - R)}}{R_2 C_2 - R C_1}$$

El esquema puede simplificarse suprimiendo la resistencia R_3 , es decir, haciendo $R_2 = \infty$. En este caso, la función de transferencia y los parámetros característicos se convierten en:

$$F(p) = \frac{1}{1 + R C_2 p + R^2 C_1 C_2 p^2} \quad (5.9)$$

$$\omega_0 = \frac{1}{R \sqrt{C_1 C_2}} \quad Q = \sqrt{\frac{C_1}{C_2}}$$

Observemos también que en los dos esquemas el término $(R_1 - R_3)C_1 p$ resulta eliminado haciendo iguales estas dos resistencias en el montaje. Si en la práctica esta igualdad no es perfecta aparecerá un término perjudicial.

1.4. CIRCUITOS QUE UTILIZAN UN GIRADOR COMO ELEMENTO ACTIVO.

Daremos solamente un ejemplo de realización de un filtro activo de segundo orden utilizando un inversor de impedancia positiva (girador). El esquema de este circuito está representado en la figura 5-11.

PRINCIPALES FILTROS ELEMENTALES

En la expresión (4.33) hemos visto que la función de transferencia de un circuito compuesto por un inversor de impedancia positiva rodeado de dos cuadripolos es:

$$F(p) = \frac{-R_g Y_{12a} \cdot Z_{12b}}{Z_{11b} + R_g^2 Y_{22a}} \quad (5.10)$$

Y_{12a} e Y_{22a} son los parámetros de admitancia del primer cuadripolo, o sea:

$$Y_{12a} = \frac{I_2}{V_1} \Big|_{V_2=0} = -\frac{1}{R_1} \quad \text{e} \quad Y_{22a} = \frac{I_2}{V_2} \Big|_{V_1=0} = \frac{1 + R_1 C_1 p}{R_1}$$

Z_{11b} y Z_{12b} son los parámetros de impedancia del segundo cuadripolo, o sea:

$$Z_{11b} = \frac{V_1}{I_1} \Big|_{I_2=0} = \frac{R_2}{1 + R_2 C_2 p} \quad \text{y} \quad Z_{12b} = \frac{V_2}{I_1} \Big|_{I_2=0} = \frac{R_2}{1 + R_2 C_2 p} = Z_{11b}$$

Llevando estos valores a la expresión (5.10) podemos obtener la función de transferencia del conjunto, que resulta:

$$F(p) = \frac{V_2}{V_1} = \frac{R_g / R_1}{1 + R_g^2 \left(\frac{C_1}{R_2} + \frac{C_2}{R_1} \right) p + R_g^2 C_1 C_2 p^2}$$

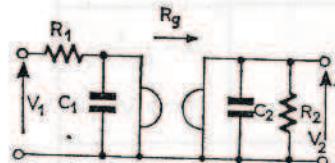


FIG. 5-11. Filtro de paso bajo de segundo orden realizado con un girador.

Los parámetros característicos de esta función son los siguientes:

$$\omega_0 = \frac{1}{R_g \sqrt{C_1 C_2}} \quad Q = \frac{\sqrt{C_1 C_2}}{R_g \left(\frac{C_1}{R_2} + \frac{C_2}{R_1} \right)}$$

Debe observarse que la resistencia de inversión R_g interviene en estas dos expresiones, razón por la cual se necesitará que su valor sea estable y preciso.

En la tabla 5-1 se encuentran resumidos los esquemas, las funciones de transferencia y los parámetros característicos de los filtros de paso bajo elementales de segundo orden.

| ESQUEMAS | FUNCIONES DE TRANSFERENCIA $\frac{V_2}{V_1}$ | PARAMETROS |
|----------|---|---|
| | $\frac{1}{R^2 C_1 C_2 p^2 + 2 RC_2 p + 1}$ | $\omega_0 = \frac{1}{R \sqrt{C_1 C_2}}$ $Q = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{C_1}{C_2}}$ |
| | $\frac{-1}{R^2 C_1 C_2 p^2 + 3 RC_2 p + 1}$ | $\omega_0 = \frac{1}{R \sqrt{C_1 C_2}}$ $Q = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{C_1}{C_2}}$ |
| | $\frac{K}{R^2 C_1 C_2 p^2 + R[2 C_2 + C_1(1-K)]p + 1}$ | $\omega_0 = \frac{1}{R \sqrt{C_1 C_2}}$ $Q = \frac{\sqrt{C_1 C_2}}{2 C_2 + C_1(1-K)}$ |
| | $\frac{-R}{K + 2 + R(C_1 + 2C_2)p + R^2 C_1 C_2 p^2} \quad (K > 0)$ | $\omega_0 = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{K+2}{C_1 C_2}}$ $Q = \frac{\sqrt{(K+2)C_1 C_2}}{C_1 + 2C_2}$ |
| | $\frac{1}{R^2 C_1 C_2 p^2 + 2 RC_1 p + 1}$ | $\omega_0 = \frac{1}{R \sqrt{C_1 C_2}}$ $Q = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{C_1}{C_2}}$ |
| | $\frac{1}{R^2 C_1 C_2 p^2 + RC_2 p + 1}$ | $\omega_0 = \frac{1}{R \sqrt{C_1 C_2}}$ $Q = \sqrt{\frac{C_1}{C_2}}$ |
| | $\frac{R_g}{R^2 C_1 C_2 p^2 + \frac{R_g^2}{R}(C_1 + C_2)p + 1}$ | $\omega_0 = \frac{1}{R_g \sqrt{C_1 C_2}}$ $Q = \frac{R}{R_g(C_1 + C_2)}$ |

TABLA 5-1. Filtros activos de paso bajo de segundo orden, los cuales pueden servir de base para la realización de filtros más complejos en cascada. Las funciones de transferencia de estos filtros tienen la forma:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{K}{ap^2 + bp + 1}$$

2. Circuitos elementales de paso alto de segundo orden.

Estos circuitos tienen una función de transferencia de la siguiente forma:

$$F(p) = K \frac{ap^2}{ap^2 + bp + C}$$

y los parámetros característicos de esta función son:

$$Q = \frac{\sqrt{a}}{b}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{a}}$$

La mayoría de los filtros elementales de paso alto pueden obtenerse sustituyendo las resistencias por capacidades en los esquemas de los filtros de paso bajo. Los cálculos pertinentes que permiten obtener las funciones de transferencia y los parámetros característicos son exactamente los mismos que los desarrollados en el estudio de los filtros de paso bajo y por tanto no los repetiremos.

En la tabla 5-2 se hallan agrupados los esquemas, las funciones de transferencia y los parámetros característicos que se obtienen en los filtros activos de paso alto. Puede observarse que existen dos excepciones a la regla que hemos dado antes y que son los filtros de paso alto de estructura de Linvill y los filtros que utilizan un inversor de impedancia como elemento activo. Examinaremos rápidamente estos dos casos.

2.1. CIRCUITOS DE PASO ALTO DE SEGUNDO ORDEN CON ESTRUCTURA DE LINVILL.

El correspondiente esquema, representado en la figura 5-12, tiene cinco elementos pasivos. La función de transferencia del conjunto viene dada por la relación (4.15), en la que $K = 1$, o sea:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{Z_{21a} \cdot Z_{21b}}{Z_{11b} - Z_{22a}}$$

| ESQUEMAS | FUNCIONES DE TRANSFERENCIA $\frac{V_2}{V_1}$ | PARAMETROS |
|----------|---|---|
| | $-\frac{4 C_2}{C_1} \frac{R^2 C_1 C_2 p^2}{R^2 C_1 C_2 p^2 + R C_2 p + 1}$ | $\omega_0 = \frac{1}{R \sqrt{C_1 C_2}}$ $Q = \sqrt{\frac{C_1}{C_2}}$ |
| | $-\frac{C^2 R_1 R_2 p^2}{C^2 R_1 R_2 p^2 + 3 R_1 C p + 1}$ | $\omega_0 = \frac{1}{C \sqrt{R_1 R_2}}$ $Q = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{R_2}{R_1}}$ |
| | $\frac{K R_1 R_2 C^2 p^2}{R_1 R_2 C^2 p^3 + C [2 R_1 + R_2 (1 - K)] p + 1}$ | $\omega_0 = \frac{1}{C \sqrt{R_1 R_2}}$ $Q = \frac{\sqrt{R_1 R_2}}{R_1 + R_2 (1 - K)}$ |
| | $-\frac{K R_1 R_2 C^2 p^2}{(K + 2) R_1 R_2 C^2 p^2 + C p (R_2 + 2 R_1) + 1}$ | $\omega_0 = \frac{1}{C} \sqrt{\frac{1}{(K + 2) R_1 R_2}}$ $Q = \frac{\sqrt{(K + 2) R_1 R_2}}{R_2 + 2 R_1}$ |
| | $\frac{R^2 C_1 C_2 p^2}{R^2 C_1 C_2 p^2 + 2 R C_2 p + 1}$ | $\omega_0 = \frac{1}{R \sqrt{C_1 C_2}}$ $Q = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{C_2}{C_1}}$ |
| | $\frac{R_1 R_2 C^2 p^2}{R_1 R_2 C^2 p^2 + R_1 p + 1}$ | $\omega_0 = \frac{1}{C \sqrt{R_1 R_2}}$ $Q = \sqrt{\frac{R_2}{R_1}}$ |
| | $\frac{R_g}{R_2} \frac{R_g^2 C^2 p^2}{R_g^2 C^2 p^2 + (R_2 + \frac{R_g^2}{R_1}) C p + 1}$ | $\omega_0 = \frac{1}{R_g C}$ $Q = \frac{R_g R}{R_1 R_2 + R_g^2}$ |

TABLA 5-2. Filtros activos de paso alto de segundo orden, los cuales pueden ser utilizados para la realización de filtros en cascada. Las funciones de transferencia de estos filtros tienen la forma:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{K a p^2}{a p^2 + b p + 1}$$



FIG. 5-12. Filtro de paso alto de segundo orden con estructura de Linvill.

En el cuadripolo A tenemos:

$$Z_{21a} = \frac{R_1 C_1 p + 1}{C_1 p} \quad \text{y} \quad Z_{11a} = R_1$$

y en el cuadripolo B:

$$Z_{11b} = \frac{R_2 (R_3 C_2 p + 1)}{1 + (R_2 + R_3) C_2 p}$$

Llevando estos valores a la expresión (4.15) podemos obtener la función de transferencia del conjunto, que es:

$$\begin{aligned} F(p) &= \frac{V_2}{I_1} = \\ &= \frac{R_1 R_2 R_3 C_1 C_2 p^2}{1 + p [(R_1 - R_2) C_1 + (R_2 + R_3) C_2] + C_1 C_2 p^2 [R_1 (R_2 + R_3) - R_2 R_3]} \end{aligned}$$

Si hacemos $R_1 = R_2 = R_3$, esta expresión se simplifica, obteniéndose:

$$F(p) = \frac{R^3 C_1 C_2 p^2}{1 + 2 R C_2 p + R^2 C_1 C_2 p^2} \quad (5.11)$$

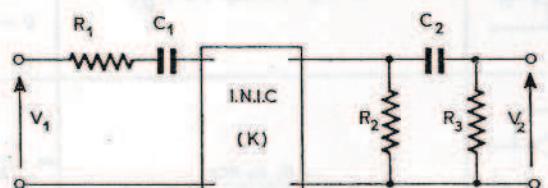


FIG. 5-13. Esquema correspondiente a la figura 5-12, pero utilizando una fuente de tensión.

Si la fuente de que se dispone es de tensión y no de corriente, puede transformarse el correspondiente esquema mediante la aplicación del teorema de Norton, convirtiéndose en el representado en la figura 5-13. Teniendo en cuenta siempre que $R_1 = R_2 = R_3 = R$, la función de transferencia y los parámetros característicos correspondientes a este caso se convierten en:

$$F(p) = \frac{V_2}{V_1} = \frac{R^2 C_1 C_2 p^2}{1 + 2 R C_2 p + R^2 C_1 C_2 p^2} \quad (5.12)$$

$$Q = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{C_1}{C_2}} \quad \omega_0 = \frac{1}{R \sqrt{C_1 C_2}}$$

2.2. CIRCUITO DE PASO ALTO DE SEGUNDO ORDEN CON UN GIRADOR.

En la figura 5-14 se halla representado el esquema de un circuito de este tipo, que solamente lleva cuatro elementos pasivos. La función de transferencia del conjunto está definida por la expresión (4.33), o sea:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{-R_g Z_{21b} \cdot Y_{21a}}{Z_{11b} + R_g^2 Y_{22a}}$$

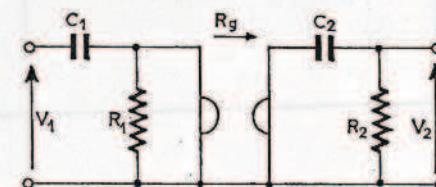


FIG. 5-14. Filtro de paso alto de segundo orden realizado con un girador.

Los valores de los parámetros de los cuadripolos de la figura 5-14 resultan:

$$Y_{21a} = -C_1 p \quad Z_{11b} = \frac{1 + R_2 C_2 p}{C_2 p}$$

$$Y_{22a} = \frac{1 + R_1 C_1 p}{R_1} \quad Z_{12b} = R_2$$

PRINCIPALES FILTROS ELEMENTALES

Llevando estos valores a la expresión (4.33) podemos obtener la función de transferencia del filtro, que resulta:

$$F(p) = \frac{V_2}{V_1} = \frac{R_2}{R_g} \frac{R_g^2 C_1 C_2 p^2}{R_g^2 C_1 C_2 p^2 + C_2 p \left(R_2 + \frac{R_g^2}{R_1} \right) + 1} \quad (5.13)$$

Los parámetros característicos de esta función de transferencia son:

$$Q = \frac{R_1 R_g}{(R_1 R_2 + R_g)^2} \sqrt{\frac{C_1}{C_2}} \quad \omega_0 = \frac{1}{R_g \sqrt{C_1 C_2}}$$

| ESQUEMAS | FUNCIONES DE TRANSFERENCIA $\frac{V_2}{V_1}$ | PARAMETROS |
|----------|--|--|
| | $\frac{-2 KRCp}{R^2 C^2 p^2 + 2 \alpha RCp + 1}$ | $\omega_0 = \frac{1}{RC}$ $Q = \frac{1}{2\alpha}$ |
| | $\frac{-2 KRCp}{R^2 C^2 p^2 + 2 \alpha RCp + 1}$ | $\omega_0 = \frac{1}{RC}$ $Q = \frac{1}{2\alpha}$ |

TABLA 5-3. Filtros activos de paso de banda de segundo orden, los cuales pueden servir de base para la realización de filtros en cascada. Las funciones de transferencia de estos filtros tienen la forma:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{Kp}{ap^2 + bp + 1}$$

CIRCUITOS ELEMENTALES DE PASO ALTO DE SEGUNDO ORDEN

| ESQUEMAS | FUNCIONES DE TRANSFERENCIA $\frac{V_2}{V_1}$ | PARAMETROS |
|----------|---|--|
| | $\frac{-R_1 C p}{R_1 R_2 C^2 p^2 + 2 R_1 C p + 1 + \frac{R_1}{R_3}}$ | $\omega_0 = \sqrt{\frac{1 + R_1}{R_1 R_2}}$ $Q = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_2}{R_1} \left(1 + \frac{R_1}{R_3} \right)}$ |
| | $\frac{KRC_1 p}{R^2 C_1 C_2 p^2 + [2 RC^2 + (2,5 - K) RC_1] p + 1}$ | $\omega_0 = \frac{1}{R \sqrt{C_1 C_2}}$ $Q = \frac{\sqrt{C_1 C_2}}{2 C_2 + C_1 (2,5 - K)}$ |
| | $\frac{-KRCp}{(K + 1) R^2 C^2 p^2 + 3 RCp + 1}$ | $\omega_0 = \frac{1}{RC \sqrt{1 + K}}$ $Q = \frac{1}{3} \sqrt{K + 1}$ |
| | $\frac{RC_1 p}{R^2 C_1 C_2 p^2 + RC_1 p + 1}$ | $\omega_0 = \frac{1}{R \sqrt{C_1 C_2}}$ $Q = \sqrt{\frac{C_1}{C_2}}$ |
| | $\frac{R}{R_g} \frac{RCp}{R^2 C^2 p^2 + 2 RCp + 1 + \frac{R^2}{R_g^2}}$ | $\omega_0 = \frac{RR_g C}{\sqrt{R_g^2 + R^2}}$ $Q = \frac{\sqrt{R^2 + R_g^2}}{2 R_g}$ |
| | $\frac{-K_1 K_2 RCp}{(1 + K_1 K_2) R^2 C^2 p^2 + 2 RCp + 1}$ | $\omega_0 = \frac{1}{RC \sqrt{1 + K_1 K_2}}$ $Q = \frac{1}{2} \sqrt{1 + K_1 K_2}$ |

TABLA 5-3. (Continuación).

3. Circuitos elementales de paso de banda de segundo orden.

Los filtros de paso de banda de segundo orden que tienen una curva de respuesta semejante a la de un circuito oscilante presentan una función de transferencia de la forma:

$$\frac{bp}{ap^2 + bp + 1}$$

Los circuitos que disponen de semejante función de transferencia son también muy numerosos. Algunos de ellos son sencillos, pero sólo permiten obtener coeficientes de sobretensión moderados. Estos circuitos pueden ser útiles en ciertas aplicaciones, por lo que daremos algunos ejemplos.

Los cálculos y razonamientos que conducen al establecimiento de las funciones de transferencia y de los parámetros característicos en las configuraciones de paso de banda resultan muy parecidos a los desarrollados con los filtros elementales de paso bajo y de paso alto, por cuya razón no los repetiremos aquí. Los esquemas y resultados de estos cálculos se hallan reunidos en la tabla 5-3.

En dicha tabla figuran:

- Dos filtros de paso de banda que utilizan un amplificador operacional y dos cuadripolos. El primero de ellos, que también es el más sencillo, es adecuado para trabajar con coeficientes de sobretensión pequeños, o sea de un $Q < 5$ a 10. El segundo filtro, más complicado, utiliza una célula en doble T y permite obtener valores del coeficiente de sobretensión de algunas decenas.
- Un filtro que utiliza un amplificador operacional combinado con dos dipolos.
- Dos filtros con fuente controlada de tensión, uno de ellos de ganancia positiva y el otro de ganancia negativa.
- Un filtro que utiliza un I.N.I.C., cuya configuración puede ser la de Linvill o la de Yanagisawa.
- Un filtro con girador.
- Un filtro de poca sensibilidad.

4. Circuitos elementales de segundo orden con un cero de transmisión.

Los filtros elementales de segundo orden que disponen de un cero de transmisión se utilizan para la realización de los filtros de Cauer, así como en todos los casos de filtros recortadores de banda.

Estos filtros tienen una función de transferencia de la forma siguiente:

$$\frac{p^2 \omega_{\infty}^{-2} + 1}{ap^2 + bp + 1}$$

expresión en la que los parámetros característicos son:

$$\omega_{\infty} \quad \omega_0 = 1/\sqrt{a} \quad Q = \sqrt{a}/b$$

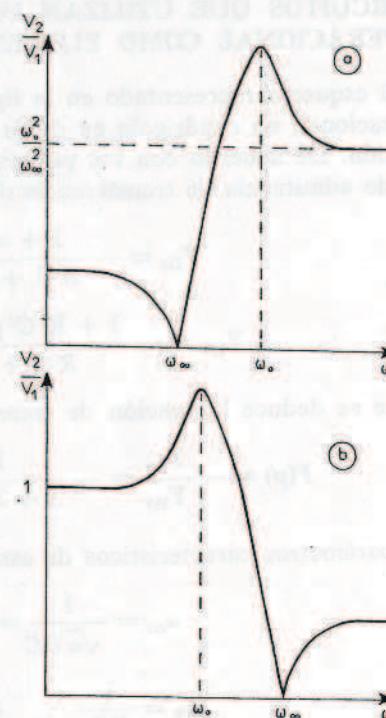


FIG. 5-15. Curva de respuesta de un filtro de segundo orden que presenta un cero de transmisión.
a) Filtro de paso alto. b) Filtro de paso bajo.

La frecuencia de atenuación infinita, ω_{∞} , y la frecuencia propia del circuito, $\omega_0 = 1/\sqrt{\alpha}$, pueden estar localizadas de dos maneras diferentes:

1. $\omega_0 > \omega_{\infty}$, en cuyo caso la amplitud en altas frecuencias, que tiene por valor $1/\alpha$ $\omega_{\infty}^2 = \frac{\omega_0^2}{\omega_{\infty}^2}$, será mayor que en las bajas, y la curva de respuesta tendrá la forma representada en la figura 5-15a. Por lo tanto, nos resultará un filtro de paso alto.

2. $\omega_0 < \omega_{\infty}$, en cuyo caso la amplitud en frecuencias muy altas será menor que en las bajas, resultando una curva de respuesta de la forma representada en la figura 5-15b, correspondiente a un filtro de paso bajo.

Por regla general, los circuitos que presentan una u otra curva de respuesta serán ligeramente diferentes. Por ello, posteriormente describiremos las dos posibilidades.

4.1. CIRCUITOS QUE UTILIZAN UN AMPLIFICADOR OPERACIONAL COMO ELEMENTO ACTIVO.

En el esquema representado en la figura 5-16 se emplea un amplificador operacional, un cuadripolo en doble T y un cuadripolo en T con realimentación. De acuerdo con los valores indicados en la figura, los parámetros de admitancia de transferencia de estos dos cuadripolos, son:

$$Y_{21a} = -\frac{1 + \alpha R^2 C^2 p^2}{R(1 + 2\epsilon RC p)}$$

$$Y_{21b} = -\frac{1 + R^2 C^2 p^2 + 2\epsilon RC p}{R(1 + 2\epsilon RC p)}$$

de donde se deduce la función de transferencia del conjunto, que será:

$$F(p) = -\frac{Y_{21a}}{Y_{21b}} = -\frac{1 + \alpha R^2 C^2 p^2}{1 + 2\epsilon RC p + R^2 C^2 p^2} \quad (5.14)$$

Los parámetros característicos de esta función de transferencia serán:

$$\omega_{\infty} = \frac{1}{\sqrt{\alpha} RC} = \frac{1}{\sqrt{\alpha} \omega_0}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{RC} \quad Q = \frac{1}{2\epsilon}$$

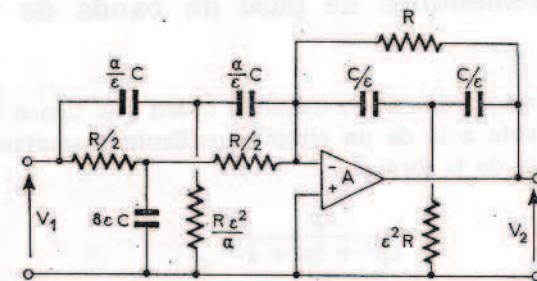


FIG. 5-16. Filtro de segundo orden que presenta un cero de transmisión. Este filtro puede ser de paso bajo o alto, según sea el valor de α .

Estas expresiones resultan particularmente sencillas e interesantes y demuestran que, según el valor que tengan el parámetro α con relación a la unidad, el circuito puede ser de paso alto o de paso bajo.

Como contrapartida, para este circuito hay que utilizar diez elementos pasivos combinados con un amplificador operacional de buena calidad, si se quieren obtener curvas de respuesta que presenten un corte abrupto.

4.2. CIRCUITOS QUE UTILIZAN UN CONVERTIDOR DE IMPEDANCIA NEGATIVA.

El circuito representado en la figura 5-17 sigue la estructura de Yana-gisawa. Los valores de las admitancias de los cuatro dipolos RC asociados al N.I.C. son:

$$Y_{1a} = \frac{1 + R_1 C_1 p}{R_1} \quad Y_{1b} = \frac{C_2 p}{1 + R_2 C_2 p}$$

$$Y_{2a} = C_3 p \quad Y_{2b} = \frac{C_2 p}{1 + R_2 C_2 p}$$

Llevando estos valores a la expresión (4.26) podemos obtener la función de transferencia del conjunto, siempre que $R_2 C_2 = R_4 C_4$ y $K = 1$, o sea:

$$\begin{aligned} F(p) &= \frac{V_2}{V_1} = \\ &= \frac{1 + (R_1 C_1 + R_2 C_2 - R_1 C_2) p + R_1 C_1 R_2 C_2 p^2}{1 + (R_1 C_1 + R_2 C_2 - R_1 C_2 - R_1 C_4 + R_1 C_3) p + R_1 R_2 (C_1 + C_3) C_2 p^2} \end{aligned}$$

Si hacemos $R_1 C_1 + R_2 C_2 = R_1 C_2$, esta relación se simplifica, resultando:

$$F(p) = \frac{V_2}{V_1} = \frac{1 + R_1 R_2 C_1 C_2 p^2}{1 + R_1 (C_3 - C_4) p + R_1 R_2 C_2 (C_3 + C_4) p^2} \quad (5.15)$$

Los parámetros característicos de esta función de transferencia son:

$$\omega_{\infty} = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_2 (C_1 + C_3)}} < \omega_{\infty} \quad Q = \frac{\sqrt{R_2 C_2 (C_1 + C_3)}}{(C_3 - C_4) \sqrt{R_1}}$$

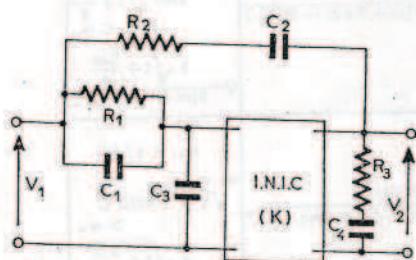


FIG. 5-17. Filtro de paso bajo de segundo orden con un cero de transmisión, según una estructura de Yanagisawa.

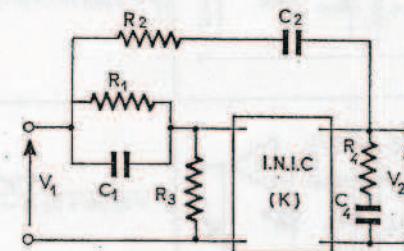


FIG. 5-18. Filtro de paso alto de segundo orden con un cero de transmisión, según una estructura de Yanagisawa.

Este esquema no es conveniente si $\omega_{\infty} < \omega_0$. No obstante, con una ligera modificación que consiste en sustituir la capacidad C_3 por una resistencia R_3 (fig. 5-18) obtenemos, mediante un cálculo análogo (siempre que $R_2 C_2 = R_4 C_4$):

$$F(p) = \frac{V_2}{V_1} = \frac{1 + R_1 R_2 C_1 C_2 p^2}{R_1 R_2 C_1 C_2 p^2 + R_1 \left(\frac{R_2 C_2}{R_3} - C_4 \right) p + \frac{R_1}{R_3} + 1} \quad (5.16)$$

El cero de transmisión queda sin cambio, pero la frecuencia propia y el coeficiente de sobretensión se convierten en:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{R_1 + R_3}{R_3 R_1 R_2 C_1 C_2}} > \omega_{\infty}$$

$$Q = \sqrt{\frac{R_2 R_3 C_1 C_2 (R_1 + R_3)}{R_1 (R_2 C_2 - R_3 C_4)^2}}$$

Hay que observar que estas dos expresiones, las cuales entrañan simplificaciones tales como $R_2 C_2 = R_4 C_4$ y $R_1 C_2 = R_1 C_1 + R_2 C_2$, resultan relativamente complicadas y el circuito es difícil de realizar en la práctica.

4.3. CIRCUITOS QUE UTILIZAN UNA FUENTE CONTROLADA DE TENSIÓN

En la figura 5-19 se halla representado un circuito de este tipo que utiliza un cuadripolo clásico en doble T, cargado por una capacidad cuya admitancia es $Y = m C p$, y una fuente controlada de tensión de ganancia positiva. La correspondiente función de transferencia se puede determinar de una forma muy sencilla. Llamando v_1 y v_2 a las tensiones de entrada y de salida de la doble T, podemos escribir (fig. 5-21):

$$\begin{cases} V_1 = V_2 + v_1 \\ v_2 = \frac{V_2}{K} - V_2 = V_2 \left(\frac{1-K}{K} \right) \\ i_2 = Y_{21} v_1 + Y_{11} v_2 = \frac{V_2 Y}{K} \end{cases}$$

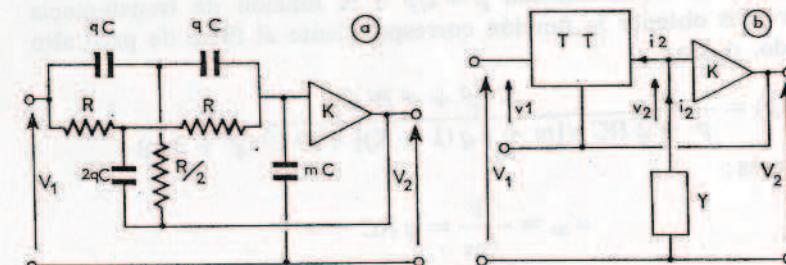


FIG. 5-19. Filtro de paso bajo de segundo orden con cero de transmisión, realizado mediante una fuente controlada de tensión. a) Esquema.
b) Método de cálculo.

PRINCIPALES FILTROS ELEMENTALES

Resolviendo este sistema, resulta:

$$F(p) = \frac{V_2}{V_1} = \frac{Y_{21}}{Y_{21} - \left(\frac{1-K}{K}\right) Y_{11} - \frac{Y}{K}} \quad (5.17)$$

Por consiguiente, los parámetros de admitancia del cuadripolo en doble T, son:

$$Y_{21} = -\frac{1 + q^2 R^2 C^2 p^2}{2 R (q RC + 1)}$$

$$Y_{11} = \frac{1 + 4 q RC p + q^2 p^2 R^2 C^2}{2 (1 + q RC p)}$$

Llevando estos valores a la expresión (5.17), resulta:

$$F(p) = \frac{K (1 + q^2 R^2 C^2 p^2)}{R^2 C^2 p^2 (q^2 + 2 m q) + 2 R C [m + 2 q (1 - K)] p + 1} \quad (5.18)$$

Las magnitudes características de esta función son:

$$\omega_\infty = \frac{1}{q RC}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{RC \sqrt{q^2 + 2 mq}} > \omega_\infty \quad Q = \frac{\sqrt{q^2 + 2 mq}}{2 [m + 2 q (1 - K)]}$$

Este último valor es independiente de RC y vemos que, como $\omega_0 > \omega_\infty$, el filtro de la figura 5-19 resulta de paso bajo.

Si se aplica la transformación $p \rightarrow 1/p$ a la función de transferencia (5.18), podremos obtener la función correspondiente al filtro de paso alto transformado, o sea:

$$F'(p) = \frac{K (p^2 + q^2 R^2 C^2)}{p^2 + 2 R C p [m + 2 q (1 - K)] + R^2 C^2 (q^2 + 2 m)} \quad (5.19)$$

con los valores:

$$\omega'_\infty = \frac{1}{\omega_\infty} = q RC$$

$$\omega'_0 = \frac{1}{\omega_0} = RC \sqrt{q^2 + 2 m} < \omega'_\infty$$

$$Q' = Q = \frac{\sqrt{q^2 + 2 m}}{2 [m + 2 q (1 - K)]}$$

| ESQUEMAS | FUNCIONES DE TRANSFERENCIA $\frac{V_2}{V_1}$ | PARAMETROS |
|----------|--|--|
| | $\frac{1 + \alpha R^2 C^2 p^2}{R^2 C^2 p^2 + 2 \epsilon R C p + 1}$ | $\omega_\infty = \frac{1}{RC \sqrt{\alpha}}$ $\omega_0 = \frac{1}{RC}$ $Q = \frac{1}{2 \epsilon}$ Si $\alpha > 1 : \omega_\infty < \omega_0$ Si $\alpha < 1 : \omega_\infty > \omega_0$ |
| | $\frac{K (1 + q^2 R^2 C^2 p^2)}{(q^2 + 2 mq) R^2 C^2 p^2 + 2 R C p [m + 2 q (1 - K)] + 1}$ | $\omega_\infty = \frac{1}{q RC}$ $\omega_0 = \frac{1}{q RC \sqrt{1 + \frac{2m}{q}}} < \omega_\infty$ $Q = \frac{q \sqrt{1 + \frac{2m}{q}}}{2[m + 2q(1 - K)]}$ |
| | $\frac{K (p^2 + q^2 / R^2 C^2)}{p^2 + 2 p [m + 2 q (1 - K)] / R C + (q^2 + 2 mq) / R^2 C^2}$ | $\omega_\infty = q / RC$ $\omega_0 = \frac{\sqrt{q^2 + 2 mq} / R C}{\sqrt{q^2 + 2 mq} / R C} > \omega_\infty$ $Q = \frac{q \sqrt{1 + \frac{2m}{q}}}{2[m + 2q(1 - K)]}$ |
| | $\frac{R_1 R_2 C_1 C_2 p^2 + 1}{R_1 R_2 C_2 (C_1 + C_3) p^2 + R_1 (C_3 - C_4) p + 1}$ | $\omega_\infty = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}$ $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_2 (C_1 + C_3)}} < \omega_\infty$ $Q = \frac{\sqrt{R_2}}{\sqrt{R_1}} \sqrt{\frac{C_2 (C_1 + C_3)}{C_2 - C_4}}$ |
| | $\frac{R_1 R_2 C_1 C_2 p^2 + 1}{R_1 R_2 C_2 (C_1 + C_3) p^2 + R_1 \left(\frac{R_2 C_2}{R_3} - C_4\right) p + \frac{R_1}{R_3} + 1}$ | $\omega_\infty = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}$ $\omega_0 = \frac{\sqrt{R_1 + R_3}}{\sqrt{R_3 \sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}} > \omega_\infty$ $Q = \frac{\sqrt{R_2 R_3 C_1 C_2 (R_1 + R_3)}}{\sqrt{R_1 (R_2 C_2 - R_3 C_4)}}$ |

TABLA 5-4. Filtros activos de segundo orden con cero de transmisión, los cuales pueden servir de base para la realización de filtros en cascada. Las funciones de transferencia de estos filtros tienen la forma:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{K (p^2 + \omega_\infty^2)}{ap^2 + bp + 1}$$

El circuito que corresponde a esta función de transferencia se representa en la figura 5-20 y se ha obtenido sustituyendo en el esquema de la figura 5-19 la capacidad mC por una resistencia de valor $q/m R$ y cambiando q por $1/q$ en los valores de las capacidades de la doble T.

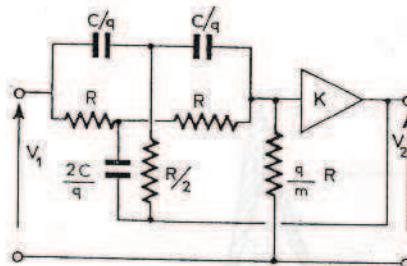


FIG. 5-20. Sustituyendo en el esquema de la figura 5-19 a el valor $q C$ por $1/q C$ y la capacidad mC por una resistencia $q/m R$, se puede lograr la trasposición a un filtro de paso alto.

Esta propiedad resulta altamente interesante, puesto que permite aplicar la transformación paso bajo-paso alto directamente en los elementos del esquema, los cuales dependen también de los mismos parámetros m , q y K . Esta posibilidad simplifica considerablemente las realizaciones prácticas, al depender de estos mismos parámetros los filtros de paso bajo y de paso alto de Cauer. Lo mismo sucederá con los dos factores cuadráticos del filtro de paso de banda que se obtenga por trasposición, puesto que, según hemos visto en el capítulo 4, estos dos factores se deducen uno del otro mediante una trasposición paso bajo-paso alto.

Esta propiedad será utilizada para la confección de las tablas numéricas de la segunda parte de esta obra.

No indicaremos esquemas de filtros elementales de segundo orden que disponen de un cero de transmisión y que utilizan un inversor de impedancia, ya que la realización práctica de estos circuitos resulta actualmente demasiado delicada.

En la tabla 5-4 se encuentran resumidos el conjunto de los esquemas y los correspondientes resultados que se obtienen.

capítulo 6

CRITERIOS DE ELECCION

Con los circuitos elementales estudiados en el capítulo 5 se pueden realizar, situándolos en cascada, todos los filtros cuyas funciones de transferencia fueron estudiadas anteriormente. Comoquiera que el número de posibilidades de realización es muy elevado, el problema consiste en saber qué circuito será el que mejor convenga para la aplicación deseada.

Las consideraciones que hay que tener en cuenta para la elección del filtro más conveniente a nuestras exigencias son, por una parte, de carácter económico, puesto que lógicamente, el filtro debe ser de complejidad y precio razonables. Por otra parte, deben tenerse en cuenta las consideraciones técnicas, puesto que el filtro también debe ser fácil de ajustar y de una puesta a punto sencilla, a la vez que sus características deben conservarse estables en el tiempo, incluso con variaciones de temperatura. Esta última calidad resulta a veces difícil de conseguir en un filtro activo, puesto que una ligera variación de un elemento puede entrañar un cambio considerable en la curva de respuesta del filtro, habida cuenta de los coeficientes de sobretensión con que se trabaja.

Por consiguiente, en este capítulo vamos a estudiar con detalle las características de estabilidad de los diversos filtros elementales, examinando a continuación el resto de los criterios de elección y acabando con una tabla comparativa que nos permitirá poner en evidencia las cualidades de los filtros que utilizan fuentes controladas como elemento activo.

1. Estabilidad de las características de un filtro activo.

Los circuitos activos tienen fama de presentar características poco estables en el tiempo y en función de alteraciones exteriores tales como la temperatura. Por lo tanto, resulta fundamental conocer cuál es la naturaleza de estas inestabilidades y cuál puede ser su influencia sobre la curva de respuesta de un filtro determinado.

Esta cuestión, en principio delicada, conduce a menudo a complicados cálculos o, lo que es peor, a interpretaciones falsas. Por ello trataremos aquí de poner de relieve las conclusiones a las que podemos llegar, dado el estado actual de los conocimientos sobre esta materia, con objeto de que sirva de una mejor orientación en la elección del filtro.

Los elementos activos no son los únicos susceptibles de variar con el tiempo. También hay que tener en cuenta la influencia de las variaciones que pueden experimentar los elementos pasivos sobre la curva de respuesta del filtro elegido, ya que, considerando el estado actual de la tecnología de los componentes, aunque estas variaciones son relativamente pequeñas resultan prácticamente imposibles de eliminar.

1.1. INFLUENCIA DE LA VARIACION DE UN ELEMENTO EN UN FILTRO DE SEGUNDO ORDEN. SENSIBILIDAD.

Un filtro activo se realiza mediante un montaje en cascada de un cierto número de circuitos de primero o segundo orden. Si se conoce la influencia sobre la curva de respuesta de los diversos cambios que pueden suceder en cada uno de estos circuitos, resultará fácil deducir la deformación global que presentará la curva de respuesta del filtro completo. La cuestión consiste, pues, en cómo determinar mediante una cifra o una medida estas deformaciones.

En la figura 6-1 se halla representada la curva de respuesta de un filtro de paso bajo de segundo orden. Si hacemos variar experimentalmente el valor de uno cualquiera de sus elementos constituyentes, dicha curva de respuesta se deformará según se indica en la zona rayada de la figura. Podemos observar una doble variación:

— De la frecuencia f_m para la cual la amplitud es máxima. Esta variación es generalmente pequeña e influye poco sobre la forma de la curva de respuesta total.

— De la amplitud, tanto más importante cuanto más se acerque al máximo de la curva. Cuando el coeficiente de sobretensión es elevado, la más mínima variación puede originar grandes modificaciones de la amplitud máxima (fig. 6-1).

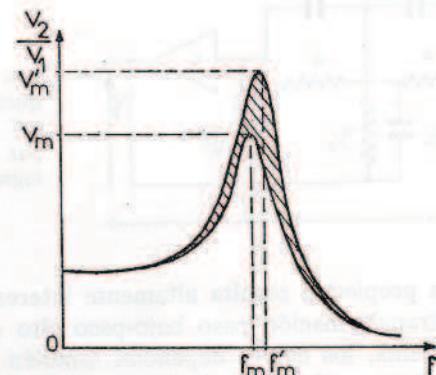


FIG. 6-1. Deformación que se produce en la curva de respuesta de un filtro de paso bajo de segundo orden cuando varían sus elementos.

De todo esto se deducen las siguientes conclusiones:

— La sensibilidad a una variación de un elemento en un filtro elemental de segundo orden es tanto mayor cuanto más elevado es su coeficiente de sobretensión.

— Podemos lograr una apreciación de esta sensibilidad mediante la evaluación de la variación de amplitud que ha sufrido el máximo V_m y la variación de la frecuencia f_m de este máximo, con una alteración de cualquiera de sus elementos.

La amplitud del máximo de la curva de respuesta de un filtro de paso bajo de segundo orden está dada mediante el siguiente cálculo:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{ap^2 + bp + 1}$$

$$\left| \frac{V_2}{V_1} \right|^2 = \frac{1}{(1 - \alpha \omega^2)^2 + b^2 \omega^2}$$

La frecuencia para la que $\left| \frac{V_2}{V_1} \right|$ es máxima es la que anula la derivada del denominador, o sea:

$$\omega = \sqrt{\alpha - \frac{b^2}{2}} = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}} \quad (6.1)$$

Llevando este valor a la ecuación de la amplitud, obtenemos:

$$\left| \frac{V_2}{V_1} \right|^2 = \frac{1}{\frac{b^2}{a} \left(1 - \frac{b^2}{4a} \right)}$$

Esta expresión puede escribirse, en función del coeficiente de sobretensión $Q = \frac{\sqrt{a}}{b}$ de la forma siguiente:

$$\left| \frac{V_2}{V_1} \right| = \frac{Q}{\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}} \quad (6.2)$$

y si Q excede de algunas unidades, tendremos: $\left| \frac{V_2}{V_1} \right| \approx Q$.

Tenemos, pues, un buen medio de evaluar la sensibilidad de la amplitud de un filtro a la variación de un elemento X del filtro, midiendo la variación del Q que supone una variación de X . Con independencia de las unidades, esta medida podrá expresarse en valor relativo según la expresión:

$$S_x^Q = \frac{\frac{\Delta Q}{Q}}{\frac{\Delta X}{X}}$$

y también:

$$S_x^{\omega_0} = \frac{\partial Q/Q}{\partial X/X} \quad (6.3)$$

La magnitud S_x^Q es la sensibilidad del coeficiente de sobretensión del filtro elemental a la variación de valor de uno de sus elementos X .

Por ejemplo, en la función de transferencia:

$$F(p) = \frac{1}{1 + 2RC_2p + R^2C_1C_2p^2}$$

tenemos:

$$Q = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{C_1}{C_2}}$$

y

$$S_{C_1}^Q = \frac{\partial Q/Q}{\partial C_1/C_1} = \frac{\partial Q}{\partial C_1} \times \frac{C_1}{Q} = \frac{1}{\sqrt{C_1 C_2}} \cdot \frac{C_1 \sqrt{C_2}}{\frac{1}{2} \sqrt{C_1}} = 2$$

Esto quiere decir que una variación de un 1% en el elemento C_1 supondrá una variación doble del Q , o sea, un 2%. Esta variación será también la mayor variación de amplitud que se manifestará en la curva de respuesta.

También podemos definir la sensibilidad de la frecuencia del máximo del filtro. Esta frecuencia está dada por la expresión (6.1), o sea:

$$f_m = f_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}$$

También en este caso, puesto que $Q^2 \gg 1$ y $f_m \approx f_0$, un buen medio de estimar la sensibilidad de la frecuencia del máximo a una variación de un elemento X , será:

$$S_x^{f_0} = S_x^{\omega_0} = \frac{\partial \omega_0 / \omega_0}{\partial X / X} \quad (6.4)$$

Las magnitudes S_x^Q y $S_x^{\omega_0}$ son valores relativamente sencillos de calcular, ya que son derivadas parciales.

1.2. INFLUENCIA DE LA VARIACION DE UN ELEMENTO EN UN FILTRO CUALQUIERA.

Consideremos ahora la figura 4-39 que representa la curva de respuesta de un filtro de paso bajo de Tchebyscheff de orden 5, obtenida mediante el montaje en cascada de tres células elementales (fig. 6-2). Podemos decir que el primer circuito resultará poco afectado por las variaciones de algún elemento; el segundo circuito lo será algo más y el tercer circuito, de alto coeficiente de sobretensión ($Q = 5,5$) resultará el más afectado. Hemos visto en el capítulo 3 que en los filtros de paso de banda la distribución de los polos en el plano complejo es tal que los coeficientes de sobretensión de los diferentes factores que lo forman tienen un orden creciente, de modo que el coeficiente de sobre-

sión se va elevando a la vez que la frecuencia de su máximo se acerca a la de corte. De esto se deduce que:

— La curva de respuesta global tenderá a deformarse por variación de los elementos, tanto más cuanto más cerca nos hallemos de la frecuencia de corte.

— La sensibilidad de la curva de respuesta global de un filtro a la variación de sus elementos constitutivos depende esencialmente de la sensibilidad del circuito que tiene el Q más alto.

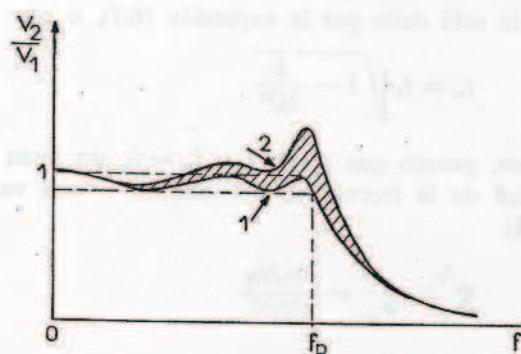


FIG. 6-2. Deformación producida en la curva de respuesta de un filtro de paso bajo en función de la variación de sus elementos. Esta deformación se manifiesta principalmente en las proximidades de la frecuencia de corte.

Esta última consideración nos demuestra el interés que presenta el sistema de síntesis mediante montaje en cascada, puesto que nos permite considerar aparte los circuitos elementales que deben presentar las mejores características, exigiendo componentes caros.

A continuación estudiaremos las características de sensibilidad que presentan un cierto número de filtros de segundo orden, en función de las características del elemento activo integrante y de los elementos pasivos.

1.3. SENSIBILIDAD A LAS VARIACIONES DE LOS ELEMENTOS ACTIVOS EN LOS FILTROS DE SEGUNDO ORDEN.

Los elementos activos empleados en la realización de los filtros están caracterizados por una función de transferencia cuyo valor, suponiendo

ESTABILIDAD DE LAS CARACTERISTICAS DE UN FILTRO ACTIVO

perfecto el elemento, es una magnitud real constante e independiente de la frecuencia; como por ejemplo, en el caso de la resistencia de rotación de un inversor de impedancia positiva (girador).

En la práctica puede darse el caso de una variación de amplitud y de fase, particularmente si cambia la temperatura de utilización. Aquí solamente consideraremos la influencia que puede tener un variación de amplitud, puesto que este valor nos da una buena idea de la sensibilidad del montaje.

La magnitud característica del elemento activo susceptible de variación es la ganancia K en el caso de las fuentes controladas y los convertidores de impedancia negativa; la resistencia de rotación, en el caso de los giradores y la ganancia A cuando se trata de amplificadores operacionales.

Por desgracia estas magnitudes no son comparables entre sí, por lo que resulta imposible, por ejemplo, escoger entre un circuito con girador y otro con fuente controlada, en lo que concierne a sus respectivas sensibilidades.

$S_{R_g}^Q$ y S_K^Q . Esta dificultad ha constituido durante mucho tiempo un serio obstáculo que convertía la elección del filtro en un asunto muy delicado.

Sin embargo, en el momento actual la evolución tecnológica es tal que todos los elementos que se utilizan para la síntesis de los filtros activos se realizan a base de amplificadores operacionales. En virtud de ello, resulta actualmente posible establecer una comparación válida mediante la evaluación, en todos los filtros, de la sensibilidad S_A^Q y $S_A^{w_0}$ con relación a la variación de la ganancia A en bucle abierto originada por los amplificadores operacionales que constituyen los elementos básicos.

Esta forma de proceder nos evita llegar a conclusiones erróneas, como veremos en lo que concierne a la comparación de sensibilidad de los filtros con fuente controlada y con amplificadores operacionales con realimentación negativa total.

Hay que tener en cuenta que si el elemento activo está realizado mediante uno o varios amplificadores operacionales combinados con elementos pasivos, cualquier variación de estos últimos puede manifestarse como una alteración del elemento activo. Por ejemplo, si un convertidor de impedancia negativa está realizado mediante un amplificador

operacional y dos resistencias R_1 y R_2 (fig. 6-3), la relación del N.I.C. es, en primera aproximación, igual a $K = R_2/R_1$. Por lo tanto, cualquier variación de R_1 o de R_2 originará un alteración de K .

Todo esto nos conduce a considerar dos clases de sensibilidades con relación a las variaciones del elemento activo:

1. La sensibilidad S_A^Q o S_A^{wo} con relación a la ganancia A en bucle abierto debido a los amplificadores operacionales que forman el elemento activo.

2. La sensibilidad S_{ZA}^Q o S_{ZA}^{wo} relativa a la variación de los elementos pasivos asociados a los amplificadores operacionales que forman el elemento activo.

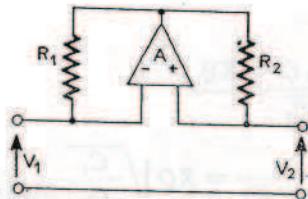


FIG. 6-3. Convertidor de impedancia negativa realizado mediante un amplificador operacional.

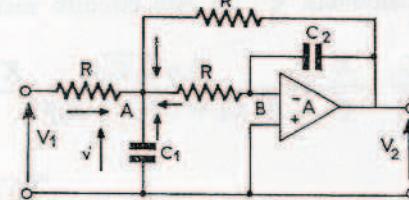


FIG. 6-4. Filtro de paso bajo de segundo orden a base de un amplificador operacional.

Estas dos sensibilidades son comparables en todos los tipos de filtros, permitiéndonos llegar a conclusiones que tienen una gran importancia práctica. Estudiaremos seguidamente cinco circuitos elementales de segundo orden cuyos resultados pueden extrapolarse con facilidad.

1.3.1. Filtro que utiliza un amplificador operacional como elemento activo.

En la función de transferencia del circuito de paso bajo de segundo orden (expresión 5.2) no aparece el factor de ganancia del amplificador operacional, lo que parece indicar que su sensibilidad en función de la variación de ganancia en bucle abierto de este último es nula. Esto no es así exactamente. En efecto, suponiendo que la ganancia del amplifi-

cador operacional no es infinita, podemos escribir que la suma de las corrientes en los nudos A y B (fig. 6-4) es nula, o sea:

$$\begin{cases} \frac{V_1 - v}{R} + \frac{V_2 - v}{R} + \frac{V_2 A - v}{R} - v C_1 p = 0 \\ v - \frac{V_2}{A} + \left(V_2 - \frac{V_2}{A} \right) C_2 p = 0 \end{cases}$$

Resolviendo este sistema de ecuaciones hallamos un valor más exacto de la función de transferencia, resultando:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{-1}{1 + \frac{2}{A} + R \left[3 C_2 \left(1 + \frac{1}{A} \right) + \frac{C_1}{A} \right] p + R^2 C_1 C_2 \left(1 + \frac{1}{A} \right) p^2}$$

El valor exacto del coeficiente de sobretensión resulta:

$$Q = \frac{\sqrt{a}}{b} = \frac{\sqrt{C_1 C_2 (1 + A)(2 + A)}}{3 C_2 (1 + A) + C_1}$$

Si Q es elevado, $C_1 \gg C_2$ y podemos escribir, conservando solamente los términos aproximados de primer orden:

$$Q \approx \frac{A \sqrt{C_1 C_2}}{3 A C_2 + C_1}$$

La sensibilidad de este circuito en función de las variaciones de A resulta:

$$S_A^Q = \frac{\partial Q/Q}{\partial A/A} = \frac{\partial Q}{\partial A} \cdot \frac{A}{Q} = \frac{C_1 \sqrt{C_1 C_2}}{(C_1 + 3 A C_2)^2} \times \frac{3 A C_2 + C_1}{\sqrt{C_1 C_2}} = \frac{1}{1 + 3 A \frac{C_2}{C_1}}$$

y en función de Q :

$$S_A^Q \approx \frac{1}{1 + \frac{A}{3Q^2}} \approx \frac{3Q^2}{A} \quad (6.5)$$

En los amplificadores operacionales comunes la ganancia en bucle abierto es susceptible de fluctuar en forma bastante acusada. Para que

CRITERIOS DE ELECCION

esto no tenga influencia sobre la curva de respuesta es preciso que $\frac{A}{3Q^2} \gg 1$; es decir, que $A \gg 3Q^2$.

Vemos pues que con el esquema de la figura 6-4 resulta difícil lograr coeficientes de sobretensión elevados. Por ejemplo, para $Q = 50$, necesitaremos una ganancia en bucle abierto $A \gg 7500$, condición que resulta particularmente difícil de realizar en cuanto la frecuencia sobrepasa algunos centenares de hercios.

La sensibilidad $S_A^{w_0} = \frac{\partial \omega_0}{\partial A} \cdot \frac{A}{\omega_0}$ puede calcularse de igual forma, o sea:

$$\omega_0^2 = \frac{1 + \frac{2}{A}}{R^2 C_1 C_2 \left(1 + \frac{1}{A}\right)} \approx \frac{1}{R^2 C_1 C_2} \left(1 + \frac{1}{A}\right)$$

$$2 \omega_0 \frac{\partial \omega_0}{\partial A} = \frac{1}{R^2 C_1 C_2} \left(-\frac{\partial A}{A^2} \right)$$

de donde:

$$S_A^{w_0} = \frac{\partial \omega_0}{\partial A} \frac{A}{\omega_0} = \frac{2}{A} \quad (6.6)$$

Esta cantidad es prácticamente nula en cualquier caso, por lo que resulta que la variación de ganancia del amplificador operacional no implica variación alguna de la frecuencia propia del circuito.

Por otra parte, como no existe ningún elemento pasivo asociado al amplificador operacional, tenemos:

$$S_{ZA}^Q = S_{ZA}^{w_0} = 0$$

1.3.2. Filtro que utiliza una fuente controlada de ganancia positiva.

El filtro de paso bajo de segundo orden representado en la figura 6-5 tiene una función de transferencia dada por la expresión (5-3), o sea:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{K}{R^2 C_1 C_2 p^2 + R [2 C_2 + (1 - K) C_1] p + 1}$$

ESTABILIDAD DE LAS CARACTERISTICAS DE UN FILTRO ACTIVO

y su coeficiente de sobretensión tiene por valor:

$$Q = \frac{\sqrt{C_1 C_2}}{2 C_2 + (1 - K) C_1}$$

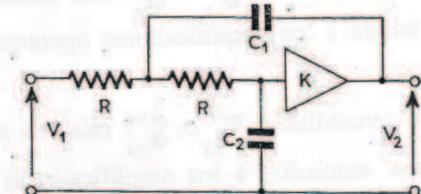


FIG. 6-5. Filtro de paso bajo de segundo orden a base de una fuente controlada.

La sensibilidad S_K^Q de este circuito resulta:

$$S_K^Q = \frac{\partial Q}{\partial K} \cdot \frac{K}{Q} = \frac{C_1 \sqrt{C_1 C_2}}{[2 C_2 + C_1 (1 - K)]^2} \frac{K [2 C_2 + C_1 (1 - K)]}{\sqrt{C_1 C_2}}$$

$$= \frac{C_1 K}{2 C_2 + C_1 (1 + K)} = K Q \sqrt{\frac{C_1}{C_2}}$$

y si la ganancia de la fuente de tensión es la unidad, se obtiene:

$$S_K^Q = \frac{1}{2} \frac{C_1}{C_2} = 2 Q^2 \quad (6.7)$$

Este valor es aparentemente muy grande; pero hemos de tener en cuenta que en la práctica la fuente de tensión de ganancia unidad está constituida por un amplificador operacional realimentado (fig. 6-6), como ya dijimos en el capítulo 3, apartado 1.2.

Resulta entonces que el valor riguroso de la ganancia de esta fuente es: $K = \frac{A}{1 + A}$, ya que el amplificador operacional de ganancia A tiene una realimentación negativa total.

En el caso de una variación relativa de la ganancia en bucle abierto $\frac{dA}{A}$, la variación relativa de la ganancia en bucle cerrado es:

$$\frac{dK}{K} = \frac{dK}{dA} \cdot \frac{A}{K} = \frac{1}{(1 + A)} \approx \frac{1}{A}$$

La sensibilidad de este montaje a las variaciones de la ganancia A del amplificador operacional que constituye la fuente de tensión resulta finalmente:

$$\mathbf{S}_A^Q = \frac{2Q^2}{A} \quad (6.8)$$

Esta es la cifra que tenemos que comparar con la calculada anteriormente. De esta comparación se deduce que el filtro de fuente controlada de ganancia unidad tiene una sensibilidad \mathbf{S}_A^Q mejor que el filtro que utiliza directamente un amplificador operacional. En la literatura que existe sobre el tema frecuentemente se encuentra la conclusión contraria; porque, por una parte, se acostumbra a considerar que la ganancia de un amplificador operacional es infinita, y por otra, a menudo se confunden las sensibilidades en bucle abierto \mathbf{S}_A y en bucle cerrado \mathbf{S}_K .

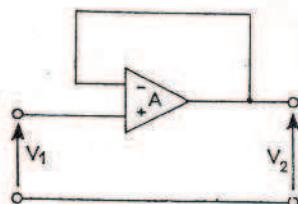


FIG. 6-6. Fuente controlada de tensión de ganancia unidad.

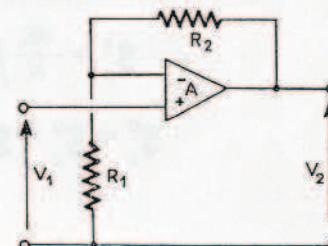


FIG. 6-7. Fuente controlada de tensión de ganancia mayor que la unidad.

Este ejemplo demuestra hasta qué punto pueden ser delicados los cálculos de sensibilidad y su interpretación.

La ganancia K no interviene en la expresión de la frecuencia propia, que es:

$$\omega_0 = \frac{1}{R\sqrt{C_1 C_2}}$$

Por consiguiente la sensibilidad \mathbf{S}_A^Q resulta nula. Lo mismo ocurre con \mathbf{S}_{ZA}^Q y $\mathbf{S}_{ZA}^{\omega_0}$ si la ganancia K es igual a la unidad.

Por el contrario, si K no es igual a 1 porque el montaje está formado por un amplificador operacional combinado con dos resistencias R_1 y R_2 (fig. 6-7), la ganancia K de la fuente controlada resulta entonces:

$$K = \frac{R_1 + R_2}{R_1}$$

En este caso podemos calcular las sensibilidades $\mathbf{S}_{R_1}^Q$ y $\mathbf{S}_{R_2}^Q$, notando que:

$$\mathbf{S}_{R_1}^Q = \frac{\mathbf{S}_K^Q}{\mathbf{S}_{R_1}^K} = \mathbf{S}_K^Q \mathbf{S}_{R_1}^K$$

$$\mathbf{S}_{R_1}^K = \frac{\partial K}{K} \cdot \frac{R_1}{\partial R_1} = \frac{-R_2}{R_1 + R_2} = -1 + \frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{1 - K}{K} = -\mathbf{S}_{R_2}^K$$

y la sensibilidad del filtro resulta entonces:

$$\mathbf{S}_{R_1}^Q = -\mathbf{S}_{R_2}^Q = (1 - K) Q \sqrt{\frac{C_1}{C_2}} \quad (6.9)$$

Esta última expresión nos muestra que para que un filtro con fuente controlada de tensión tenga una sensibilidad aceptable con respecto a R_1 y R_2 necesitamos emplear una fuente cuya ganancia sea cercana a la unidad. En efecto, con $Q = 50$ y $A = 2$, por ejemplo, tendríamos

$\mathbf{S}_{R_2}^Q = -\mathbf{S}_{R_1}^Q = 2500$. Esto significa que una variación del 0,01 % de la resistencia R_1 o de la R_2 se traducirá en una variación del 25 % de la amplitud máxima del circuito, lo que resulta totalmente inaceptable.

Por el contrario, si la ganancia de la fuente controlada es cercana a la unidad, la sensibilidad de estos filtros con relación a las variaciones de los elementos que forman la fuente resulta aceptable y en cualquier caso mejor que la obtenida con filtros que utilizan un amplificador operacional realimentado.

1.3.3. Filtros que utilizan una fuente controlada de ganancia negativa.

El esquema correspondiente a este tipo de filtros se halla representado en la figura 6-8. Su función de transferencia (expresión 5.5) es:

CRITERIOS DE ELECCION

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{-|K|}{|K| + 2 + R(C_1 + 2C_2)p + R^2 C_1 C_2 p^2}$$

con

$$Q = \frac{\sqrt{C_1 C_2 (|K| + 2)}}{C_1 + 2C_2} \quad \text{y} \quad \omega_0^2 = \frac{|K| + 2}{R^2 C_1 C_2}$$

Si el coeficiente de sobretensión debe ser elevado resulta interesante hacer $C_1 = C_2 = C$ para minimizar el valor de la ganancia K . Entonces:

$$Q = \frac{\sqrt{K+2}}{3} \approx \frac{\sqrt{K}}{3}$$

y la sensibilidad S_K^Q es:

$$S_K^Q = \frac{\partial Q}{\partial K} \cdot \frac{K}{Q} = \frac{1}{2} \quad (6.10)$$

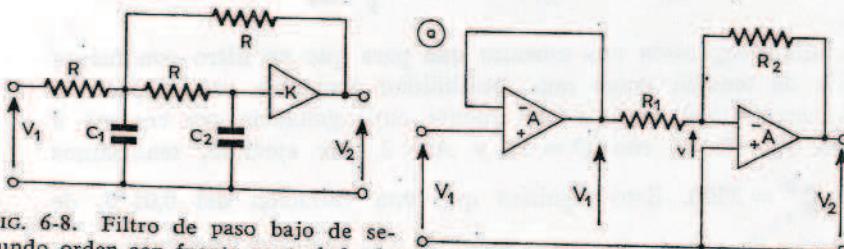


FIG. 6-8. Filtro de paso bajo de segundo orden con fuente controlada de tensión de ganancia negativa.

FIG. 6-9. Fuente de tensión controlada de ganancia negativa. a) sin reparto de la ganancia. b) con reparto de la ganancia por igual entre los dos amplificadores operacionales.

Si la ganancia K se obtiene mediante un amplificador operacional cuya ganancia en bucle abierto es A , seguido de un inversor (fig. 6-9), podemos escribir las siguientes expresiones:

ESTABILIDAD DE LAS CARACTERISTICAS DE UN FILTRO ACTIVO

$$\begin{cases} \frac{V_1 - v}{R_1} = \frac{v - V_2}{R_2} \\ v = -\frac{V_2}{A} \end{cases}$$

Resolviendo este sistema, resulta:

$$\frac{V_2}{V_1} = -\frac{R_2}{R_1 + \left(\frac{R_1 + R_2}{A}\right)} = K$$

y para valores elevados de K , tenemos:

$$\frac{V_2}{V_1} = -\frac{R_2}{R_1} \left(1 - \frac{R_2}{AR_1}\right) = K$$

de donde se deduce la sensibilidad:

$$S_A^K = \frac{\partial K}{K} / \frac{\partial A}{A} = \frac{K}{A}$$

$$S_A^Q = S_K^Q \times S_A^K = \frac{1}{2} \cdot \frac{K}{A}$$

o sea:

$$S_A^Q = \frac{9}{2} \cdot \frac{Q^2}{A} \quad (6.11)$$

Esta expresión es totalmente comparable con las anteriores, si bien, en principio, la pequeña sensibilidad $S_K^Q = \frac{1}{2}$ nos hace prever unas mejores prestaciones.

Este resultado puede justificarse porque si la sensibilidad del coeficiente de sobretensión Q es pequeña con relación a la ganancia K , el elevado valor $K = 9Q^2$ necesario exige por su parte una ganancia A en bucle abierto del amplificador operacional muy elevada.

Esta observación nos sugiere un procedimiento para mejorar considerablemente la sensibilidad del montaje. Efectivamente, como necesitamos emplear dos amplificadores operacionales para obtener una ganancia negativa, podemos repartir la ganancia entre los dos, tal como se indica en la figura 6-9b.

En este caso, tenemos para cada amplificador:

$$\mathbf{S}_{A_1}^o = -\frac{1}{2} \frac{\sqrt{K}}{A} = -\mathbf{S}_{A_2}^o = \frac{3}{2} \frac{Q}{A} \quad (6.12)$$

Este resultado es bastante mejor que todos los obtenidos anteriormente. La sensibilidad \mathbf{S}_A^o puede calcularse de una forma muy sencilla, suponiendo que $K \gg 1$, es decir:

$$\omega_0 = \frac{|K| + 2}{R^2 C_1 C_2} \approx \frac{|K|}{R^2 C_1 C_2}$$

$$2\omega_0 \partial \omega_0 = \frac{1}{R^2 C_1 C_2} \partial |K|$$

$$\mathbf{S}_K^{\omega_0} = \frac{\partial \omega_0}{\partial K} \cdot \frac{K}{\omega_0} = \frac{1}{2}$$

de lo que se deduce:

$$\mathbf{S}_A^{\omega_0} = \mathbf{S}_K^{\omega_0} \cdot \mathbf{S}_A^K = \frac{K}{2A} = \frac{9Q^2}{2A} \quad (6.13)$$

En cuanto a las sensibilidades $\mathbf{S}_{Z_A}^Q$ y $\mathbf{S}_{Z_A}^{\omega_0}$ con relación a las resistencias R_1 y R_2 (fig. 6-9) que constituyen la fuente controlada, veremos que resultan pequeñas, siendo:

$$\mathbf{S}_{R_1}^K = -\mathbf{S}_{R_2}^K = 1$$

o sea:

$$\mathbf{S}_{R_1}^Q = -\mathbf{S}_{R_2}^Q = \mathbf{S}_{R_1}^{\omega_0} = -\mathbf{S}_{R_2}^{\omega_0} = -\frac{1}{2} \quad (6.14)$$

1.3.4. Filtro que utiliza un N.I.C.

Para poder establecer un elemento de comparación, vamos a utilizar el esquema de paso bajo más sencillo (fig. 6-11). La función de transferencia exacta de este circuito se halló en el capítulo 4, apartado 1.3.2 y es:

$$F(p) = \frac{V_2}{V_1} = \frac{1 + C_1 p (R_1 - K R_3)}{1 + [(R_1 - K R_3) C_1 + R_3 C_2] p + R_1 C_1 R_3 C_2 p^2}$$

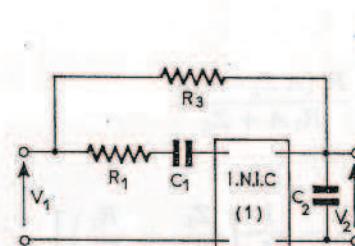


FIG. 6-10. Filtro activo de segundo orden realizado mediante un convertidor de impedancia negativa.

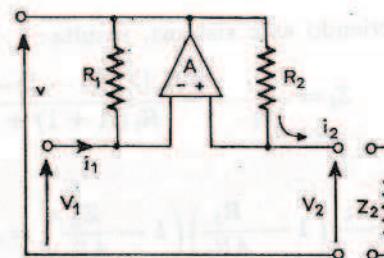


FIG. 6-11. Convertidor de impedancia negativa con inversión de corriente.

y su coeficiente de sobretensión es:

$$Q = \frac{\sqrt{R_1 R_3 C_1 C_2}}{R_3 C_2 + (R_1 - K R_3) C_1}$$

Tenemos:

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_K^Q &= \frac{\partial Q}{\partial K} \times \frac{K}{Q} = \frac{\sqrt{R_1 R_3 C_1 C_2} K [R_3 C_2 + (R_1 - K R_3) C_1]}{[R_3 C_2 + (R_1 - K R_3) C_1]^2 \sqrt{R_1 R_3 C_1 C_2}} = \\ &= \frac{K R_3 C_1}{R_3 C_2 + (R_1 - K R_3) C_1} \end{aligned}$$

y tomando los valores $K = 1$ y $R_1 = R_3 = R$, resulta:

$$\mathbf{S}_K^Q = \frac{C_1}{C_2} = Q^2 \quad (6.15)$$

Si el N.I.C. se realiza mediante un amplificador operacional y dos resistencias (fig. 6-11), la relación exacta K del convertidor puede determinarse mediante un cálculo sencillo. En efecto, a la vista de la figura 6-11, podemos escribir:

$$\begin{cases} v = A(V_2 - V_1) \\ i_2 = \frac{V_2}{Z_L} = \frac{v - V_2}{R_2} \\ i_1 = \frac{v - V_1}{R_1} \end{cases}$$

CRITERIOS DE ELECCION

y, resolviendo este sistema, resulta:

$$Z_1 = \frac{V_1}{i_1} = \frac{R_2 [Z_L(A-1) - R_2]}{R_1(A+1) + Z_L} \approx \frac{R_1(AZ_L - R_2)}{R_2 A + Z_L}$$

o sea:

$$Z_1 = \frac{R_1 Z_L}{R_2} \left(1 - \frac{R_2}{A R_2} \right) \left(1 - \frac{Z_L}{A R_2} \right) = Z_L \frac{R_2}{R_1} \left[1 - \frac{1}{A} \left(\frac{Z_L}{R_2} + \frac{R_2}{Z_L} \right) \right]$$

de donde se deduce con rigor el valor de la ganancia K del convertidor:

$$K = \frac{R_2}{R_1} \left[1 + \frac{1}{|A|} \left(\frac{Z_L}{R_2} + \frac{R_2}{Z_L} \right) \right]$$

Si hacemos $R_1 = R_2 = Z_L$ (lo cual es una aproximación, pero siempre favorable), tenemos:

$$K = 1 + \frac{2}{|A|} = \frac{2 + |A|}{|A|}$$

La sensibilidad de K con relación a una variación de la amplificación en bucle abierto A del amplificador operacional, será:

$$\frac{\partial K/K}{\partial A/A} = -\frac{2}{2 + |A|} \approx -\frac{2}{|A|}$$

Finalmente, la sensibilidad $S_A^Q = \frac{\partial Q}{\partial A} \frac{A}{Q}$, que es la magnitud comparable con las obtenidas en los otros circuitos, tiene por valor:

$$|S_A^Q| = \frac{2Q^2}{A} \quad (6.16)$$

La sensibilidad $S_A^{\omega_0}$ resulta nula, puesto que la ganancia K no interviene en la expresión de la frecuencia de resonancia, que es:

$$\omega_0^2 = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_3 C_1 C_2}}$$

Como para obtener un convertidor de impedancia negativa partiendo de un amplificador operacional hay que añadir dos resistencias R_1 y R_2 ,

ESTABILIDAD DE LAS CARACTERISTICAS DE UN FILTRO ACTIVO

las sensibilidades correspondientes serán:

$$\frac{\partial K/K}{\partial R_1/R_1} = -\frac{\partial K/K}{\partial R_2/R_2} = 1$$

lo que significa que:

$$S_{R_1}^Q = -S_{R_2}^Q = Q^2 \quad (6.17)$$

Como hemos demostrado, esta cantidad puede llegar a ser rápidamente inaceptable, aun en el caso de utilizar resistencias R_1 y R_2 apareadas y de muy buena calidad.

1.3.5. Filtro que utiliza un girador.

Tomaremos el esquema básico de un girador realizado mediante dos convertidores de impedancia negativa, pero sin hacer ninguna hipótesis sobre el valor de sus elementos (fig. 6-12).

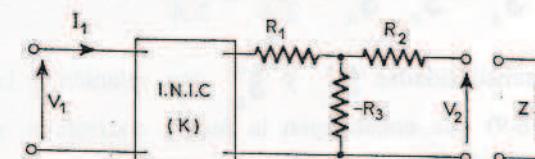


FIG. 6-12. Girador realizado mediante dos convertidores de impedancia negativa.

La impedancia de entrada de este montaje es:

$$Z_1 = \frac{V_1}{I_1} = -K_1 \frac{R_1 R_2 - K_2 R_1 R_3 + Z R_1 - K_2 R_2 R_3 - K_2 R_3 Z}{R_2 - K_2 K_3 + Z} \quad (6.18)$$

Si suponemos ahora que las tres resistencias R_1 , R_2 y R_3 son iguales, obtendremos:

$$\begin{aligned} Z_1 &= -K_1 \frac{R^2(1-K) + ZR(1-K_2) - R^2}{R(1-K_2) + Z} = \\ &= -K_1 \frac{(R^2 + ZR)(1-K_2) - R^2}{R(1-K_2) + Z} \end{aligned}$$

Hemos visto en el apartado anterior que una variación de la ganancia en bucle abierto de los amplificadores operacionales que constituyen los

convertidores de impedancia negativa se traduce en una variación extremadamente pequeña de la ganancia K , o sea: $S_A^K \approx \frac{2}{A}$. Por consiguiente, si $R_1 = R_2 = R_3 = R$ y $K_1 = K_2 = 1$, tenemos que $Z_1 = R_2/Z$ y la sensibilidad de R_g con relación a A resulta muy pequeña, o sea:

$$S_A^{R_g} \approx 0$$

Esta propiedad es muy interesante.

Por desgracia, si las resistencias que constituyen los N.I.C. y el propio inversor de impedancia positiva varían, la expresión (6.18) demuestra que, cuando Z es compleja, la resistencia de rotación también lo es, lo que impide cualquier comparación con los montajes anteriores. La complejidad de los cálculos que hay que realizar aumenta rápidamente y la diversidad de los casos a estudiar no nos permiten llegar a conclusiones claras. No obstante, parece que en la práctica, si el inversor de impedancia positiva está convenientemente ajustado, la sensibilidad de este tipo de filtro resulta menor que con cualquiera de los otros circuitos, puesto que si las resistencias varían todas en la misma proporción, la compensación es perfecta.

1.3.6. Conclusiones relativas a la sensibilidad de los filtros con respecto a las variaciones de los elementos activos. Filtros de sensibilidad muy pequeña.

El estudio que hemos desarrollado se basa en casos particulares y por ello no es nuestra intención hacer de las conclusiones de este estudio una cuestión irrefutable. Sin embargo, del estudio que hemos hecho se desprenden dos conclusiones generales muy importantes:

1. Si el elemento activo se realiza mediante amplificadores operacionales y queremos que la sensibilidad sea pequeña con respecto a las variaciones de la ganancia A en bucle abierto, esta ganancia deberá ser siempre muy grande con respecto a Q^2 , o sea:

$$A \gg \alpha Q^2 \quad (6.19)$$

El factor α es una constante que depende del montaje y del valor relativo de los elementos pasivos de la red de filtro, cuyo orden de magnitud es próximo a la unidad.

2. Una vez cumplida la condición anterior, si la reacción negativa es fuerte y se obtiene por medio de resistencias, la sensibilidad del filtro con relación a las variaciones de estas últimas puede llegar a ser prohibitiva. Este es el caso de los montajes que utilizan un N.I.C. o una fuente controlada de ganancia positiva que difiere sensiblemente de la unidad, la cual será preciso eliminar en el momento en que el Q sea superior a algunas unidades.

Los filtros con fuente controlada de ganancia unidad o con amplificador operacional resultan convenientes con valores del coeficiente de sobretensión de hasta algunas decenas.

1.3.7. Filtro de sensibilidad muy pequeña.

Con valores de Q superiores a algunas decenas nos vemos precisados a orientarnos hacia configuraciones que utilicen, en vez de uno, dos amplificadores operacionales, de forma que la relación $A \gg \alpha Q^2$ se convierta en $A_1 A_2 \gg \alpha Q^2$.

Hemos visto en la figura 6-9 un ejemplo de circuito de paso bajo de segundo orden, de pequeña sensibilidad, que utiliza dos amplificadores operacionales, en el cual:

$$S_A^Q = \frac{3Q}{2A}$$

La versión de paso alto de este circuito se obtiene fácilmente sustituyendo las resistencias por capacidades y viceversa. En la tabla 6-1 pueden encontrarse las sensibilidades comparadas de los diferentes tipos estudiados.

Basándonos en el mismo principio podemos obtener un filtro elemental de paso de banda de baja sensibilidad S_A^Q . El esquema de este circuito se representa en la figura 6-13 y su función de transferencia, calculada de forma análoga a la utilizada anteriormente, puede escribirse:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{K_1 K_2 R_2 C_2 p}{(1 - K_1 K_2) R_1 R_2 C_1 C_2 p^2 + (R_1 C_1 + R_2 C_2) p + 1} \quad (6.20)$$

Si $R_1 = R_2 = R$ y $C_1 = C_2 = C$, la relación anterior se simplifica, resultando:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{K_1 K_2 R C p}{(1 + K_1 K_2) R^2 C^2 p^2 + 2 R C p + 1} \quad (6.21)$$

CRITERIOS DE ELECCION

| Sensibilidad | S_A^Q | S_{ZA}^Q | S_c | S_R | $S_A^{\omega_0}$ | $S_{ZA}^{\omega_0}$ | $S_z^{\omega_0}$ |
|--|-------------------|--------------------------------|---------------|--------------------|-------------------------|---------------------|------------------|
| Naturaleza del elemento activo | | | | | | | |
| Amplificador operacional | $\frac{3Q^2}{A}$ | 0 | $\frac{1}{2}$ | $\leq \frac{2}{3}$ | $\frac{2}{A} \approx 0$ | 0 | $\frac{1}{2}$ |
| Fuente controlada de ganancia > 0 | $\frac{2Q^2}{A}$ | $(1-K)Q\sqrt{\frac{C_1}{C_2}}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 | 0 | 0 | $\frac{1}{2}$ |
| Amplificador de ganancia unidad | $\frac{2Q^2}{A}$ | 0 | $\frac{1}{2}$ | 0 | 0 | 0 | $\frac{1}{2}$ |
| N.I.C. | $\frac{2Q^2}{A}$ | Q^2 | $\frac{1}{2}$ | $0,5 - Q^2$ | 0 | 0 | $\frac{1}{2}$ |
| Fuente controlada de ganancia < 0 | $\frac{9Q^2}{2A}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{6}$ | 0 | $\frac{9Q^2}{2A}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ |
| Circuitos de pequeña sensibilidad Doble fuente controlada | $\frac{2Q}{A}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 | 0 | $\frac{Q}{A}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ |

TABLA 6-1. Sensibilidades comparadas de los filtros activos de paso bajo de segundo orden estudiados en el capítulo 6.

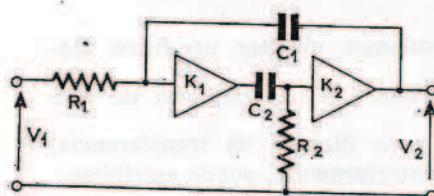


FIG. 6-13. Filtro de paso de banda de segundo orden, de muy pequeña sensibilidad.

Los parámetros característicos de esta expresión son:

$$\omega_0 = \frac{1}{RC\sqrt{1-K_1K_2}}$$

$$Q = \frac{\sqrt{1-K_1K_2}}{2}$$

ESTABILIDAD DE LAS CARACTERISTICAS DE UN FILTRO ACTIVO

Si $K_1 > 0$ y $K_2 < 0$, el esquema se puede realizar con sólo dos amplificadores operacionales, según se indica en la figura 6-14. Con valores elevados del coeficiente de sobretensión, si $K_1 = -K_2 = K$, podemos escribir:

$$Q \approx \frac{K}{2}$$

y la sensibilidad será:

$$S_K^Q \approx 1$$

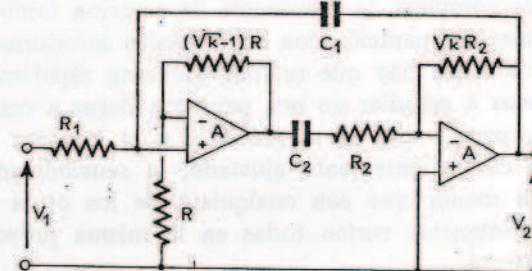


FIG. 6-14. Construcción práctica del filtro de paso de banda de la figura 6-13.

De esto se deduce el valor de la sensibilidad S_A^Q que es la magnitud comparable a las anteriores, o sea:

$$|S_{A_1}^Q| = |S_{A_2}^Q| = S_A^Q = \frac{K}{A} \approx \frac{2Q}{A} \quad (6.22)$$

Este valor se puede hacer siempre muy pequeño.

La sensibilidad $S_K^{\omega_0}$ es igual a 1/2. De ello se deduce:

$$S_A^{\omega_0} = S_K^{\omega_0} \cdot S_A^K = \frac{K}{2A} = \frac{Q}{A}$$

Esta cantidad resulta también muy pequeña.

Del mismo modo, la sensibilidad del montaje con relación a las variaciones en las resistencias que forman la fuente controlada, es:

$$S_{R_i}^Q = \frac{K}{A} = \frac{2Q^2}{A} \quad S_{R_i}^{\omega_0} = \frac{K}{A} \frac{2Q^2}{A}$$

1.4. SENSIBILIDAD DE LOS FILTROS DE SEGUNDO ORDEN CON RELACION A LAS VARIACIONES DE LOS ELEMENTOS PASIVOS.

Los elementos pasivos que intervienen en la red de filtro propiamente dicha son menos susceptibles de variar en función del tiempo y de la temperatura que los elementos activos.

Sin embargo, el estudio de su influencia sobre la curva de respuesta de un filtro es importante, ya que, en última instancia, son estas variaciones las que determinarán los límites de un filtro activo.

Efectivamente, hemos visto que siempre es posible obtener a voluntad unas determinadas sensibilidades S_A^Q y $S_A^{w_0}$ mediante una elección cuidadosa de los esquemas y un aumento de la ganancia en bucle abierto A. Pero no ocurrirá lo mismo con las sensibilidades S_z^Q y $S_z^{w_0}$. Por consiguiente, resulta absolutamente indispensable en la práctica utilizar montajes cuyas sensibilidades S_z^Q sean razonablemente pequeñas.

En particular, los condensadores son elementos más caros y menos estables que las resistencias. Una escasa sensibilidad a eventuales variaciones de alguno de estos condensadores será una cualidad apreciable en un filtro activo.

Seguidamente vamos a valorar las sensibilidades S_z^Q y $S_z^{w_0}$ de los circuitos estudiados en el apartado anterior, estableciendo una comparación con un filtro clásico RCL.

Al calcular estas sensibilidades es preciso tomar la precaución de efectuar los cálculos antes de simplificar los términos que se eliminan por diferencia; en caso contrario, podrían obtenerse resultados totalmente erróneos.

Tomemos como ejemplo un filtro elemental de paso bajo que utiliza un I.N.I.C., como el representado en la figura 5-9, y que tiene una función de transferencia (5.8):

$$F(p) = \frac{1 + C_1 p (R_1 - K R_3)}{1 + [(R_1 - K R_3) C_1 + R_3 C_2] p + R_1 R_3 C_1 C_2 p^2}$$

$$Q = \frac{\sqrt{R_1 R_3 C_1 C_2}}{R_3 C_2 + (R_1 - K R_3) C_1}$$

Para obtener efectivamente una función de transferencia de paso bajo, tenemos que $R_1 = K R_3$, lo que significa un $Q = \frac{\sqrt{R_1 R_3 C_1 C_2}}{R_3 C_2}$. De esto podríamos deducir que la sensibilidad es $S_{R_1}^Q = \frac{\partial Q}{\partial R_1} \cdot \frac{R_1}{Q} = \frac{1}{2}$. Pero no es exactamente así. En efecto, si realizamos el cálculo antes de simplificar, obtendremos:

$$S_{R_1}^Q = \frac{\partial Q}{\partial R_1} \cdot \frac{R_1}{Q} = \frac{0,5 [R_3 C_2 + (R_1 - K R_3) C_1] - R_1 C_1}{R_3 C_2 + (R_1 - K R_3) C_1}$$

y simplificando ahora, resulta:

$$S_{R_1}^Q = 0,5 - \frac{R_1 C_1}{C_2 R_3} = 0,5 - Q^2 \quad (6.23)$$

Esta cantidad puede resultar muy grande en cuanto Q exceda de algunas unidades, por lo que este montaje resulta totalmente inadecuado en la realización de células con Q medios o elevados.

Cuando los términos que desaparecen por simplificación lo hacen por cociente y no por diferencia, podemos admitir, en primera aproximación, que los elementos responsables de estos factores que desaparecen varían en el mismo sentido y con igual valor relativo. Por consiguiente, en este caso realizaremos los cálculos después de la simplificación.

1.4.1. Filtros que utilizan un amplificador operacional como elemento activo.

Para el esquema de la figura 6-4, podemos obtener:

$$S_R^Q = \frac{1}{3} \quad 6 \quad \frac{2}{3}$$

$$S_{C_1}^Q = -S_{C_2}^Q = \frac{1}{2}$$

$$S_R^{w_0} = S_{C_1}^{w_0} = S_{C_2}^{w_0} = -\frac{1}{2}$$

1.4.2. Filtro que utiliza una fuente controlada de ganancia positiva.

Si la ganancia de la fuente está próxima a la unidad, las sensibilidades correspondientes, son:

$$\mathbf{S}_R^Q = 0$$

$$\mathbf{S}_{C_1}^Q = -\mathbf{S}_{C_2}^Q = -\frac{1}{2}$$

$$\mathbf{S}_R^{\omega_0} = \mathbf{S}_{C_1}^{\omega_0} = \mathbf{S}_{C_2}^{\omega_0} = -\frac{1}{2}$$

Resultados idénticos a los obtenidos en los circuitos anteriores.

1.4.3. Filtro que utiliza una fuente controlada de ganancia negativa.

En este circuito, representado en la figura 6-14, si $R_1 = R_2$ y si el coeficiente de sobretensión es alto, tenemos:

$$\mathbf{S}_R^Q = \mathbf{S}_C^Q = 0$$

$$\mathbf{S}_R^{\omega_0} = \mathbf{S}_C^{\omega_0} = -\frac{1}{2}$$

Por consiguiente, este circuito posee la propiedad, muy interesante, de que la sensibilidad del coeficiente de sobretensión es nula frente a variaciones de los elementos pasivos de que consta. Hay que tener en cuenta que se trata de sensibilidades diferenciales, aplicables solamente con limitadas variaciones de amplitud.

1.4.4. Filtro que utiliza un convertidor de impedancia negativa.

Hemos demostrado que la sensibilidad es:

$$\mathbf{S}_{R_1}^Q = 0,5 - Q^2$$

De la misma forma, podemos hallar:

$$\mathbf{S}_{R_2}^Q = -0,5 + Q^2$$

$$\mathbf{S}_{C_1}^Q = -\mathbf{S}_{C_2}^Q = 0,5$$

ESTABILIDAD DE LAS CARACTERISTICAS DE UN FILTRO ACTIVO

Las sensibilidades $\mathbf{S}_z^{\omega_0}$ tienen la misma forma que en los otros circuitos, o sea:

$$\mathbf{S}_{C_1}^{\omega_0} = \mathbf{S}_{C_2}^{\omega_0} = \mathbf{S}_{R_1}^{\omega_0} = \mathbf{S}_{R_2}^{\omega_0} = -0,5$$

1.4.5. Filtro que utiliza un girador.

En el esquema del circuito de paso bajo representado en la figura 5-11, si $R_1 = R_2$ y $C_1 = C_2$, se tiene:

$$\mathbf{S}_R^Q = 1 \quad \mathbf{S}_R^{\omega_0} = 0$$

$$\mathbf{S}_C^Q = 0 \quad \mathbf{S}_C^{\omega_0} = -\frac{1}{2}$$

1.4.6. Comparación entre las sensibilidades de los filtros activos y pasivos.

A título comparativo podemos calcular las sensibilidades de un filtro pasivo de segundo orden con respecto a las variaciones de sus elementos. La función de transferencia y los parámetros característicos de este filtro, representado en la figura 6-15, son:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{LC p^2 + RC p + 1}$$

$$Q = \frac{\sqrt{LC}}{RC} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Por consiguiente, se obtiene:

$$\mathbf{S}_R^Q = -1$$

$$\mathbf{S}_R^{\omega_0} = 0$$

$$\mathbf{S}_L^Q = -\mathbf{S}_C^Q = -\frac{1}{2}$$

$$\mathbf{S}_L^{\omega_0} = \mathbf{S}_C^{\omega_0} = -\frac{1}{2}$$

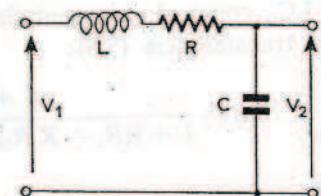


FIG. 6-15. Filtro de paso de banda RLC de segundo orden.

Este cálculo demuestra que, aparte de los filtros con convertidor de impedancia, los activos resultan ventajosos en la comparación con respecto a los pasivos, en los que concierne a las sensibilidades a las variaciones de los elementos pasivos. Los circuitos de alta sensibilidad son, asimismo, netamente superiores. Esta propiedad la encontraremos en numerosas aplicaciones prácticas.

1.5. CONCLUSIONES RELATIVAS A LAS SENSIBILIDADES DE LOS FILTROS ACTIVOS.

En la tabla 6-1 se hallan reunidos todos los resultados obtenidos en los diferentes casos estudiados. Hay que destacar que las expresiones indicadas en esta tabla provienen de ejemplos en los que los elementos constitutivos tienen valores particulares (por ejemplo, $R_1 = K R_3$ en el circuito con N.I.C.). Estos valores particulares que hemos tomado no siempre son los que confieren al montaje la menor sensibilidad. Horowitz demostró [42] que resultaba posible minimizar las sensibilidades dando a los elementos unos determinados valores relativos; pero este método no tiene un gran interés práctico, ya que conduce a aumentar paralelamente la disparidad entre los valores de los elementos, hasta el punto de llegar a esquemas totalmente irrealizables (por ejemplo, se obtienen resistencias con una relación de 10^6 para un circuito de $Q = 50$).

No obstante, los valores indicados en la tabla 6-1 nos permiten establecer una comparación entre los diferentes tipos de circuitos de paso bajo. Puesto que los métodos de razonamiento y los fenómenos físicos son los mismos con cualquier otro tipo de configuración, podemos llegar a las siguientes conclusiones:

Los filtros activos que utilizan un convertidor de impedancia negativa tienen una sensibilidad que resulta prohibitiva respecto a las variaciones de los elementos pasivos, o sea $S_z^Q \approx Q^2$, así como con respecto a las variaciones de las resistencias que se combinan con el amplificador operacional para la realización del N.I.C., o sea $S_{ZA}^Q \approx Q^2$. Por lo tanto, su empleo debe evitarse en cuanto los coeficientes de sobretensión que entren en juego superen algunas unidades.

Los filtros activos de fuente controlada cuya ganancia positiva resulte muy diferente de la unidad presentan una sensibilidad que resulta

prohibitiva con relación a las variaciones de las resistencias que se combinan con el amplificador operacional para la realización del elemento activo, puesto que:

$$S_{ZA}^Q \approx Q(1-K) \sqrt{\frac{C_1}{C_2}}$$

También debe evitarse su empleo con coeficientes de sobretensión superiores a algunas unidades.

Los filtros que utilizan como elemento activo una fuente controlada cuya ganancia es próxima a la unidad, o un amplificador operacional, presentan una pequeña sensibilidad frente a variaciones de los elementos activos, siempre que la ganancia en bucle abierto sea $A \gg 2Q^2$. Por lo tanto, estos circuitos podrán utilizarse para lograr coeficientes de sobretensión comprendidos entre 10 y 100, según el margen de frecuencia y la calidad del amplificador operacional que se emplee. Además, las sensibilidades de estos circuitos con relación a las variaciones de los elementos pasivos se pueden comparar ventajosamente con las obtenidas con filtros pasivos RCL .

Los filtros que utilizan como elemento activo una fuente controlada de ganancia negativa, realizada mediante dos amplificadores operacionales, presentan una sensibilidad extremadamente pequeña frente a variaciones de los elementos tanto activos como pasivos. Por esto se podrán emplear para obtener coeficientes de sobretensión de hasta varios centenares en bajas frecuencias. No obstante, estos circuitos tienen sus limitaciones en cuanto a la saturación de los elementos activos y a la deficiente relación señal/ruido que presentan.

Finalmente, los filtros que emplean giradores presentan una pequeña sensibilidad a las variaciones de los elementos activos y pasivos, pero la complejidad de sus circuitos convierte cualquier comparación en una tarea difícil.

2. Otros criterios de elección.

Los otros criterios de elección resultan mucho más sencillos de evaluar y no precisan la realización de ningún cálculo. Entre los más importantes citaremos:

2.1. FLEXIBILIDAD Y FACILIDAD DE SU AJUSTE.

Hemos visto que un filtro elemental de segundo orden queda definido por el conocimiento de los dos parámetros Q y ω_0 , si no existe ningún cero de transmisión, y de Q , ω_0 y ω_∞ en caso contrario. La facilidad y la independencia del ajuste de estos parámetros es un criterio muy importante en las realizaciones prácticas, principalmente en las construcciones en serie, puesto que esto puede tener una incidencia notable sobre el precio de venta.

Los filtros que utilizan como elemento activo una fuente controlada de ganancia positiva tiene una función de transferencia que es de la forma:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{ap^2 + (b + KC)p + 1}$$

La ganancia K de la fuente controlada interviene solamente en esta expresión en el término de amortiguamiento, razón por la que el ajuste de K influirá únicamente sobre el coeficiente de sobrentensión Q sin modificar el valor de la frecuencia propia del circuito. Por lo tanto, estos filtros resultan particularmente sencillos de ajustar.

Por el contrario, los diseños que emplean un amplificador operacional y dos cuadripolos resultan los más desfavorables en este sentido. En efecto, éstos precisan el apareamiento de ciertos componentes de los dos cuadripolos para que los términos que figuran en el numerador y en el denominador de la función de transferencia queden efectivamente eliminados (expresión 5.1).

El resto de los filtros son equivalentes a estos últimos, por lo que no presentan una gran facilidad en su puesta a punto.

2.2. NUMERO DE COMPONENTES EMPLEADOS.

Los componentes pasivos que intervienen en la realización de filtros deben ser precisos y estables en función del tiempo y de la temperatura. Por lo tanto, son elementos caros y los circuitos que solamente necesiten pocos componentes pasivos serán más ventajosos en principio.

Pero el número de amplificadores operacionales junto con los elementos pasivos asociados a ellos que se utilicen para realizar un elemento activo tiene también su importancia.

COMPARACION ENTRE LAS DIFERENTES CONFIGURACIONES

Desde este punto de vista los circuitos que utilizan amplificadores operacionales combinados con cuadripolos están en desventaja debido a la gran cantidad de elementos pasivos que hay que disponer y que son siete en un filtro de paso bajo elemental. Los diseños con girador también resultan actualmente difíciles en virtud de la complejidad de sus circuitos, puesto que se necesitan por lo menos dos amplificadores operacionales y siete resistencias por cada girador.

En cambio, las realizaciones con fuente controlada de ganancia unidad precisan una cantidad mínima de componentes: cuatro de ellos combinados con un único amplificador operacional para un elemento de paso bajo.

2.3. POSIBILIDAD DE MONTAJE EN CASCADA.

Los filtros activos que se obtienen mediante el montaje en cascada de células elementales de segundo orden son de un cálculo relativamente sencillo. Por ello resultará siempre interesante la utilización de estas células de segundo orden que puedan montarse en cascada sin que precisen el empleo de elementos separadores suplementarios.

Para que esto sea factible necesitamos que la impedancia de salida de cada célula sea lo más baja posible. Tal es el caso de los filtros elementales que utilizan como elemento activo un amplificador operacional o una fuente controlada. Por el contrario, los filtros con girador o con N.I.C. precisan un elemento de acoplamiento, constituido, por ejemplo, por un amplificador operacional de ganancia unidad.

3. Comparación entre las diferentes configuraciones.

En la tabla 6-2 se hallan resumidas las características de cada configuración en función de estos criterios, a los que se les ha añadido la cuestión de la estabilidad eléctrica. Se ha escogido como elemento de referencia la célula de paso bajo.

Examinando esta tabla podemos llegar a las siguientes conclusiones para filtros que necesitan circuitos de coeficientes de sobrentensión pequeños o medios (por ejemplo, hasta algunas decenas):

— Los filtros que utilizan giradores no resultan ventajosos en el momento actual, puesto que, como no se pueden montar en cascada sin ele-

| | | Girador | N.I.C. |
|---|--|---------------------------------|--|
| Amplificador operacional | Fuente controlada de ganancia positiva | Amplificador de ganancia unidad | Fuente controlada de ganancia negativa |
| Sensibilidad a las variaciones de los elementos activos | pequeña | muy grande | muy pequeña |
| Sensibilidad a las variaciones de los elementos pasivos | pequeña | pequeña | pequeña |
| Número de amplificadores operacionales | 1 | 1 | 2 |
| Número de componentes pasivos | 5 | 6 | 4 |
| Possibilidades de montaje en cascada | sí | sí | sí |
| Facilidad de ajuste | mediana | buenas | buenas |
| Estabilidad eléctrica | muy buena | muy buena | muy buena |

TABLA 6-2. Ventajas e inconvenientes de las principales configuraciones de filtros activos. La comparación se ha establecido partiendo de filtros elementales de paso bajo de segundo orden.

COMPARACION ENTRE LAS DIFERENTES CONFIGURACIONES

mento de acoplamiento, precisan el empleo de tres amplificadores operacionales y once elementos pasivos por cada término de segundo grado, pudiendo también provocar oscilaciones.

— Los filtros basados en el empleo de los N.I.C. deben desestimarse en el momento en que el Q sobrepase algunas unidades, con motivo de su sensibilidad prohibitiva. Por otra parte, estos circuitos no siempre son incondicionalmente estables y necesitan un elemento de acoplamiento.

— Los filtros que utilizan como elemento activo un amplificador operacional y cuadripolos precisan muchos elementos pasivos y son de una puesta a punto muy delicada.

— Los filtros que utilizan un amplificador operacional combinado con dos dipolos RC presentan características satisfactorias, pero son difíciles de ajustar.

— Los filtros con fuente controlada de ganancia unidad son los más adecuados, puesto que precisan menos elementos, tienen una mejor sensibilidad y su puesta a punto es más fácil, ya que el valor del Q se puede ajustar de forma independiente haciendo que K sea de un valor cercano a la unidad.

Por otro lado, resulta bastante sencilla la realización de amplificadores de ganancia unidad que presenten unas buenas características de funcionamiento en frecuencias relativamente elevadas. Así, pues, este tipo de filtro nos proporcionará el mejor comportamiento en frecuencias superiores a algunos millares de hercios.

A la vista de estas ventajas, creemos que este tipo de filtro resulta el más ventajoso en la mayoría de las aplicaciones corrientes.

SISTEMA PRACTICO PARA LA CONSTRUCCION DE FILTROS ACTIVOS MEDIANTE AMPLIFICADORES DE GANANCIA PROXIMA A LA UNIDAD

En esta segunda parte explicaremos un método sencillo y práctico que nos permitirá realizar un filtro activo con buena relación precio/características y que responda a un problema determinado.

Esta parte se puede utilizar sin que hayan sido leídos los capítulos anteriores. Para lograr este fin, los resultados obtenidos tendrán llamadas de referencia, de forma que el lector pueda dirigirse al capítulo correspondiente, donde encontrará las demostraciones y explicaciones con el necesario detalle.

La elección del filtro se facilita mediante ábacos y tablas de valores que hacen innecesarios los complicados cálculos que se precisarían.

1. Principio básico del método.

En la resolución de un problema de filtrado, los datos iniciales nos permiten definir un cierto número de parámetros fundamentales, cuyo conocimiento permite a su vez escoger el tipo de filtro más adecuado y determinar su función de transferencia. Esta primera parte se llama etapa de aproximación.

Una vez determinada la función de transferencia del filtro que deseamos realizar, viene la segunda etapa, llamada de síntesis, la cual con-

siste en disponer en cascada un determinado número de circuitos elementales, cuyos parámetros se obtienen partiendo de la función de transferencia.

Estas dos operaciones pueden simplificarse mediante el empleo de magnitudes normalizadas, es decir, magnitudes que se expresan tomando como unidad de frecuencia y de impedancia unos valores que dependen de cada filtro en particular.

En el mismo sentido, la etapa de aproximación se realiza basando la determinación del filtro que hay que realizar en la de un filtro de paso bajo que se llama prototipo.

2. Etapas de la realización del filtro.

2.1. DETERMINACION DE LA PLANTILLA Y DE LOS PARAMETROS CARACTERISTICOS.

En la construcción de un filtro, el conocimiento de los datos de partida del problema nos permite definir una plantilla semejante a la de la figura 1, en cuyo interior debe alojarse la curva de respuesta del filtro.

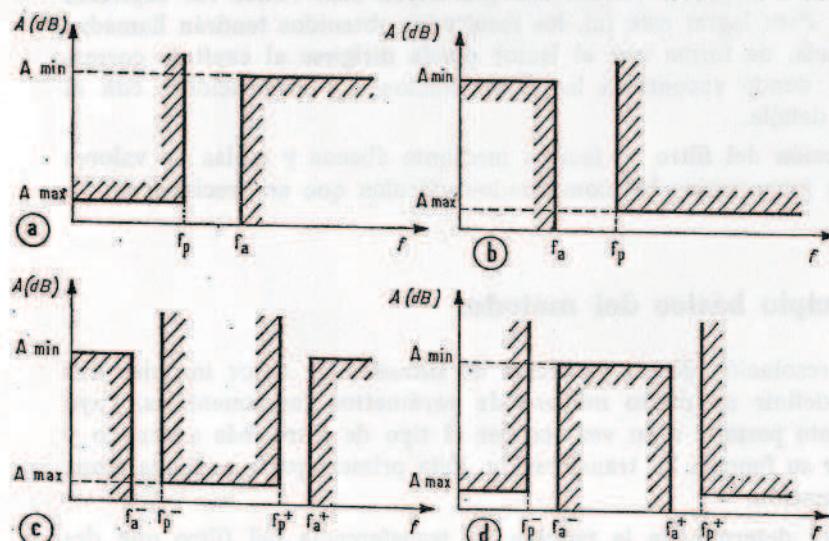


FIG. 1. Plantillas de los cuatro tipos de filtros posibles.

Esta plantilla define lo siguiente:

- La banda de paso o margen de frecuencias en que el amortiguamiento debe ser inferior a un cierto valor A_{\max} , expresado en dB.
- La banda atenuada o margen de frecuencias en el que el amortiguamiento debe ser superior a un cierto valor A_{\min} , también expresado en dB.

Recordemos que el amortiguamiento de un filtro expresado en decibéis está dado por la fórmula:

$$A = 20 \log \frac{V_2}{V_1}$$

siendo V_2 = tensión de salida

V_1 = tensión de entrada

La banda de paso se halla delimitada por una frecuencia de corte f_p , en el caso de los filtros de paso bajo y alto, y por dos frecuencias de corte f_p^+ y f_p^- en los filtros de paso de banda y de corte de banda.

De la misma forma, la banda atenuada queda delimitada por una o dos frecuencias de corte, f_a o f_a^+ y f_a^- , según los casos de que se trate (figura 1).

Los únicos filtros simétricos que veremos son los de paso de banda y recortadores de banda, para los que se cumple la expresión:

$$f_a^+ \cdot f_a^- = f_p^+ \cdot f_p^- = f_0^2 \quad (6.1)$$

Si el problema que tenemos que resolver requiere una plantilla que no es simétrica, será preciso, antes de continuar, que modifiquemos uno de los cuatro valores f_a^+ , f_a^- , f_p^+ o f_p^- , con objeto de que se cumpla la expresión (6.1).

La frecuencia f_0 es la central.

Los parámetros característicos de una plantilla son tres en los casos de filtros de paso bajo y de paso alto, y cuatro en los de paso de banda y recortadores de banda. Estos parámetros son:

- La atenuación máxima en la banda de paso, A_{\max} .
- La atenuación mínima en la banda atenuada, A_{\min} .
- La selectividad k , que expresa la pendiente más o menos abrupta de los cortes y que se halla definida en función de las frecuencias de corte de la forma siguiente:

Filtro de paso bajo:

$$k = \frac{f_p}{f_a} = \frac{\omega_p}{\omega_a}$$

Filtro de paso alto:

$$k = \frac{f_a}{f_p} = \frac{\omega_a}{\omega_p}$$

Filtro de paso de banda:

$$k = \frac{f_p^+ - f_p^-}{f_a^+ - f_a^-} = \frac{\omega_p^+ - \omega_p^-}{\omega_a^+ - \omega_a^-}$$

Filtro recortador de banda:

$$k = \frac{f_a^+ - f_a^-}{f_p^+ - f_p^-} = \frac{\omega_a^+ - \omega_a^-}{\omega_p^+ - \omega_p^-}$$

— El ancho de banda B , exclusivamente en los filtros de paso de banda y recortadores de banda, cuya expresión es:

Filtro de paso de banda:

$$B = \frac{f_p^+ - f_p^-}{f_0} = \frac{\Delta f_p}{f_0}$$

Filtro recortador de banda:

$$B = \frac{f_a^+ - f_a^-}{f_0} = \frac{\Delta f_a}{f_0}$$

En resumen, podremos construir el filtro que deseemos conociendo las tres o en su caso, cuatro magnitudes A_{\max} , A_{\min} , k y B .

2.2. ELECCION DEL TIPO DE FILTRO.

Existe un cierto número de filtros con los cuales se puede obtener una curva de respuesta que quede situada en el interior de la plantilla establecida en cada caso. No obstante, las cualidades y complejidad de cada filtro pueden ser muy diferentes, por lo que el diseñador deberá escoger el tipo que mejor se adapte a la resolución de su problema.

Los criterios principales que nos pueden servir como guía para la elección del filtro son:

- La pendiente del corte.
- La regularidad de la curva de respuesta.

- El comportamiento en régimen transitorio.
- La regularidad del tiempo de propagación de grupo.
- La existencia de ceros de transmisión.
- La complejidad del diseño.
- La facilidad de su puesta a punto.

En los capítulos anteriores hemos estudiado los filtros de Bessel, Butterworth, Tchebyscheff, Legendre y Cauer. Con objeto de que poda-

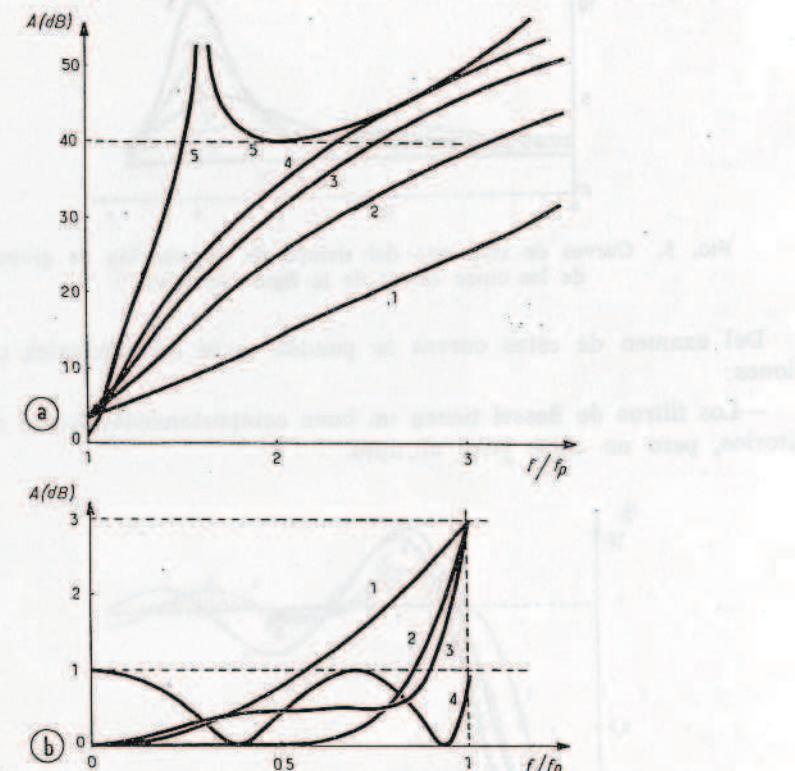


FIG. 2. Curvas de respuesta de amplitud correspondientes a las cinco clases de filtros que pueden construirse mediante las tablas numéricas, para: a) la banda atenuada y b) la banda de paso.

- 1) Filtro de Bessel de orden 4.
- 2) Filtro de Butterworth de orden 4.
- 3) Filtro de Legendre de orden 4.
- 4) Filtro de Tchebyscheff de orden 4 y de ondulación 1 dB.
- 5) Filtro de Cauer de orden 4, con $A_{\max} = 1$ dB y $A_{\min} = 40$ dB.

mos escoger fácilmente entre ellos, en la tabla 1 se hallan indicadas las virtudes y defectos de estos tipos de filtros, y las figuras 2 a 4 nos indican las curvas de respuesta de los cinco tipos de filtros de orden 4 en amplitud, en tiempo de propagación de grupo y la respuesta a una transición de 0 a 1 (escalón unitario).

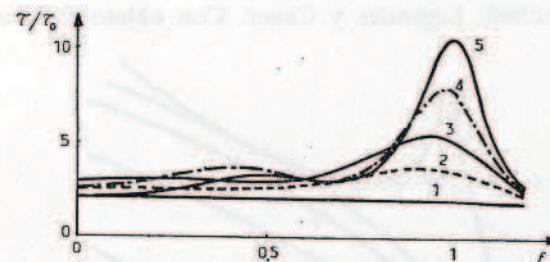


FIG. 3. Curvas de respuesta del tiempo de propagación de grupo de los cinco filtros de la figura anterior.

Del examen de estas curvas se pueden sacar las siguientes conclusiones:

—Los filtros de Bessel tienen un buen comportamiento frente a transitorios, pero un corte poco abrupto.

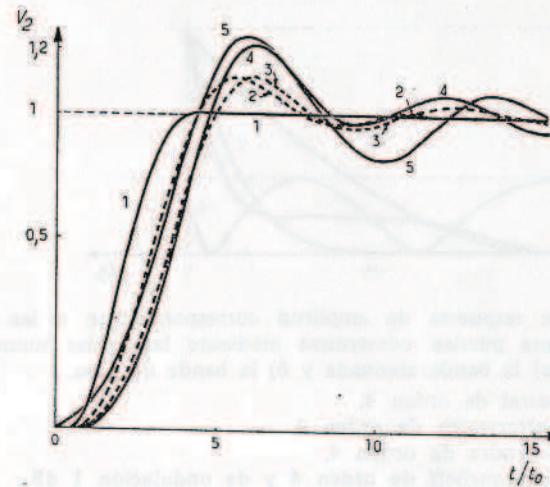


FIG. 4. Curvas de respuesta a una transición de 0 a 1 de los cinco filtros de la figura 2.

ETAPAS DE LA REALIZACION DEL FILTRO

| Características | Bessel | Butterworth | Legendre | Tchebycheff | Cauer |
|--|--------------|-------------|-----------|---|---|
| Pendiente de corte para un orden n determinado | muy mediocre | medioocre | media | buenaa | muy buena |
| Regularidad del tiempo de propagación de grupo | excelente | buena | media | mediocre | muy mediocre |
| Regularidad de la curva de respuesta amplitud/frecuencia | excelente | excelente | muy buena | Ondulaciones en la banda de paso y regular en la banda atenuada | Ondulaciones en la banda de paso y atenuada |
| Deformaciones en régimen transitorio | muy pequeñas | pequeñas | pequeñas | grandes | muy grandes |
| Número de componentes para una selectividad determinada | muy elevado | elevado | medio | bajo | bajo |
| Coeficientes de sobre tensión precisos | muy bajos | bajos | medios | medios | elevados |
| Ceros de transmisión | no | no | no | no | si |
| Dificultad de ajuste y sensibilidad | pequeñas | pequeñas | pequeñas | medianas | altas |
| Disparidad de los valores de los elementos | muy pequeña | pequeña | media | considerable | pequeña |

TABLA 1. Comparación entre las características de los diferentes tipos de filtros que pueden construirse con ayuda de las tablas numéricas.

— Los filtros de Butterworth tienen una curva de amortiguamiento muy regular, pero un corte poco abrupto.

— Los filtros de Legendre combinan un amortiguamiento regular con un corte definido y un comportamiento frente a transitorios de buena calidad.

— Los filtros de Tchebyscheff son filtros sencillos cuya ventaja más importante reside en lo escarpado de su corte, pero su comportamiento frente a transitorios deja bastante que desear.

— Los filtros de Cauer, que son los más complejos, permiten obtener un corte extremadamente abrupto y disponer de ceros de transmisión.

Estas curvas y comparaciones se han establecido en el caso de filtros de paso bajo y demuestran que cuando el criterio de elección más importante es el amortiguamiento, los filtros activos de Tchebyscheff ofrecen los mejores resultados desde el punto de vista precio/características. Los filtros de Cauer son preferibles cuando se desea obtener un corte muy abrupto o cuando se necesitan frecuencias en que la atenuación sea infinita, o sea, ceros de transmisión.

En los capítulos correspondientes se dan curvas detalladas de estos tipos de filtros.

2.3. CALCULO DE LA FUNCION DE TRANSFERENCIA.

Una vez escogido el tipo de filtro que deseamos construir hay que determinar su función de transferencia. Esta operación es la más complicada:

Para determinar esta función debemos realizar tres operaciones:

— Establecer el grado de dicha función de transferencia, es decir, el orden del filtro.

— Obtener la función de transferencia del filtro de paso bajo normalizado, o sea del correspondiente filtro prototípico.

— Efectuar la trasposición de esta función de transferencia si se quiere realizar un filtro de paso de banda o recortador de banda.

2.3.1. Determinación del orden del filtro.

Cuanto más se aproxime la plantilla del filtro que se desea construir al filtro ideal ($A_{\max} = 0$, $A_{\min} = \infty$, y $k = 1$), mayor será el grado y, por

ETAPAS DE LA REALIZACION DEL FILTRO

consiguiente, la complejidad de la función de transferencia que obtendremos. Necesitamos, pues, escoger el grado n de la función de transferencia de forma que la curva de respuesta quede justamente en el interior de la plantilla.

Este grado se determina de una manera general buscando el valor entero de n menor posible que cumpla las desigualdades:

$$K_n(1) < \sqrt{10^{\frac{A_{\max}}{10}} - 1} \quad \text{y} \quad K_n\left(\frac{1}{k}\right) > \sqrt{10^{\frac{A_{\min}}{10}} - 1}$$

siendo K_n la función característica del filtro a construir, cuyo valor se determinó en el capítulo 3, apartado 4.

Este cálculo resulta demasiado complicado, por lo que en la práctica se utiliza un método gráfico que expondremos seguidamente.

En los filtros de Bessel, Butterworth y Legendre, cuyas curvas de respuesta de amplitud son monótonas y poco abruptas, casi siempre se toma en la práctica un valor $A_{\max} = 3$ dB. Con esta condición, el orden n de los filtros de estos tipos que satisfacen una plantilla definida por A_{\min} y k puede determinarse fácilmente mediante las curvas Be 1, Bu 1 y L 1. Se lleva a estos gráficos el punto de coordenadas A_{\min} y $1/k$, y si este punto se encuentra entre las curvas de orden n y $n + 1$, el filtro correspondiente a la plantilla requerida será de orden $n + 1$ (fig. 5).

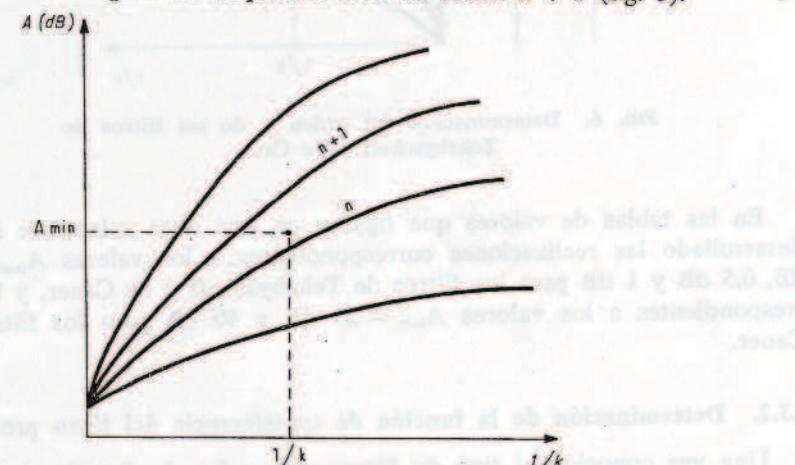


FIG. 5. Determinación del orden n de los filtros de Bessel, Butterworth y Legendre.

SISTEMA PRACTICO PARA LA CONSTRUCCION DE FILTROS ACTIVOS

De hecho, las curvas Be 1, Bu 1 y L 1 son simplemente las de respuesta de los correspondientes filtros, dibujadas tomando como unidad la frecuencia de corte f_p .

En los filtros de Tchebyscheff y de Cauer, cuyas realizaciones exigen una mayor precisión, podrán utilizarse los ábacos de dos entradas A_{\max} y A_{\min} representados en las figuras T 1 y C 1, cuyo modo de empleo se explica en la figura 6. La recta que une los puntos A_{\max} (A) y A_{\min} (B) se encuentra en el punto C con el eje de ordenadas del ábaco. Si el punto de coordenadas C y $1/k$ se halla entre las curvas n y $n+1$, el filtro que responde a la plantilla definida por A_{\max} , A_{\min} y k tendrá un orden igual a $n+1$.

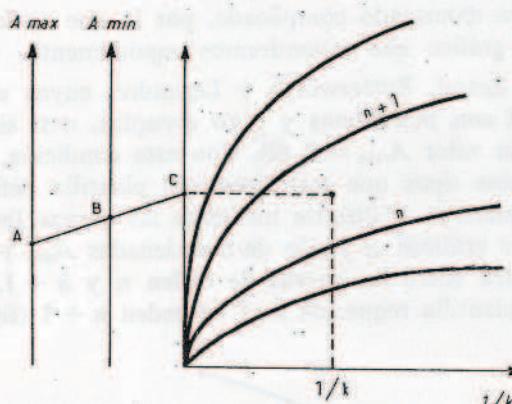


FIG. 6. Determinación del orden n de los filtros de Tchebyscheff y de Cauer.

En las tablas de valores que figuran en esta obra solamente se han desarrollado las realizaciones correspondientes a los valores $A_{\max} = 0,1$ dB, $0,5$ dB y 1 dB para los filtros de Tchebyscheff y de Cauer, y las correspondientes a los valores $A_{\min} = 25$ dB y 40 dB para los filtros de Cauer.

2.3.2. Determinación de la función de transferencia del filtro prototípico.

Una vez conocido el tipo de filtro y su orden, la función de transferencia del prototípico de paso bajo que le corresponde se obtiene mediante un complicado cálculo cuyo detalle se halla en el capítulo 3, apar-

ETAPAS DE LA REALIZACION DEL FILTRO

tado 3. En la mayoría de los casos este cálculo requiere el empleo de un ordenador.

Las funciones de transmisión, o sea, la inversa de las funciones de transferencia de los filtros de paso bajo correspondientes a los valores de los parámetros indicados anteriormente y recogidos en la tabla 2, se dan en las correspondientes tablas referidas a cada tipo de filtro, las cuales se hallan al final de este libro y nos permiten, en la mayoría de los casos, evitar complicados cálculos.

Estas tablas están presentadas en forma de producto de factores de primero o de segundo grado, lo cual facilita la operación de síntesis. Además, para $\omega = 0$ la función de transferencia resulta igual a la unidad, lo cual elimina todo factor multiplicativo.

| | Paso bajo y paso alto | | Paso de banda | | |
|--------------|--------------------------|----------------|--------------------------|----------------|----------------|
| | A_{\max} | A_{\min} | A_{\max} | A_{\min} | B |
| Bessel | 3 dB | todos valores | — | — | — |
| Butterworth | 3 dB | todos valores | 3 dB | todos valores | de 5 % a 100 % |
| Legendre | 3 dB | todos valores | 3 dB | todos valores | de 7 % a 100 % |
| Tchebyscheff | 0,1 dB 0,5 dB 1 dB | todos valores | 0,1 dB 0,5 dB 1 dB | todos valores | de 5 % a 100 % |
| Cauer | 0,1 dB 0,5 dB 1 dB | 25 dB 40 dB | 0,1 dB 0,5 dB 1 dB | 25 dB 40 dB | de 7 % a 100 % |

TABLA 2. Valores de los parámetros de los filtros cuyos elementos figuran en las tablas numéricas.

2.3.3. Trasposición de la función de transferencia.

Si queremos construir un filtro de paso alto, se le puede obtener directamente partiendo del valor de los elementos del prototípico de paso bajo, tal y como hemos descrito en el capítulo 5.

Por el contrario, si queremos obtener filtro de paso de banda o recortador de banda, necesitamos efectuar la trasposición

$$p \rightarrow \frac{1}{B} \left(p + \frac{1}{p} \right)$$

en la función de transferencia del paso bajo o del paso alto para obtener la correspondiente función de transferencia del filtro de paso de banda o del recortador de banda.

También aquí el cálculo resulta bastante complicado, y la manera más sencilla de realizarlo consiste en efectuar la trasposición en cada factor de la función de transferencia. La solución literal de este cálculo se da en la tabla 1 del capítulo 2.

No obstante, las tablas referidas a cada tipo de filtro proporcionan directamente las funciones de transferencia de paso de banda de los filtros cuyo ancho de banda relativo se halla comprendido entre el 5 % y el 100 %, siguiendo la progresión indicada en la tabla 2. El orden n de estos filtros ha sido limitado a valores tales que las realizaciones resulten posibles en forma de filtros activos.

En el caso de anchos de banda relativos inferiores al 5 % resulta más interesante la utilización de un simple circuito resonante, semejante a los indicados en la tabla 5-3.

Si el ancho de banda relativo es superior al 100 %, el montaje en cascada de un filtro de paso bajo y otro de paso alto nos permitirá realizar un filtro de paso de banda de las mismas características sin aumentar de forma prohibitiva la complejidad de los circuitos.

2.4. SINTESIS EN CASCADA DE UN FILTRO PARTIENDO DE SU FUNCION DE TRANSFERENCIA.

Si conocemos la función de transferencia de un filtro en forma de producto de factores de primero y de segundo grado, podemos realizar fácilmente dicho filtro colocando en cascada tantos filtros elementales de primero y de segundo orden como correspondan a cada uno de estos factores.

En el capítulo 4, apartado 2.2, hemos demostrado que si el filtro es de un orden n par, tendrá $n/2$ factores de segundo orden para los filtros de paso bajo y de paso alto, y n factores para los filtros de paso de

banda y recortadores de banda. Si n es impar, se añadirá un único factor de primer orden para los filtros de paso bajo y de paso alto, y un término de segundo orden para los de paso de banda y recortadores de banda.

Estos términos solamente tienen las siguientes siete formas posibles:

| | |
|-----------------------------------|---|
| (1) $\frac{1}{ap + 1}$ | (4) $\frac{p^2/a}{p^2/a + \frac{b}{a}p + 1}$ |
| (2) $\frac{p/a}{p/a + 1}$ | (5) $\frac{p^2 - \omega_{\infty}^2}{ap^2 + bp + 1}$ |
| (3) $\frac{1}{ap^2 + bp + 1}$ | (6) $\frac{p^2 \omega_{\infty}^{-2} + 1}{p^2 + bp + a}$ |
| (7) $\frac{B/ap}{p^2 + B/ap + 1}$ | |

2.4.1. Relación de filtros activos elementales mediante amplificadores de ganancia unidad.

Los términos de primer orden (1) y (2) pueden obtenerse mediante un simple circuito RC (tabla 3) y no precisan ningún elemento activo. Estos circuitos figurarán solamente en los filtros de paso bajo o paso alto de orden impar.

Los términos restantes necesitan el empleo de elementos activos. El detallado estudio realizado en el capítulo 5 nos ha permitido destacar las cualidades de los filtros elementales que utilizan un amplificador de ganancia próxima a la unidad como elemento activo. Recordaremos brevemente estas cualidades:

- Mínimo número de componentes activos y pasivos.
- Gran facilidad de ajuste.
- Posibilidad de montaje en cascada sin necesidad de elemento separador.
- Sensibilidad muy pequeña a las variaciones de los elementos pasivos.
- Sensibilidad pequeña frente a variaciones de la ganancia del amplificador operacional montado como fuente controlada, siempre que su ganancia A en bucle abierto sea tal que $A \gg 2Q^2$.

SISTEMA PRACTICO PARA LA CONSTRUCCIÓN DE FILTROS ACTIVOS

Los esquemas que tienen la función de transferencia en las formas (3), (4) y (5) se hallan representados en la tabla 3. En ésta también figuran los valores de las magnitudes que caracterizan estos circuitos, es decir, el coeficiente de sobretensión Q , la frecuencia propia ω_0 y, cuando existe, el cero de transmisión ω_{∞} . Estas expresiones fueron calculadas en el capítulo 5. Los valores de los elementos se hallan expresados en magnitudes normalizadas (ver capítulo 2, apartado 3.1).

Hay que destacar que la transformación paso bajo-paso alto, la cual convierte los términos 1 en 2, 3 en 4 y 5 en 6, se puede efectuar directamente en los elementos del filtro que dependen de los mismos parámetros m y q . Esto constituye una considerable ventaja en los filtros de este tipo, puesto que para construir cualquiera de los filtros estudiados es suficiente con realizar tres configuraciones elementales.

En la tabla a que nos referimos se observa una excepción concerniente a los filtros elementales y que consiste en que el circuito de paso de banda de la forma (7) se ha realizado mediante un amplificador operacional provisto de dos bucles de realimentación negativa, puesto que no existe ningún circuito activo simple que utilice un amplificador operacional de ganancia unidad que posea una función de transferencia en la forma (7).

Este circuito es de una puesta a punto más incómoda que los otros, puesto que no se puede actuar sobre el coeficiente de sobretensión sin afectar a la frecuencia propia. No obstante, proporciona resultados satisfactorios; aparte de que su empleo queda limitado a la realimentación de los filtros de paso de banda de orden impar.

2.4.2. Obtención del esquema de un filtro activo por este método.

Valor de sus elementos.

Teniendo en cuenta la posibilidad que existe de descomponer la función de transferencia en factores simples, cada uno de ellos sintetizable en un filtro elemental, en la tabla 4 hemos representado los esquemas de todos los filtros estudiados.

Estos esquemas son el resultado del montaje en cascada de un cierto número de filtros elementales de segundo orden y, en su caso, de un circuito RC .

El valor de los elementos se obtiene por identificación de las funciones de transferencia del filtro a construir con las de los filtros elementales que se dan en la tabla 3.

| CIRCUITOS ELEMENTALES | FUNCIONES DE TRANSFERENCIA | PARAMETROS CARACTERISTICOS | CURVAS DE RESPUESTAS |
|-----------------------|--|--|----------------------|
| | $\frac{1}{mp+1}$ | — | |
| | $\frac{p}{m} \cdot \frac{1}{\frac{p}{m} + 1}$ | — | |
| | $\frac{1}{mq^2 + 2mp + 1}$ | $Q = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{q}{m}}$ $\omega_0 = \sqrt{mq}$ | |
| | $\frac{p^2}{mq} \cdot \frac{1}{\frac{p^2}{mq} + \frac{2p}{q} + 1}$ | $Q = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{q}{m}}$ $\omega_0 = \sqrt{mq}$ | |
| | $\frac{K(1+q^2p^2)}{(q^2+2mq)^2 + 2p[m+2q(1-K)] + 1}$ | $Q = \frac{\sqrt{q^2+2mq}}{2[m+2q(1-K)]}$ $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{q^2+2mq}}$ $\omega_{\infty} = \frac{1}{q} > \omega_0$ | |
| | $\frac{K(q^2+p^2)}{p^2 + 2p[2q(1-K) + m] + q^2 + 2mq}$ | $Q = \frac{\sqrt{q^2+2mq}}{2[m+2q(1-K)]}$ $\omega_0 = \sqrt{q^2+2mq}$ $\omega_{\infty} = q < \omega_0$ | |
| | $\frac{mp}{1+2mp+p^2}$ | $Q = \frac{1}{2m} = \frac{q}{2}$ $\omega_0 = 1$ | |

TABLA 3. Los siete filtros elementales cuyo montaje en cascada permite realizar todos los filtros. 1 y 2: de paso bajo y de paso alto de primer orden. 3 y 4: de paso bajo y de paso alto de segundo orden sin cero de transmisión. 5 y 6: de paso bajo y de paso alto de segundo orden con cero de transmisión. 7: de paso de banda de segundo orden.

Las funciones de transferencia de los filtros están expresadas en magnitudes normalizadas, es decir, tomando como unidad de impedancia el valor de una resistencia arbitraria R_0 y como unidad de frecuencia el valor de la frecuencia central f_0 en los filtros de paso de banda y re cortadores de banda, y el de la frecuencia f_p o f_a en los de paso bajo y de paso alto (capítulo 2, apartado 3.1). Los valores reales de los elementos se obtendrán en consecuencia sustituyendo R_0 por un valor cualquiera expresado en Ω , y sustituyendo ω_u por $2\pi f_p$, $2\pi f_a$ y $2\pi f_0$, según se trate de la realización de un filtro de paso bajo, de paso alto y de paso de banda o recordador de banda.

El valor R_0 deberá escogerse de forma que sea compatible con una fácil realización práctica. Por ejemplo, tomaremos como valor 10 k Ω , con frecuencias desde algunas decenas de Hz hasta varios kHz.

Los valores de los elementos de los filtros cuyos parámetros se indicaron en la tabla 2 están incluidos en las correspondientes tablas consagradas a cada tipo de filtro.

En los filtros de Cauer resulta posible la obtención de los valores de los elementos con poca dispersión, así como ganancias de amplificadores de valor tanto más cercano a la unidad cuanto mayor es el coeficiente de sobretensión del término considerado. Esto se ha podido conseguir mediante una cuidadosa elección, realizada haciendo corresponder en cada término cuadrático la frecuencia ω_0 con la frecuencia ω_{∞} más adecuada. Este apareamiento tiene una importancia práctica considerable, ya que nos permite lograr construcciones que de otro modo resultarían imposibles.

2.4.3. Construcción de amplificadores de ganancia cercana a la unidad.

Para que un filtro activo sea utilizable es preciso que sus características sean estables en función del tiempo y, por consiguiente, que su sensibilidad respecto a las variaciones habituales de los componentes activos y pasivos sea pequeña. En el capítulo 6 hemos visto que los filtros elementales que utilizan un amplificador de ganancia unidad como elemento activo poseen esta propiedad, a condición que el amplificador de ganancia unidad esté realizado mediante un amplificador con contrareacción total, cuya ganancia en bucle abierto sea $A \gg 2Q^2$ (capítulo 5, apartado 5.1.2).

Por esta razón, debemos utilizar preferentemente el esquema 1 de la tabla 5, comprobando que se cumpla con holgura la expresión $A \gg 2Q^2$

ETAPAS DE LA REALIZACION DEL FILTRO

para frecuencias próximas a f_u . Si el valor de Q es superior a algunas unidades, se utilizará preferentemente el esquema 2 de dicha tabla, ya que este montaje permite ajustar experimentalmente el ajuste el valor de Q sin afectar a los otros parámetros y manteniendo el valor de la sensibilidad (capítulo 5, apartado 5.1.2).

Con valores pequeños de Q (por ejemplo, inferiores a 5) y cuando el precio de coste es un factor determinante podremos utilizar los esquemas 3 ó 4, que presentan el inconveniente de que introducen en la salida una componente continua poco estable y diferente de la de entrada, lo cual puede ser perjudicial en el caso de filtros de paso bajo.

Cuando la frecuencia propia del circuito que debemos realizar supera 10³ Hz, la condición $A \gg 2Q^2$ resulta difícil de cumplir aun en el caso de utilizar un amplificador operacional de buena calidad, ya que todos estos elementos presentan una importante pérdida de ganancia en función de la frecuencia. También en este caso podrán elegirse los montajes 3 ó 4, los cuales nos permiten realizar filtros de buena calidad hasta frecuencias de 100 kHz e incluso más, ya que con transistores modernos la ganancia en bucle abierto de este montaje no comienza a caer hasta frecuencias del orden de algunos centenares de kHz.

En el caso de que el filtro tenga un número par de circuitos de segundo orden se pueden alternar los esquemas 3 y 4, lo que contribuirá a disminuir el valor de la componente continua, mejorando su estabilidad térmica.

2.4.4. Orden del montaje en cascada de los circuitos elementales.

Cuando el filtro lleva varios circuitos de segundo orden colocados en cascada debemos elegir cuidadosamente el orden del montaje. Para ello puede hacerse uso de las recomendaciones siguientes:

- Si la tensión de entrada es elevada (de 0,1 a 1 V), se colocarán al principio los circuitos de pequeño coeficiente de sobretensión, de forma que no queden saturados los circuitos de mayor coeficiente de sobretensión que haya detrás.

- Si la tensión de entrada es pequeña (por debajo de algunos milivoltios) situaremos al principio los circuitos de gran coeficiente de sobretensión, para evitar que una atenuación prematura contribuya a deteriorar la relación señal/ruido.

2.4.5. Puesta a punto del filtro. Precisión de sus elementos.

La descomposición del filtro en elementos de segundo orden nos permite realizar una fácil puesta a punto, puesto que sólo tenemos que ajustar cada uno de los circuitos por separado. Para facilitar esta puesta a punto, las tablas que nos dan los valores de los elementos nos proporcionan también, para cada circuito, el valor de la frecuencia F_m correspondiente al máximo y el valor de la amplitud V_m de este máximo (figura 7). Estas magnitudes son diferentes de ω_0 y de Q , salvo para valores elevados de Q , tal y como hemos demostrado en el capítulo 5, apartado 5.1.1, o sea:

$$V_m = \frac{Q}{\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}}$$

$$F_m = F_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}$$

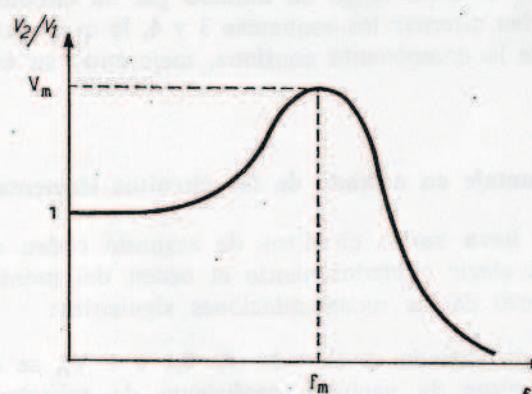


FIG. 7. Curva de respuesta de un elemento de filtro de paso bajo.

Para realizar el ajuste de ω_0 generalmente basta con la selección de los componentes. Con circuitos de Q elevado (por ejemplo, superior a 10) se puede perfeccionar la puesta a punto con un ajuste eventual de los componentes.

ETAPAS DE LA REALIZACION DEL FILTRO

Para ajustar el valor máximo V_m bastará normalmente con actuar muy ligeramente sobre la ganancia K . En el tipo de filtro de que tratamos este ajuste es muy fácil de realizar, ya que es independiente de los otros parámetros. También es aconsejable utilizar este ajuste cuando el coeficiente de sobretensión es superior a 2 ó 3.

En los filtros que tienen un cero de transmisión deberá verificarse que éste tenga lugar en la frecuencia F_∞ indicada en las tablas.

Después del ajuste de cada elemento debe efectuarse un ensayo global. Si todavía subsisten leves imperfecciones, por ejemplo, en las proximidades de una cierta frecuencia f_1 (fig. 8), deberemos actuar sobre el circuito cuya frecuencia propia sea la más cercana de f_1 .

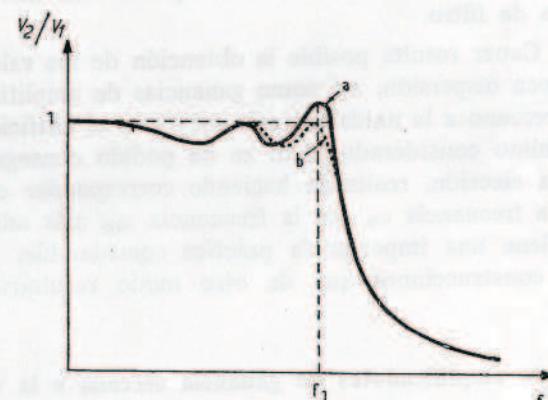


FIG. 8. Deformación de la curva de respuesta de un filtro de paso bajo. Esta deformación es más sensible en las proximidades de la frecuencia de corte.

La descomposición del filtro en elementos de segundo orden permite asimismo que la selección de los componentes sea más fácil y económica. En efecto, en el capítulo 4, apartado 2.2, hemos dicho que normalmente un filtro activo tiene pocos circuitos en los que el Q sea elevado, por lo que podemos realizar una selección particular de los componentes de los circuitos de Q más alto, utilizando componentes más baratos en los otros circuitos, puesto que, cuando el Q tiene valores de 5 a 10 es suficiente con una precisión del 0,5 %.

3. Ejemplos de realizaciones utilizando las tablas y los abacos.

Vamos a estudiar con detalle la construcción de los siguientes cinco tipos de filtros activos:

- Filtro de paso bajo de Tchebyscheff de orden 7.
- Filtro de paso bajo de Cauer de orden 5.
- Filtro de paso alto de Butterworth de orden 6.
- Filtro de paso de banda de Legendre de orden 5.
- Filtro de paso de banda de Cauer de orden 3.

3.1. FILTRO DE PASO BAJO DE TCHEBYSCHEFF.

El filtro que vamos a realizar es de paso bajo, caracterizado por los siguientes datos:

- Banda de paso: entre 0 y 1000 Hz, con un amortiguamiento máximo tolerable de 1 dB.
- Banda atenuada: por encima de 1400 Hz con un amortiguamiento mínimo superior a 40 dB.
- No se precisa la existencia de ningún cero de transmisión.

3.1.1. Parámetros del filtro.

Los parámetros característicos de este filtro son los siguientes:

$$A_{\max} = 1 \text{ dB}$$

$$A_{\min} = 40 \text{ dB}$$

$$k = \frac{f_p}{f_a} = \frac{1000}{1400} = 0,715$$

3.1.2. Elección del tipo de filtro.

Los abacos T 1 y C 1 nos muestran que para satisfacer a tal plantilla necesitaríamos un filtro de Cauer de orden 5 o uno de Tchebyscheff de orden 7. Los otros tipos de filtros no serían convenientes, ya que el corte que deseamos es bastante abrupto.

EJEMPLOS DE LAS REALIZACIONES UTILIZANDO LAS TABLAS Y LOS ABACOS

En la tabla 4, vemos que el filtro de Tchebyscheff necesita 3 amplificadores de ganancia unidad y 14 componentes pasivos. El de Cauer de orden 5 utiliza solamente 2 amplificadores de ganancia unidad y 14 componentes pasivos, de los cuales los integrantes de las dos dobles T requieren un estricto apareado. Como en este caso no necesitamos la presencia de ceros de transmisión, podemos escoger cualquiera de estos dos filtros. Estudiaremos sucesivamente estas dos posibilidades.

3.1.3. Cálculo de la función de transferencia.

La función de transmisión, o sea, la inversa de la función de transferencia del prototipo de paso bajo normalizado para $n = 7$ está dada en la tabla T 13, y es:

$$\frac{1}{F(p)} = (4,339 p^2 + 1,606 p + 1) (1,530 p^2 + 0,392 p + 1) \\ (1,007 p^2 + 0,092 p + 1) (4,868 p + 1)$$

No necesitamos efectuar ninguna traspósicion, puesto que vamos a realizar un filtro de paso bajo.

3.1.4. Síntesis del filtro.

Realizaremos el filtro mediante el montaje en cascada de tres circuitos elementales de paso bajo de segundo orden y una célula RC (fig. 9).

Los valores de los elementos normalizados q y m para $n = 7$ están dados en la tabla T 13, y son:

$$m_1 = 0,803 \quad m_2 = 0,196 \quad m_3 = 0,046 \quad m_4 = 4,468$$

$$q_1 = 5,403 \quad q_2 = 7,808 \quad q_3 = 21,88$$

El valor real de los elementos es $q C_0$ y $m C_0$.

Para determinar este valor necesitamos escoger una unidad de impedancia R_0 . Tomaremos un valor de $10 \text{ k}\Omega$ para que los amplificadores de ganancia unidad puedan funcionar en buenas condiciones, puesto que se precisa que R_0 sea mucho menor que la impedancia de entrada de los amplificadores y mucho más elevada que su impedancia de salida.

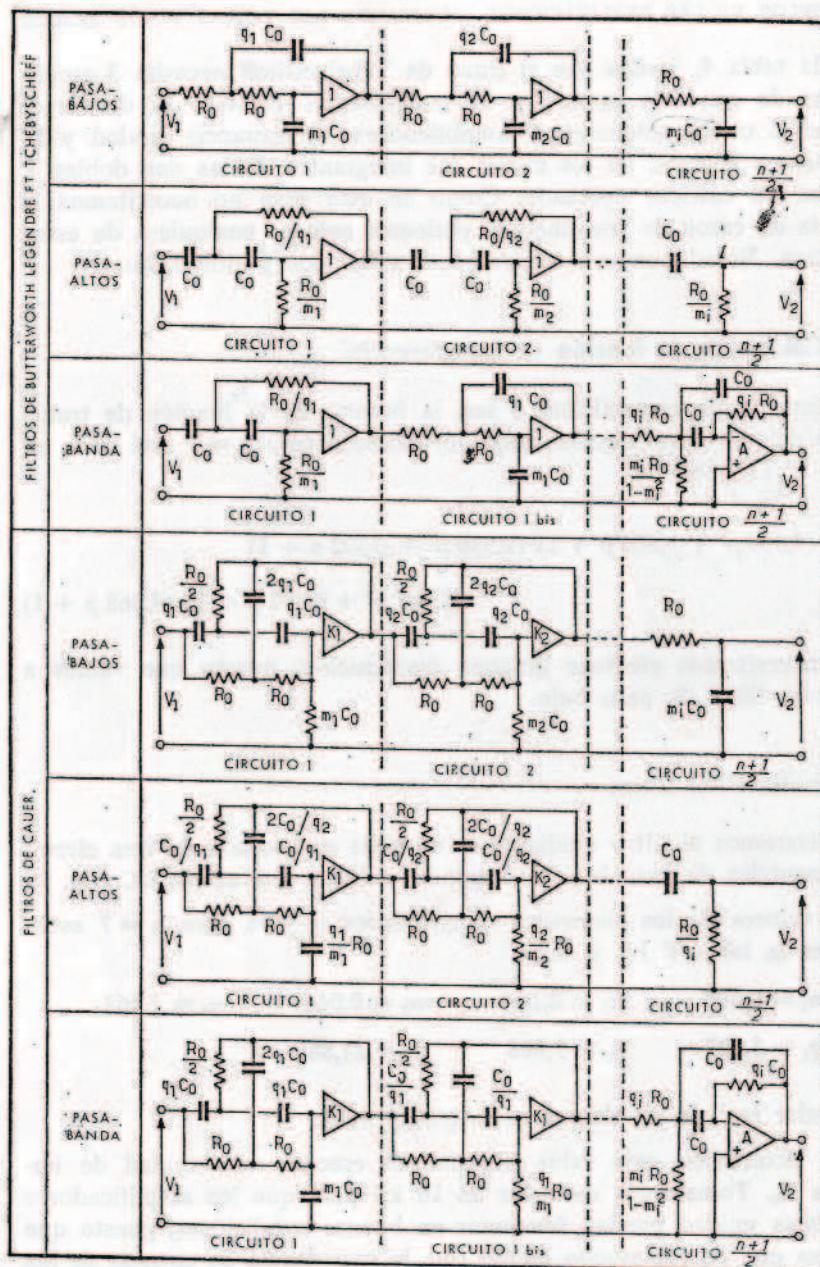


TABLA 4. Los seis esquemas de los filtros cuyos valores de los elementos figuran en las tablas numéricas. Los esquemas de los amplificadores se dan en la tabla 5.

EJEMPLOS DE LAS REALIZACIONES UTILIZANDO LAS TABLAS Y LOS ABACOS

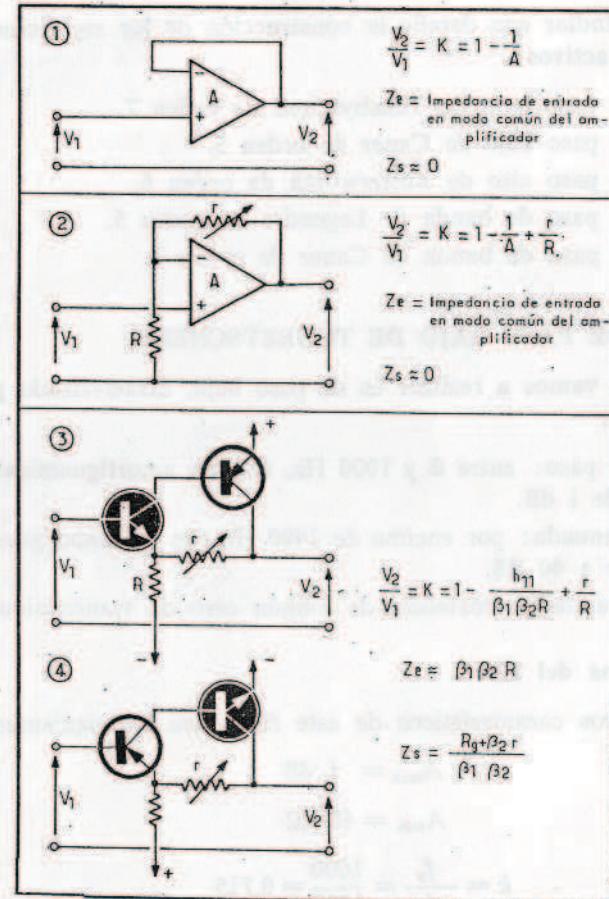


TABLA 5. Los cuatro esquemas de las fuentes controladas de tensión con los que se pueden realizar los filtros activos:

- 1) con amplificador operacional, de ganancia unidad.
- 2) con amplificador operacional, de ganancia > 1.
- 3) y 4) con transistores complementarios, de ganancia > 1.

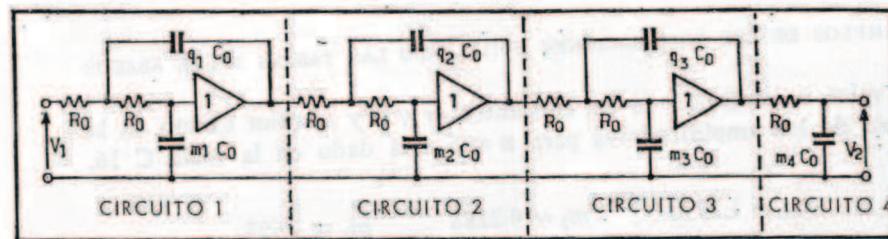


FIG. 9. Filtro de paso bajo de Tchebyscheff de orden 7.

Así tenemos:

$$R_0 = 10 \text{ k}\Omega$$

$$\omega_u = 2\pi f_p = 6280$$

$$C_0 = \frac{1}{R_0 \omega_u} = \frac{1}{10^4 \cdot 6,28 \cdot 10^3} = 1,592 \cdot 10^{-8} \text{ F}$$

$$C_0 = 15,92 \text{ nF}$$

Por consiguiente, los valores de los elementos serán:

$$\begin{array}{llll} C_{11} = 86 \text{ nF} & C_{12} = 119,3 \text{ nF} & C_{13} = 339,6 \text{ nF} & C_{14} = 77,5 \text{ nF} \\ C_{21} = 12,78 \text{ nF} & C_{22} = 3,12 \text{ nF} & C_{23} = 0,732 \text{ nF} & R_0 = 10 \text{ k}\Omega \end{array}$$

Los circuitos 1 y 4, de pequeño coeficiente de sobretensión, necesitarán solamente elementos de poca precisión (2 %, por ejemplo) y un amplificador de ganancia unidad sin ajuste.

El circuito 2, cuyo coeficiente de sobretensión está cerca de 3, precisará componentes del 1 % y un amplificador de ganancia unidad ajustable (fig. 10).

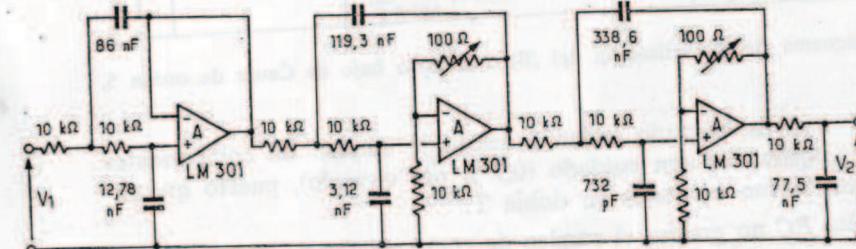


FIG. 10. Esquema de la realización del filtro de paso bajo de Tchebyscheff de orden 7.

EJEMPLOS DE LAS REALIZACIONES UTILIZANDO LAS TABLAS Y LOS ABACOS

El circuito 3, cuyo coeficiente de sobretensión es el más alto ($Q = 10,9$), precisará componentes seleccionados con cuidado (del 0,5 %, por ejemplo). En particular, deberemos tener en cuenta que la capacidad parásita de entrada del amplificador se restará de la de C_{23} . Utilizaremos un amplificador operacional cuya ganancia en bucle abierto sea $A \gg 4 Q^2 = 480$ en 1000 Hz.

El ajuste se realiza de la siguiente manera:

En primer lugar se ajustan los circuitos 2 y 3 independientemente, haciendo uso de las magnitudes de ajuste V_m y F_m .

El circuito 2 debe presentar un máximo en la frecuencia $f_m = F_m \cdot f_u$ es decir, en $0,787 \times 1000 = 787$ Hz.

Este máximo debe ser 3,19 veces superior al valor de la tensión en frecuencia muy baja (fig. 7), aunque generalmente, en la práctica, este máximo tiene un valor algo diferente y se ajusta retocando ligeramente el potenciómetro r_2 . Si la selección de los elementos se ha realizado de forma adecuada, la frecuencia del máximo quedará muy próxima a la calculada.

De la misma forma, el circuito 3 se ajusta variando la ganancia del amplificador mediante el potenciómetro r_3 de tal manera que este circuito presente un máximo $V_m = 10,91$ veces superior al valor en frecuencia baja (fig. 7) para una frecuencia de valor $f_m = F_m \cdot f_u = 994$ Hz.

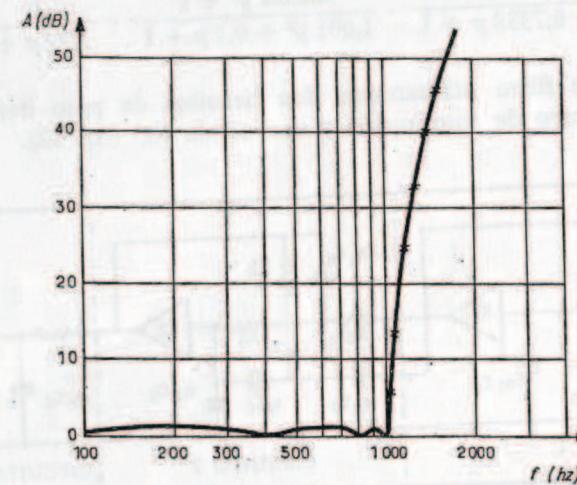


FIG. 11. Curva de respuesta experimental del filtro de la figura 10.

SISTEMA PRACTICO PARA LA CONSTRUCCION DE FILTROS ACTIVOS

A continuación se realiza una prueba montando los cuatro circuitos en cascada. Si la curva de respuesta global presenta alguna imperfección, actuaremos sobre el circuito 1 si esta imperfección tiene lugar en frecuencias cercanas a 400 Hz; sobre el circuito 2 si se encuentra cerca de los 800 Hz y sobre el 3 si aparece en las cercanías de la frecuencia de corte.

En la figura 10 los circuitos se han situado comenzando por el de coeficiente de sobretensión menor. Esta disposición es recomendable con tensiones de entrada elevadas (por ejemplo, superiores a 0,1 V).

En la figura 11 está representada la curva de respuesta obtenida experimentalmente con el filtro de la figura 10, utilizando el procedimiento que hemos descrito y, como puede comprobarse, se aproxima mucho a la curva teórica.

3.2. FILTRO DE PASO BAJO DE CAUER.

Con los mismos datos que el anterior vamos a realizar un filtro de Cauer de orden 5, cuya función de transmisión normalizada se encuentra dada en la tabla C 16. De ella se deduce la función de transferencia normalizada, que es la siguiente:

$$F(p) = \frac{0,3212 p^2 + 1}{1,674 p^2 + 0,7338 p + 1} \cdot \frac{0,6361 p^2 + 1}{1,001 p^2 + 0,1 p + 1} \cdot \frac{1}{2,59 p + 1}$$

Para realizar este filtro utilizaremos dos circuitos de paso bajo de segundo orden con cero de transmisión y una célula RC (fig. 12).

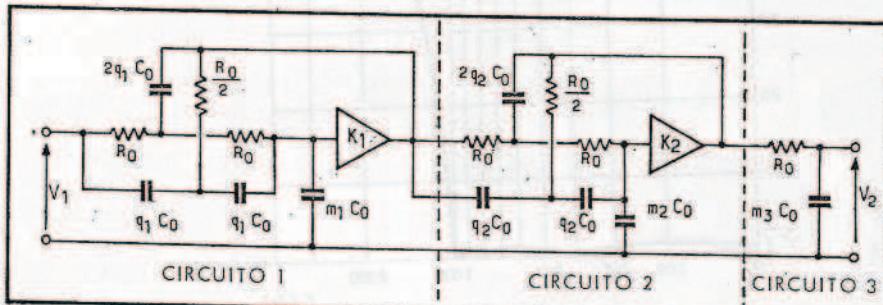


FIG. 12. Filtro de paso bajo de Cauer de orden 5.

EJEMPLOS DE LAS REALIZACIONES UTILIZANDO LAS TABLAS Y LOS ABACOS

El valor normalizado de los elementos m y q y el valor exacto de la ganancia de los amplificadores para $n = 5$ está dado en la tabla C 16, y es:

$$\begin{array}{lll} m_1 = 1,1938 & m_2 = 0,2288 & m_3 = 2,595 \\ q_1 = 0,5668 & q_2 = 0,7975 & \\ K_1 = 1,729 & K_2 = 1,112 & \end{array}$$

El valor real de los elementos se obtiene de igual forma que en el caso anterior, o sea, haciendo $R_0 = 10 \text{ k}\Omega$, lo que implica $C_0 = 15,92 \text{ }\mu\text{F}$. Según esto, obtenemos:

$$\begin{array}{lll} C_{11} = 9,023 \text{ nF} & C_{12} = 12,19 \text{ nF} & C_3 = 32,78 \text{ nF} \\ C_{21} = 19 \text{ nF} & C_{22} = 3,554 \text{ nF} & \end{array}$$

En este caso los amplificadores no tienen una ganancia exactamente igual a la unidad, pudiendo ser realizados mediante amplificadores operacionales. El esquema final que se obtiene es el representado en la figura 13.

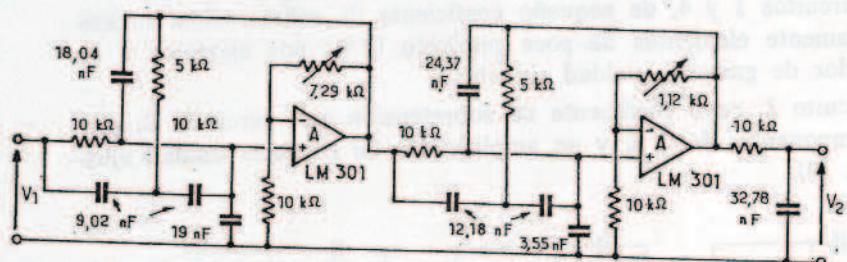


FIG. 13. Esquema de la realización del filtro de paso bajo de Cauer de orden 5.

Los circuitos de segundo orden precisan el empleo de componentes de calidad y apareados con cuidado (0,5 % por ejemplo), puesto que dichos circuitos llevan montajes en doble T.

El circuito RC no precisa el empleo de componentes de buena calidad.

El ajuste de este circuito puede realizarse también utilizando los valores dados en la tabla C 16.

Inicialmente deberemos ajustar cada circuito de segundo orden por separado, para lo cual verificamos:

— Que la frecuencia de atenuación infinita es la indicada en la tabla.
Para el primer circuito esta frecuencia es:

$$f_{\infty} = F_{\infty} \cdot f_u = 1,7642 \cdot 1000 = 1764 \text{ Hz}$$

y para el segundo circuito resulta 1254 Hz. Si no es así, hay que reajustar los elementos de la doble T.

— Que el máximo tenga lugar para la frecuencia $f_m = F_m \cdot f_u$ que se halla indicada en la tabla, es decir, 830 Hz en el primer circuito y 1001 Hz en el segundo. Si no es así, debe reajustarse C_2 .

— Que el valor del máximo para estas frecuencias quede muy próximo al valor V_m indicado en las tablas, o sea, 1,24 veces y 3,60 veces superior al valor obtenido para una frecuencia muy baja (de 100 Hz, por ejemplo).

Después de esto realizaremos un ensayo global, rectificando si es preciso las ligeras imperfecciones que pudieran subsistir, actuando como en el caso anterior sobre el circuito cuya frecuencia particular f_0 o f_{∞} es la más cercana a aquella en la cual se constata una desviación con respecto a la curva teórica.

La curva total de respuesta del filtro, obtenida experimentalmente, se halla representada en la figura 14, resultando muy próxima a la teórica.

3.3. FILTRO DE PASO ALTO DE BUTTERWORTH.

Supongamos que el filtro está definido por los datos siguientes:

- Banda de paso: por encima de 100 Hz.
- Banda atenuada: de 0 a 65 Hz, con 20 dB como mínimo.
- Curva de atenuación regular, con una atenuación máxima de 3 dB en 100 Hz.

Por consiguiente, los parámetros del filtro que queremos realizar son:

$$A_{\max} = 3 \text{ dB}$$

$$A_{\min} = 20 \text{ dB}$$

$$k = \frac{f_a}{f_p} = \frac{65}{100} = 0,65$$

La condición de regularidad en la curva de respuesta nos impone un filtro de Butterworth o de Legendre.

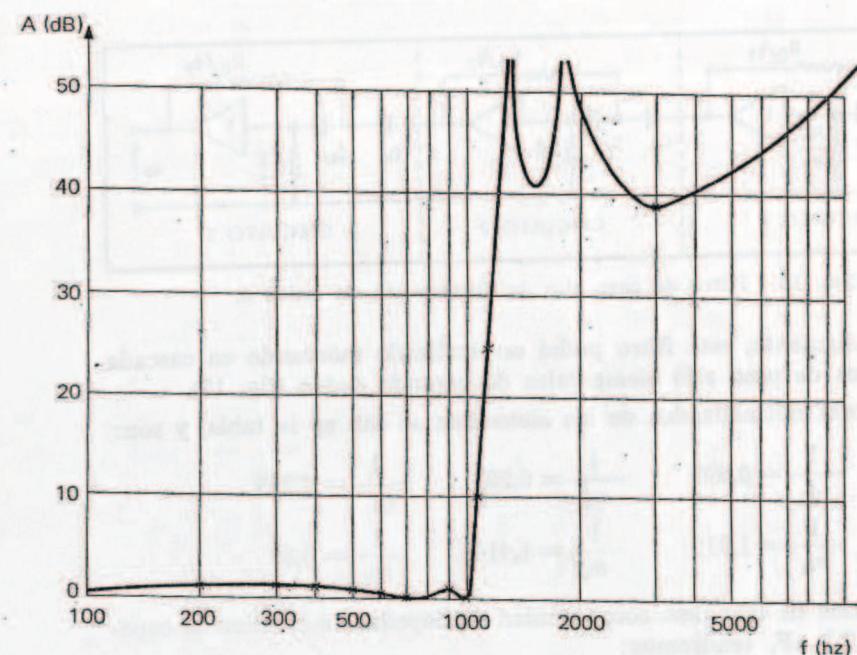


FIG. 14. Curva de respuesta experimental del filtro de la figura 13.

Llevando el punto de coordenadas A_{\min} y $1/k \approx 1,5$ a las redes de las curvas Bu 1 y L 1, podemos ver que precisaríamos un filtro de Butterworth de orden 6, debido a que es el que presenta una mayor regularidad en la curva de respuesta.

La función de transferencia del filtro prototípico de paso bajo normalizado se halla indicada en la tabla Bu 5, la cual, para un valor $n = 6$, resulta:

$$\frac{1}{F(p)} = (p^2 + 1,932 p + 1)(p^2 + 1,414 p + 1)(p^2 + 0,5176 p + 1)$$

La función de transferencia del filtro de paso alto podrá obtenerse transformando p en $1/p$, lo que nos da:

$$F(p) = \frac{p^2}{p^2 + 1,932 p + 1} \cdot \frac{p^2}{p^2 + 1,414 p + 1} \cdot \frac{p^2}{p^2 + 0,5176 p + 1}$$

SISTEMA PRACTICO PARA LA CONSTRUCCION DE FILTROS ACTIVOS

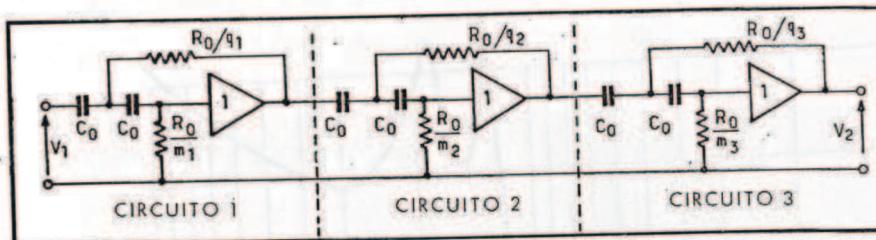


FIG. 15. Filtro de paso alto de Butterworth de orden 6.

Por consiguiente, este filtro podrá ser realizado montando en cascada tres circuitos de paso alto elementales de segundo orden (fig. 15).

Los valores normalizados de los elementos se dan en la tabla, y son:

$$\begin{aligned}\frac{1}{q_1} &= 0,695 & \frac{1}{q_2} &= 0,707 & \frac{1}{q_3} &= 0,259 \\ \frac{1}{m_1} &= 1,035 & \frac{1}{m_2} &= 1,414 & \frac{1}{m_3} &= 3,87\end{aligned}$$

Si tomamos en este caso como unidad de impedancia el valor de capacidad $C_0 = 0,1 \mu\text{F}$, tendremos:

$$R_0 = \frac{1}{C_0 \omega_0} = \frac{10^7}{6,28 \cdot 100} = 15,92 \text{ k}\Omega$$

De esto se deducen los valores de los elementos que figuran en el esquema final (fig. 16):

$$\begin{array}{lll} R_{11} = 15,5 \text{ k}\Omega & R_{12} = 11,25 \text{ k}\Omega & R_{13} = 4,12 \text{ k}\Omega \\ R_{21} = 16,45 \text{ k}\Omega & R_{22} = 22,5 \text{ k}\Omega & R_{23} = 61,5 \text{ k}\Omega \end{array}$$

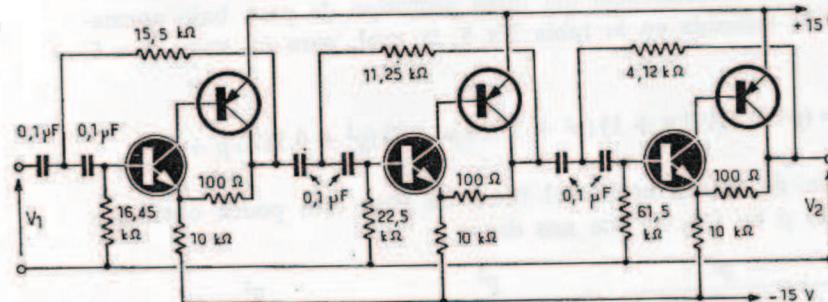


FIG. 16. Esquema de la realización del filtro de paso alto de Butterworth de la figura 15.

EJEMPLOS DE LAS REALIZACIONES UTILIZANDO LAS TABLAS Y LOS ABACOS

Como los tres coeficientes de sobretensión de los circuitos son inferiores a 3 no se precisa ningún ajuste, y podremos escoger sin ningún inconveniente un amplificador de ganancia unidad formado por dos transistores, puesto que los condensadores colocados en serie eliminan cualquier componente continua.

Asimismo, los componentes no deberán forzosamente tener una gran precisión, siendo suficiente con tolerancias del 2 %.

Finalmente, hemos llegado al esquema representado en la figura 16, el cual resulta muy sencillo y económico. La curva de respuesta obtenida experimentalmente con este circuito se halla representada en la figura 17 y, como podemos comprobar, es una reproducción exacta de la teórica.

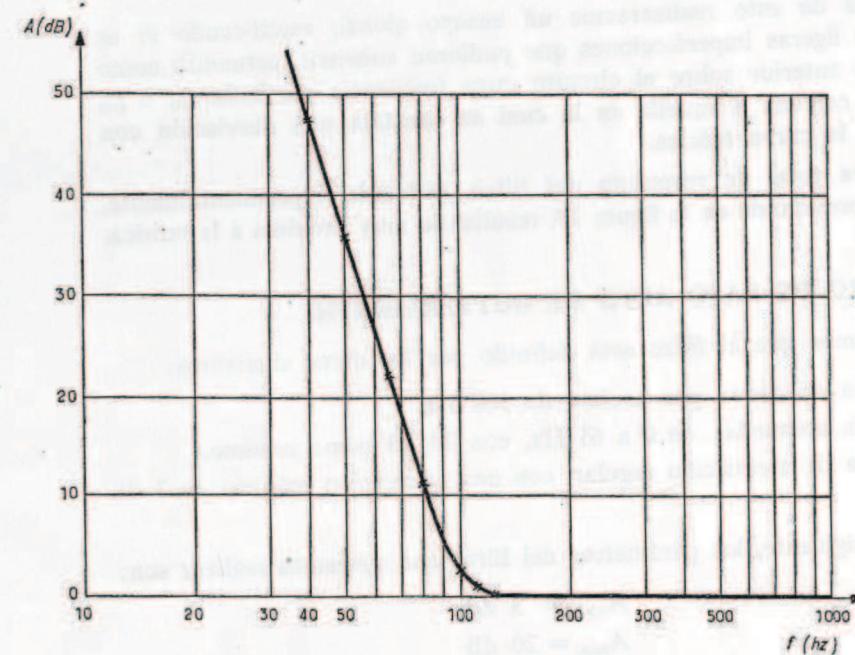


FIG. 17. Curva de respuesta experimental del filtro de la figura 16.

3.4. FILTRO DE PASO DE BANDA DE LEGENDRE.

Supongamos que debemos realizar un filtro definido por las siguientes características:

SISTEMA PRACTICO PARA LA CONSTRUCCION DE FILTROS ACTIVOS

- Banda de paso: de 400 a 600 Hz, con una atenuación máxima de 3 dB.
- Bandas atenuadas: por debajo de 300 Hz y por encima de 700 Hz, con una atenuación mínima de 30 dB.
- Curva de respuesta regular.

3.4.1. Determinación de los parámetros y del tipo de filtro.

El filtro definido de esta manera debe presentar una curva de respuesta que pueda situarse en el interior de la plantilla representada en la figura 18, y que está definida por los parámetros:

$$A_{\max} = 3 \text{ dB}$$

$$A_{\min} = 30 \text{ dB}$$

$$k = \frac{f_p^+ - f_p^-}{f_a^+ - f_a^-} = \frac{600 - 400}{700 - 300} = \frac{2}{4} = 0,5$$

Pero tenemos el inconveniente de que esta plantilla no es simétrica, puesto que

$$f_a^+ \cdot f_a^- = 21 \cdot 10^4 \quad \text{y} \quad f_p^+ \cdot f_p^- = 24 \cdot 10^4$$

Por consiguiente debemos rectificar una de las cuatro frecuencias límites para convertir en simétrica dicha plantilla. Para ello aumentaremos el valor inicial de f_a^- (fig. 18), con objeto de que la nueva plantilla así lograda quede en el interior de la plantilla inicial. En este sentido, tenemos:

$$f_a^+ \cdot f_a^- = f_p^+ \cdot f_p^-$$

o sea:

$$700 \cdot f_a^- = 600 \cdot 400 = 240000$$

Por lo tanto, el nuevo valor de f_a^- que hace la plantilla simétrica sea $f_a^- = 341 \text{ Hz}$, siendo la nueva selectividad:

$$k' = \frac{f_p^+ - f_p^-}{f_a^+ - f_a^-} = \frac{200}{359} = 0,557$$

La frecuencia central será:

$$f_0 = \sqrt{f_a^+ \cdot f_a^-} = \sqrt{f_p^+ \cdot f_p^-} = 490 \text{ Hz}$$

EJEMPLOS DE LAS REALIZACIONES UTILIZANDO LAS TABLAS Y LOS ABACOS

y el ancho de banda relativo:

$$B = \frac{f_p^+ - f_p^-}{f_0} = \frac{200}{490} = 40,8 \%$$

Tomaremos un valor de ancho de banda relativo de 40 % para que sea un valor que figure en las tablas.

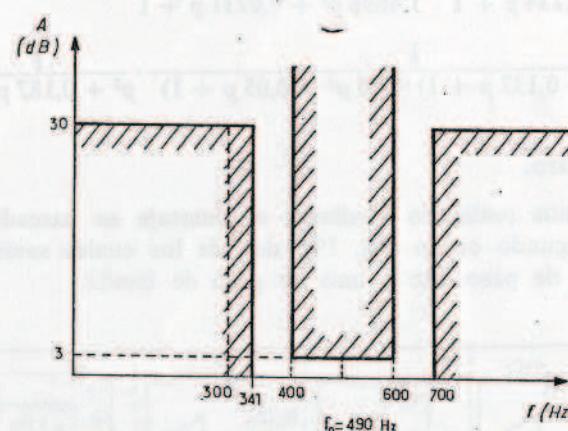


FIG. 18. Plantilla del filtro de paso de banda.

Esta primera parte pone en evidencia que si queremos realizar un filtro de paso de banda tenemos que efectuar unas ciertas aproximaciones. Si hacemos estas aproximaciones con un buen criterio en función del problema planteado, podemos simplificar la realización del filtro, puesto que podemos referirlo a los existentes en las tablas.

3.4.2. Determinación de la función de transferencia.

Llevando el punto de coordenadas $A_{\max} = 30 \text{ dB}$ y $1/k' = 1,8$ a la red de curvas L 1, hallamos en el orden n del filtro debe estar comprendido entre 4 y 5. Por lo tanto, realizaremos un filtro de orden 5.

La función de transferencia del prototipo de paso bajo correspondiente se halla dada en la tabla L 5, la cual, para $n = 5$, es:

$$\frac{1}{F(p)} = (2,0115 p^2 + 1,5614 p + 1)(1,0406 p^2 + 0,3196 p + 1)(2,136 p + 1)$$

SISTEMA PRACTICO PARA LA CONSTRUCCION DE FILTROS ACTIVOS

La función de transferencia del filtro de paso de banda se obtiene transformando p en $\frac{1}{B} \left(p + \frac{1}{p} \right)$. El resultado de este cálculo se halla en la tabla L 6, la cual nos da, para $B = 0,4$ y $n = 5$:

$$F(p) = \frac{1,2656 p^2}{1,2656 p^2 + 0,1734 p + 1} \cdot \frac{1,4696 p^2}{1,4696 p^2 + 0,0731 p + 1}$$

$$\cdot \frac{1}{(0,79 p^2 + 0,137 p + 1)(0,68 p^2 + 0,05 p + 1)} \cdot \frac{p}{p^2 + 0,187 p + 1}$$

3.4.3. Síntesis del filtro.

Este filtro podremos realizarlo mediante el montaje en cascada de cinco circuitos de segundo orden (fig. 19), dos de los cuales serán de paso bajo, otros dos de paso alto y uno de paso de banda.

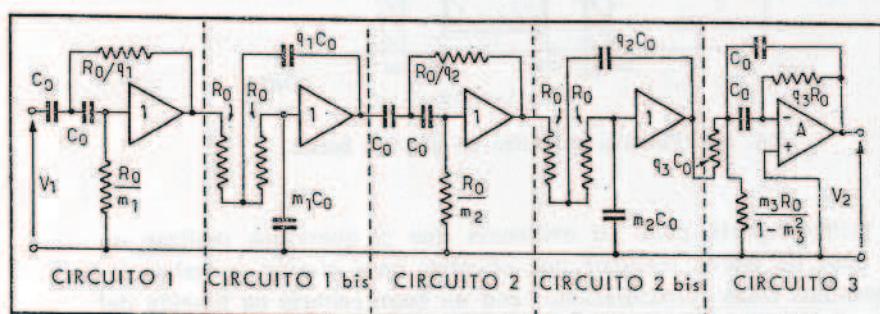


FIG. 19. Filtro de paso de banda de Legendre de orden 5.

Los valores normalizados m y q de los elementos se hallan indicados en la tabla L 6, para $n = 5$ y $B = 0,4$, resultando:

$$m_1 = m_{1 \text{ bis}} = 0,0685 \quad m_2 = m_{2 \text{ bis}} = 0,025 \quad m_3 = 0,0936$$

$$q_1 = q_{1 \text{ bis}} = 11,53 \quad q_2 = q_{2 \text{ bis}} = 27,35 \quad q_3 = 10,68$$

Si tomamos como unidad de impedancia el valor $R_0 = 10 \text{ k}\Omega$, obtenemos para C_0 :

$$C_0 = \frac{1}{R_0 \omega_a} = \frac{1}{R_0 \omega_0} = \frac{1}{10^4 \cdot 2\pi \cdot 490} = 32,5 \text{ nF}$$

EJEMPLOS DE LAS REALIZACIONES UTILIZANDO LAS TABLAS Y LOS ABACOS

de donde:

| | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|----------------------------------|
| $C_{11} = C_{21} = 32,5 \text{ nF}$ | $C_{12} = C_{22} = 32,5 \text{ nF}$ | $R_{13} = 106,8 \text{ k}\Omega$ |
| $R_{11} = 867 \Omega$ | $R_{12} = 366 \Omega$ | $R_{23} = 936 \Omega$ |
| $R_{21} = 146 \text{ k}\Omega$ | $R_{22} = 403 \text{ k}\Omega$ | |
| $C'_{11} = 375 \text{ nF}$ | $C'_{12} = 888 \text{ nF}$ | |
| $C'_{21} = 2,228 \text{ nF}$ | $C'_{22} = 0,812 \text{ nF}$ | |

Estos cinco circuitos tienen coeficientes de sobretensión grandes, de valores respectivos 6,5, 16,6 y 5,4. Por lo tanto, su realización deberá ser muy cuidadosa, tomando componentes cuya tolerancia sea como máximo del 0,5 %.

También deberemos utilizar como amplificadores operacionales elementos cuya ganancia sea muy superior a $2Q^2 = 540$ en toda la banda de paso. Finalmente, obtenemos el esquema representado en la figura 20.

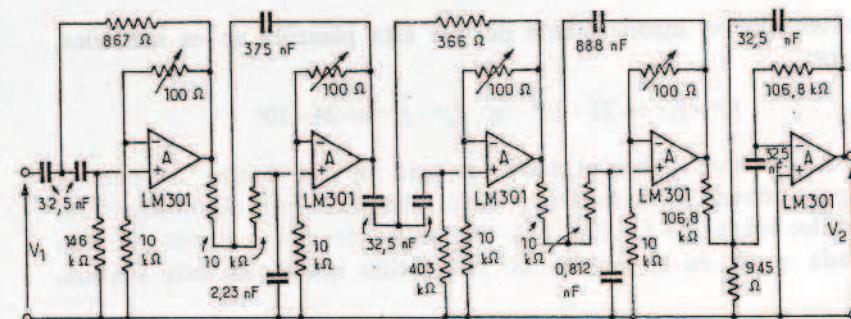


FIG. 20. Esquema de la realización del filtro de paso de banda de Legendre de orden 5.

El proceso de ajuste resulta semejante, desde cualquier punto de vista, al seguido en los filtros estudiados anteriormente, razón por la que no entraremos en más detalles sobre este punto.

La curva de respuesta obtenida experimentalmente mediante el filtro de la figura 20 se halla representado en la figura 21. Lo mismo que en todos los filtros de paso de banda el nivel de la tensión de salida es superior al de la de entrada. El filtro amplifica, pues, la señal, siendo en este caso la amplificación de un valor igual a 60. Deberá vigilarse que el nivel de la tensión de entrada no sea demasiado elevado, con objeto de evitar cualquier saturación.

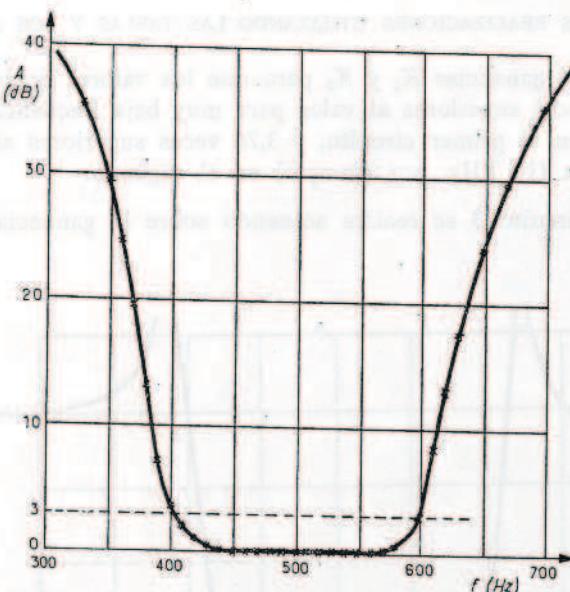


FIG. 21. Curva de respuesta experimental del filtro de la figura 20.

3.5. FILTRO DE PASO DE BANDA DE CAUER, UTILIZABLE EN LA TECNICA DE TELECOMUNICACION.

Un filtro de transmisión utilizable en un enlace de 200 baudios puede estar definido, por ejemplo, mediante la plantilla representada en la figura 22, la cual debe satisfacer los siguientes parámetros:

$$A_{\max} = 1 \text{ dB}$$

$$A_{\min} = 25 \text{ dB}$$

$$k = \frac{1200 - 960}{1320 - 840} = 0,5$$

El ábaco C 1 nos indica la conveniencia de un filtro de Cauer de orden 3.

Comoquiera que la plantilla no es totalmente simétrica, podemos rectificarla aumentando la frecuencia f_a^- de forma que quede en el interior de la plantilla inicial, o sea:

$$f_a^- \cdot 1320 = 1200 \cdot 960 = f_0^2$$

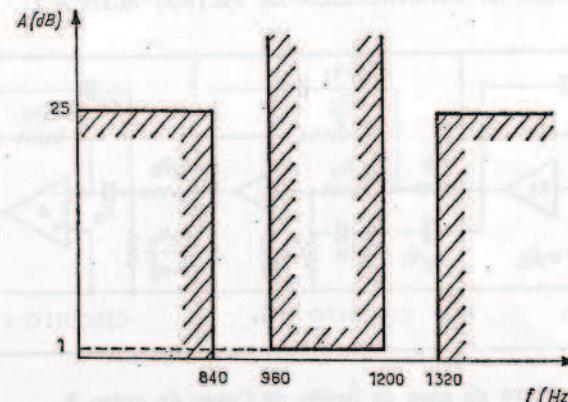


FIG. 22. Plantilla del filtro de paso de banda para telecomunicaciones.

lo que nos da:

$$f_a^- = 872 \text{ Hz}$$

$$f_0 = 1075 \text{ Hz}$$

El ábaco nos muestra que estos nuevos parámetros nos dan otra vez un filtro de orden 3. El ancho de banda relativo es

$$B = \frac{1200 - 960}{1075} = 23,3 \%$$

Tomaremos un valor del 25 % para poder realizar el filtro partiendo de las tablas de valores. $\text{Lr} \approx \text{pag } 284$

Esta realización exigirá el montaje en cascada de tres filtros elementales de segundo orden (fig. 23), cuyos valores normalizados de los elementos están indicados en esta misma tabla. Tomando como valor de impedancia unidad a la resistencia $R_0 = 10 \text{ k}\Omega$, resulta $C_0 = \frac{1}{2\pi f_0 R_0} = 14,9 \text{ nF}$, con lo que obtenemos:

$$K_1 = K_2 = 1,025 \rightarrow 1.025$$

$$C_{11} = q_1 C_0 = 12 \text{ nF} \quad C_{12} = \frac{C_0}{q_1} = 18,5 \text{ nF} \quad R_{13} = 190,9 \text{ k}\Omega$$

$$C_{21} = m_1 C_0 = 1,08 \text{ nF} \quad R_{22} = \frac{q_1 R_0}{m_1} = 11,1 \text{ k}\Omega \quad R_{23} = 525 \text{ }\Omega$$

*eriores entre horizontales
m = 2
A_max = 25 dB A_min = 1 dB*

SISTEMA PRACTICO PARA LA CONSTRUCCION DE FILTROS ACTIVOS

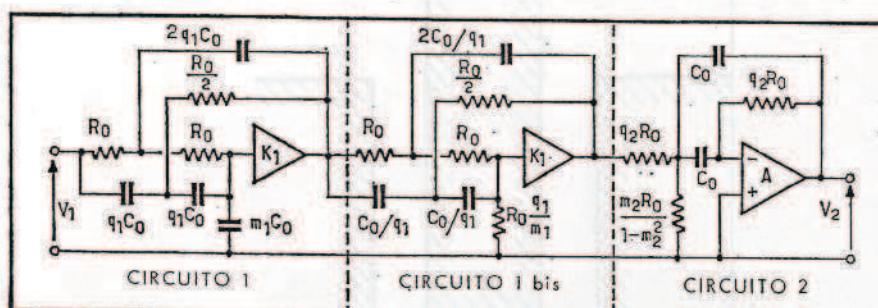


FIG. 23. Filtro de paso de banda de Cauer de orden 3.

Los tres circuitos tienen coeficientes de sobretensión de 6,75 y 21,5. Por lo tanto utilizaremos un amplificador de ganancia cercana a la unidad, pero ajustable. Finalmente se obtiene el esquema representado en la figura 24.

El ajuste de los circuitos 1 y 2 se realiza de igual forma que en un filtro de paso bajo de Cauer, es decir:

— Ajuste de las dobles T para conseguir que el cero de transmisión sea de buena calidad y se produzca en:

$$f_{co1} = 1,23 f_0 \text{ o sea } f_{co1} = 1320 \text{ Hz}$$

$$f_{co2} = 0,813 f_0 \text{ o sea } f_{co2} = 875 \text{ Hz}$$

— Ajuste de las capacidades C_2 para que el máximo tenga lugar en:

$$f_{m1} = 1,132 f_0 \text{ o sea } f_{m1} = 1230 \text{ Hz}$$

$$f_{m2} = 0,883 f_0 \text{ o sea } f_{m2} = 950 \text{ Hz}$$

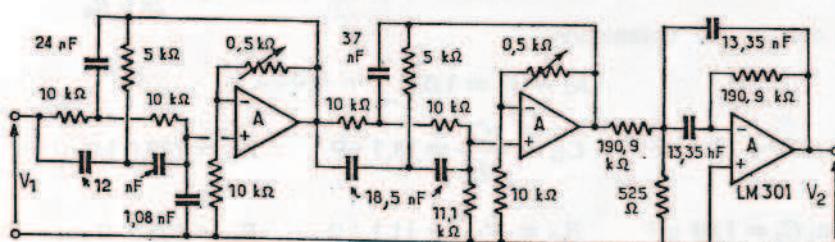


FIG. 24. Esquema de la realización del filtro de paso de banda de Cauer de orden 3.

EJEMPLOS DE LAS REALIZACIONES UTILIZANDO LAS TABLAS Y LOS ABACOS

— Ajuste de las ganancias K_1 y K_2 para que los valores de los máximos sean 3,26 veces superiores al valor para muy baja frecuencia (100 Hz, por ejemplo) en el primer circuito, y 3,26 veces superiores al valor para alta frecuencia (10 kHz, por ejemplo) en el segundo.

El ajuste del circuito 3 se realiza actuando sobre la ganancia.

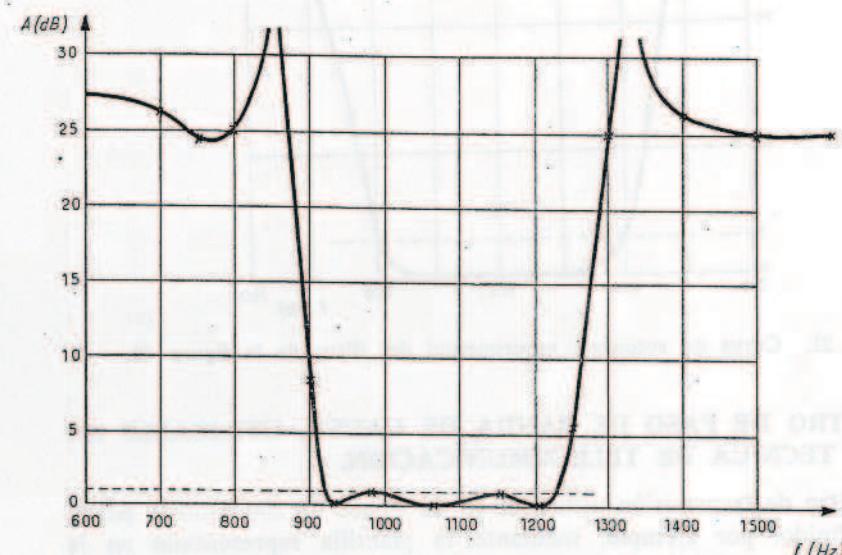


FIG. 25. Curva de respuesta experimental del filtro de la figura 24.

Al realizar una prueba global pueden rectificarse las ligeras imperfecciones que pudieran subsistir.

La curva de respuesta obtenida experimentalmente con el filtro construido de esta manera se halla representada en la figura 25 y, como puede observarse, se aparta muy poco de la curva teórica.

ANEXO

sección anterior.
Así pues, si se considera la ecuación característica de la red de Cauer:

$$\frac{Z_1}{Z_2} \left(1 + \frac{Z_2}{Z_1} \right) \frac{Z_3}{Z_4} = \left(\frac{Z_1}{Z_2} \right)^2$$

obtenemos los siguientes valores para las resistencias en la red:

que corresponden a los valores obtenidos en la figura 3.10.

Funciones elípticas.

La determinación de los polos y de los ceros de las funciones características de los filtros de Cauer precisa la intervención, como hemos visto en el capítulo 3, de funciones elípticas, las cuales presentaremos de forma rápida.

La función $\text{sn}(u, k)$ o seno elíptico, se define por una relación integral, de la siguiente forma:

$$\text{sn}(u, k) = \text{sen } \varphi$$

$$u = \int_0^{\varphi} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \text{sen}^2 \varphi}}$$

siendo k el módulo elíptico y u el argumento.

La función de Jacobi $K(k)$ está definida mediante la siguiente relación:

$$K(k) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \text{sen}^2 \varphi}}$$

De la misma forma podemos definir la función complementaria de Jacobi $K'(k)$:

$$K'(k) = K(k')$$

con

$$k' = \sqrt{1 - k^2}$$

Por regla general, el módulo elíptico k no aparece explícitamente en las notaciones, lo que contribuye a simplificar la escritura, siendo:

$$\begin{aligned} \operatorname{sn}(u, k) &= \operatorname{sn} u \\ K(k) &= K \end{aligned}$$

Puede demostrarse que la función $\operatorname{sn} u$ es doblemente periódica.

Uno de sus períodos es real y tiene por valor $4K$. El segundo período es complejo y tiene por valor $2jk'$. De esto resulta que cualquier valor $T = 4mK + 2jnK'$, siendo m y n enteros, es también un período de la función $\operatorname{sn} u$; o sea:

$$\operatorname{sn}(u + 4mK + 2jnK') = \operatorname{sn} u$$

Existen otras funciones elípticas que son semejantes a las trigonométricas. También existen una serie de relaciones entre estas funciones que se asemejan a las expresiones trigonométricas.

Observemos también que si $K = 0$, $\operatorname{sn} u = \operatorname{sen} u$. En efecto:

$$u = \int_0^\varphi d\varphi = \varphi$$

Cálculo de las funciones elípticas.

Las funciones de Jacobi $K(k)$ sólo dependen de una variable y se encuentran tabuladas en numerosas obras. Además se las puede calcular muy rápidamente con ayuda de un ordenador en virtud de su sencilla definición.

Por el contrario, la función $\operatorname{sn}(u, k)$ depende de dos variables y solamente existen muy pocas tablas numéricas de ella. Esta función es mucho más complicada de calcular con un ordenador, debido a que su definición la hace aparecer como si estuviera ligada al límite superior de una integral definida. Para valores de k cercanos a la unidad surgen otra serie de dificultades y los errores de cálculo pueden llegar a ser muy considerables.

Por estas razones los valores numéricos que figuran en esta obra han sido calculados indirectamente utilizando la función auxiliar q , llamada función modular, o sea:

$$q = e^{-\pi \frac{K'}{K}}$$

Según esto, el seno elíptico se obtiene mediante el siguiente desarrollo limitado, el cual converge muy rápidamente:

$$\operatorname{sn}(u, k) = \frac{2n}{\sqrt{k} K} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n+\frac{1}{2}}}{1 - q^{2n+1}} \operatorname{sen}(2n+1) \frac{\pi u}{2K}$$

En general resultan suficientes tres o cuatro términos del desarrollo para obtener una precisión de 10^{-6} . Para valores de k muy próximos a la unidad son necesarias solamente una veintena de iteraciones. Por lo tanto, este método resulta también conveniente para el cálculo manual.

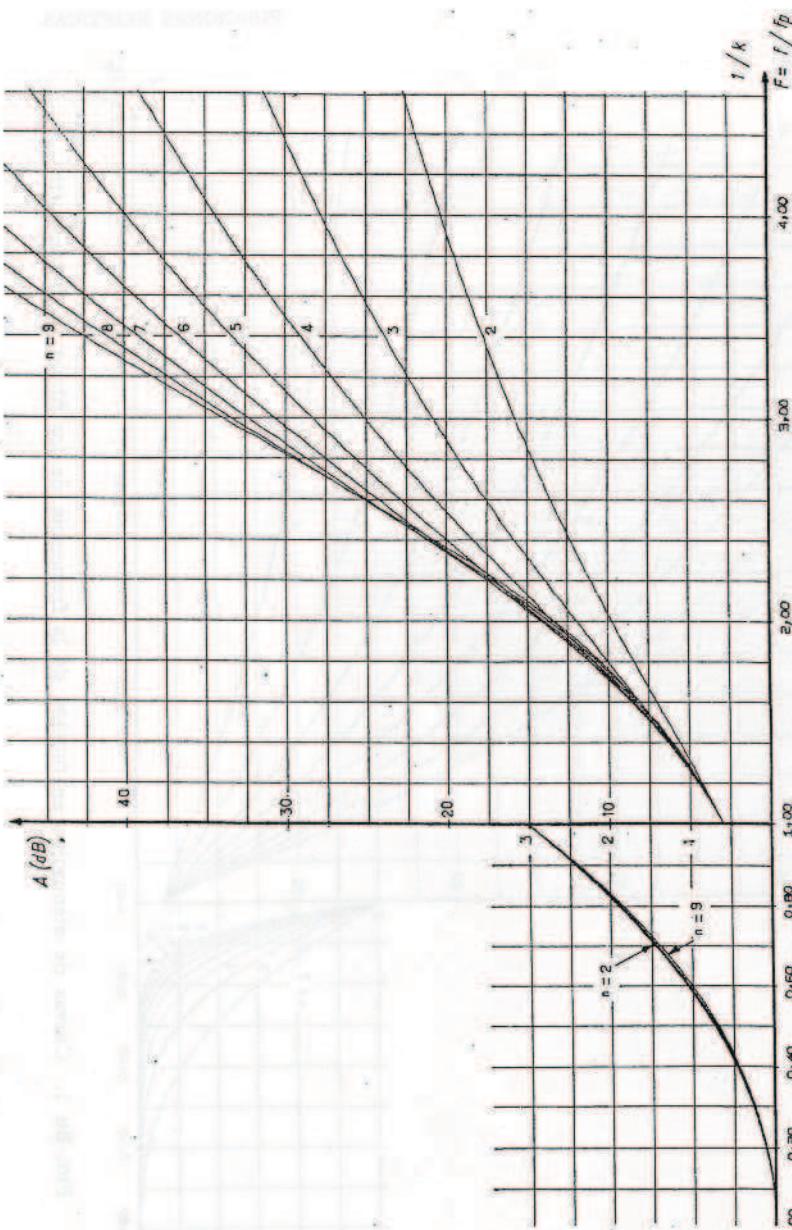


FIG. Be 1. Curvas de atenuación en función de la frecuencia de los filtros de Bessel.

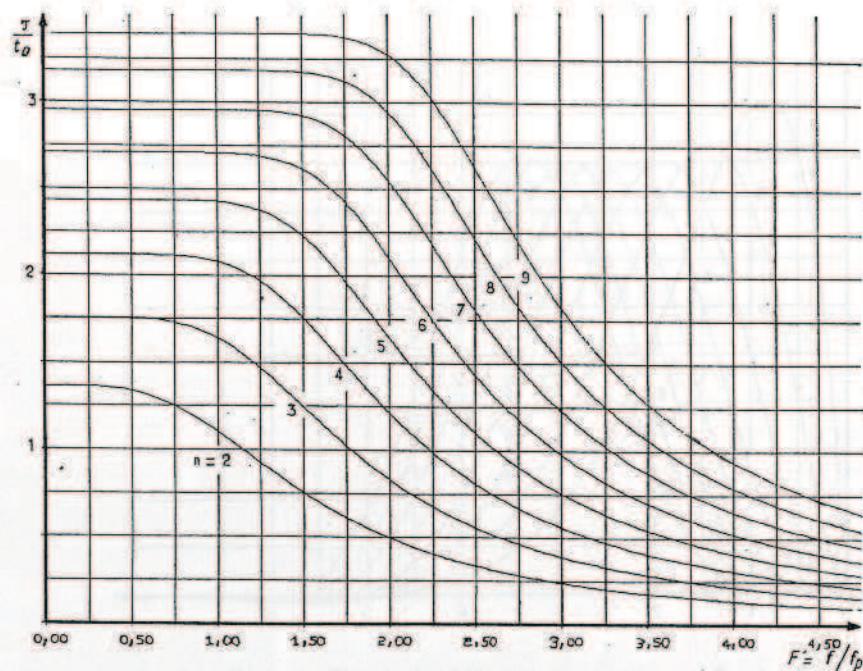


FIG. Be 2. Curvas del tiempo de propagación de grupo en función de la frecuencia de los filtros de Bessel.

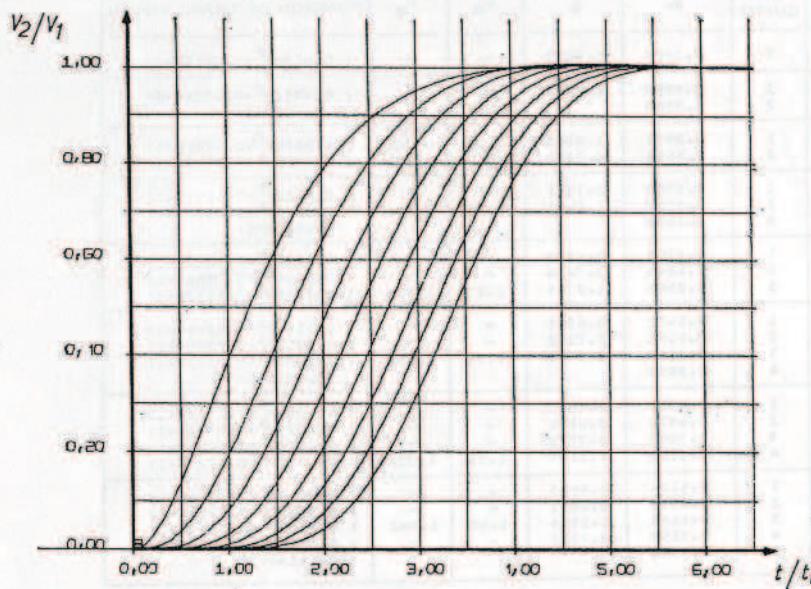


FIG. Be 3. Respuesta a una transición de 0 a 1 de los filtros de Bessel.

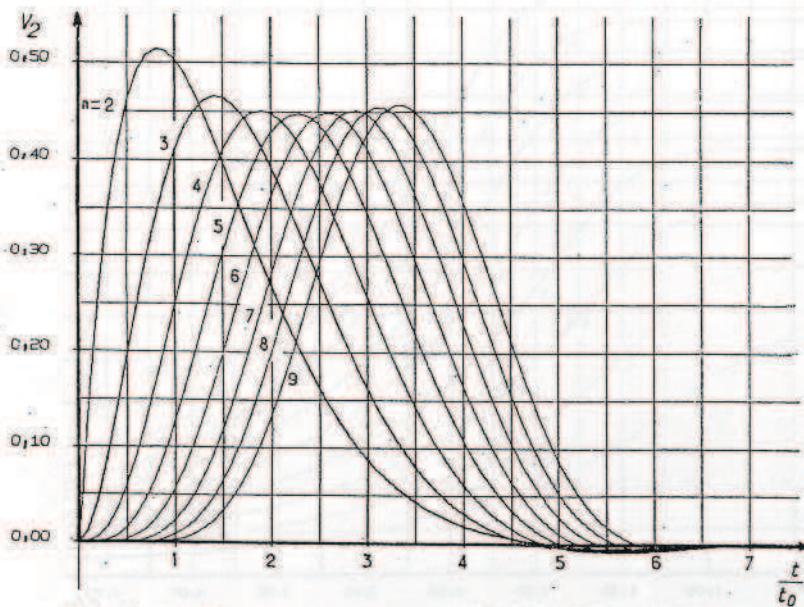


FIG. Be 4. Respuesta a una percusión de los filtros de Bessel.

| N | CIRCUITO | m | q | V _m | F _m | FUNCION DE TRANSMISION |
|---|----------|--------|--------|----------------|----------------|------------------------------------|
| 2 | 1 | 0.6808 | 0.9077 | - | - | (0.6180P ² +1.3615P+1) |
| 3 | 1 | 0.4998 | 0.9547 | - | - | (0.4771P ² +0.9996P+1) |
| | 2 | 0.7560 | - | - | - | (0.756P+1) |
| 4 | 1 | 0.3871 | 1.0048 | 1.02 | 0.768 | (0.3889P ² +0.7742P+1) |
| | 2 | 0.6698 | 0.7298 | - | - | (0.4399P ² +1.3396P+1) |
| 5 | 1 | 0.5700 | 0.7241 | - | - | (0.4126P ² +1.1401P+1) |
| | 2 | 0.3107 | 1.0441 | 1.09 | 1.116 | (0.3245P ² +0.6215P+1) |
| | 3 | 0.6656 | - | - | - | (0.665P+1) |
| 6 | 1 | 0.6108 | 0.6363 | - | - | (0.3887P ² +1.2217P+1) |
| | 2 | 0.4843 | 0.7236 | - | - | (0.3524P ² +0.9636P+1) |
| | 3 | 0.2565 | 1.0745 | 1.17 | 1.376 | (0.2756P ² +0.5132P+1) |
| 7 | 1 | 0.5472 | 0.6203 | - | - | (0.3394P ² +1.0944P+1) |
| | 2 | 0.4151 | 0.7252 | - | - | (0.3016P ² +0.9303P+1) |
| | 3 | 0.2156 | 1.0990 | 1.25 | 1.595 | (0.2380P ² +0.4332P+1) |
| | 4 | 0.5938 | - | - | - | (0.593P+1) |
| 8 | 1 | 0.5556 | 0.5690 | - | - | (0.3161P ² +1.1112P+1) |
| | 2 | 0.4876 | 0.6108 | - | - | (0.2979P ² +0.9759P+1) |
| | 3 | 0.3601 | 0.7278 | - | - | (0.2621P ² +0.7202P+1) |
| | 4 | 0.1863 | 1.1199 | 1.34 | 1.787 | (0.2097P ² +0.3727P+1) |
| 9 | 1 | 0.5121 | 0.5533 | - | - | (0.2834P ² +1.0242P+1) |
| | 2 | 0.4355 | 0.6051 | - | - | (0.2635P ² +0.9710P+1) |
| | 3 | 0.1628 | 1.1384 | 1.42 | 1.962 | (0.1854P ² +0.3257P+1) |
| | 4 | 0.3159 | 0.7312 | - | - | (0.2310P ² +0.5319P+1) |
| | 5 | 0.5386 | - | - | - | (0.538P+1) |

TABLA Be 5. Filtros de paso bajo de Bessel. Valor de los elementos de las magnitudes de ajuste. Los esquemas correspondientes se dan en las tablas 3 y 4 (páginas 207 y 214).

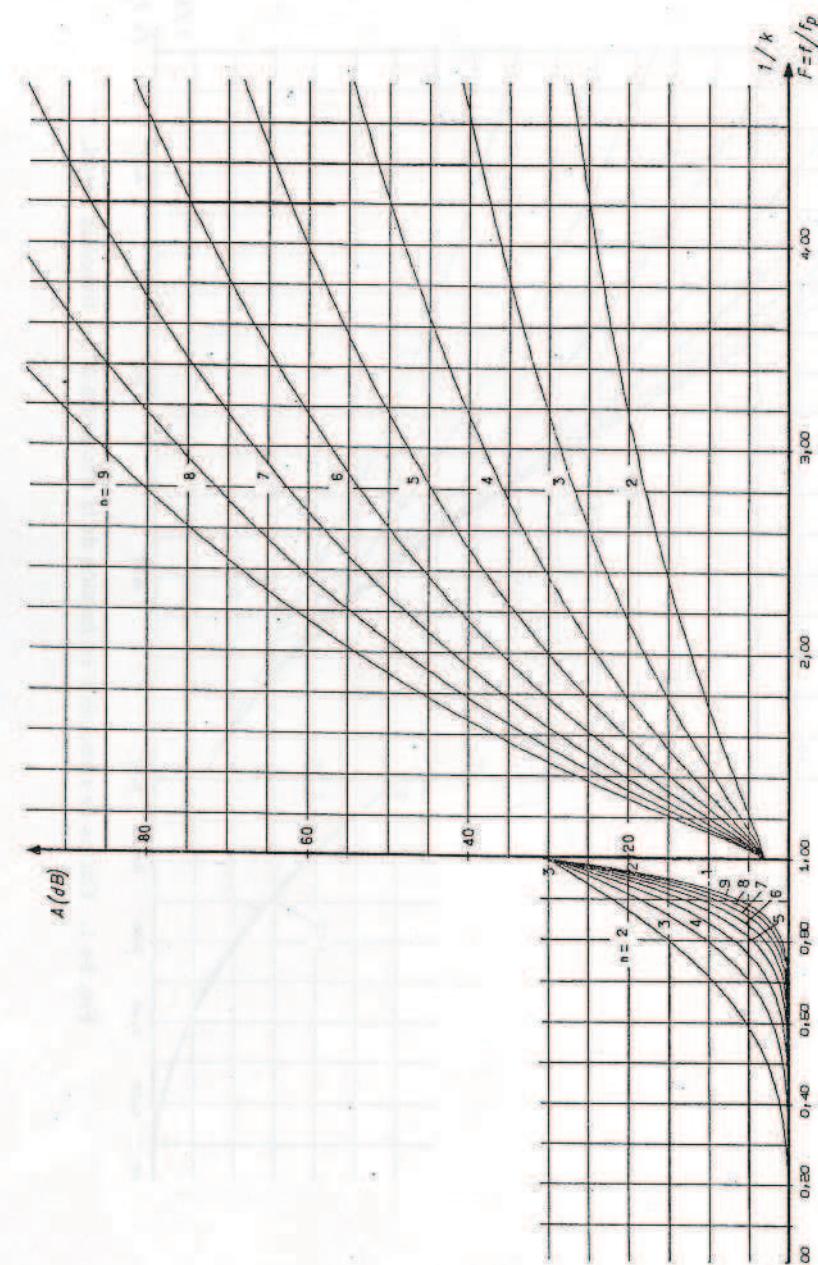


FIG. Bu 1. Curvas de atenuación en función de la frecuencia de los filtros de Butterworth.

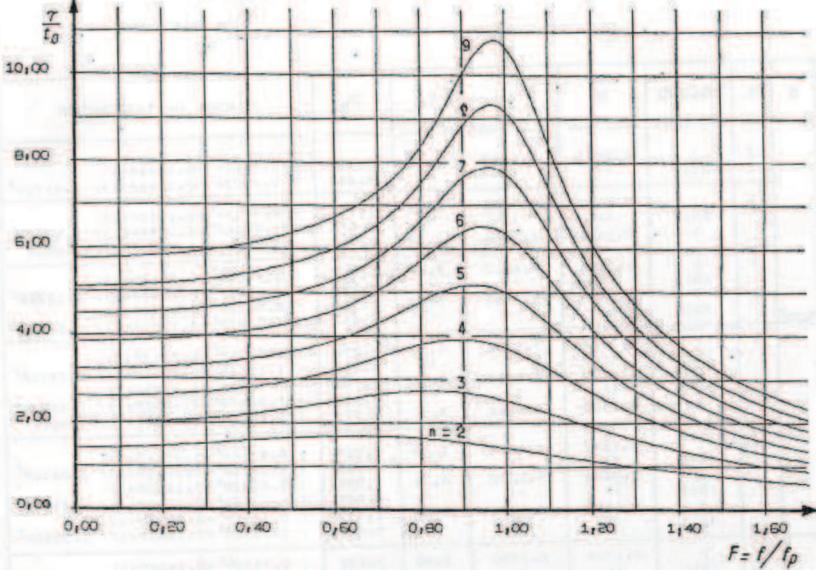


FIG. Bu 2. Curvas del tiempo de propagación de grupo en función de la frecuencia de los filtros de Butterworth.

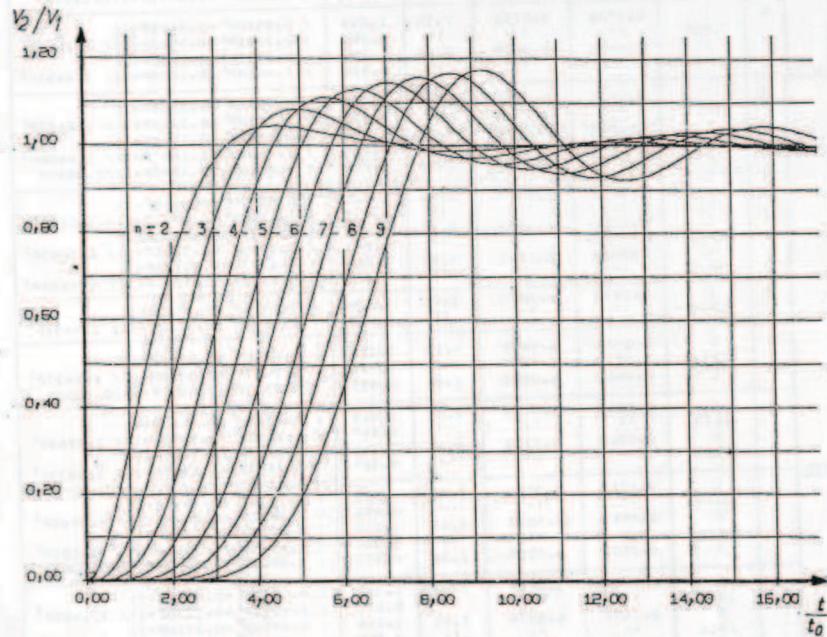


FIG. Bu 3. Respuesta de los filtros de Butterworth a una transición de 0 a 1.

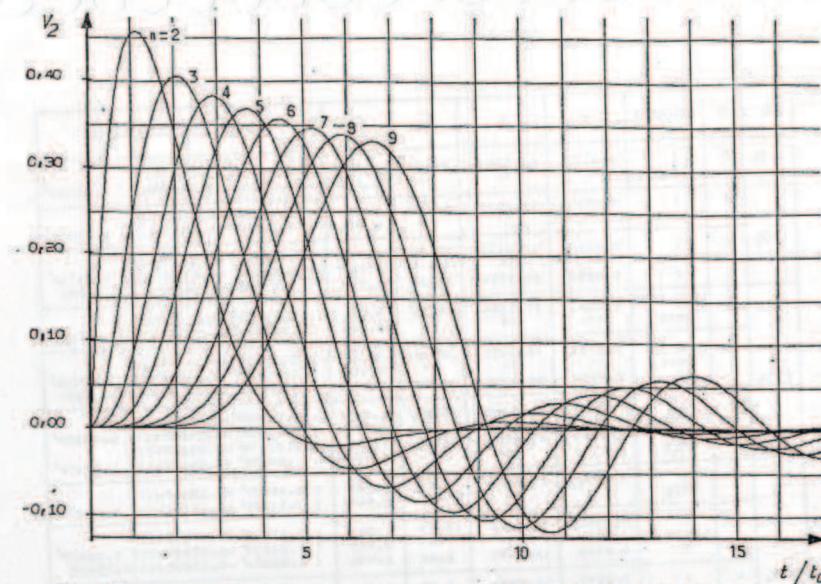


FIG. Bu 4. Respuesta de los filtros de Butterworth a una percusión.

| N | CIRCUITO | m | q | V_m | F_m | FUNCION DE TRANSMISION |
|---|----------|--------|--------|-------|-------|------------------------|
| 2 | 1 | 0.7071 | 1.4142 | - | - | $(P^2 + 1.4142P + 1)$ |
| 3 | 1 | 0.5000 | 1.9999 | 1.15 | 0.707 | $(P^2 + 1.0000P + 1)$ |
| | 2 | 1.0000 | - | | | $(P + 1)$ |
| 4 | 1 | 0.9238 | 1.0823 | - | 0.840 | $(P^2 + 1.8477P + 1)$ |
| | 2 | 0.3826 | 2.6131 | | | $(P^2 + 0.7653P + 1)$ |
| | 3 | 0.8090 | 1.2360 | 1.70 | 0.899 | $(P^2 + 1.6180P + 1)$ |
| 5 | 2 | 0.3090 | 3.2360 | | | $(P^2 + 0.6180P + 1)$ |
| | 3 | 1.0000 | - | | | $(P + 1)$ |
| | 1 | 0.9659 | 1.0352 | - | 0.930 | $(P^2 + 1.9318P + 1)$ |
| 6 | 2 | 0.7071 | 1.4142 | | | $(P^2 + 1.4142P + 1)$ |
| | 3 | 0.2588 | 3.8636 | | | $(P^2 + 0.5176P + 1)$ |
| | 1 | 0.9009 | 1.1099 | - | 0.471 | $(P^2 + 1.8019P + 1)$ |
| 7 | 2 | 0.6234 | 1.6038 | | | $(P^2 + 1.2469P + 1)$ |
| | 3 | 0.2225 | 4.4939 | | | $(P^2 + 0.4450P + 1)$ |
| | 4 | 1.0000 | - | | | $(P + 1)$ |
| | 1 | 0.9807 | 1.0195 | - | 0.618 | $(P^2 + 1.9615P + 1)$ |
| 8 | 2 | 0.8314 | 1.2026 | | | $(P^2 + 1.6629P + 1)$ |
| | 3 | 0.5555 | 1.7999 | | | $(P^2 + 1.1111P + 1)$ |
| | 4 | 0.1950 | 5.1258 | | | $(P^2 + 0.3901P + 1)$ |
| | 5 | 1.0000 | - | | | $(P + 1)$ |
| 9 | 1 | 0.9396 | 1.0641 | - | 0.707 | $(P^2 + 1.8793P + 1)$ |
| | 2 | 0.7660 | 1.3054 | | | $(P^2 + 1.5320P + 1)$ |
| | 3 | 0.5000 | 1.9999 | | | $(P^2 + 1.0000P + 1)$ |
| | 4 | 0.1736 | 5.7587 | | | $(P^2 + 0.3472P + 1)$ |
| | 5 | 1.0000 | - | | | $(P + 1)$ |

TABLA Bu 5. Filtros de paso bajo y de paso alto de Butterworth. Valor de los elementos y de las magnitudes de ajuste. Los esquemas correspondientes se dan en las tablas 3 y 4 (págs. 207 y 214).

| B | N | CIRCUITO | m | q | V _m | F _q | FUNCION DE TRANSMISION |
|-----|---|---------------------------------------|----------------------------|-------------------------------|-----------------------|---|---|
| 5% | 7 | 1 1RIS | 0.0173 " | 55.5859 " | 28.29 " | 1.017 0.982 | (0.9652p ² + 0.0347p + 1) / 1.0359p ² |
| | 7 | 1 1RIS | 0.0241 " | 39.4302 " | 20.21 " | 1.024 0.974 | (0.9516p ² + 0.0482p + 1) / 1.0507p ² |
| 7% | 3 | 1 1RIS 2 0.0350 | 0.0169 " 0.0350 | 55.4622 " 28.5714 | 26.58 " 14.29 | 1.030 0.969 0.998 | (0.9411p ² + 0.0339p + 1) / 1.0624p ² |
| | 2 | 1 1RIS | 0.0341 " | 27.3184 " | 14.15 " | 1.034 0.964 | (0.9317p ² + 0.0582p + 1) / 1.0733p ² |
| 10% | 3 | 1 1RIS 2 0.0499 | 0.0239 " 0.0499 | 38.3408 " 20.0000 | 20.02 16.01 | 1.043 0.957 0.997 | (0.9170p ² + 0.0478p + 1) / 1.0904p ² |
| | 4 | 1 1RIS 2 2RIS | 0.0453 " 0.0182 | 21.2410 49.9568 | 10.83 26.16 | 1.017 0.978 1.046 0.954 | (0.9624p ² + 0.0906p + 1) / 1.0390p ² |
| 15% | 2 | 1 1RIS | 0.0502 " | 17.9065 " | 9.45 " | 1.051 0.945 | (0.8992p ² + 0.1004p + 1) / 1.1120p ² |
| | 3 | 1 1RIS 2 0.0750 | 0.0350 " 0.0750 | 25.0423 13.3333 | 13.37 6.68 | 1.065 0.935 0.994 | (0.8781p ² + 0.0701p + 1) / 1.1387p ² |
| 20% | 4 | 1 1RIS 2 2RIS | 0.0672 0.0267 | 14.0284 32.5880 | 7.23 17.46 | 1.024 0.966 1.070 0.932 | (0.9440p ² + 0.1345p + 1) / 1.0592p ² |
| | 5 | 1 1RIS 2 2RIS 3 0.0750 | 0.0579 0.0215 0.0750 | 15.7844 40.2808 13.3333 | 8.26 21.63 6.68 | 1.041 0.953 1.073 0.930 0.994 | (0.9154p ² + 0.1159p + 1) / 1.0923p ² |
| 25% | 2 | 1 1RIS | 0.0657 " | 13.2081 " | 7.10 " | 1.068 0.926 | (0.8679p ² + 0.1314p + 1) / 1.1521p ² |
| | 3 | 1 1RIS 2 0.0999 | 0.0456 0.0999 | 18.4096 10.0000 | 10.04 5.02 | 1.087 0.914 0.989 | (0.8409p ² + 0.0913p + 1) / 1.1891p ² |
| 30% | 4 | 1 1RIS 2 2RIS | 0.0888 0.0347 | 10.4236 23.9283 | 5.43 13.13 | 1.030 1.095 1.091 1.0279 | (0.9260p ² + 0.1776p + 1) / 1.0798p ² |
| | 5 | 1 1RIS 2 2RIS 3 0.0999 | 0.0761 0.0279 0.0999 | 11.6734 29.5605 10.0000 | 6.21 16.26 5.02 | 1.053 0.936 1.008 1.008 0.969 | (0.8888p ² + 0.1522p + 1) / 1.1251p ² |
| 40% | 2 | 1 1RIS | 0.0805 " | 10.3949 " | 5.70 " | 1.084 0.908 | (0.8375p ² + 0.1811p + 1) / 1.1939p ² |
| | 3 | 1 1RIS 2 0.1250 | 0.0557 0.1250 | 14.4426 8.0000 | 8.06 4.03 | 1.110 0.893 0.984 | (0.8053p ² + 0.1115p + 1) / 1.2417p ² |
| 50% | 4 | 1 1RIS 2 2RIS | 0.1099 0.0423 | 8.2617 18.7513 | 4.36 10.53 | 1.035 0.940 1.119 0.889 | (0.9082p ² + 0.2198p + 1) / 1.1010p ² |
| | 5 | 1 1RIS 2 2RIS 3 0.1250 | 0.0936 0.0340 0.1250 | 9.2102 23.1532 8.0000 | 4.98 13.04 4.03 | 1.055 1.055 1.124 0.886 0.984 | (0.8628p ² + 0.1873p + 1) / 1.1590p ² |

| B | N | CIRCUITO | m | q | V _m | F _q | FUNCION DE TRANSMISION |
|-----|---|---------------------------------------|----------------------------|-----------------------------|-----------------------|--|---|
| 30% | 7 | 1 1RIS | 0.0948 " | 8.5240 " | 4.76 " | 1.099 0.888 | (0.6082p ² + 0.1896p + 1) / 1.2372p ² |
| | 3 | 1 1RIS 2 0.1500 | 0.0653 0.1500 | 11.8080 6.6666 | 6.74 3.37 | 1.132 0.873 0.977 | (0.7712p ² + 0.1306p + 1) / 1.2966p ² |
| 40% | 4 | 1 1RIS 2 2RIS | 0.1305 0.0495 | 6.8212 15.3151 | 3.64 8.80 | 1.039 0.925 1.144 0.867 | (0.8906p ² + 0.2611p + 1) / 1.1228p ² |
| | 5 | 1 1RIS 2 3RIS | 0.1106 0.0397 0.1500 | 7.5706 18.9015 6.6666 | 4.16 10.90 3.37 | 1.076 0.901 1.150 0.865 0.977 | (0.8374p ² + 0.2212p + 1) / 1.1941p ² |
| 50% | 6 | 1 1RIS 2 3RIS | 0.1392 0.0948 0.0332 | 6.6414 8.5240 22.5256 | 3.49 4.76 13.02 | 1.017 0.941 1.099 0.888 1.153 0.864 | (0.9245p ² + 0.2784p + 1) / 1.0816p ² |
| | 2 | 1 1RIS | 0.1214 " | 6.1951 " | 3.60 " | 1.130 0.850 | (0.7522p ² + 0.2428p + 1) / 1.3293p ² |
| 40% | 3 | 1 1RIS 2 0.1999 | 0.0828 0.1999 | 8.5362 5.0000 | 5.09 2.55 | 1.177 0.832 0.959 | (0.7072p ² + 0.1657p + 1) / 1.4139p ² |
| | 4 | 1 1RIS 2 2RIS | 0.1704 0.0625 | 5.0220 11.0519 | 2.76 6.66 | 1.043 0.893 1.195 0.826 | (0.8559p ² + 0.3408p + 1) / 1.1683p ² |
| 50% | 5 | 1 1RIS 2 2RIS 3 0.1999 | 0.1426 0.0502 0.1999 | 5.5267 13.6290 5.0000 | 3.15 8.25 2.55 | 1.096 0.864 0.824 0.959 | (0.7848p ² + 0.2853p + 1) / 1.2682p ² |
| | 6 | 1 1RIS 2 3RIS | 0.1830 0.1214 0.0419 | 4.9173 6.1951 16.2351 | 2.64 3.60 9.85 | 1.014 0.912 1.130 0.850 1.208 0.822 | (0.8999p ² + 0.3636p + 1) / 1.1112p ² |
| 50% | 2 | 1 1RIS | 0.1455 " | 4.8074 " | 2.91 " | 1.158 0.810 | (0.6996p ² + 0.2910p + 1) / 1.4292p ² |
| | 3 | 1 1RIS 2 0.2500 | 0.0983 0.2500 | 6.5945 4.0000 | 4.12 2.06 | 1.222 0.793 0.935 | (0.6486p ² + 0.1967p + 1) / 1.5417p ² |
| 50% | 4 | 1 1RIS 2 2RIS | 0.2083 0.0740 | 3.9437 8.5258 | 2.23 5.38 | 1.043 0.857 1.247 0.787 | (0.8217p ² + 0.4167p + 1) / 1.2168p ² |
| | 5 | 1 1RIS 2 2RIS 3 0.2500 | 0.1722 0.0593 0.2500 | 4.3056 10.5072 4.0000 | 2.55 6.67 2.06 | 1.113 0.826 1.259 0.785 0.935 | (0.7416p ² + 0.3445p + 1) / 1.3482p ² |
| 50% | 6 | 1 1RIS 2 3RIS | 0.2254 0.1455 0.0694 | 3.8828 4.8074 12.5122 | 2.13 2.91 7.95 | 1.004 0.879 1.158 0.810 1.265 0.783 | (0.8752p ² + 0.4508p + 1) / 1.4250p ² |

TABLA Bu 6. Filtros de paso de banda de Butterworth. Valor de los elementos y de las magnitudes de ajuste para diversos anchos de banda relativos $B = \frac{\Delta f_p}{f_0}$. Los esquemas correspondientes están dados en las tablas 3 y 4 (págs. 207 y 214).

TABLA Bu 6 (continuación).

| B | N | CIRCUITO | m | q | V _m | F _m | FUNCION DE TRANSMISION |
|------|------|----------|----------|--------|----------------|--|---|
| — | — | — | — | — | — | — | — |
| 2 | 1 | 0.1671 | 3.8897 | 2.446 | 1.185 | (0.6502P ³ +0.3343P+1) / 1.5318P ² | |
| 2 | 1815 | 0.3000 | 3.3333 | 1.74 | 0.905 | (1.5578P ³ +0.5141P+1) / 1.5318P ² | |
| 3 | 1 | 0.1119 | 5.3164 | 3.48 | 1.268 | (1.6508P ³ +0.2238P+1) / 1.6808P ² | |
| 3 | 1515 | 0.3000 | 3.3333 | 1.74 | 0.905 | (1.0000P ³ +0.6000P+1) / 0.6000P | |
| 4 | 1 | 0.2442 | 3.2255 | 1.88 | 1.037 | (0.7379P ³ +0.4885P+1) / 1.2690P ² | |
| 4 | 1815 | 0.0839 | 6.8660 | 4.54 | 0.811 | (1.2690P ³ +0.6200P+1) / 1.2690P ² | |
| 60% | 2815 | 0.4000 | 3.4333 | 1.74 | 0.749 | (1.5765P ³ +0.1659P+1) / 1.7345P ² | |
| 5 | 1 | 0.1993 | 3.4956 | 2.15 | 1.127 | (0.6968P ³ +0.3996P+1) / 1.4350P ² | |
| 5 | 1815 | 0.1671 | 3.8897 | 2.46 | 0.785 | (1.4350P ³ +0.5721P+1) / 1.4350P ² | |
| 7 | 2815 | 0.0671 | 8.4577 | 5.63 | 1.310 | (0.5810P ³ +0.1343P+1) / 1.7600P ² | |
| 3 | 2815 | 0.2000 | 3.4333 | 1.74 | 0.905 | (1.0000P ³ +0.6000P+1) / 0.6000P | |
| 6 | 1 | 0.2663 | 3.928 | 1.80 | 0.989 | (0.8504P ³ +0.5327P+1) / 1.7853P ² | |
| 6 | 1815 | 0.1671 | 3.8897 | 2.46 | 0.841 | (1.0758P ³ +0.6286P+1) / 1.1758P ² | |
| 2 | 2815 | 0.0839 | 10.46692 | 6.72 | 0.770 | (0.5318P ³ +0.5141P+1) / 1.5317P ² | |
| 3 | 3815 | 0.1000 | 3.4333 | 1.74 | 0.744 | (1.7600P ³ +0.1119P+1) / 1.7600P ² | |
| 7 | 1 | 0.2030 | 2.7579 | 1.91 | 1.233 | (0.5631P ³ +0.4527P+1) / 1.7853P ² | |
| 3 | 1 | 0.1334 | 3.7519 | 2.69 | 1.361 | (0.5007P ³ +0.2663P+1) / 1.9968P ² | |
| 3 | 1815 | 0.3000 | 2.5000 | 1.86 | 0.682 | (1.9968P ³ +0.5330P+1) / 1.9968P ² | |
| 4 | 1 | 0.3096 | 2.3282 | 1.47 | 1.009 | (0.7208P ³ +0.6199P+1) / 1.3877P ² | |
| 4 | 1815 | 0.0995 | 4.8997 | 3.52 | 0.227 | (0.4866P ³ +0.4999P+1) / 1.7999P ² | |
| 2 | 2815 | 0.1000 | 2.5000 | 1.86 | 0.679 | (0.4132P ³ +0.4132P+1) / 2.0760P ² | |
| 80% | 5 | 1 | 0.2458 | 2.4912 | 1.67 | 1.144 | (0.6123P ³ +0.49495P+1) / 1.6329P ² |
| 5 | 1815 | 0.1000 | 4.9899 | 4.36 | 0.701 | (1.6139P ³ +0.8029P+1) / 2.1139P ² | |
| 7 | 2815 | 0.0793 | 6.9899 | 4.36 | 0.674 | (0.4731P ³ +0.1581P+1) / 2.1139P ² | |
| 3 | 3815 | 0.3000 | 2.5000 | 1.86 | 0.674 | (1.0000P ³ +0.7999P+1) / 1.7999P ² | |
| 6 | 1 | 0.3433 | 2.387 | 1.41 | 0.939 | (0.7994P ³ +0.6866P+1) / 1.2507P ² | |
| 6 | 1815 | 0.2030 | 2.7579 | 1.91 | 1.250 | (1.2507P ³ +0.8589P+1) / 1.7553P ² | |
| 7 | 2815 | 0.0839 | 7.0226 | 5.20 | 0.691 | (1.7851P ³ +0.7251P+1) / 1.7553P ² | |
| 3 | 3815 | 0.1000 | 2.5000 | 1.86 | 0.678 | (2.1341P ³ +0.2819P+1) / 2.1341P ² | |
| 2 | 1 | 0.2295 | 2.0937 | 1.60 | 1.274 | (0.4805P ³ +0.4599P+1) / 2.0810P ² | |
| 4 | 1 | 0.1184 | 2.8841 | 2.24 | 0.612 | (0.4229P ³ +0.2968P+1) / 2.3692P ² | |
| 4 | 1815 | 0.5000 | 2.0000 | 1.15 | 0.614 | (2.3692P ³ +0.1031P+1) / 2.3692P ² | |
| 2 | 2815 | 0.1000 | 2.5000 | 1.86 | 0.707 | (1.0000P ³ +1.0000P+1) / 1.0000P | |
| 100% | 5 | 1 | 0.2817 | 1.8965 | 1.60 | 1.46 | (0.5343P ³ +0.5634P+1) / 1.8714P ² |
| 5 | 1815 | 0.2295 | 2.0937 | 1.60 | 0.612 | (1.8714P ³ +0.5545P+1) / 1.8714P ² | |
| 2 | 2815 | 0.0839 | 4.5168 | 3.62 | 1.558 | (0.3950P ³ +0.1752P+1) / 2.5543P ² | |
| 3 | 3815 | 0.1000 | 2.5000 | 1.86 | 0.615 | (2.2260P ³ +0.4427P+1) / 2.5543P ² | |
| 6 | 1 | 0.4125 | 1.8071 | 1.19 | 0.853 | (0.7455P ³ +0.8275P+1) / 1.3412P ² | |
| 6 | 1815 | 0.2295 | 2.0937 | 1.60 | 0.274 | (1.3412P ³ +0.1106P+1) / 1.3412P ² | |
| 2 | 2815 | 0.0728 | 5.3783 | 4.32 | 0.612 | (0.4805P ³ +0.5529P+1) / 2.0810P ² | |
| 3 | 3815 | 0.1000 | 2.5000 | 1.86 | 0.617 | (0.9914P ³ +0.1585P+1) / 2.5543P ² | |

FUNCIONES ELÍPTICAS

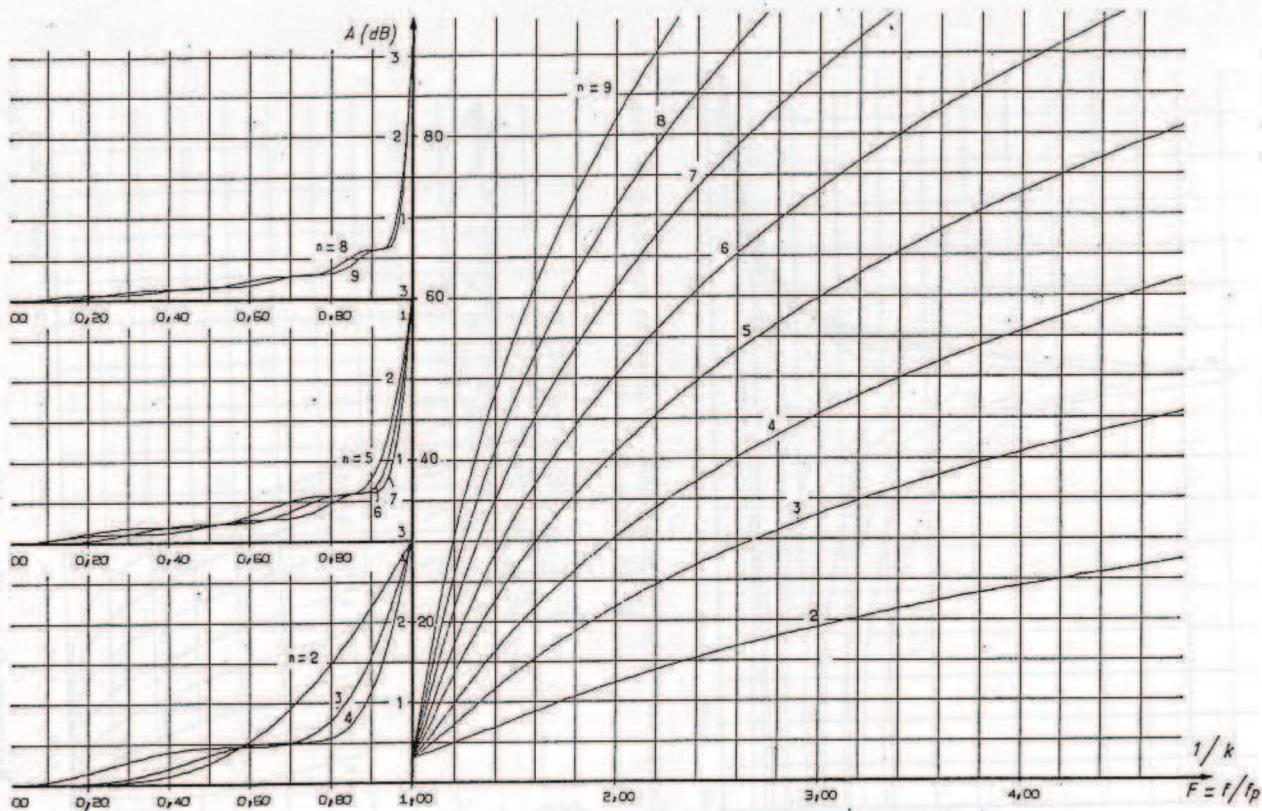


FIG. L1. Curvas de atenuación en función de la frecuencia de los filtros de Legéndre.

ANEXO

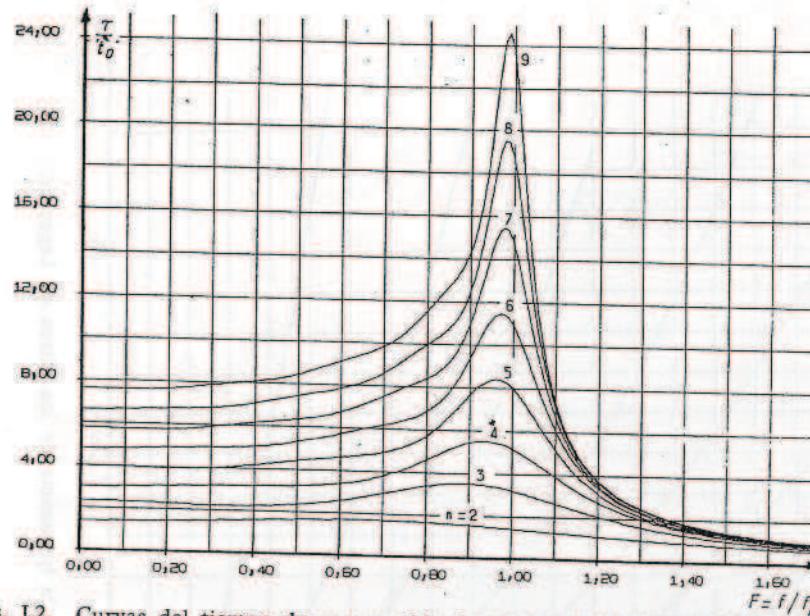


FIG. L2. Curvas del tiempo de propagación de grupo en función de la frecuencia de los filtros de Legendre.

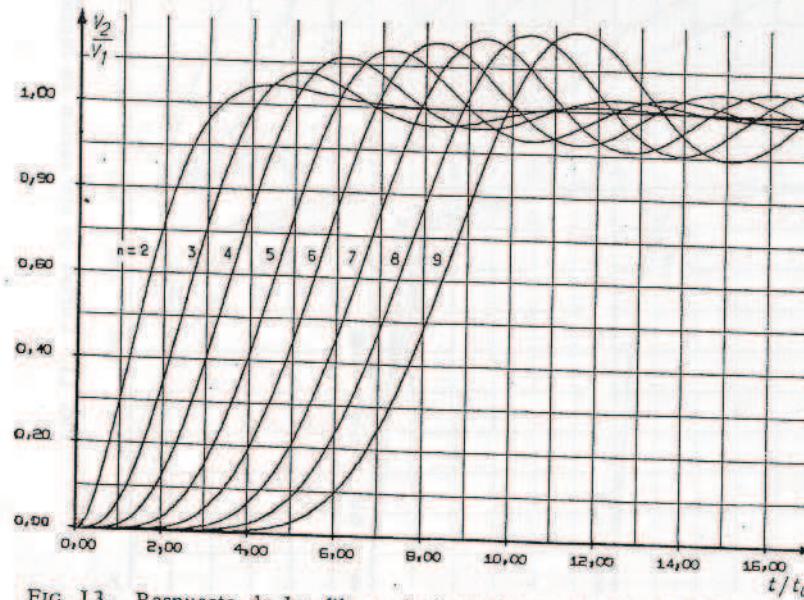


FIG. L3. Respuesta de los filtros de Legendre a una transición de 0 a 1.

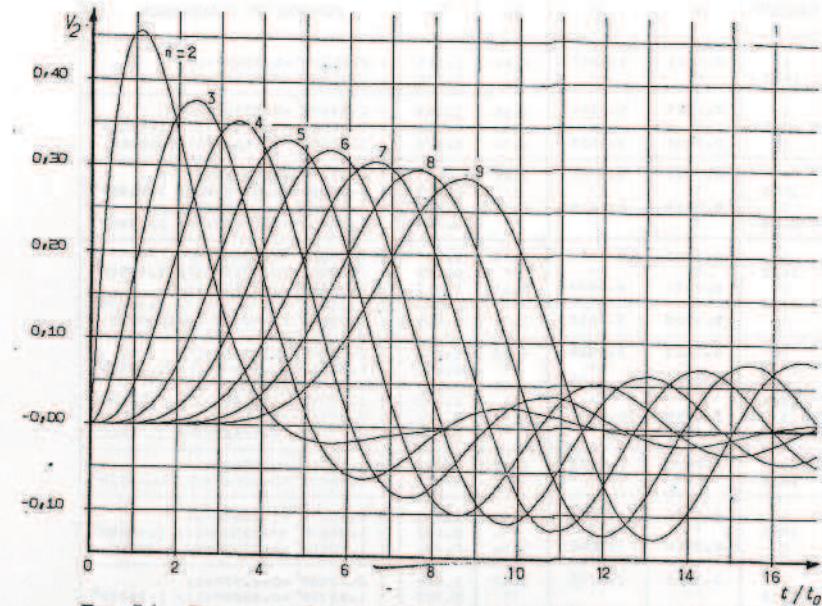


FIG. L4. Respuesta de los filtros de Legendre a una percusión.

| N | CIRCUITO | m | q | Vm | Fm | FUNCION DE TRANSMISION |
|---|----------|--------|---------|------|-------|------------------------------------|
| 2 | 1 | 0.7071 | 1.4142 | - | - | (1.0000P ² +1.4142P+1) |
| 3 | 1 | 0.3708 | 2.8969 | 1.49 | 0.832 | (1.0744P ² +0.7417P+1) |
| | 2 | 1.6120 | - | - | - | (1.612P+1) |
| 4 | 1 | 1.2761 | 1.8190 | - | - | (2.3213P ² +2.5522P+1) |
| | 2 | 0.2444 | 4.3161 | 2.16 | 0.916 | (1.0552P ² +0.4889P+1) |
| | 3 | - | - | - | - | - |
| 5 | 1 | 0.7807 | 2.5763 | 1.08 | 0.442 | (2.0115P ² +1.5614P+1) |
| | 2 | 0.1598 | 6.5109 | 3.23 | 0.955 | (1.0406P ² +0.3196P+1) |
| | 3 | 2.1363 | - | - | - | (2.136P+1) |
| 6 | 1 | 1.7540 | 2.2784 | - | - | (3.9963P ² +3.5080P+1) |
| | 2 | 0.1188 | 8.6811 | 4.30 | 0.971 | (1.0313P ² +0.2376P+1) |
| | 3 | 0.5300 | 3.2366 | 1.35 | 0.626 | (1.7155P ² +1.0600P+1) |
| 7 | 1 | 1.1412 | 2.8634 | 1.02 | 0.249 | (3.2679P ² +2.2825P+1) |
| | 2 | 0.3585 | 4.2115 | 1.79 | 0.741 | (1.5102P ² +0.7171P+1) |
| | 3 | 0.0882 | 11.5997 | 5.75 | 0.980 | (1.0241P ² +0.1765P+1) |
| | 4 | 2.6170 | - | - | - | (2.617P+1) |
| 8 | 1 | 0.7842 | 3.3301 | 1.17 | 0.450 | (2.6116P ² +1.5684P+1) |
| | 2 | 2.1916 | 2.7234 | - | - | (5.9688P ² +4.3832P+1) |
| | 3 | 0.0702 | 14.5049 | 7.20 | 0.985 | (1.0195P ² +0.1405P+1) |
| | 4 | 0.2705 | 5.1473 | 2.24 | 0.801 | (1.3927P ² +0.5411P+1) |
| 9 | 1 | 1.4804 | 3.2322 | - | - | (4.7851P ² +2.9608P+1) |
| | 2 | 0.0559 | 18.1497 | 9.01 | 0.989 | (1.0158P ² +0.1119P+1) |
| | 3 | 0.5362 | 4.0232 | 1.47 | 0.583 | (2.1574P ² +1.0724P+1) |
| | 4 | 0.2051 | 6.3579 | 2.82 | 0.846 | (1.3043P ² +0.4103P+1) |
| | 5 | 3.0704 | - | - | - | (3.070P+1) |

TABLA L5. Filtros de paso bajo y de paso alto de Legendre. Valores de los elementos y de las magnitudes de ajuste. Los esquemas correspondientes figuran en las tablas 3 y 4 (págs. 207 y 214).

| B | N | CIRCUITO | m | q | V _m | F _m | FUNCION DE TRANSMISION |
|-----|---|---|---|---|----------------------------------|--|--|
| 7% | 2 | 1 1BIS | 0.0241 " | 39.4302 " | 20.21 " | 1.024 0.974 | (0.9516P ³ +0.0482P+1) (1.0507P ² +0.0507P+1) / 1.0507P ² |
| 10% | 2 | 1 1BIS | 0.0341 " | 27.3184 " | 14.15 " | 1.034 0.964 | (0.9317P ² +0.0682P+1) (1.0733P ² +0.0732P+1) / 1.0733P ² |
| | 3 | 1 1BIS 2 0.0310 | 0.0164 " 32.2408 | 55.4445 " <td>29.00 16.12</td> <td>1.045 0.955 0.999</td> <td>(0.9138P²+0.0329P+1) (1.0942P²+0.0360P+1) / 1.0942P² (1.0000P²+0.0620P+1) / 0.9620P</td> | 29.00 16.12 | 1.045 0.955 0.999 | (0.9138P ² +0.0329P+1) (1.0942P ² +0.0360P+1) / 1.0942P ² (1.0000P ² +0.0620P+1) / 0.9620P |
| 15% | 2 | 1 1BIS | 0.0502 " | 17.9065 " | 9.45 " | 1.051 0.945 | (0.8992P ² +0.1004P+1) (1.1120P ² +0.1116P+1) / 1.1120P ² |
| | 3 | 1 1BIS 2 0.0465 | 0.0241 " 21.4938 | 36.1863 " <td>19.36 10.75</td> <td>1.069 0.934 0.997</td> <td>(0.8736P²+0.0482P+1) (1.1446P²+0.0552P+1) / 1.1446P² (1.0000P²+0.0930P+1) / 0.0930P</td> | 19.36 10.75 | 1.069 0.934 0.997 | (0.8736P ² +0.0482P+1) (1.1446P ² +0.0552P+1) / 1.1446P ² (1.0000P ² +0.0930P+1) / 0.0930P |
| | 4 | 1 1BIS 2 0.0161 | 0.0401 " 53.7461 | 23.6182 " <td>12.14 28.85</td> <td>1.025 0.971 0.973 0.931</td> <td>(0.9475P²+0.0802P+1) (1.0552P²+0.0846P+1) / 1.0552P² (0.8678P²+0.0322P+1) (1.1522P²+0.0372P+1) / 1.1522P²</td> | 12.14 28.85 | 1.025 0.971 0.973 0.931 | (0.9475P ² +0.0802P+1) (1.0552P ² +0.0846P+1) / 1.0552P ² (0.8678P ² +0.0322P+1) (1.1522P ² +0.0372P+1) / 1.1522P ² |
| | 5 | 1 1BIS | 0.0657 " | 13.2081 " | 7.10 " | 1.068 0.926 | (0.8679P ² +0.1314P+1) (1.1521P ² +0.1514P+1) / 1.1521P ² |
| 20% | 3 | 1 1BIS 2 0.0620 | 0.0314 " 16.1204 | 26.5833 " <td>14.55 8.07</td> <td>1.092 0.912 0.996</td> <td>(0.8352P²+0.0628P+1) (1.1972P²+0.0752P+1) / 1.1972P² (1.0000P²+0.1240P+1) / 0.1240P</td> | 14.55 8.07 | 1.092 0.912 0.996 | (0.8352P ² +0.0628P+1) (1.1972P ² +0.0752P+1) / 1.1972P ² (1.0000P ² +0.1240P+1) / 0.1240P |
| | 4 | 1 1BIS 2 0.0209 | 0.0530 " 39.4471 | 17.5601 " <td>9.11 21.68</td> <td>1.033 0.961 1.098 0.909</td> <td>(0.9307P²+0.1060P+1) (1.0744P²+0.1138P+1) / 1.0744P² (0.8278P²+0.0419P+1) (1.2078P²+0.0507P+1) / 1.2078P²</td> | 9.11 21.68 | 1.033 0.961 1.098 0.909 | (0.9307P ² +0.1060P+1) (1.0744P ² +0.1138P+1) / 1.0744P ² (0.8278P ² +0.0419P+1) (1.2078P ² +0.0507P+1) / 1.2078P ² |
| | 5 | 1 1BIS 2 0.0138 3 0.0468 | 0.0365 " 59.3864 " <td>24.3329 32.71</td> <td>12.91 1.101 0.907 0.997</td> <td>1.059 0.941 0.8241P² 1.2133P² 1.0000P²+0.0936P+1) / 0.0936P</td> <td>(0.8889P²+0.0730P+1) (1.1249P²+0.0821P+1) / 1.1249P² (0.8241P²+0.0277P+1) (1.2133P²+0.0336P+1) / 1.2133P² (1.0000P²+0.0936P+1) / 0.0936P</td> | 24.3329 32.71 | 12.91 1.101 0.907 0.997 | 1.059 0.941 0.8241P ² 1.2133P ² 1.0000P ² +0.0936P+1) / 0.0936P | (0.8889P ² +0.0730P+1) (1.1249P ² +0.0821P+1) / 1.1249P ² (0.8241P ² +0.0277P+1) (1.2133P ² +0.0336P+1) / 1.2133P ² (1.0000P ² +0.0936P+1) / 0.0936P |
| | 6 | 1 1BIS | 0.0805 " | 10.3949 " | 5.70 " | 1.084 0.908 | (0.8375P ² +0.1611P+1) (1.1939P ² +0.1924P+1) / 1.1939P ² |
| 25% | 3 | 1 1BIS 2 0.0775 | 0.0383 " 17.8963 | 20.8416 " <td>11.67 6.46</td> <td>1.116 0.891 0.993</td> <td>(0.7985P²+0.0766P+1) (1.2522P²+0.0959P+1) / 1.2522P² (1.0000P²+0.1550P+1) / 0.1550P</td> | 11.67 6.46 | 1.116 0.891 0.993 | (0.7985P ² +0.0766P+1) (1.2522P ² +0.0959P+1) / 1.2522P ² (1.0000P ² +0.1550P+1) / 0.1550P |
| | 4 | 1 1BIS 2 0.0255 | 0.0656 " 30.9007 | 13.9271 " <td>7.30 17.39</td> <td>1.040 0.951 1.124 0.887</td> <td>(0.9140P²+0.1312P+1) (1.0939P²+0.1436P+1) / 1.0939P² (0.7898P²+0.0511P+1) (1.2660P²+0.0647P+1) / 1.2660P²</td> | 7.30 17.39 | 1.040 0.951 1.124 0.887 | (0.9140P ² +0.1312P+1) (1.0939P ² +0.1436P+1) / 1.0939P ² (0.7898P ² +0.0511P+1) (1.2660P ² +0.0647P+1) / 1.2660P ² |
| | 5 | 1 1BIS 2 0.0168 3 0.0585 | 0.0449 " 46.5002 " <td>19.2005 26.23</td> <td>10.34 1.127 0.885 0.996</td> <td>1.073 0.926 1.2731P² 1.0000P²+0.1170P+1) / 0.1170P</td> <td>(0.8631P²+0.0899P+1) (1.1585P²+0.1041P+1) / 1.1585P² (0.7854P²+0.0337P+1) (1.2731P²+0.0430P+1) / 1.2731P² (1.0000P²+0.1170P+1) / 0.1170P</td> | 19.2005 26.23 | 10.34 1.127 0.885 0.996 | 1.073 0.926 1.2731P ² 1.0000P ² +0.1170P+1) / 0.1170P | (0.8631P ² +0.0899P+1) (1.1585P ² +0.1041P+1) / 1.1585P ² (0.7854P ² +0.0337P+1) (1.2731P ² +0.0430P+1) / 1.2731P ² (1.0000P ² +0.1170P+1) / 0.1170P |
| | 6 | 1 1BIS | 0.0948 " | 8.5240 " | 4.76 " | 1.099 0.888 | (0.8082P ² +0.1896P+1) (1.2372P ² +0.2346P+1) / 1.2372P ² |
| 30% | 3 | 1 1BIS 2 0.0930 | 0.0448 " 10.7469 | 17.0298 " <td>9.75 5.39</td> <td>1.141 0.871 0.991</td> <td>(0.7635P²+0.0896P+1) (1.3096P²+0.1174P+1) / 1.3096P² (1.0000P²+0.1860P+1) / 0.1860P</td> | 9.75 5.39 | 1.141 0.871 0.991 | (0.7635P ² +0.0896P+1) (1.3096P ² +0.1174P+1) / 1.3096P ² (1.0000P ² +0.1860P+1) / 0.1860P |
| | 4 | 1 1BIS 2 0.0298 | 0.0780 " 25.2294 | 11.5067 " <td>6.09 14.53</td> <td>1.048 0.941 1.150 0.867</td> <td>(0.8977P²+0.1560P+1) (1.1139P²+0.1738P+1) / 1.1139P² (0.7536P²+0.0597P+1) (1.3269P²+0.0792P+1) / 1.3269P²</td> | 6.09 14.53 | 1.048 0.941 1.150 0.867 | (0.8977P ² +0.1560P+1) (1.1139P ² +0.1738P+1) / 1.1139P ² (0.7536P ² +0.0597P+1) (1.3269P ² +0.0792P+1) / 1.3269P ² |
| | 5 | 1 1BIS 2 0.0702 | 0.0530 " 37.9510 " <td>15.7852 14.2422</td> <td>8.63 7.13</td> <td>1.088 0.912 1.155 0.864 0.995</td> <td>(0.8380P²+0.1061P+1) (1.1932P²+0.1267P+1) / 1.1932P² (0.7486P²+0.0394P+1) (1.3357P²+0.0526P+1) / 1.3357P² (1.0000P²+0.1404P+1) / 0.1404P</td> | 15.7852 14.2422 | 8.63 7.13 | 1.088 0.912 1.155 0.864 0.995 | (0.8380P ² +0.1061P+1) (1.1932P ² +0.1267P+1) / 1.1932P ² (0.7486P ² +0.0394P+1) (1.3357P ² +0.0526P+1) / 1.3357P ² (1.0000P ² +0.1404P+1) / 0.1404P |

TABLA L6. (Ver leyenda página 250).

| B | N | CIRCUITO | m | q | V _m | F _m | FUNCION DE TRANSMISION |
|-----|---|--------------------------|------------------------|---|----------------|--|---|
| 40% | 2 | 1 1BIS | 0.1214 " | 6.1951 " | 3.60 " | 1.130 0.850 | (0.7522P ² +0.2428P+1) (1.3293P ² +0.3228P+1) / 1.3293P ² |
| | 3 | 1 1BIS 2 0.1240 | 0.0567 " 8.0602 | 12.2991 " 4.06 | 7.37 " | 1.191 0.831 0.984 | (0.6982P ² +0.1135P+1) (1.4322P ² +0.1626P+1) / 1.4322P ² (1.0000P ² +0.241P+1) / 0.241P |
| 50% | 4 | 1 1BIS 2 0.0377 | 0.1020 " 18.1962 | 8.4845 " 10.99 | 4.58 " | 1.061 0.919 1.204 0.826 | (0.8657P ² +0.2040P+1) (1.1550P ² +0.2357P+1) / 1.1550P ² (0.5683P ² +0.0754P+1) (1.4569P ² +0.1099P+1) / 1.4569P ² |
| | 5 | 1 1BIS 2 0.0916 | 0.0685 " 10.6817 | 11.5299 " 5.36 | 6.50 " | 1.118 0.883 0.824 0.951 | (0.7900P ² +0.1370P+1) (1.2656P ² +0.1734P+1) / 1.2656P ² (0.6804P ² +0.0497P+1) (1.4696P ² +0.0731P+1) / 1.4696P ² (1.0000P ² +0.1872P+1) / 0.1872P |
| | 6 | 1 1BIS 2 0.0186 | 0.0835 " 36.4141 | 10.8689 " 22.11 | 5.72 " | 1.041 0.945 1.145 0.822 1.213 0.866 | (0.9081P ² +0.1671P+1) (1.1011P ² +0.1840P+1) / 1.1011P ² (0.7566P ² +0.1064P+1) (1.4752P ² +0.0549P+1) / 1.4752P ² (0.6775P ² +0.0372P+1) (1.3215P ² +0.1407P+1) / 1.3215P ² |
| 60% | 2 | 1 1BIS | 0.1455 " | 4.8074 " | 2.91 " | 1.158 0.810 | (0.6996P ² +0.2910P+1) (1.4292P ² +0.4160P+1) / 1.4292P ² |
| | 3 | 1 1BIS 2 0.1550 | 0.0672 " 6.4481 | 9.4947 " <td>5.96 "</td> <td>1.242 0.793 3.26</td> <td>(0.6387P²+0.1345P+1) (1.5456P²+0.2106P+1) / 1.5456P² (1.0000P²+0.3101P+1) / 0.3101P</td> | 5.96 " | 1.242 0.793 3.26 | (0.6387P ² +0.1345P+1) (1.5456P ² +0.2106P+1) / 1.5456P ² (1.0000P ² +0.3101P+1) / 0.3101P |
| | 4 | 1 1BIS 2 0.0445 | 0.1250 " 14.0318 | 6.6745 " 8.88 | 3.68 " | 1.073 0.896 1.260 0.788 | (0.8346P ² +0.2500P+1) (1.1981P ² +0.2996P+1) / 1.1981P ² (0.6255P ² +0.0891P+1) (1.5987P ² +0.1425P+1) / 1.5987P ² |
| | 5 | 1 1BIS 2 0.1170 | 0.0828 " 8.5453 | 8.9906 " 8.5453 | 5.23 " | 1.147 0.855 1.269 0.785 0.986 | (0.7448P ² +0.1656P+1) (1.3426P ² +0.2224P+1) / 1.3426P ² (0.6189P ² +0.0587P+1) (1.6157P ² +0.0948P+1) / 1.6157P ² (1.0000P ² +0.2340P+1) / 0.2340P |
| 60% | 6 | 1 1BIS 2 0.0219 | 0.1031 " 26.0584 | 8.5957 " 17.88 | 4.59 " | 1.049 0.930 1.260 1.273 0.835 | (0.8863P ² +0.2062P+1) (1.1282P ² +0.2326P+1) / 1.1282P ² (0.7058P ² +0.1278P+1) (1.6232P ² +0.0712P+1) / 1.6232P ² (0.6160P ² +0.0439P+1) (1.4167P ² +0.1811P+1) / 1.4167P ² |
| | 7 | 1 1BIS | 0.1671 " | 3.8897 " | 2.46 " | 1.185 0.770 | (0.6502P ² +0.3343P+1) (1.5378P ² +0.5141P+1) / 1.5378P ² |
| | 8 | 1 1BIS 2 0.1860 | 0.0764 " 5.3734 | 7.6511 " <td>5.02 "</td> <td>1.294 0.756 2.73</td> <td>(0.5846P²+0.1528P+1) (1.7104P²+0.2613P+1) / 1.7104P² (1.0000P²+0.3721P+1) / 0.3721P</td> | 5.02 " | 1.294 0.756 2.73 | (0.5846P ² +0.1528P+1) (1.7104P ² +0.2613P+1) / 1.7104P ² (1.0000P ² +0.3721P+1) / 0.3721P |
| 60% | 4 | 1 1BIS 2 0.0504 | 0.1470 " 11.2977 | 5.4704 " <td>3.09 "</td> <td>1.084 0.872 1.317 0.751</td> <td>(0.8043P²+0.2940P+1) (1.2431P²+0.3656P+1) / 1.2431P² (0.5705P²+0.1009P+1) (1.7527P²+0.1770P+1) / 1.7527P²</td> | 3.09 " | 1.084 0.872 1.317 0.751 | (0.8043P ² +0.2940P+1) (1.2431P ² +0.3656P+1) / 1.2431P ² (0.5705P ² +0.1009P+1) (1.7527P ² +0.1770P+1) / 1.7527P ² |
| | 5 | 1 1BIS 2 0.1404 | 0.0960 " 7.1211 | 7.3087 " <td>4.39 "</td> <td>1.177 0.826 1.329 0.749 0.980</td> <td>(0.7021P²+0.1921P+1) (1.4242P²+0.2736P+1) / 1.4242P² (0.5635P²+0.0664P+1) (1.7745P²+0.1178P+1) / 1.7745P² (1.0000P²+0.2808P+1) / 0.2808P</td> | 4.39 " | 1.177 0.826 1.329 0.749 0.980 | (0.7021P ² +0.1921P+1) (1.4242P ² +0.2736P+1) / 1.4242P ² (0.5635P ² +0.0664P+1) (1.7745P ² +0.1178P+1) / 1.7745P ² (1.0000P ² +0.2808P+1) / 0.2808P |
| | 6 | 1 1BIS 2 0.0248 | 0.1221 " 22.5778 | 7.0817 " <td>3.84 "</td> <td>1.056 0.913 1.222 0.747 1.334 0.804</td> <td>(0.8649P²+0.2442P+1) (1.1561P²+0.2824P+1) / 1.1561P² (0.6584P²+0.1472P+1) (1.7841P²+0.0885P+1) / 1.7841P² (0.5604P²+0.0496P+1) (1.5183P²+0.2235P+1) / 1.5183P²</td> | 3.84 " | 1.056 0.913 1.222 0.747 1.334 0.804 | (0.8649P ² +0.2442P+1) (1.1561P ² +0.2824P+1) / 1.1561P ² (0.6584P ² +0.1472P+1) (1.7841P ² +0.0885P+1) / 1.7841P ² (0.5604P ² +0.0496P+1) (1.5183P ² +0.2235P+1) / 1.5183P ² |

TABLA L6. (Ver leyenda página 250).

FUNCIONES ELIPTICAS

| B | N | CIRCUITO | m | q | V _m | F _m | FUNCION DE TRANSMISION |
|------|---|-----------|-------------|--------------|----------------|----------------|---|
| 80% | 2 | 1 IRIS | 0.2030 " | 2.7579 " | 1.91 " | 1.233 0.691 | (0.5601P ² + 0.4061P+1) (1.7853P ² + 0.7251P+1) / 1.7853P ² |
| | 3 | 1 IRIS | 0.0909 " | 5.3985 " | 3.88 " | 1.403 0.688 | (0.4907P ² + 0.1818P+1) (2.0374P ² + 0.3704P+1) / 2.0374P ² |
| | 2 | | 0.2481 | 4.0301 | 2.08 | 0.936 | (1.0000P ² + 0.4962P+1) / 0.4962P ² |
| | 4 | 1 IRIS | 0.1879 " | 3.9703 " | 2.35 " | 1.101 0.821 | (0.7461P ² + 0.3758P+1) (1.3402P ² + 0.5037P+1) / 1.3402P ² |
| | 2 | 2RIS | 0.0597 " | 7.9638 " | 5.79 " | 1.438 0.684 | (0.4761P ² + 0.1195P+1) (2.1003P ² + 0.2511P+1) / 2.1003P ² |
| | 5 | 1 IRIS | 0.1192 " | 5.2293 " | 3.34 " | 1.236 0.771 | (0.6237P ² + 0.2385P+1) (1.6031P ² + 0.3824P+1) / 1.6031P ² |
| | 2 | 2RIS | 0.0392 " | 11.9542 " | 8.74 " | 1.455 0.682 | (0.4688P ² + 0.0784P+1) (2.1330P ² + 0.1673P+1) / 2.1330P ² |
| | 3 | | 0.1872 | 5.3408 | 2.71 | 0.964 | (1.0000P ² + 0.3744P+1) / 0.3744P ² |
| | 6 | 1 IRIS | 0.1585 " | 5.1922 " | 2.90 " | 1.068 0.879 | (0.8231P ² + 0.3170P+1) (1.2149P ² + 0.3851P+1) / 1.2149P ² |
| | 2 | 2RIS | 0.0901 " | 6.3675 " | 4.23 " | 1.301 0.681 | (0.5738P ² + 0.1802P+1) (2.1475P ² + 0.1257P+1) / 2.1475P ² |
| | 3 | 3RIS | 0.0292 " | 15.9043 " | 11.66 " | 1.462 0.746 | (0.4656P ² + 0.0585P+1) (1.7425P ² + 0.3140P+1) / 1.7425P ² |
| | 7 | 1 IRIS | 0.1158 " | 6.1147 " | 3.66 " | 1.165 0.825 | (0.7033P ² + 0.2316P+1) (1.4116P ² + 0.3270P+1) / 1.4116P ² |
| | 2 | 2RIS | 0.0666 " | 8.1093 " | 5.53 " | 1.349 0.729 | (0.5403P ² + 0.1332P+1) (1.8504P ² + 0.2466P+1) / 1.8504P ² |
| | 3 | 3RIS | 0.0218 " | 21.2211 " | 15.59 " | 1.467 0.680 | (0.4635P ² + 0.0436P+1) (2.1572P ² + 0.0942P+1) / 2.1572P ² |
| | 4 | | 0.1528 | 6.5427 | 3.31 | 0.976 | (1.0000P ² + 0.3056P+1) / 0.3056P ² |
| 100% | 2 | 1 IRIS | 0.2295 " | 2.0937 " | 1.60 " | 1.274 0.612 | (0.4805P ² + 0.4590P+1) (2.0810P ² + 0.9552P+1) / 2.0810P ² |
| | 3 | 1 IRIS | 0.1009 " | 4.0947 " | 3.22 " | 1.516 0.626 | (0.4134P ² + 0.2019P+1) (2.4186P ² + 0.4884P+1) / 2.4186P ² |
| | 2 | | 0.3101 | 3.2240 | 1.69 | 0.898 | (1.0000P ² + 0.6203P+1) / 0.6203P ² |
| | 4 | 1 IRIS | 0.2245 " | 3.0751 " | 1.92 " | 1.112 0.767 | (0.6905P ² + 0.4491P+1) (1.4481P ² + 0.6503P+1) / 1.4481P ² |
| | 2 | 2RIS | 0.0661 " | 6.0394 " | 4.80 " | 1.565 0.624 | (0.3992P ² + 0.1322P+1) (2.5046P ² + 0.3311P+1) / 2.5046P ² |
| | 5 | 1 IRIS | 0.1383 " | 4.0038 " | 2.73 " | 1.296 0.718 | (0.5540P ² + 0.2767P+1) (1.8048P ² + 0.4995P+1) / 1.8048P ² |
| | 2 | 2RIS | 0.0432 " | 9.0647 " | 7.25 " | 1.589 0.623 | (0.3922P ² + 0.0865P+1) (2.5495P ² + 0.2206P+1) / 2.5495P ² |
| | 3 | 3RIS | 0.2340 " | 4.2726 | 2.19 | 0.943 | (1.0000P ² + 0.4680P+1) / 0.4680P ² |
| | 6 | 1 IRIS | 0.1926 " | 4.0612 " | 2.35 " | 1.075 0.841 | (0.7824P ² + 0.3853P+1) (1.2779P ² + 0.4924P+1) / 1.2779P ² |
| | 2 | 2RIS | 0.1030 " | 4.8571 " | 3.46 " | 1.382 0.622 | (0.5006P ² + 0.2061P+1) (2.5697P ² + 0.1658P+1) / 2.5697P ² |
| | 3 | 3RIS | 0.0322 " | 12.0592 " | 9.67 " | 1.598 0.621 | (0.3891P ² + 0.0645P+1) (1.9973P ² + 0.4117P+1) / 1.9973P ² |
| | 7 | 1 IRIS | 0.1374 " | 4.7223 " | 2.97 " | 1.204 0.781 | (0.6492P ² + 0.2749P+1) (1.5403P ² + 0.4235P+1) / 1.5403P ² |
| | 2 | 2RIS | 0.0754 " | 6.1726 " | 4.55 " | 1.447 0.673 | (0.4656P ² + 0.1508P+1) (2.1476P ² + 0.3240P+1) / 2.1476P ² |
| | 3 | 3RIS | 0.0240 " | 16.0900 " | 12.94 " | 1.604 0.621 | (0.3870P ² + 0.0481P+1) (2.5833P ² + 0.1243P+1) / 2.5833P ² |
| | 4 | | 0.1910 | 5.2341 | 2.66 | 0.962 | (1.0000P ² + 0.3821P+1) / 0.3821P ² |

TABLA L6. Filtros de paso de banda de Legendre. Valor de los elementos y de las magnitudes de ajuste para diversos anchos de banda relativos a $B = \frac{\Delta fp}{f_0}$. Los esquemas correspondientes están dados en las tablas 3 y 4 (págs. 207 y 214).

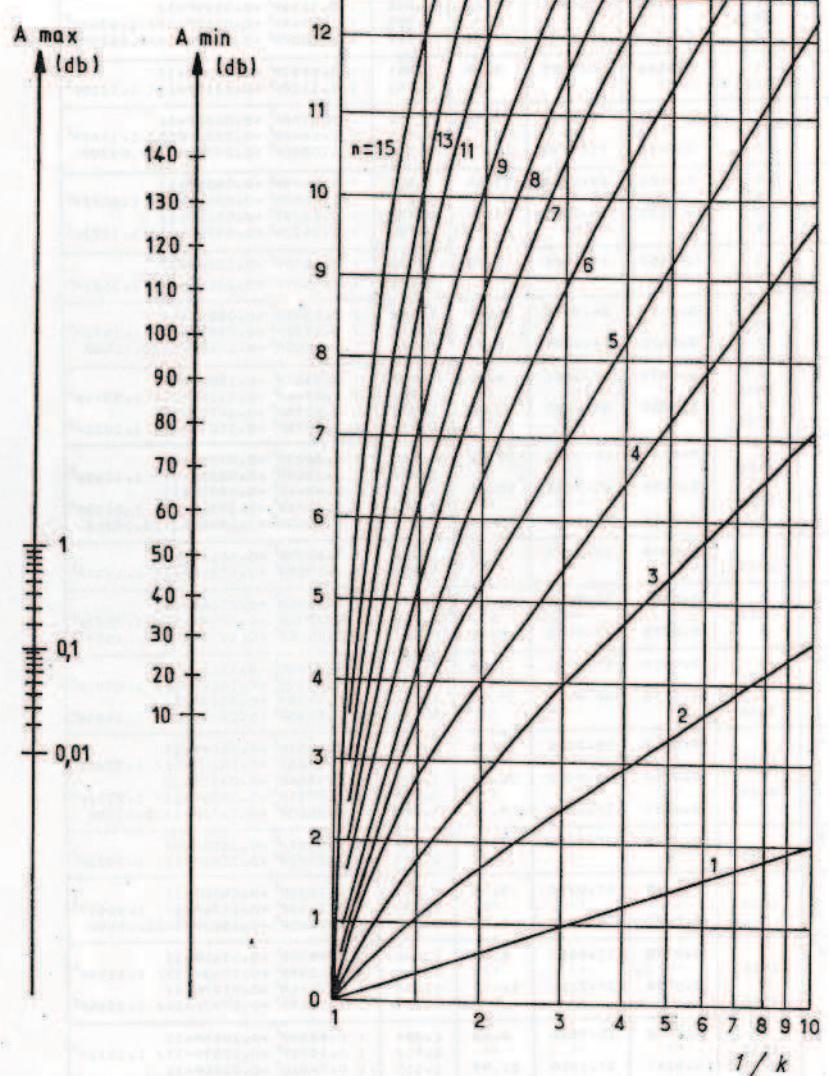


FIG. T1. Abaco que permite determinar el orden n de un filtro de Tchebyscheff cuando se conoce la selectividad k , la ondulación en la banda de paso A_{\max} y la atenuación mínima en la banda atenuada A_{\min} .

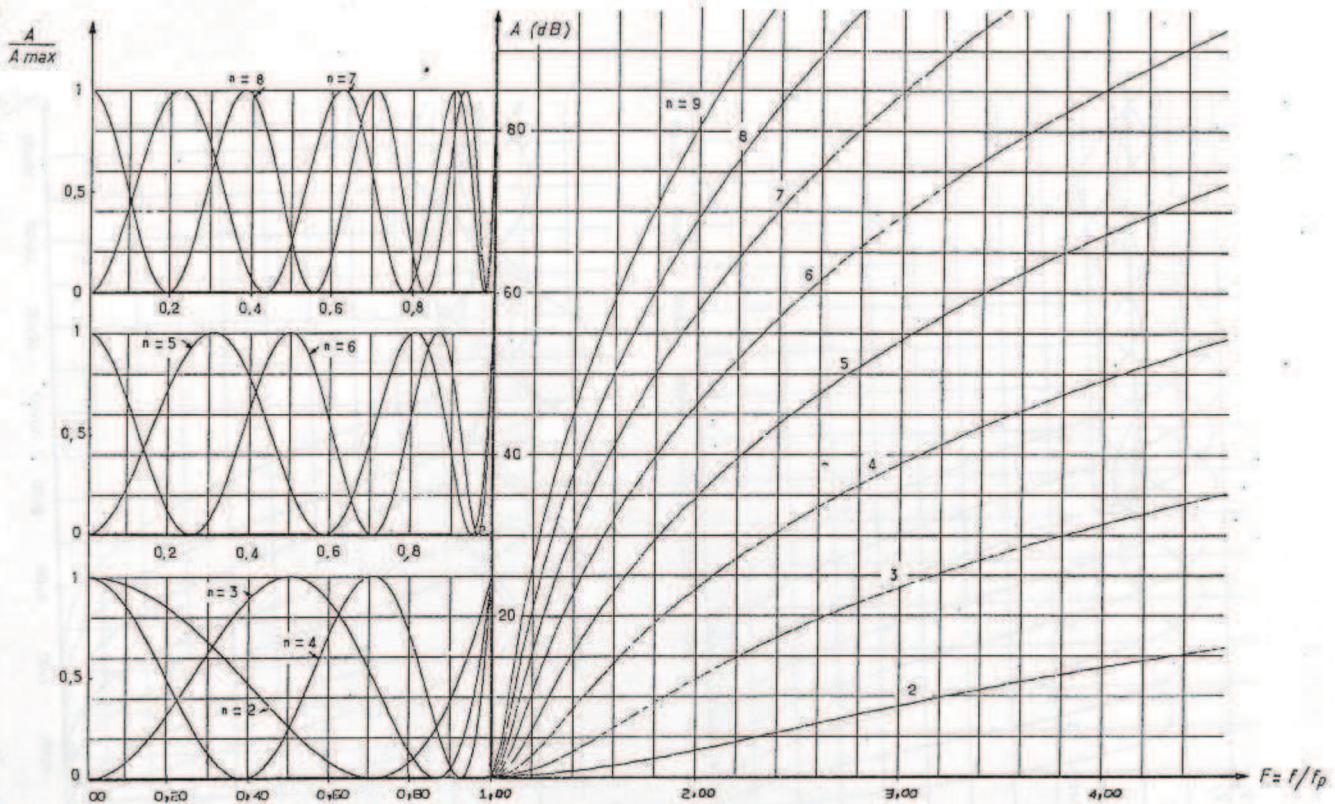
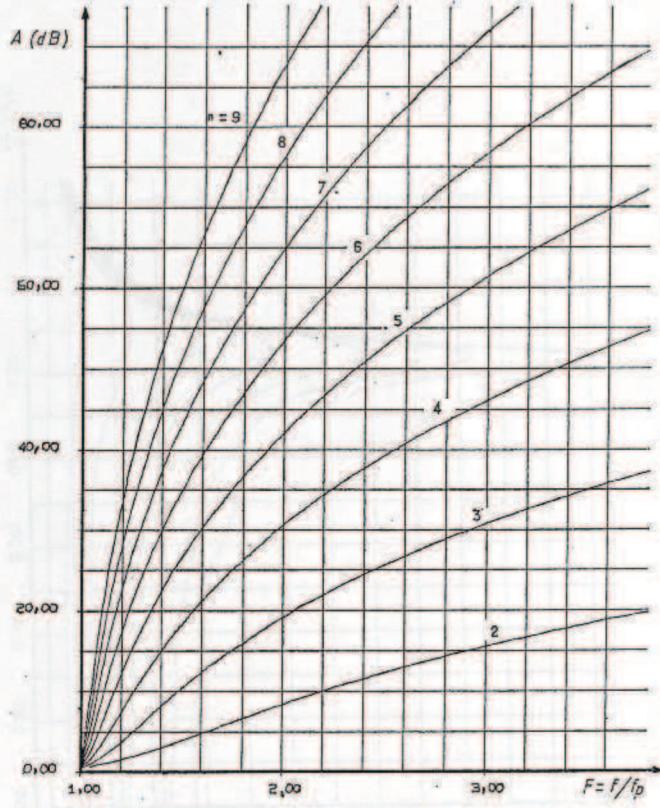
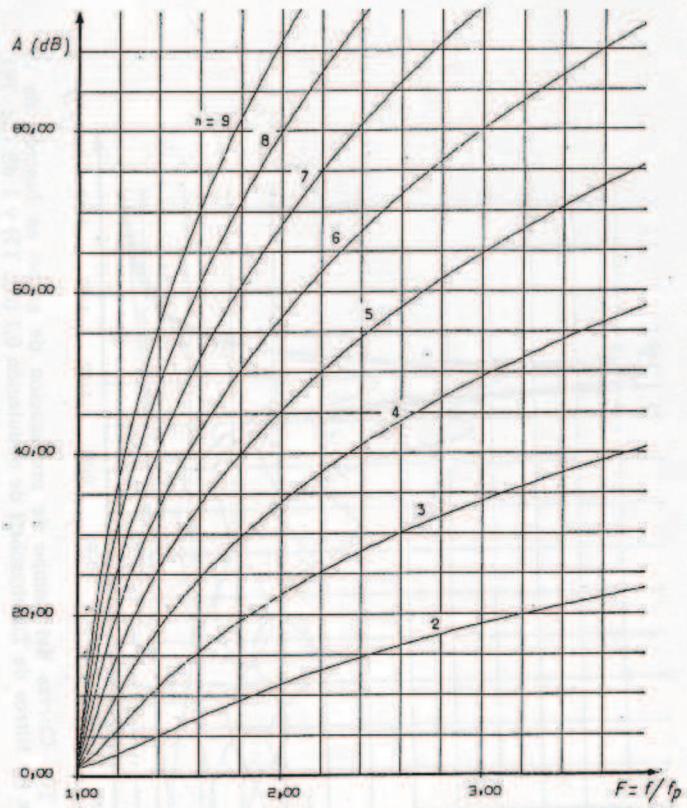
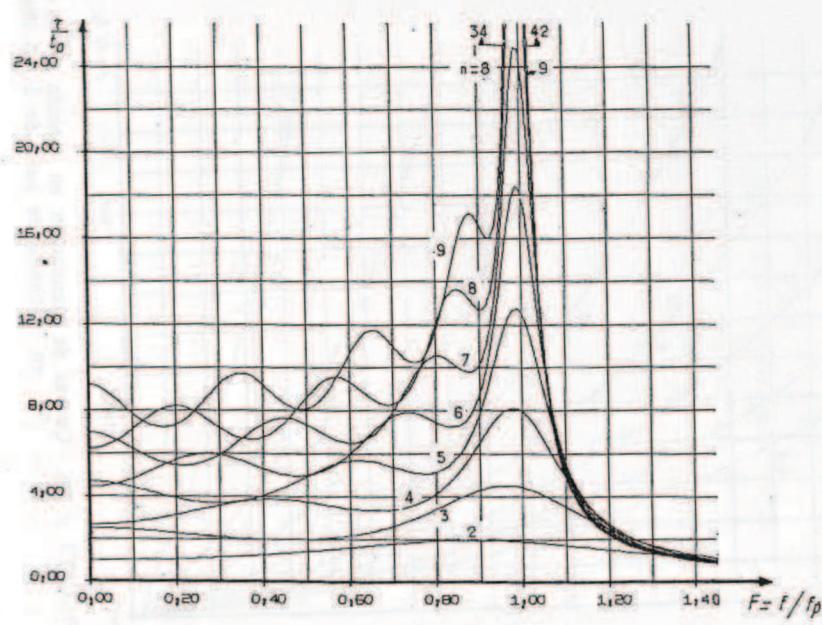
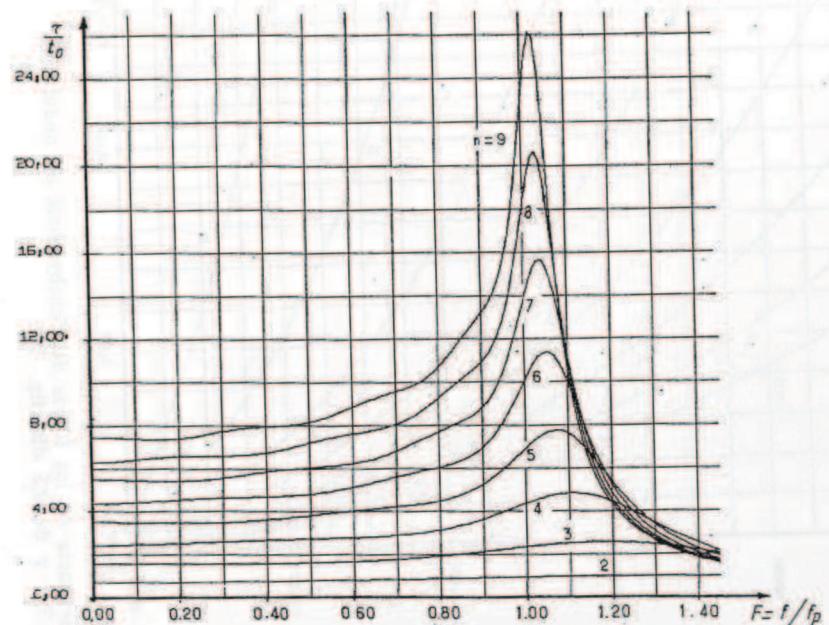


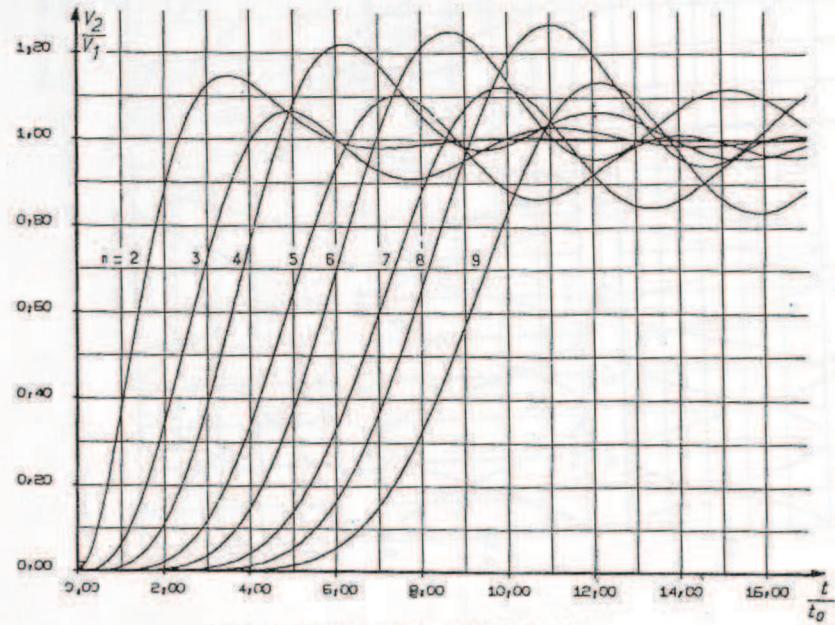
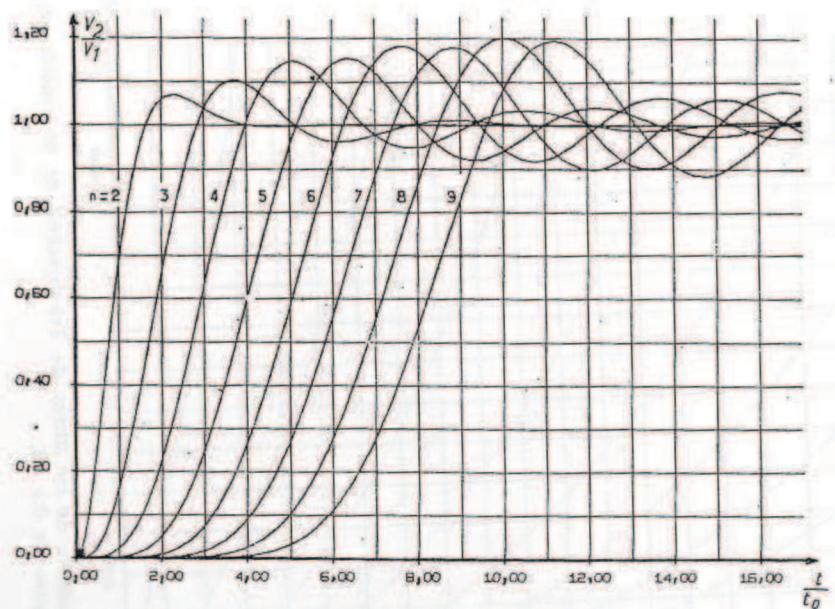
FIG. T2. Curvas de atenuación en función de la frecuencia de los filtros de Tchebyscheff de ondulación en la banda de paso de 0,1 dB.



FIGS. T3 y T4. Curvas de atenuación en función de la frecuencia de los filtros de Tchebyscheff de ondulación en la banda de paso de 1 dB (fig. T3) y de 0,5 dB (fig. T4).



Figs. T5 y T6. Curvas del tiempo de propagación de grupo en función de la frecuencia de los filtros de Tchebyscheff de ondulación 0,1 (fig. T5) y 1 dB (fig. T6).

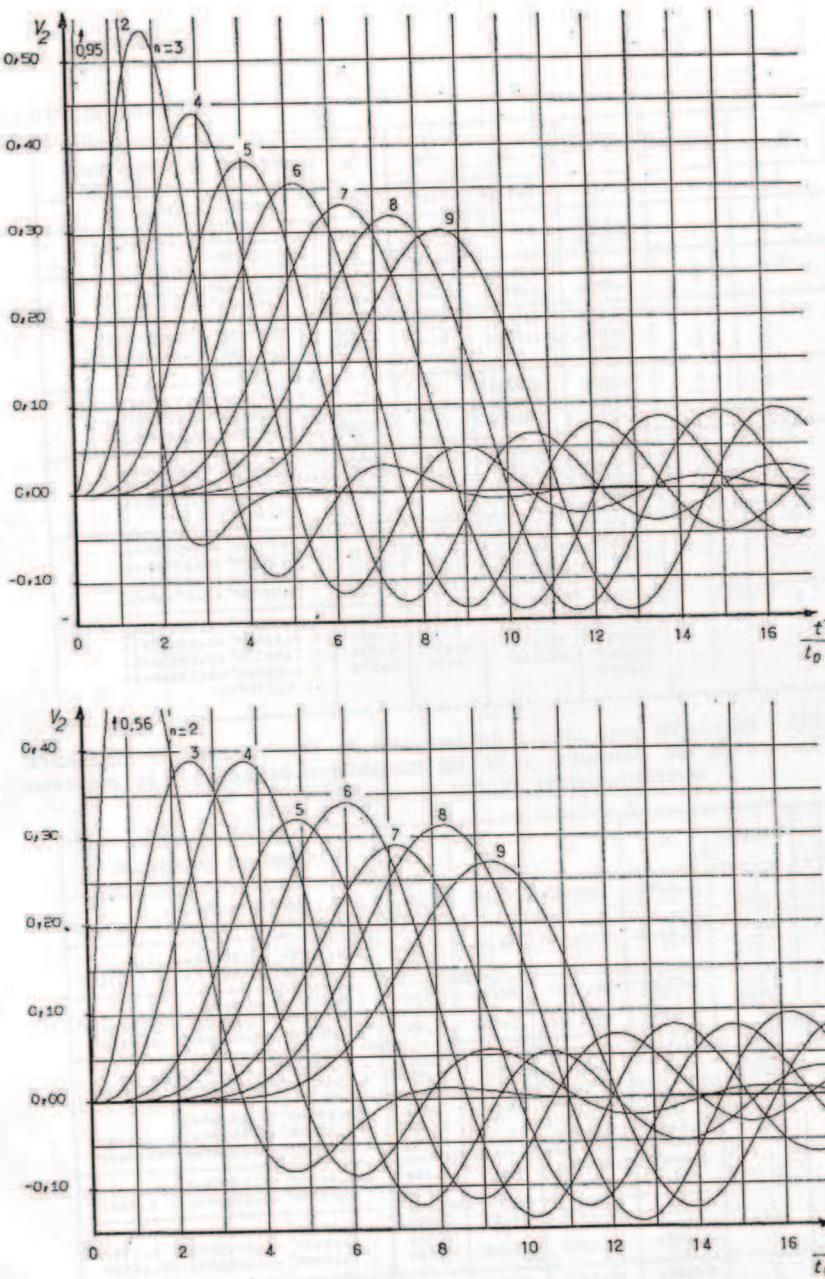


Figs. T7 y T8. Respuesta a una transición de 0 a 1 de los filtros de Tchebyscheff de ondulación 0,1 dB (fig. T7) y 1 dB (fig. T8).

FUNCIONES ELIPTICAS

| N | CIRCUITO | m | q | V _m | F _m | FUNCION DE TRANSMISION |
|---|----------|--------|---------|----------------|----------------|------------------------------------|
| 2 | 1 | 0.3579 | 0.8430 | 1.01 | 0.707 | (0.3017P ² +0.7158P+1) |
| 3 | 1 | 0.2868 | 2.0631 | 1.44 | 1.104 | (0.5918P ² +0.5736P+1) |
| | 2 | 1.0315 | - | - | - | (1.031P+1) |
| 4 | 1 | 0.1986 | 3.7856 | 2.24 | 1.091 | (0.7518P ² +0.3972P+1) |
| | 2 | 1.0237 | 1.5680 | - | - | (1.6053P ² +2.0475P+1) |
| | 3 | 0.1393 | 6.0047 | 3.32 | 1.067 | (0.8368P ² +0.2787P+1) |
| 5 | 1 | 0.6856 | 2.2936 | 1.09 | 0.505 | (1.5725P ² +1.3712P+1) |
| | 2 | 1.8555 | - | - | - | (1.855P+1) |
| | 3 | - | - | - | - | - |
| 6 | 1 | 1.6253 | 2.3362 | - | - | (3.7970P ² +3.2506P+1) |
| | 2 | 0.1015 | 8.7189 | 4.66 | 1.050 | (0.8854P ² +0.2031P+1) |
| | 3 | 0.4499 | 3.1913 | 1.43 | 0.707 | (1.4360P ² +0.8999P+1) |
| 7 | 1 | 0.0767 | 11.9273 | 6.25 | 1.038 | (0.9153P ² +0.1534P+1) |
| | 2 | 1.0280 | 2.9458 | 1.04 | 0.315 | (3.0283P ² +2.0560P+1) |
| | 3 | 0.3118 | 4.2568 | 1.91 | 0.801 | (1.3276P ² +0.6237P+1) |
| | 4 | 2.6540 | - | - | - | (2.654P+1) |
| 8 | 1 | 2.2089 | 3.1089 | - | - | (6.8675P ² +4.4178P+1) |
| | 2 | 0.0598 | 15.6298 | 8.09 | 1.030 | (0.9350P ² +0.1196P+1) |
| | 3 | 0.2280 | 5.4884 | 2.50 | 0.855 | (1.2517P ² +0.4561P+1) |
| | 4 | 0.6551 | 3.6672 | 1.30 | 0.517 | (2.4026P ² +1.3103P+1) |
| 9 | 1 | 0.4472 | 4.4942 | 1.67 | 0.631 | (2.0098P ² +0.8944P+1) |
| | 2 | 0.0478 | 19.8262 | 10.19 | 1.024 | (0.9485P ² +0.0956P+1) |
| | 3 | 1.3556 | 3.6637 | 1.03 | 0.228 | (4.9665P ² +2.7112P+1) |
| | 4 | 0.1740 | 6.8855 | 3.18 | 0.890 | (1.1985P ² +0.3481P+1) |
| | 5 | 3.4428 | - | - | - | (3.442P+1) |

TABLA T11. Filtros de paso de banda y de paso alto de Tchebyscheff, de ondulación 0,1. Valores de los elementos y de las magnitudes de ajuste. Los esquemas correspondientes figuran en las tablas 3 y 4.



FIGS. T9 y T10. Respuesta a una percusión de los filtros de Tchebyscheff de ondulación 0,1 dB (fig. T9) y 1 dB (fig. T10).

ANEXO

FUNCIONES ELIPTICAS

| N | CIRCUITO | m | q | V _m | F _m | FUNCION DE TRANSMISION |
|---|----------|--------|---------|----------------|----------------|--|
| 2 | 1 | 0.4701 | 1.4028 | 1.05 | 0.707 | (0.6595P ² + 0.9402P + 1) |
| 3 | 1 | 0.2741 | 3.1925 | 1.78 | 0.972 | (0.8753P ² + 0.5483P + 1) |
| | 2 | 1.5962 | | | | (1.596P + 1) |
| 4 | 1 | 0.1648 | 5.7027 | 2.98 | 1.001 | (0.9402P ² + 0.3297P + 1) |
| | 2 | 1.1877 | 2.3621 | - | - | (2.8057P ² + 2.3755P + 1) |
| 5 | 1 | 0.6148 | 3.4115 | 1.30 | 0.552 | (2.0974P ² + 1.2296P + 1) |
| | 2 | 0.1080 | 4.57 | 4.57 | 1.005 | (0.9654P ² + 0.2161P + 1) |
| | 3 | 2.7599 | | | | (2.759P + 1) |
| 6 | 1 | 1.8458 | 3.4507 | - | - | (6.3695P ² + 3.6917P + 1) |
| | 2 | 0.0759 | 12.8782 | 6.53 | 1.005 | (0.9774P ² + 0.1518P + 1) |
| | 3 | 0.3595 | 4.7137 | 1.88 | 0.707 | (1.6948P ² + 0.7191P + 1) |
| 7 | 1 | 0.0560 | 17.5428 | 8.85 | 1.004 | (0.9841P ² + 0.1121P + 1) |
| | 2 | 0.9091 | 4.3327 | 1.22 | 0.383 | (3.9388P ² + 1.8182P + 1) |
| | 3 | 0.2359 | 6.2609 | 2.62 | 0.791 | (1.4773P ² + 0.4719P + 1) |
| | 4 | 3.9036 | | | | (3.903P + 1) |
| 8 | 1 | 2.4904 | 4.5601 | - | - | (11.3568P ² + 4.9809P + 1) |
| | 2 | 0.0431 | 22.9251 | 11.54 | 1.004 | (0.9882P ² + 0.0862P + 1) |
| | 3 | 0.5183 | 5.3790 | 1.69 | 0.538 | (2.7882P ² + 1.0367P + 1) |
| | 4 | 0.1675 | 8.0502 | 3.50 | 0.842 | (1.3489P ² + 0.3351P + 1) |
| 9 | 1 | 0.3358 | 6.5794 | 2.27 | 0.637 | (2.2097P ² + 0.6717P + 1) |
| | 2 | 1.1925 | 5.3636 | 1.20 | 0.294 | (6.3962P ² + 2.3850P + 1) |
| | 3 | 0.0341 | 29.0252 | 14.58 | 1.003 | (0.9908P ² + 0.0682P + 1) |
| | 4 | 0.1256 | 10.0803 | 4.50 | 0.877 | (1.2668P ² + 0.2513P + 1) |
| | 5 | 5.0401 | | | | (5.040P + 1) |

TABLA T12. Filtros de paso bajo y de paso alto de Tchebyscheff, de ondulación 0,5 dB. Valores de los elementos y de las magnitudes de ajuste. Los esquemas correspondientes figuran en las tablas 3 y 4.

| N | CIRCUITO | m | q | V _m | F _m | FUNCION DE TRANSMISION | |
|---|----------|--------|---------|----------------|----------------|--|---|
| | | | | | | 1 | 2 |
| 2 | 1 | 0.4978 | 1.8219 | 1.12 | 0.707 | (0.9070P ² + 0.9956P + 1) | |
| 3 | 1 | 0.2485 | 4.0471 | 2.08 | 0.933 | (1.0058P ² + 0.4970P + 1) | |
| | 2 | 2.0235 | | | | (2.023P + 1) | |
| 4 | 1 | 0.1414 | 7.1666 | 3.59 | 0.973 | (1.0136P ² + 0.2828P + 1) | |
| | 2 | 1.2056 | 2.9665 | 1.01 | 0.228 | (3.5791P ² + 2.4113P + 1) | |
| 5 | 1 | 0.5455 | 4.2697 | 1.49 | 0.565 | (2.3293P ² + 1.0911P + 1) | |
| | 2 | 0.0905 | 11.1783 | 5.57 | 0.986 | (1.0118P ² + 0.1810P + 1) | |
| | 3 | 3.4543 | | | | (3.454P + 1) | |
| 6 | 1 | 1.8608 | 4.3091 | - | - | (8.0188P ² + 3.7217P + 1) | |
| | 2 | 0.6627 | 16.0820 | 8.01 | 0.991 | (1.0093P ² + 0.1255P + 1) | |
| | 3 | 0.3046 | 6.8864 | 2.25 | 0.707 | (1.7930P ² + 0.6092P + 1) | |
| 7 | 1 | 0.8030 | 4.4033 | 1.40 | 0.402 | (4.3393P ² + 1.6061P + 1) | |
| | 2 | 0.1959 | 7.8080 | 3.19 | 0.787 | (1.5303P ² + 0.3919P + 1) | |
| | 3 | 0.0460 | 21.8775 | 10.91 | 0.994 | (1.0073P ² + 0.0920P + 1) | |
| | 4 | 4.8682 | | | | (4.868P + 1) | |
| 8 | 1 | 2.5049 | 5.6618 | - | - | (14.2326P ² + 5.0098P + 1) | |
| | 2 | 0.1377 | 10.0305 | 4.29 | 0.838 | (1.3820P ² + 0.2755P + 1) | |
| | 3 | 0.4377 | 6.7022 | 2.02 | 0.544 | (2.9337P ² + 0.8754P + 1) | |
| | 4 | 0.0352 | 28.5648 | 14.24 | 0.995 | (1.0058P ² + 0.0704P + 1) | |
| 9 | 1 | 1.0516 | 6.6790 | 1.37 | 0.312 | (7.0242P ² + 2.1033P + 1) | |
| | 2 | 0.2783 | 8.1930 | 2.76 | 0.639 | (2.2801P ² + 0.5566P + 1) | |
| | 3 | 0.0778 | 36.1421 | 18.03 | 0.996 | (1.0047P ² + 0.0556P + 1) | |
| | 4 | 0.1027 | 12.5525 | 5.54 | 0.873 | (1.2896P ² + 0.2054P + 1) | |
| | 5 | 8.2762 | | | | (8.276P + 1) | |

TABLA T13. Filtros de paso bajo y de paso alto de Tchebyscheff, de ondulación 1 dB. Valores de los elementos y de las magnitudes de ajuste. Los esquemas correspondientes se dan en las tablas 3 y 4.

| B | N | CIRCUITO | m | q | V _m | F _m | FUNCION DE TRANSMISION |
|-----|---|----------|--------|---------|----------------|----------------|---|
| 5% | 2 | 1 | 0.0286 | 32.5965 | 16.87 | 1.034 | (0.9332P ² + 0.0572P + 1) |
| | 1 | IRIS | " | " | " | 0.965 | (1.0715P ² + 0.0613P + 1) / 1.0715P |
| 7% | 2 | 1 | 0.0395 | 22.9767 | 12.06 | 1.047 | (0.9078P ² + 0.0790P + 1) |
| | 1 | IRIS | " | " | " | 0.951 | (1.1015P ² + 0.0870P + 1) / 1.1015P |
| 10% | 3 | 1 | 0.0162 | 56.5603 | 29.50 | 1.042 | (0.9190P ² + 0.0324P + 1) |
| | 2 | IRIS | 0.0339 | 24.4731 | 14.74 | 0.958 | (1.0880P ² + 0.0253P + 1) / 1.0880P |
| 10% | 2 | 1 | 0.0552 | 15.7725 | 8.46 | 1.067 | (0.8709P ² + 0.1104P + 1) |
| | 1 | IRIS | " | " | " | 0.929 | (1.1452P ² + 0.1268P + 1) / 1.1482P |
| 15% | 3 | 1 | 0.0227 | 38.9188 | 20.67 | 1.061 | (0.8864P ² + 0.0455P + 1) |
| | 2 | IRIS | 0.0484 | 20.6311 | 10.32 | 0.940 | (1.1281P ² + 0.0513P + 1) / 1.1281P |
| 15% | 2 | 1 | 0.0797 | 10.1870 | 5.67 | 1.100 | (0.8125P ² + 0.1595P + 1) |
| | 1 | IRIS | " | " | " | 0.894 | (1.2307P ² + 0.1963P + 1) / 1.2307P |
| 15% | 3 | 1 | 0.0330 | 25.2334 | 13.81 | 1.093 | (0.8346P ² + 0.0661P + 1) |
| | 2 | IRIS | 0.0727 | 13.7541 | 6.89 | 0.912 | (1.1981P ² + 0.0792P + 1) / 1.1981P |
| 15% | 4 | 1 | 0.0461 | 20.2025 | 10.47 | 1.033 | (0.9325P ² + 0.0923P + 1) |
| | 2 | IRIS | 0.0181 | 46.5674 | 25.35 | 0.918 | (1.1832P ² + 0.0429P + 1) / 1.1832P |
| | 2 | 2815 | " | " | " | 0.963 | (0.8451P ² + 0.0362P + 1) |
| | | | | | | | (1.0723P ² + 0.3989P + 1) / 1.0723P |

TABLA T14. (Ver leyenda página 262).

| B | N | CIRCUITO | m | q | V _m | F _m | FUNCION DE TRANSMISION |
|-----|----|-------------------|-------------------|--------------------|----------------|---|---|
| 20% | 2 | 1 1RIS | 0.1022 " | 7.4098 " | 4.28 " | 1.132 0.858 | (0.7578P ² +0.2045P+1) (1.3194P ² +0.2699P+1) / 1.3194P ² |
| | 3 | 1 1RIS | 0.0426 " | 18.4226 " | 10.40 " | 1.125 0.894 | (0.7858P ² +0.0853P+1) (1.2724P ² +0.1085P+1) / 1.2724P ² |
| | 2 | 0.0969 " | 10.3155 " | 5.18 " | 0.990 " | (1.0000P ² +0.1938P+1) / 0.1938P . | |
| | 4 | 1 1RIS | 0.0608 " | 14.9832 " | 7.86 " | 1.043 0.893 | (0.9110P ² +0.1216P+1) (1.2512P ² +0.0587P+1) / 1.2512P ² |
| | 2 | 0.0234 " | 34.0557 " | 19.05 " | 1.117 0.950 | (0.7992P ² +0.0469P+1) (1.0978P ² +0.1334P+1) / 1.0978P ² | |
| | 5 | 1 1RIS | 0.0406 " | 21.5023 " | 11.50 " | 1.067 0.897 | (0.8749P ² +0.0813P+1) (1.2407P ² +0.0368P+1) / 1.2407P ² |
| | 2 | 0.0148 " | 54.2229 " | 30.20 " | 1.113 0.933 | (0.8059P ² +0.0297P+1) (1.1424P ² +0.0930P+1) / 1.1424P ² | |
| | 3 | 0.0538 " | 18.5558 " | 9.29 " | 0.997 " | (1.0000P ² +0.1077P+1) / 0.1077P | |
| | 2 | 1 1RIS | 0.1227 " | 5.7550 " | 3.46 " | 1.163 0.822 | (0.7066P ² +0.2455P+1) (1.4151P ² +0.3475P+1) / 1.4151P ² |
| 25% | 3 | 1 1RIS | 0.0515 " | 14.3602 " | 8.36 " | 1.158 0.857 | (0.7401P ² +0.1030P+1) (1.3511P ² +0.1392P+1) / 1.3511P ² |
| | 2 | 0.1211 8.2524 | " | 4.15 " | 0.985 " | (1.0000P ² +0.2423P+1) / 0.2423P | |
| | 4 | 1 1RIS | 0.0750 " | 11.8544 " | 6.30 " | 1.053 0.868 | (0.8899P ² +0.1501P+1) (1.3229P ² +0.0752P+1) / 1.3229P ² |
| | 2 | 0.0284 " | 26.5883 " | 15.29 " | 1.148 0.937 | (0.7559P ² +0.0568P+1) (1.1236P ² +0.1687P+1) / 1.1236P ² | |
| | 5 | 1 1RIS | 0.0499 " | 16.9381 " | 9.22 " | 1.083 0.873 | (0.8462P ² +0.0999P+1) (1.3090P ² +0.0472P+1) / 1.3090P ² |
| | 2 | 0.0183 " | 42.3670 " | 24.24 " | 1.143 0.917 | (0.7638P ² +0.0360P+1) (1.1817P ² +0.1180P+1) / 1.1817P ² | |
| | 3 | 0.0673 " | 14.8446 " | 7.43 " | 0.995 " | (1.0000P ² +0.1347P+1) / 0.1347P | |
| | 2 | 1 1RIS | 0.1413 " | 4.6608 " | 2.91 " | 1.194 0.786 | (0.6585P ² +0.2826P+1) (1.5184P ² +0.4291P+1) / 1.5184P ² |
| 30% | 3 | 1 1RIS | 0.0597 " | 11.6711 " | 7.00 " | 1.191 0.830 | (0.6971P ² +0.1194P+1) (1.4344P ² +0.1713P+1) / 1.4344P ² |
| | 2 | 0.1454 6.8770 | " | 3.47 " | 0.978 " | (1.0000P ² +0.2908P+1) / 0.2908P | |
| | 4 | 1 1RIS | 0.0889 " | 9.7707 " | 5.26 " | 1.062 0.844 | (0.8693P ² +0.1779P+1) (1.3985P ² +0.0924P+1) / 1.3985P ² |
| | 2 | 0.0330 21.6412 | " | 12.80 " | 1.180 0.923 | (0.7150P ² +0.0660P+1) (1.1503P ² +0.2046P+1) / 1.1503P ² | |
| | 5 | 1 1RIS | 0.0588 " | 19.9024 " | 7.70 " | 1.100 0.850 | (0.8184P ² +0.1177P+1) (1.3809P ² +0.0579P+1) / 1.3809P ² |
| | 2 | 0.0209 34.5098 | " | 20.28 " | 1.174 0.900 | (0.7261P ² +0.0419P+1) (1.2218P ² +0.1438P+1) / 1.2218P ² | |
| | 3 | 0.0808 12.3705 | " | 6.20 " | 0.993 " | (1.0000P ² +0.1616P+1) / 0.1616P | |
| | 6* | 1 1RIS | 0.0614 " | 14.9396 " | 7.81 " | 1.039 0.954 | (0.9184P ² +0.1229P+1) (1.0888P ² +0.1338P+1) / 1.0888P ² |
| 40% | 2 | 2 2RIS | 0.0415 19.0750 | 10.72 " | 1.120 " | 0.853 " | (0.7931P ² +0.0831P+1) (1.3712P ² +0.0397P+1) / 1.3712P ² |
| | 3 | 0.0145 50.2582 | " | 29.43 " | 1.170 0.885 | (0.7292P ² +0.0294P+1) (1.2608P ² +0.1048P+1) / 1.2608P ² | |
| | 4 | 1 1RIS | 0.1724 " | 3.3114 " | 2.25 " | 1.252 0.715 | (0.5712P ² +0.3449P+1) (1.7506P ² +0.6039P+1) / 1.7506P ² |
| | 3 | 1 1RIS | 0.0741 0.1938 | 5.33 5.1577 | 5.33 2.62 | 1.259 0.779 | (0.6118P ² +0.1482P+1) (1.6160P ² +0.2395P+1) / 1.6160P ² |
| | 4 | 1 1RIS | 0.1156 " | 7.1709 15.5232 | 3.96 9.71 | 1.080 1.246 | (0.8292P ² +0.2312P+1) (1.5619P ² +0.1298P+1) / 1.5619P ² |
| | 2 | 0.0412 15.5232 | " | 9.71 " | 0.895 0.895 | (0.6402P ² +0.0824P+1) (1.2059P ² +0.2789P+1) / 1.2059P ² | |
| | 5 | 1 1RIS | 0.0756 0.0262 | 10.1232 24.7864 | 5.80 15.36 | 1.134 1.237 | (0.7654P ² +0.1512P+1) (1.5358P ² +0.3806P+1) / 1.5358P ² |
| | 2 | 2 2RIS | 0.1077 9.2779 | 4.66 " | 0.805 0.869 | (0.6511P ² +0.0525P+1) (1.3664P ² +0.1975P+1) / 1.3664P ² | |
| | 3 | 0.0538 18.5558 | " | 4.66 " | 0.988 0.988 | (1.0000P ² +0.2155P+1) / 0.2155P ² | |

TABLA T14. (Ver leyenda página 262).

| B | N | CIRCUITO | m | q | V _m | F _m | FUNCION DE TRANSMISION |
|-----|---|-----------|-------------|-------------------|----------------|----------------|---|
| 40% | 6 | 1 1RIS | 0.0807 " | 11.0539 " | 5.87 " | 1.050 0.937 | (0.8926P ² +0.1615P+1) (1.1202P ² +0.1809P+1) / 1.1202P ² |
| | 2 | 2 2RIS | 0.0530 " | 13.8374 " | 8.08 " | 1.162 0.810 | (0.7343P ² +0.1061P+1) (1.5213P ² +0.0553P+1) / 1.5213P ² |
| | 3 | 3 3RIS | 0.0181 " | 36.1243 " | 22.28 " | 1.232 0.853 | (0.6572P ² +0.0363P+1) (1.3617P ² +0.1445P+1) / 1.3617P ² |
| | 2 | 1 1RIS | 0.1962 " | 2.5197 " | 1.86 " | 1.306 0.646 | (0.4944P ² +0.3924P+1) (2.0226P ² +0.7937P+1) / 2.0226P ² |
| | 3 | 1 1RIS | 0.0859 2 | 6.3948 4.1262 | 4.34 2.12 | 1.330 0.939 | (0.5497P ² +0.1719P+1) (1.8188P ² +0.3127P+1) / 1.8188P ² |
| | 4 | 1 1RIS | 0.1407 2 | 5.6156 11.9165 | 3.19 7.88 | 1.096 0.754 | (0.7906P ² +0.2815P+1) (1.7424P ² +0.1678P+1) / 1.7424P ² |
| | 5 | 1 1RIS | 0.0909 2 | 7.8711 19.0485 | 4.67 12.45 | 1.148 0.764 | (0.7158P ² +0.1818P+1) (1.7061P ² +0.1049P+1) / 1.7061P ² |
| | 6 | 1 1RIS | 0.0994 2 | 8.7253 10.7237 | 4.71 6.52 | 1.061 0.920 | (0.8674P ² +0.1988P+1) (1.1528P ² +0.2292P+1) / 1.1528P ² |
| 50% | 3 | 3 3RIS | 0.0213 " | 27.7790 " | 18.04 " | 1.205 0.769 | (0.6801P ² +0.1268P+1) (1.6862P ² +0.0719P+1) / 1.6862P ² |
| | 4 | 1 1RIS | 0.1644 2 | 4.5823 9.5598 | 2.68 6.67 | 1.110 0.713 | (0.7533P ² +0.3288P+1) (1.9410P ² +0.2092P+1) / 1.9410P ² |
| | 5 | 1 1RIS | 0.1049 2 | 6.3819 15.2952 | 3.93 10.53 | 1.297 0.804 | (0.6694P ² +0.2098P+1) (1.8928P ² +0.1307P+1) / 1.8928P ² |
| | 6 | 1 1RIS | 0.1174 2 | 7.1752 8.6702 | 3.94 5.48 | 1.201 0.725 | (0.4937P ² +0.3133P+1) / 1.4937P ² |
| | 7 | 1 1RIS | 0.0726 3 | 0.0240 22.3168 | 1.372 15.25 | 1.372 0.731 | (0.8427P ² +0.2349P+1) (1.8665P ² +0.2787P+1) / 1.8665P ² |
| | 8 | 1 1RIS | 0.2290 1 | 1.3890 1.4511 | 1.34 1.451 | 1.451 0.461 | (0.3181P ² +0.4580P+1) (3.1433P ² +1.4398P+1) / 3.1433P ² |
| | 9 | 1 1RIS | 0.1085 2 | 3.5818 2.5788 | 2.91 1.39 | 1.554 0.604 | (0.3889P ² +0.2171P+1) (2.5712P ² +0.5583P+1) / 2.5712P ² |
| 60% | 4 | 1 1RIS | 0.2069 2 | 3.5979 6.7062 | 2.06 5.21 | 1.131 0.639 | (0.6825P ² +0.4139P+1) (2.3969P ² +0.2982P+1) / 2.3969P ² |
| | 5 | 1 1RIS | 0.1287 2 | 4.5453 10.7434 | 3.01 8.19 | 1.269 0.516 | (0.5853P ² +0.2575P+1) (2.3184P ² +0.1861P+1) / 2.3184P ² |
| | 6 | 1 1RIS | 0.1516 2 | 5.2421 6.1490 | 2.98 4.20 | 1.242 0.661 | (0.4661P ² +0.1604P+1) / 1.4661P ² |
| | 7 | 1 1RIS | 0.0401 2 | 4.6389 1.2155 | 3.01 2.37 | 1.263 0.952 | (0.1208P ² +0.4400P+1) / 1.7082P ² |
| | 8 | 1 1RIS | 0.1516 2 | 5.2421 6.1490 | 2.98 4.20 | 1.088 1.339 | (0.7950P ² +0.3033P+1) (1.2577P ² +0.3815P+1) / 1.2577P ² |
| | 9 | 1 1RIS | 0.0280 2 | 15.6863 1.2155 | 11.84 1.11 | 1.506 0.725 | (0.5414P ² +0.1761P+1) (2.2763P ² +0.1274P+1) / 2.2763P ² |
| 80% | 4 | 1 1RIS | 0.0622 2 | 6.7062 1.2155 | 5.21 2.37 | 1.244 0.772 | (0.4172P ² +0.1244P+1) (1.4661P ² +0.1604P+1) / 1.4661P ² |
| | 5 | 1 1RIS | 0.0401 2 | 10.7434 4.6389 | 3.01 2.37 | 1.263 0.952 | (0.1400P ² +0.4311P+1) / 0.4311P ² |
| | 6 | 1 1RIS | 0.1516 2 | 5.2421 6.1490 | 2.98 4.20 | 1.088 1.339 | (0.7950P ² +0.3033P+1) (1.2577P ² +0.3815P+1) / 1.2577P ² |
| | 7 | 1 1RIS | 0.0280 2 | 15.6863 1.2155 | 11.84 1.11 | 1.506 0.725 | (0.5414P ² +0.1761P+1) (2.2763P ² +0.1274P+1) / 2.2763P ² |
| | 8 | 1 1RIS | 0.0280 2 | 15.6863 1.2155 | 11.84 1.11 | 1.506 0.725 | (0.4392P ² +0.0560P+1) (1.8469P ² +0.3252P+1) / 1.8469P ² |
| | 9 | 1 1RIS | 0.0280 2 | 15.6863 1.2155 | 11.84 1.11 | 1.506 0.725 | (0.4392P ² +0.0560P+1) (1.8469P ² +0.3252P+1) / 1.8469P ² |

TABLA T14. (Ver leyenda página 262).

ANEXO

| B | N | CIRCUITO | m | q | V _m | F _m | FUNCION DE TRANSMISION |
|------|-----------|-------------|--------------|-------------|----------------|--|--|
| 100% | 2 | 1 1BIS | 0.2280 " | 1.0436 " | 1.21 " | 1.538 0.366 | (0.2379P ² +0.4560P+1) (4.2021P ² +1.9183P+1)/ 4.2021P ² |
| | 3 | 1 1BIS | 0.1151 " | 2.7062 " | 2.47 " | 1.713 0.534 | (0.3117P ² +0.2303P+1) (3.2077P ² +0.7390P+1)/ 3.2077P ² |
| | 4 | 2 2BIS | 0.4847 " | 2.0631 " | 1.17 " | 0.728 0.705 | (1.0000P ² +0.9694P+1)/0.9694P (1.6230P ² +0.7892P+1)/ 1.6230P ² |
| | | 1 1BIS | 0.2431 " | 2.9341 " | 1.89 " | 1.145 0.575 | (0.6161P ² +0.4862P+1) (2.9366P ² +0.3941P+1)/ 2.9366P ² |
| | 2 2BIS | 0.0671 " | 5.0747 " | 4.37 " | 1.690 " | 0.3405P ² +0.1342P+1 0.6230P ² +0.7892P+1)/ 1.6230P ² | |
| | 5 | 1 1BIS | 0.1476 " | 3.4675 " | 2.47 " | 1.336 0.592 | (0.5118P ² +0.2952P+1) (2.8187P ² +0.2458P+1)/ 2.8187P ² |
| | 2 2BIS | 0.0436 " | 8.1351 " | 6.84 " | 1.669 0.684 | (0.3547P ² +0.0872P+1) (1.9538P ² +0.5767P+1)/ 1.9538P ² | |
| | 3 3BIS | 0.2694 " | 3.7111 " | 1.92 " | 0.924 0.924 | (1.0000P ² +0.5389P+1)/0.5389P (1.6230P ² +0.7892P+1)/ 1.6230P ² | |
| | 6 | 1 1BIS | 0.1833 " | 4.0856 " | 2.41 " | 1.102 0.825 | (0.7492P ² +0.3666P+1) (1.3346P ² +0.4893P+1)/ 1.3346P ² |
| | 2 2BIS | 0.0996 " | 4.6791 " | 3.46 " | 1.433 0.600 | (0.4662P ² +0.1992P+1) (2.7563P ² +0.1683P+1)/ 2.7563P ² | |
| | 3 3BIS | 0.0305 " | 11.8821 " | 9.87 " | 1.655 0.668 | (0.3628P ² +0.0610P+1) (2.1450P ² +0.4274P+1)/ 2.1450P ² | |

TABLA T14. Filtros de paso de banda de Tchebyscheff, de ondulación 0,1 dB. Valor de los elementos y de las magnitudes de ajuste para diversos anchos de banda relativos $B = \frac{\Delta fp}{f_0}$. Los esquemas correspondientes figuran en las tablas 3 y 4.

FUNCIONES ELIPTICAS

| B | N | CIRCUITO | m | q | V _m | F _m | FUNCION DE TRANSMISION |
|-----|---|-----------|-------------|--------------|----------------|----------------|--|
| 10% | 2 | 1 1BIS | 0.0338 " | 26.7174 " | 14.05 " | 1.050 0.949 | (0.9044P ² +0.0677P+1) (1.1056P ² +0.0748P+1)/ 1.1056P ² |
| | 3 | 1 1BIS | 0.0494 " | 17.3970 " | 9.39 " | 1.075 0.924 | (0.8601P ² +0.0988P+1) (1.1626P ² +0.1149P+1)/ 1.1626P ² |
| 15% | 2 | 1 1BIS | 0.0216 " | 39.5446 " | 21.35 " | 1.079 0.925 | (0.8579P ² +0.0433P+1) (1.1655P ² +0.0505P+1)/ 1.1655P ² |
| | 3 | 1 1BIS | 0.0469 " | 21.2837 " | 10.65 " | 0.997 0.997 | (1.0000P ² +0.0939P+1)/ 0.9939P |
| 20% | 2 | 1 1BIS | 0.0641 " | 12.7518 " | 7.06 " | 1.100 0.899 | (0.8179P ² +0.1282P+1) (1.2225P ² +0.1568P+1)/ 1.2225P ² |
| | 3 | 1 1BIS | 0.0281 " | 28.9781 " | 16.05 " | 1.106 0.902 | (0.8153P ² +0.0562P+1) (1.2264P ² +0.0690P+1)/ 1.2264P ² |
| 25% | 2 | 1 1BIS | 0.0626 " | 15.9628 " | 7.99 " | 0.996 0.996 | (1.0000P ² +0.1252P+1)/ 0.1252P |
| | 4 | 1 1BIS | 0.0405 " | 22.6675 " | 11.83 " | 1.041 0.903 | (0.9197P ² +0.0811P+1) (1.2249P ² +0.0386P+1)/ 1.2249P ² |
| 30% | 2 | 1 1BIS | 0.0157 " | 51.7907 " | 28.66 " | 1.106 0.957 | (0.8163P ² +0.0315P+1) (1.0878P ² +0.0882P+1)/ 1.0878P ² |
| | 3 | 1 1BIS | 0.0341 " | 27.6662 " | 12.88 " | 1.134 0.878 | (0.7777P ² +0.1559P+1) (1.2857P ² +0.2004P+1)/ 1.2857P ² |
| 35% | 2 | 1 1BIS | 0.0783 " | 12.7702 " | 6.40 " | 1.134 0.993 | (0.7749P ² +0.0683P+1) (1.2904P ² +0.0882P+1)/ 1.2904P ² |
| | 4 | 1 1BIS | 0.0501 " | 17.9527 " | 9.47 " | 1.051 0.880 | (0.9000P ² +0.1002P+1) (1.2884P ² +0.0493P+1)/ 1.2884P ² |
| 40% | 2 | 1 1BIS | 0.0191 " | 40.5153 " | 22.99 " | 1.134 0.946 | (0.7761P ² +0.0383P+1) (1.1110P ² +0.1114P+1)/ 1.1110P ² |
| | 3 | 1 1BIS | 0.0909 " | 8.1345 " | 4.75 " | 1.149 0.850 | (0.7395P ² +0.1818P+1) (1.3522P ² +0.2458P+1)/ 1.3522P ² |
| 45% | 2 | 1 1BIS | 0.0398 " | 18.4806 " | 10.77 " | 1.162 0.856 | (0.7365P ² +0.0797P+1) (1.3575P ² +0.1082P+1)/ 1.3575P ² |
| | 3 | 1 1BIS | 0.0939 " | 10.6418 " | 5.34 " | 1.162 0.991 | (1.0000P ² +0.1579P+1)/ 0.1R79P |
| 50% | 2 | 1 1BIS | 0.0594 " | 14.8124 " | 7.90 " | 1.060 0.858 | (0.8812P ² +0.1189P+1) (1.3550P ² +0.0605P+1)/ 1.3550P ² |
| | 3 | 1 1BIS | 0.0223 " | 33.0381 " | 19.23 " | 1.163 0.934 | (0.7380P ² +0.0446P+1) (1.1347P ² +0.1350P+1)/ 1.1347P ² |

TABLA T15. Filtros de paso de banda de Tchebyscheff, de ondulación 0,5 dB. Valor de los elementos y de las magnitudes de ajuste para diversos anchos de banda relativos $B = \frac{\Delta fp}{f_0}$. Los esquemas correspondientes figuran en las tablas 3 y 4.

| B | N | CIRCUITO | m | q | Vm | Fm | FUNCION DE TRANSMISION |
|-----|---|----------|-------------|--------------|------------|----------------|---|
| | | | 1 | 2 | 3 | 4 | |
| 40% | 1 | IRIS | 0.1142 " | 5.8514 " | 3.61 " | 1.199 0.801 | (0.6684P ² +0.2284P+1) (1.4961P ² +0.3417P+1) / 1.4961P ² |
| | 1 | IRIS | 0.0500 " | 13.2955 " | 8.16 " | 1.220 0.812 | (0.6658P ² +0.1801P+1) (1.5019P ² +0.1504P+1) / 1.5019P ² |
| | 2 | IRIS | 0.1252 " | 7.9814 " | 4.02 " | 0.984 0.935 | (1.0000P ² +0.2305P+1) / 0.2305P ² |
| | 1 | IRIS | 0.0775 " | 10.8936 " | 5.94 " | 1.080 0.816 | (0.8446P ² +0.1550P+1) (1.4977P ² +0.0841P+1) / 1.4977P ² |
| | 2 | IRIS | 0.0280 " | 23.7756 " | 14.55 " | 1.222 0.912 | (0.6676P ² +0.0561P+1) (1.1838P ² +0.1835P+1) / 1.1838P ² |
| | 1 | IRIS | 0.0519 " | 15.1721 " | 8.61 " | 1.129 0.879 | (0.7789P ² +0.1026P+1) (1.2838P ² +0.1318P+1) / 1.2838P ² |
| | 2 | IRIS | 0.0179 " | 37.2662 " | 22.78 " | 1.222 0.817 | (0.6689P ² +0.0359P+1) (1.4948P ² +0.0936P+1) / 1.4948P ² |
| | 3 | IRIS | 0.0724 " | 13.7999 " | 6.91 " | 0.994 0.935 | (1.0000P ² +0.1449P+1) / 0.1449P ² |
| | 1 | IRIS | 0.1341 " | 4.5002 " | 2.93 " | 1.247 0.753 | (0.6039P ² +0.2683P+1) (1.6558P ² +0.4444P+1) / 1.6558P ² |
| 50% | 1 | IRIS | 0.0588 " | 10.2309 " | 6.61 " | 1.281 0.771 | (0.6023P ² +0.1177P+1) (1.6602P ² +0.1954P+1) / 1.6602P ² |
| | 2 | IRIS | 0.1566 " | 6.3481 " | 3.23 " | 0.975 0.935 | (1.0000P ² +0.3132P+1) / 0.3132P ² |
| | 1 | IRIS | 0.0946 " | 8.5490 " | 4.77 " | 1.099 0.775 | (0.8095P ² +0.1893P+1) (1.6541P ² +0.1092P+1) / 1.6541P ² |
| | 2 | IRIS | 0.0330 " | 18.3008 " | 11.77 " | 1.283 0.889 | (0.6045P ² +0.3660P+1) (1.2352P ² +0.2339P+1) / 1.2352P ² |
| | 1 | IRIS | 0.0619 " | 11.8187 " | 6.92 " | 1.162 0.851 | (0.7318P ² +0.1238P+1) (1.3663P ² +0.1692P+1) / 1.3663P ² |
| | 2 | IRIS | 0.0211 " | 29.6897 " | 18.43 " | 1.283 0.777 | (0.6060P ² +0.0422P+1) (1.6499P ² +0.3647P+1) / 1.6499P ² |
| | 3 | IRIS | 0.0905 " | 11.0399 " | 5.54 " | 0.991 0.935 | (1.0000P ² +0.1811P+1) / 0.1811P ² |
| | 1 | IRIS | 0.0675 " | 12.9291 " | 6.93 " | 1.064 0.929 | (0.2734P ² +0.1351P+1) (1.1449P ² +0.1546P+1) / 1.1449P ² |
| | 2 | IRIS | 0.0433 " | 14.9554 " | 9.60 " | 1.198 0.778 | (1.5924P ² +0.2867P+1) (1.6472P ² +0.0483P+1) / 1.6472P ² |
| 60% | 1 | IRIS | 0.0166 " | 41.3024 " | 26.56 " | 1.283 0.820 | (0.6070P ² +0.6293P+1) (1.4441P ² +0.1253P+1) / 1.4441P ² |
| | 1 | IRIS | 0.1509 " | 3.6135 " | 2.49 " | 1.296 0.707 | (0.5454P ² +0.3019P+1) (1.8332P ² +0.5534P+1) / 1.8332P ² |
| | 1 | IRIS | 0.0663 " | 8.2227 " | 5.58 " | 1.343 0.732 | (0.5454P ² +0.1326P+1) (1.8332P ² +0.2432P+1) / 1.8332P ² |
| | 2 | IRIS | 0.1879 " | 5.3209 " | 2.70 " | 0.984 0.935 | (1.0000P ² +0.3758P+1) / 0.3758P ² |
| | 1 | IRIS | 0.1109 " | 6.9910 " | 4.00 " | 1.117 0.738 | (0.7757P ² +0.2219P+1) (1.8247P ² +0.1359P+1) / 1.8247P ² |
| | 2 | IRIS | 0.0372 " | 14.7134 " | 9.95 " | 1.347 0.866 | (0.5480P ² +0.0744P+1) (1.2890P ² +0.2860P+1) / 1.2890P ² |
| | 1 | IRIS | 0.0716 " | 9.5963 " | 5.80 " | 1.196 0.823 | (0.6877P ² +0.1433P+1) (1.4540P ² +0.2084P+1) / 1.4540P ² |
| | 2 | IRIS | 0.0238 " | 23.0694 " | 15.56 " | 1.347 0.740 | (0.5497P ² +0.0476P+1) (1.8189P ² +0.0866P+1) / 1.8189P ² |
| | 3 | IRIS | 0.1026 " | 9.1999 " | 4.62 " | 0.988 0.935 | (1.0000P ² +0.2173P+1) / 0.2173P ² |
| 80% | 1 | IRIS | 0.0798 " | 10.6395 " | 5.79 " | 1.076 0.914 | (0.8499P ² +0.1597P+1) (1.1765P ² +0.1879P+1) / 1.1765P ² |
| | 2 | IRIS | 0.0498 " | 12.9148 " | 8.05 " | 1.241 0.741 | (0.6438P ² +0.0997P+1) (1.8154P ² +0.0600P+1) / 1.8154P ² |
| | 3 | IRIS | 0.0165 " | 33.2864 " | 22.43 " | 1.346 0.799 | (0.5508P ² +0.0330P+1) (1.5530P ² +0.1548P+1) / 1.5530P ² |
| | 1 | IRIS | 0.1755 " | 2.5335 " | 1.96 " | 1.391 0.618 | (0.4447P ² +0.3510P+1) (2.2484P ² +0.7894P+1) / 2.2484P ² |
| | 1 | IRIS | 0.0776 " | 5.7812 " | 4.34 " | 1.472 0.660 | (0.4486P ² +0.1552P+1) (2.2287P ² +0.3459P+1) / 2.2287P ² |
| 80% | 1 | IRIS | 0.1408 " | 5.0545 " | 3.03 " | 1.151 0.669 | (0.7118P ² +0.2816P+1) (2.2116P ² +0.1937P+1) / 2.2116P ² |
| | 2 | IRIS | 0.0436 " | 10.3516 " | 7.71 " | 1.480 0.935 | (0.4521P ² +0.0873P+1) (1.4048P ² +0.3956P+1) / 1.4048P ² |

TABLA T15 (continuación).

| B | N | CIRCUITO | m | q | Vm | Fm | FUNCION DE TRANSMISION | |
|------|---|----------|-------------|--------------|--------------|----------------|---|--|
| 80% | 5 | 1 | IRIS | 0.0886 " | 8.8554 " | 4.42 " | 1.266 0.749 | (0.6076P ² +0.1772P+1) (1.6458P ² +0.2917P+1) / 1.6458P ² |
| | 2 | IRIS | 0.0279 " | 16.2348 " | 12.05 " | 1.481 0.672 | (0.4541P ² +0.0559P+1) (2.2018P ² +0.1231P+1) / 2.2018P ² | |
| | 3 | IRIS | 0.1449 " | 6.8999 " | 3.48 " | 0.978 0.741 | (1.0000P ² +0.2498P+1) / 0.2498P ² | |
| | 6 | 1 | IRIS | 0.1033 " | 7.7847 " | 4.36 " | 1.099 0.885 | (0.8047P ² +0.2067P+1) (1.2425P ² +0.2569P+1) / 1.2425P ² |
| | 2 | IRIS | 0.0607 " | 9.1773 " | 6.16 " | 1.330 0.674 | (0.5575P ² +0.1215P+1) (2.1960P ² +0.0853P+1) / 2.1960P ² | |
| | 3 | IRIS | 0.0194 " | 23.4282 " | 17.36 " | 1.480 0.741 | (0.4535P ² +0.0388P+1) (1.7935P ² +0.2179P+1) / 1.7935P ² | |
| | 2 | 1 | IRIS | 0.1897 " | 1.9118 " | 1.67 " | 1.486 0.539 | (-0.3627P ² +0.3795P+1) (2.7563P ² +1.0461P+1) / 2.7563P ² |
| | 3 | 1 | IRIS | 0.0547 " | 4.3777 " | 3.62 " | 1.609 0.597 | (0.3712P ² +0.1695P+1) (2.6937P ² +0.4568P+1) / 2.6937P ² |
| | 2 | IRIS | 0.3132 " | 3.1925 " | 1.68 " | 0.896 0.896 | (1.0000P ² +0.6264P+1) / 0.6264P ² | |
| 100% | 4 | 1 | IRIS | 0.1671 " | 3.9033 " | 2.46 " | 1.183 0.608 | (0.6524P ² +0.3343P+1) (2.6636P ² +0.2549P+1) / 2.6636P ² |
| | 2 | IRIS | 0.0478 " | 7.8437 " | 6.42 " | 1.622 0.772 | (0.3754P ² +0.0957P+1) (1.5326P ² +0.5123P+1) / 1.5326P ² | |
| | 5 | 1 | IRIS | 0.1024 " | 5.2443 " | 3.61 " | 1.337 0.718 | (0.5372P ² +0.2048P+1) (1.8614P ² +0.3813P+1) / 1.8614P ² |
| | 2 | IRIS | 0.0306 " | 12.3042 " | 10.02 " | 1.623 0.612 | (0.3776P ² +0.0613P+1) (2.6481P ² +0.1625P+1) / 2.6481P ² | |
| | 3 | IRIS | 0.1811 " | 5.5199 " | 2.80 " | 0.966 0.966 | (1.0000P ² +0.3623P+1) / 0.3623P ² | |
| | 6 | 1 | IRIS | 0.1252 " | 6.0791 " | 3.51 " | 1.121 0.854 | (0.7616P ² +0.2505P+1) (1.3128P ² +0.3289P+1) / 1.3128P ² |
| 20% | 2 | IRIS | 0.0691 " | 6.9947 " | 5.05 " | 1.423 0.614 | (0.4838P ² +0.1383P+1) (2.6393P ² +0.1126P+1) / 2.6393P ² | |
| | 3 | IRIS | 0.0213 " | 17.7576 " | 14.43 " | 1.622 0.688 | (0.3788P ² +0.0426P+1) (2.0665P ² +0.2859P+1) / 2.0665P ² | |
| | 2 | 1 | IRIS | 0.0499 " | 16.7259 " | 9.15 " | 1.090 0.911 | (0.8360P ² +0.0999P+1) (1.1960P ² +0.1195P+1) / 1.1960P ² |
| | 3 | 1 | IRIS | 0.0223 " | 36.9207 " | 20.33 " | 1.100 0.907 | (0.8245P ² +0.0446P+1) (1.2128P ² +0.0541P+1) / 1.2128P ² |
| | 2 | IRIS | 0.0494 " | 20.2359 " | 10.13 " | 0.997 0.997 | (1.0000P ² +0.0988P+1) / 0.9988P ² | |
| 25% | 2 | 1 | IRIS | 0.0609 " | 13.1138 " | 7.35 " | 1.113 0.889 | (0.7994P ² +0.1219P+1) (1.2508P ² +0.1525P+1) / 1.2508P ² |
| | 3 | 1 | IRIS | 0.0271 " | 28.9101 " | 16.31 " | 1.127 0.885 | (0.7858P ² +0.0543P+1) (1.2725P ² +0.0691P+1) / 1.2725P ² |
| | 2 | IRIS | 0.0617 " | 16.1887 " | 8.10 " | 0.996 0.996 | (1.0000P ² +0.1235P+1) / 0.1235P ² | |
| | 4 | 1 | IRIS | 0.0399 " | 22.5979 " | 11.89 " | 1.050 0.884 | (0.9031P ² +0.0799P+1) (1.2779P ² +0.0391P+1) / 1.2779P ² |
| 25% | 2 | IRIS | 0.0153 " | 51.0978 " | 28.98 " | 1.130 0.948 | (0.7824P ² +0.0306P+1) (1.1072P ² +0.0885P+1) / 1.1072P ² | |

TABLA T16. (Ver leyenda pág. 267).

FUNCIONES ELIPTICAS

| B | N | CIRCUITO | m | q | Vm | Fm | FUNCION DE TRANSMISION | |
|-----|---|------------------------|---------------------------------|-------------------------------|------------------------|--|---|------------------------|
| | | | | | | | 1 1RIS | 2 1RIS 2 2RIS |
| 30% | 2 | | 0.0713 " | 10.7155 " | 6.14 " | 1.136 0.868 | (0.7644P ² + 0.1426P+1) (1.3081P ² + 0.1866P+1) / 1.3081P ² | |
| | 3 | 1 1RIS 2 | 0.0317 " 0.0741 | 23.5953 " 13.4906 | 13.64 " 6.76 | 1.153 0.864 0.994 | (0.7490P ² + 0.0634P+1) (1.3350P ² + 0.0847P+1) / 1.3350P ² (1.0000P ² + 0.1482P+1) / 0.1482P | |
| | 4 | 1 1RIS 2 2RIS | 0.0474 " 0.0178 | 18.6511 " 41.6920 | 9.92 24.15 | 1.060 0.862 1.157 0.938 | (0.8849P ² + 0.0948P+1) (1.3418P ² + 0.0479P+1) / 1.3418P ² (0.7452P ² + 0.0357P+1) (1.1300P ² + 0.1072P+1) / 1.1300P ² | |
| | 5 | 1 1RIS | 0.0903 " | 7.7382 " | 4.65 " | 1.182 0.826 | (0.6889P ² + 0.1806P+1) (1.4308P ² + 0.2584P+1) / 1.4308P ² | |
| 40% | 3 | 1 1RIS 2 | 0.0400 " 0.0988 | 17.0063 " 10.1179 | 10.31 5.08 | 1.209 0.823 0.990 | (0.6808P ² + 0.0800P+1) (1.4688P ² + 0.1176P+1) / 1.4688P ² (1.0000P ² + 0.1976P+1) / 0.1976P | |
| | 4 | 1 1RIS 2 2RIS | 0.0618 " 0.0225 | 13.7255 30.0348 | 7.46 18.26 | 1.080 0.821 1.215 0.917 | (0.8494P ² + 0.1237P+1) (1.4784P ² + 0.0665P+1) / 1.4784P ² (0.6763P ² + 0.0450P+1) (1.1711P ² + 0.1457P+1) / 1.1711P ² | |
| | 5 | 1 1RIS 2 2RIS | 0.0411 " 0.0144 | 19.0341 46.7997 | 10.76 28.49 | 1.127 0.883 1.217 0.821 | (0.7831P ² + 0.0822P+1) (1.2768P ² + 0.1050P+1) / 1.2768P ² (0.6746P ² + 0.0268P+1) (1.4822P ² + 0.0427P+1) / 1.4822P ² | |
| | 6 | 1 1RIS 2 2RIS | 0.0578 | 17.2715 | 8.65 | 0.996 | (1.0000P ² + 0.1157P+1) / 0.1157P | |
| 50% | 2 | 1 1RIS | 0.1069 " | 5.9722 " | 3.76 " | 1.228 0.784 | (0.6389P ² + 0.2139P+1) (1.5649P ² + 0.3348P+1) / 1.5649P ² | |
| | 3 | 1 1RIS 2 | 0.0472 " 0.1235 | 13.1066 8.0943 | 8.34 4.07 | 1.266 0.784 0.821 0.984 | (0.6192P ² + 0.0944P+1) (1.6148P ² + 0.1525P+1) / 1.6148P ² (1.0000P ² + 0.2470P+1) / 0.2470P | |
| | 4 | 1 1RIS 2 2RIS | 0.0756 " 0.0265 | 10.7782 23.1392 | 5.98 14.76 | 1.099 0.782 1.274 0.896 | (0.8154P ² + 0.1513P+1) (1.6276P ² + 0.0864P+1) / 1.6276P ² (0.6143P ² + 0.0531P+1) | |
| | 5 | 1 1RIS 2 2RIS | 0.0496 " 0.0169 | 14.8324 36.0497 | 8.65 23.03 | 1.161 0.855 1.277 0.782 | (0.7369P ² + 0.0993P+1) (1.3570P ² + 0.1348P+1) / 1.3570P ² (0.6124P ² + 0.0339P+1) (1.6327P ² + 0.0554P+1) / 1.6327P ² | |
| 60% | 7 | 1 1RIS | 0.1214 " | 4.8105 " | 3.18 " | 1.274 0.744 | (0.5842P ² + 0.2428P+1) (1.7117P ² + 0.4157P+1) / 1.7117P ² | |
| | 3 | 1 1RIS 2 | 0.0534 " 0.1482 | 10.5477 6.7453 | 7.04 3.41 | 1.325 0.747 0.977 | (0.5637P ² + 0.1068P+1) (1.7739P ² + 0.1896P+1) / 1.7739P ² (1.0000P ² + 0.2965P+1) / 0.2965P | |
| | 4 | 1 1RIS 2 2RIS | 0.0887 " 0.0300 | 8.8198 18.6169 | 5.00 12.46 | 1.118 0.746 1.335 0.875 | (0.7826P ² + 0.1774P+1) (1.7900P ² + 0.1074P+1) / 1.7900P ² (0.5586P ² + 0.0600P+1) (1.2776P ² + 0.2267P+1) / 1.2776P ² | |
| | 5 | 1 1RIS 2 2RIS | 0.0575 " 0.0191 | 12.0514 29.0010 | 7.25 19.44 | 1.195 0.828 1.339 0.745 | (0.6935P ² + 0.1150P+1) (1.6419P ² + 0.1659P+1) / 1.6419P ² (0.5566P ² + 0.0383P+1) (1.7965P ² + 0.0689P+1) / 1.7965P ² | |
| 6 | 6 | 1 1RIS 2 2RIS | 0.0640 " 0.0400 0.0133 | 13.3024 16.1705 41.6963 | 7.22 10.05 27.97 | 1.078 0.918 1.238 0.745 1.341 0.803 | (0.8522P ² + 0.1281P+1) (1.1734P ² + 0.1503P+1) / 1.1734P ² (0.6482P ² + 0.0801P+1) (1.7997P ² + 0.0479P+1) / 1.7997P ² (0.5556P ² + 0.0266P+1) (1.5426P ² + 0.1236P+1) / 1.5426P ² | |

TABLA T16. (Ver leyenda pág. 267).

| B | N | CIRCUITO | m | q | Vm | Fm | FUNCION DE TRANSMISION | |
|------|----|--|---|--|--------------------------------|---|---|------------------------|
| | | | | | | | 1 1RIS | 2 1RIS 2 2RIS |
| 80% | 2 | | 0.1441 " | 3.3899 " | 2.47 " | 1.368 0.668 | (0.4885P ² + 0.2882P+1) (2.0470P ² + 0.5899P+1) / 2.0470P ² | |
| | 3 | 1 1RIS 2 | 0.0630 " 0.1976 | 7.4300 5.0589 | 5.44 2.58 | 1.448 0.678 0.960 | (0.4686P ² + 0.1261P+1) (2.1336P ² + 0.2691P+1) / 2.1336P ² (1.0000P ² + 0.3953P+1) / 0.3953P ² | |
| | 4 | 1 1RIS 2 2RIS | 0.1128 " 0.0353 | 6.3854 13.1114 | 3.79 9.64 | 1.146 0.679 0.833 | (0.7208P ² + 0.2257P+1) (2.1569P ² + 0.1525P+1) / 2.1569P ² (0.4636P ² + 0.0707P+1) (1.3872P ² + 0.3132P+1) / 1.3872P ² | |
| | 5 | 1 1RIS 2 2RIS 3 | 0.0713 " 0.0226 0.1157 | 8.6175 20.4224 8.6357 | 5.51 15.093 4.34 | 1.264 0.777 1.470 0.678 0.986 | (0.6146P ² + 0.1426P+1) (1.6270P ² + 0.2320P+1) / 1.6270P ² (0.4615P ² + 0.0452P+1) (2.1665P ² + 0.0979P+1) / 2.1665P ² (1.0000P ² + 0.2315P+1) / 0.2315P ² | |
| 7 | 6 | 1 1RIS 2 2RIS 3 3RIS | 0.0829 " 0.0489 0.0156 0.0821 | 9.7376 11.4981 29.3604 12.1705 | 5.44 7.68 21.63 6.10 | 1.103 0.891 1.327 1.472 0.746 | (0.8077P ² + 0.1659P+1) (1.2379P ² + 0.2033P+1) / 1.2379P ² (0.5626P ² + 0.0978P+1) (2.1713P ² + 0.0681P+1) / 2.1713P ² (0.46C50P ² + 0.0313P+1) (1.7772P ² + 0.1739P+1) / 1.7772P ² | |
| | 8 | 1 1RIS 2 2RIS 3 3RIS 4 | 0.0610 " 0.0356 0.0115 0.0821 | 11.4972 14.9639 39.5246 12.1705 | 6.87 10.25 29.43 6.10 | 1.186 0.833 1.366 0.728 1.474 0.677 0.993 | (0.7022P ² + 0.1221P+1) (1.4239P ² + 0.1739P+1) / 1.4239P ² (0.5331P ² + 0.0712P+1) (1.8754P ² + 0.1336P+1) / 1.8754P ² (0.4599P ² + 0.06230P+1) (2.1742P ² + 0.0500P+1) / 2.1742P ² (0.4000P ² + 0.1643P+1) / 0.1643P ² | |
| | 9 | 1 1RIS | 0.1593 " | 2.5670 | 2.07 | 1.463 0.598 | (0.4089P ² + 0.3186P+1) (2.4453P ² + 0.7791P+1) / 2.4453P ² | |
| | 10 | 1 1RIS 2 | 0.0695 " 0.2470 | 5.6323 4.0471 | 4.52 2.08 | 1.578 0.618 3.936 | (0.3016P ² + 0.1390P+1) (2.5531P ² + 0.3550P+1) / 2.5531P ² (1.0000P ² + 0.4941P+1) / 0.4941P ² | |
| 100% | 11 | 1 1RIS 2 2RIS | 0.1343 " 0.0389 | 4.9303 9.9402 | 3.07 8.00 | 1.193 0.619 1.601 0.792 | (0.6635P ² + 0.2687P+1) (2.5838P ² + 0.2012P+1) / 2.5838P ² (0.3870P ² + 0.0778P+1) (1.5069P ² + 0.4049P+1) / 1.5069P ² | |
| | 12 | 1 1RIS 2 2RIS 3 | 0.0826 " 0.0248 0.1447 | 6.5979 15.6830 6.9086 | 4.49 12.48 3.49 | 1.337 0.729 1.608 0.619 0.978 | (0.5452P ² + 0.1652P+1) (1.8339P ² + 0.3031P+1) / 1.8339P ² (0.3850P ² + 0.0497P+1) (2.5969P ² + 0.1291P+1) / 2.5968P ² (1.0000P ² + 0.2894P+1) / 0.2894P ² | |
| | 13 | 1 1RIS 2 2RIS 3 3RIS | 0.1006 " 0.0558 0.0172 | 7.6080 8.7681 22.2590 | 4.37 6.28 17.96 | 1.127 0.863 1.420 0.619 1.612 0.695 | (0.7655P ² + 0.2012P+1) (1.3062P ² + 0.2628P+1) / 1.3062P ² (0.4985P ² + 0.1116P+1) (2.6035P ² + 0.0898P+1) / 2.6035P ² (0.3840P ² + 0.0345P+1) (2.0427P ² + 0.2280P+1) / 2.0427P ² | |
| | 14 | 1 1RIS 2 2RIS 3 3RIS 4 | 0.0724 " 0.0402 0.0126 0.1027 | 8.8791 11.3884 30.2677 9.7364 | 5.55 8.42 24.44 4.89 | 1.236 0.795 1.471 0.674 1.614 0.619 0.989 | (0.6432P ² + 0.1448P+1) (1.5545P ² + 0.2252P+1) / 1.5545P ² (0.4585P ² + 0.0805P+1) (2.1807P ² + 0.1756P+1) / 2.1807P ² (0.3835P ² + 0.0253P+1) (2.6074P ² + 0.0660P+1) / 2.6074P ² (1.0000P ² + 0.2054P+1) / 0.2054P ² | |

 TABLA T16. Filtros de paso de banda de Tchebyscheff, de ondulación 1 dB. Valor de los elementos y de las magnitudes de ajuste para diversos anchos de banda relativos $B = \frac{\Delta fp}{f_0}$. Los esquemas correspondientes figuran en las tablas 3 y 4.

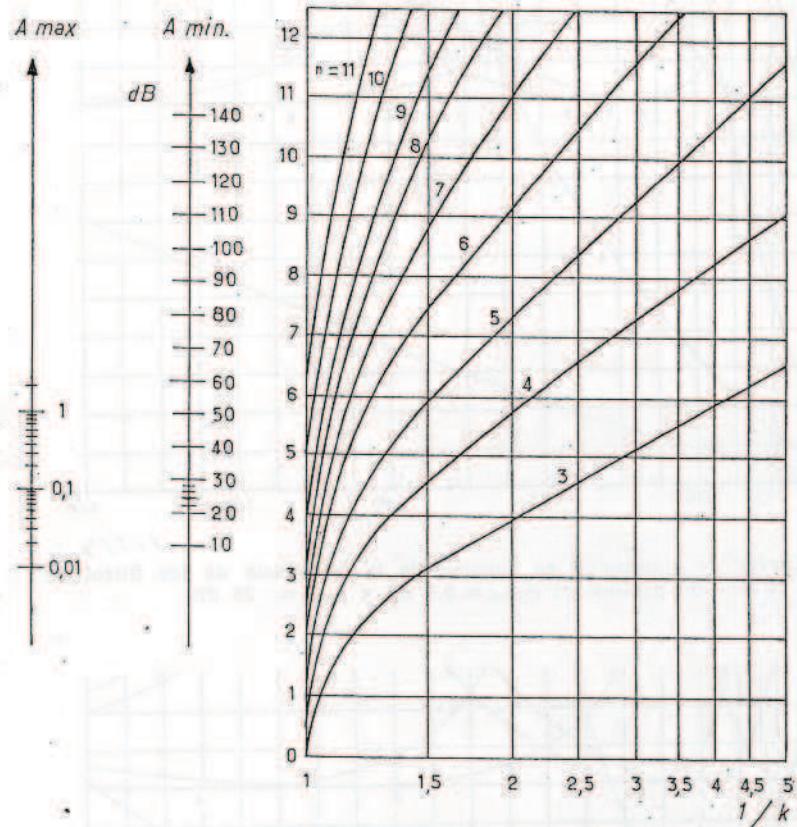


FIG. C1. Abaco que permite determinar el orden n de un filtro de Cauer cuando se conoce su selectividad k , la ondulación en la banda de paso A_{\max} y la atenuación mínima en la banda atenuada A_{\min} .

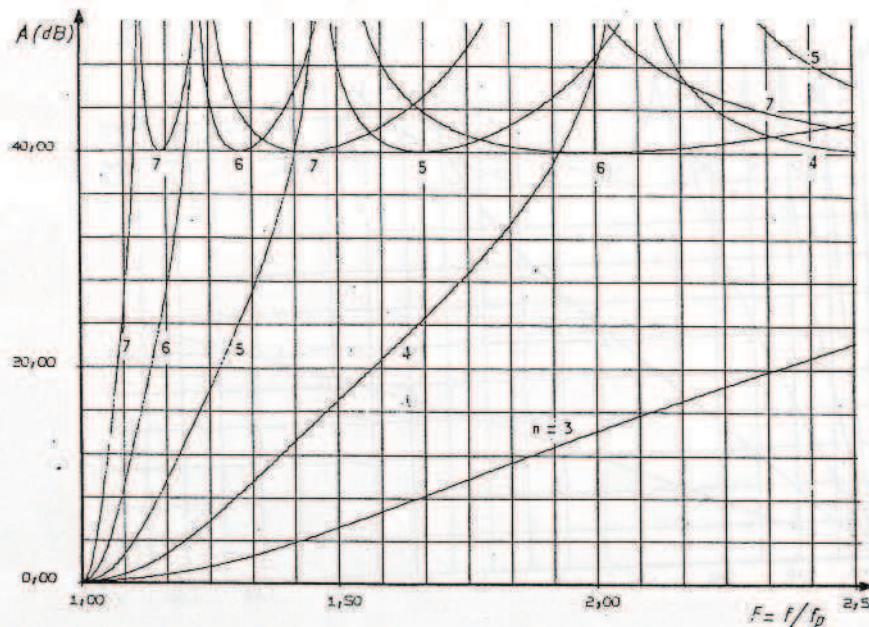


FIG. C2. Curvas de atenuación en función de la frecuencia de los filtros de Cauer de parámetros $A_{\max} = 0,1$ dB y $A_{\min} = 40$ dB.

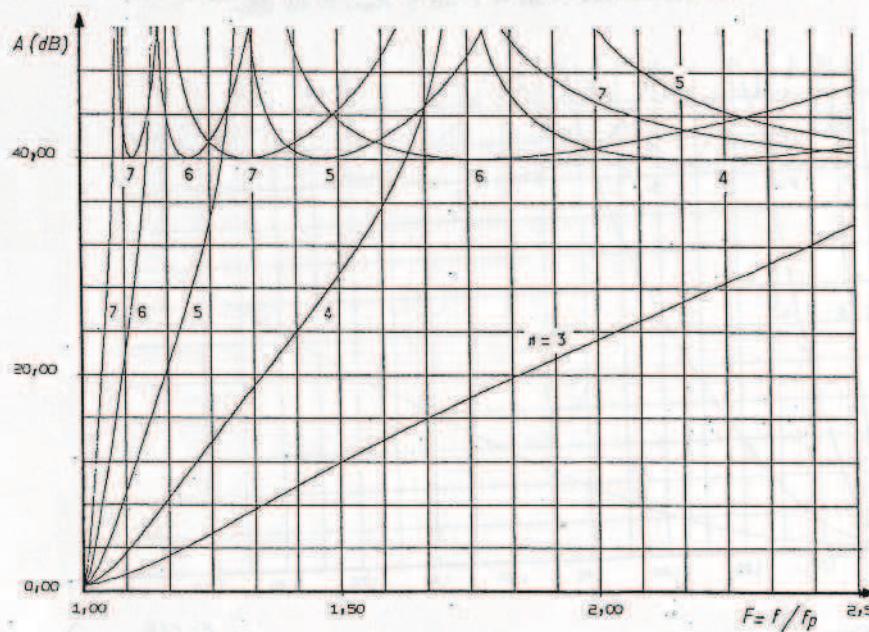


FIG. C3. Curvas de atenuación en función de la frecuencia de los filtros de Cauer de parámetros $A_{\max} = 0,5$ dB y $A_{\min} = 40$ dB.

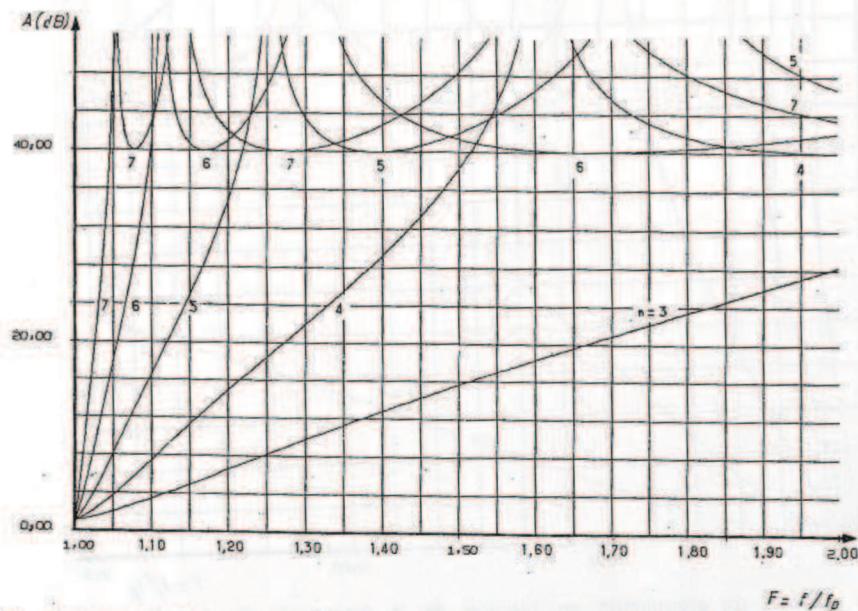


FIG. C4. Curvas de atenuación en función de la frecuencia de los filtros de Cauer de parámetros $A_{\max} = 1$ dB y $A_{\min} = 40$ dB.

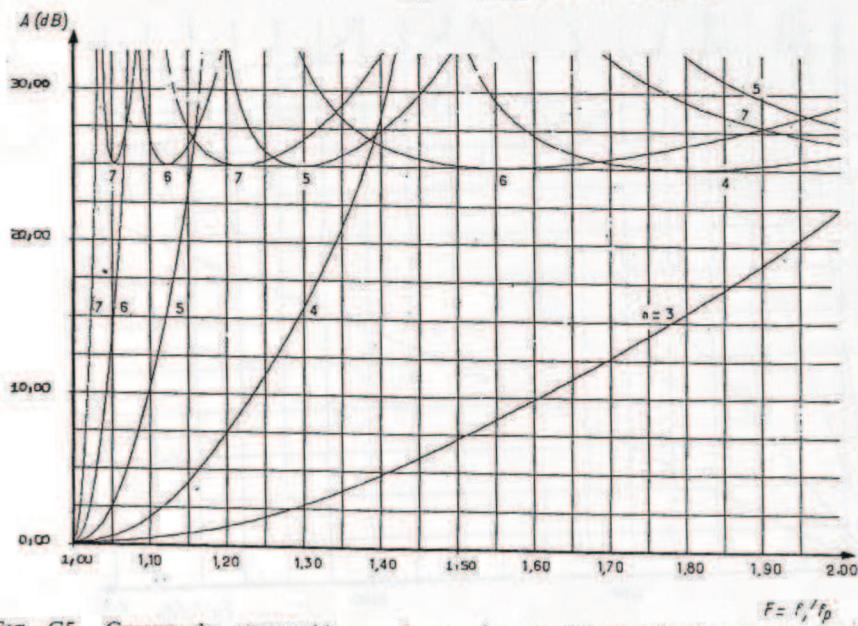


FIG. C5. Curvas de atenuación en función de la frecuencia de los filtros de Cauer de parámetros $A_{\max} = 0,1$ dB y $A_{\min} = 25$ dB.

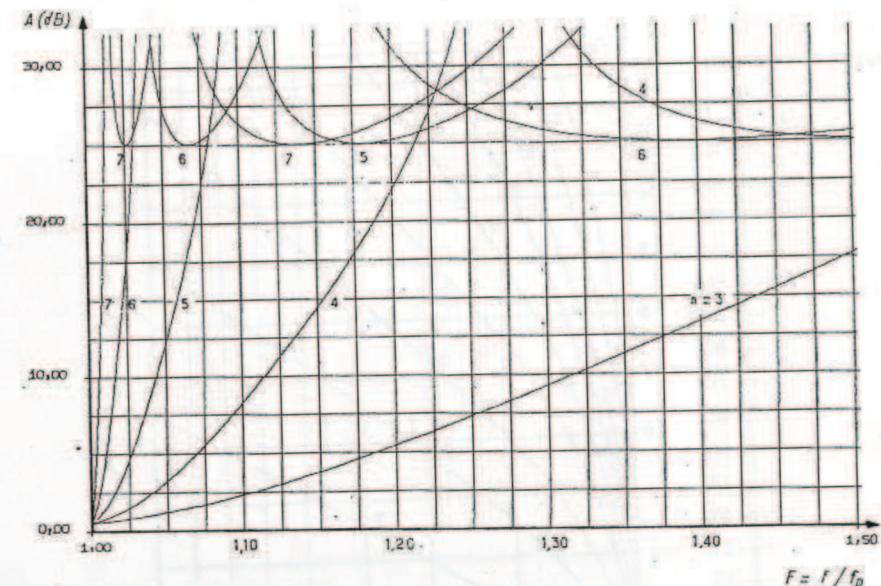


FIG. C6. Curvas de atenuación en función de la frecuencia de los filtros de Cauer de parámetros $A_{\max} = 0,5$ dB y $A_{\min} = 25$ dB.

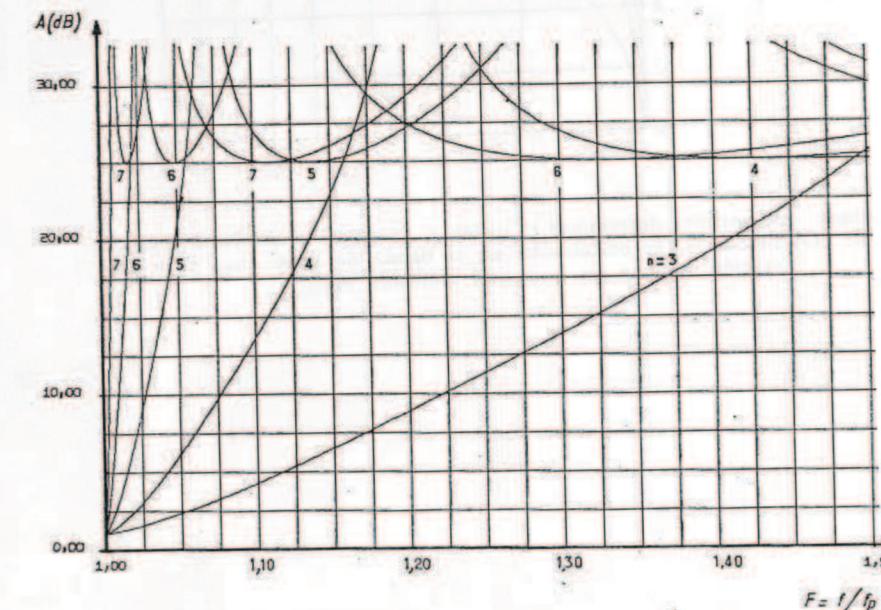


FIG. C7. Curvas de atenuación en función de la frecuencia de los filtros de Cauer de parámetros $A_{\max} = 1$ dB y $A_{\min} = 25$ dB.

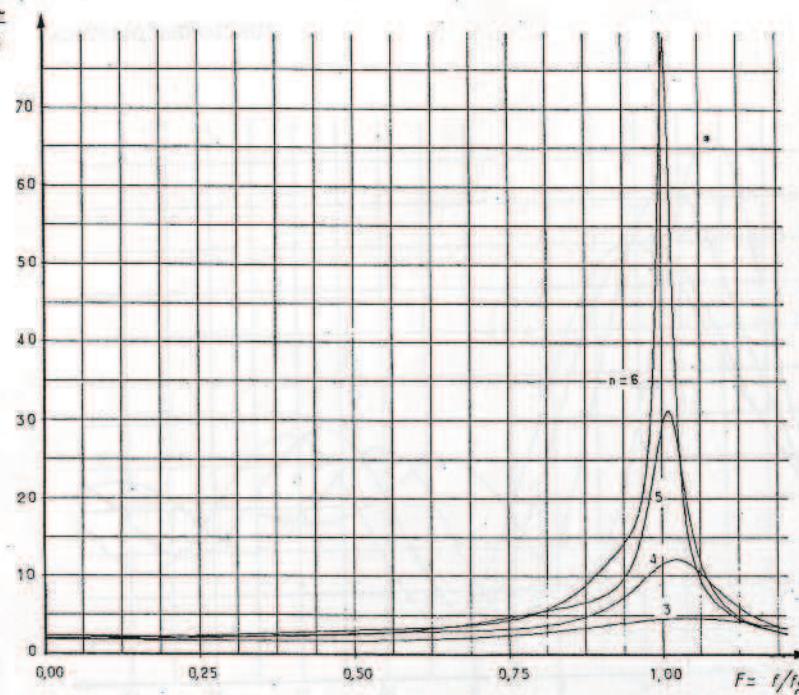


Fig. C8. Curvas del tiempo de propagación de grupo en función de la frecuencia de los filtros de Cauer de parámetros $A_{\max} = 0,5$ dB y $A_{\min} = 25$ dB.

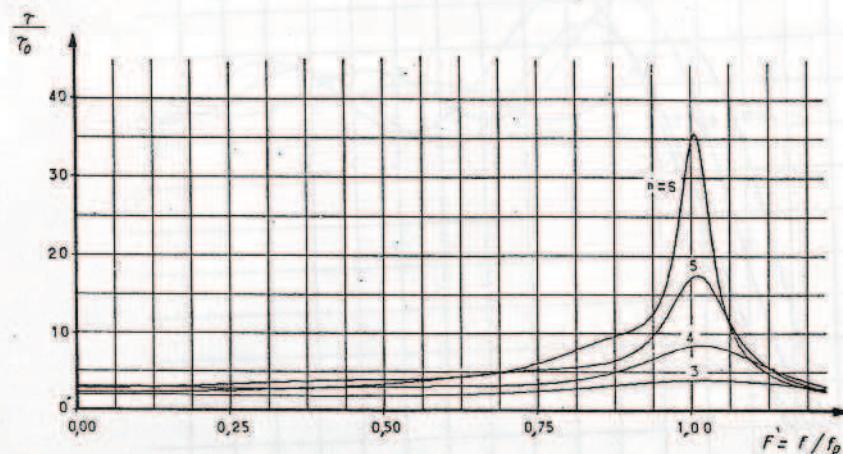
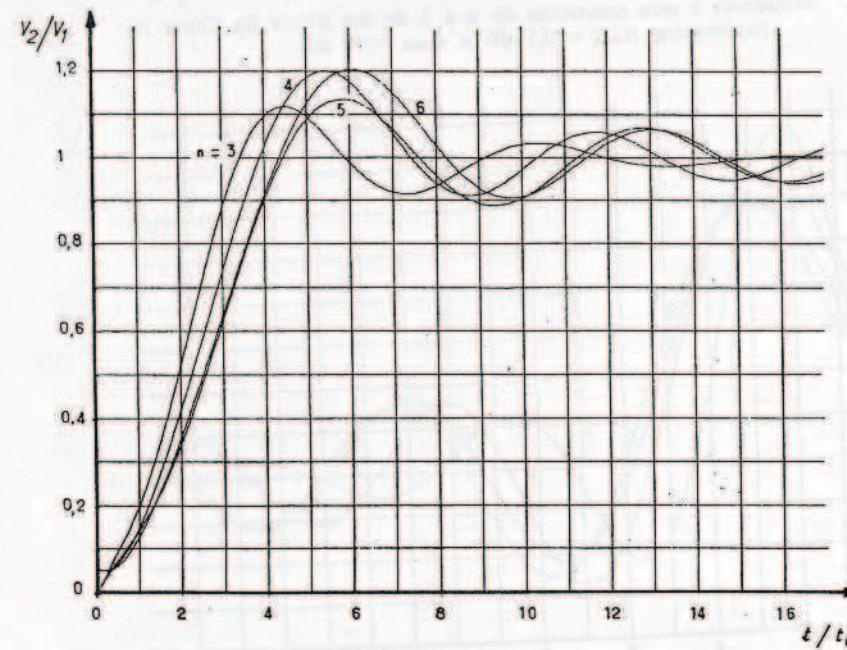


Fig. C9. Curvas del tiempo de propagación de grupo en función de la frecuencia de los filtros de Cauer de parámetros $A_{\max} = 0,5$ dB y $A_{\min} = 40$ dB.



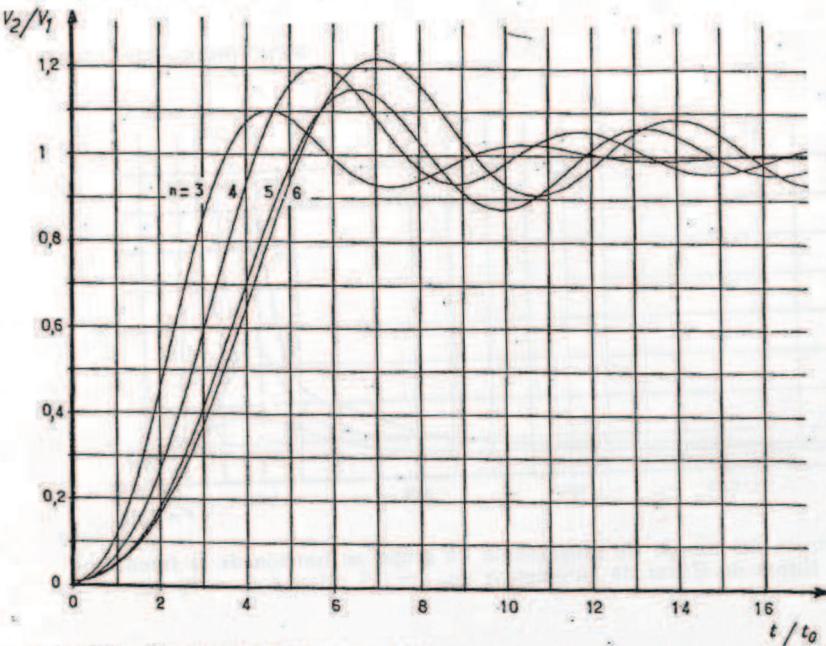


FIG. C11. Respuesta a una transición de 0 a 1 de los filtros de Cauer de parámetros $A_{\max} = 0,5$ dB y $A_{\min} = 40$ dB.

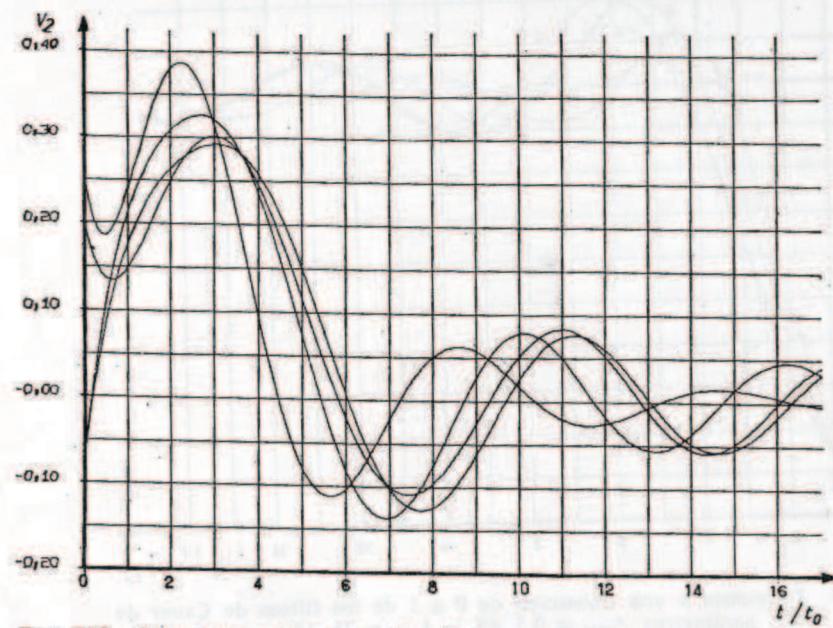


FIG. C12. Respuesta a una percusión de los filtros de Cauer de parámetros $A_{\max} = 0,5$ dB y $A_{\min} = 25$ dB.

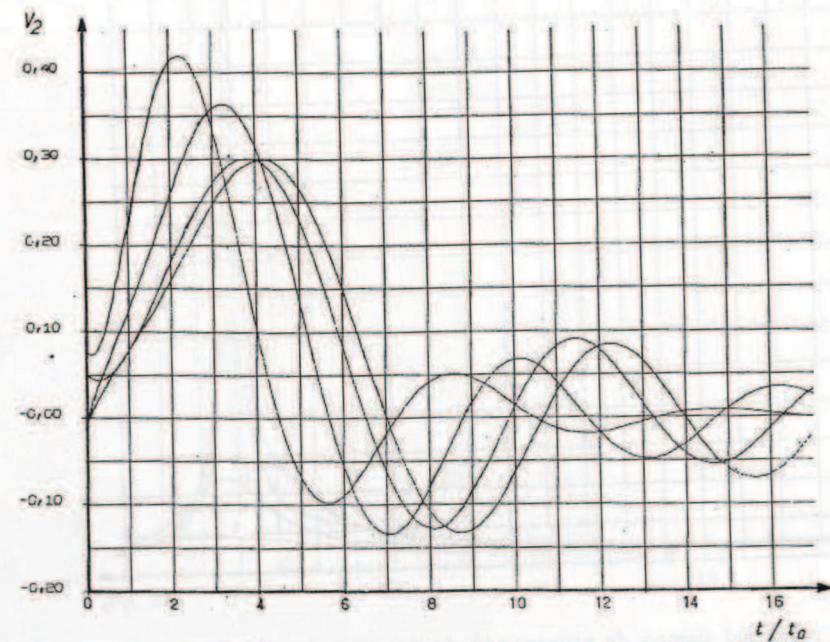


FIG. C13. Respuesta a una percusión de los filtros de Cauer de parámetros $A_{\max} = 0,5$ dB y $A_{\min} = 40$ dB.

| N | CIRCUITO | K | m | q | q/m | F _o | F _m | V _m | FUNCION DE TRANSMISION |
|---|------------------|-----------------------------------|--------------------------------------|----------------------------|-----------------------------|----------------------------|------------------------------|----------------|--|
| 3 | 1 2 | 2.644 0.9901 | 1.0542 0.9901 | 0.2473 | 0.2281 | 4.0429 | 1.439 | 1.070 | (0.597P ² +0.5417P+1)/(0.0611P ² +1) (0.990P+1) |
| 4 | 1 2 | 6.094 1.406 | 3.0573 0.5582 | 0.2115 0.4839 | 0.0692 0.8669 | 4.7251 2.0662 | - 1.174 | 1.725 | (1.338P ² +1.8022P+1)/(0.0447P ² +1) (0.774P ² +0.3290P+1)/(0.2342P ² +1) |
| 5 | 1 2 3 | 1.666 1.153 1.4912 | 1.1290 0.3024 1.4912 | 0.4602 0.8806 | 0.4076 2.2506 | 2.1726 1.4690 | - 1.079 | 2.273 | (1.251P ² +1.0307P+1)/(0.2118P ² +1) (0.875P ² +0.1867P+1)/(0.4633P ² +1) (1.491P+1) |
| 6 | 1 2 3 | 5.524 1.191 1.069 | 3.6326 0.5242 0.1645 | 0.2758 0.6652 0.8146 | 0.0759 1.2688 4.9521 | 3.6245 1.5032 1.2275 | - 0.990 1.034 2.650 | 1.038 | (2.080P ² +2.2719P+1)/(0.0761P ² +1) (1.140P ² +0.5395P+1)/(0.4425P ² +1) (0.931P ² +0.1028P+1)/(0.6638P ² +1) |
| 7 | 1 2 3 4 | 1.609 1.076 1.034 1.6833 | 1.2348 0.2646 0.0890 1.6833 | 0.5263 0.8051 0.8963 | 0.4278 3.0418 10.0704 | 1.8925 1.2420 1.1156 | - 0.981 1.019 | 1.346 2.883 | (1.584P ² +1.1812P+1)/(0.2791P ² +1) (1.074P ² +0.2818P+1)/(0.6482P ² +1) (0.962P ² +0.0558P+1)/(0.8033P ² +1) (1.683P+1) |

A max = 0,1 dB

A min = 40 dB

| N | CIRCUITO | K | m | q | q/m | F _o | F _m | V _m | FUNCION DE TRANSMISION |
|---|------------------|-----------------------------------|--------------------------------------|--|----------------------------|----------------------------|---------------------|-----------------|--|
| 3 | 1 2 | 2.457 1.5172 | 1.1925 1.5172 | 0.3227 | 0.2702 | 3.1030 | 1.165 | 1.445 | (0.872P ² +0.5065P+1)/(0.1038P ² +1) (1.517P+1) |
| 4 | 1 2 | 7.119 1.347 | 4.1823 0.5289 | 0.2589 0.5764 | 0.0619 1.0898 | 3.8613 1.7346 | - 1.047 | 2.347 | (2.233P ² +2.0257P+1)/(0.0670P ² +1) (0.942P ² +0.2561P+1)/(0.3323P ² +1) |
| 5 | 1 2 3 | 1.726 1.128 2.1776 | 1.2045 0.2568 2.1776 | 0.5319 0.7616 2.9656 | 0.4415 1.3126 | 1.8799 1.3126 | - 1.018 | 3.033 | (1.564P ² +0.8626P+1)/(0.2829P ² +1) (0.971P ² +0.1284P+1)/(0.5804P ² +1) (1.2127P+1) |
| 6 | 1 2 3 | 6.481 1.201 1.054 | 4.8119 0.4481 0.1272 | 0.3167 1.5038 0.8738 | 0.0658 1.5038 0.8676 | 3.1568 1.3422 1.1443 | - 0.917 1.008 | 1.533 3.462 | (3.148P ² +2.4249P+1)/(0.1003P ² +1) (1.255P ² +0.3838P+1)/(0.5388P ² +1) (0.986P ² +0.0641P+1)/(0.7638P+1) |
| 7 | 1 2 3 4 | 1.692 1.077 1.025 2.3244 | 1.2888 0.2235 0.0632 1.2888 | 0.5868 0.8581 0.9352 1.477919 | 0.4553 3.8282 1.0691 | 1.7040 1.1652 1.0003 | - 0.951 3.703 | 1.940 1.0003 | (1.857P ² +0.9516P+1)/(0.3443P ² +1) (1.120P ² +0.1799P+1)/(0.7364P ² +1) (0.993P ² +0.0319P+1)/(0.8747P+1) (1.324P+1) |

A max = 0,5 dB

A min = 40 dB

| N | CIRCUITO | K | m | q | q/m | F _o | F _m | V _m | FUNCION DE TRANSMISION |
|---|------------------|-----------------------------------|--------------------------------------|---------------------------------------|--------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------|---|--|
| 3 | 1 2 | 7.330 1.9094 | 1.1905 1.9094 | 0.3625 | 0.3045 | 2.7583 | 1.052 | 1.757 | (0.994P ² +0.4521P+1)/(0.1314P ² +1) (1.909P+1) |
| 4 | 1 2 | 7.563 1.313 | 4.7304 0.4953 | 0.2836 0.6212 | 0.0599 1.2543 | 3.5252 1.6095 | - 1.010 | 2.830 | (2.764P ² +2.0139P+1)/(0.0804P ² +1) (1.001P ² +0.2108P+1)/(0.3860P ² +1) |
| 5 | 1 2 3 | 1.729 1.112 2.5950 | 1.1938 0.2288 2.5950 | 0.5668 0.4747 3.4556 | 1.7642 1.2538 | 0.830 1.001 | 1.238 3.504 | 1.674P ² +0.7338P+1)/(0.3212P ² +1) (1.001P ² +0.0999P+1)/(0.6361P ² +1) (2.595P+1) | |
| 6 | 1 2 3 | 7.200 1.198 1.047 | 5.6367 0.4553 0.1083 | 0.3375 0.7651 1.3069 | 0.0629 1.6805 1.0000 | 2.9627 1.3069 1.1138 | - 0.898 4.063 | 1.917 1.0000 | (3.734P ² +2.3567P+1)/(0.1139P ² +1) (1.282P ² +0.3036P+1)/(0.5854P ² +1) (1.000P ² +0.0475P+1)/(0.8060P+1) |
| 7 | 1 2 3 4 | 1.704 1.074 1.021 2.1960 | 1.2652 0.1993 0.0515 2.1960 | 0.6150 0.8804 0.9498 1.84146 | 0.4861 4.4158 0.9498 1.0527 | 1.6257 1.1358 0.999 1.0527 | 0.773 0.946 4.304 | 1.215 2.384 4.304 | (1.934P ² +0.7984P+1)/(0.3783P ² +1) (1.126P ² +0.1354P+1)/(0.7751P ² +1) (1.000P ² +0.0227P+1)/(0.9022P ² +1) (2.796P+1) |

A max = 1 dB

A min = 40 dB

TABLAS C14, C15 y C16. Filtros de paso bajo y de paso alto de Cauer. Valor de los elementos y de las magnitudes de ajuste. Los esquemas correspondientes figuran en las tablas 3 y 4 (págs. 207 y 214).

| N | CIRCUITO | K | m | q | q/m | F _o | F _m | V _m | FUNCION DE TRANSMISION |
|---|------------------|-----------------------------------|--------------------------------------|----------------------------|-----------------------------|----------------------------|-------------------------|---------------------|--|
| 3 | 1 2 | 1.314 1.033 | 0.5060 0.1153 | 0.4256 0.8447 | 0.8411 1.1837 | 2.3493 1.053 | - 1.4667 | - 1.1837 | (0.611P ² +0.4760P+1)/(0.1811P ² +1) (0.904P+1) |
| 4 | 1 2 | 2.140 1.088 | 1.4871 0.2454 | 0.3217 0.6854 | 0.2163 2.7922 | 3.1076 1.4589 | - 1.1393 | - 1.393 | (1.680P ² +1.5066P+1)/(0.1055P ² +1) (0.806P ² +0.2456P+1)/(0.4698P ² +1) |
| 5 | 1 2 3 | 1.130 1.033 1.2012 | 0.5430 0.1153 0.6847 | 0.4175 1.1371 7.3229 | 1.1371 1.6193 1.1837 | - 1.1837 1.053 | - 1.4667 | - 1.1837 | (1.051P ² +0.7637P+1)/(0.3813P ² +1) (0.908P ² +0.1168P+1)/(0.7135P ² +1) (1.201P+1) |
| 6 | 1 2 3 | 2.093 1.035 1.013 | 1.6669 0.2312 0.0529 | 0.3691 0.8074 0.9272 | 0.2214 3.4912 17.5199 | 2.7089 1.2384 1.0784 | - 1.810 | - 1.810 | (1.368P ² +1.7189P+1)/(0.1362P ² +1) (1.025P ² +0.3474P+1)/(0.6520P ² +1) (0.957P ² +0.0545P+1)/(0.8598P ² +1) |
| 7 | 1 2 3 4 | 1.123 1.013 1.006 1.2720 | 0.5698 0.1021 0.0239 1.2720 | 0.6562 0.9088 0.9667 | 1.1517 8.9008 40.3250 | 1.5237 1.1092 1.0343 | 0.999 1.119 1.009 | - 1.119 1.009 | (1.178P ² +0.8142P+1)/(0.4306P ² +1) (1.011P ² +0.1552P+1)/(0.8260P ² +1) (0.980P ² +0.0247P+1)/(0.9346P ² +1) (1.272P+1) |

A max = 0,1 dB

A min = 25 dB

| N | CIRCUITO | K | m | q | q/m | F _o | F _m | V _m | FUNCION DE TRANSMISION |
|---|------------------|-----------------------------------|--------------------------------------|------------------------------|-----------------------------|----------------------------|-------------------------|----------------------|---|
| 3 | 1 2 | 1.295 1.3603 | 0.5320 1.3603 | 0.5417 1.0181 | 1.0181 | 1.8459 | 1.123 | 1.295 | (0.869P ² +0.4237P+1)/(0.2934P ² +1) (1.360P+1) |
| 4 | 1 2 | 2.446 1.077 | 1.9482 0.2099 | 0.3918 0.2011 | 0.2011 3.7445 | 2.5518 1.2718 | - 1.034 | - 1.852 | (1.680P ² +1.6292P+1)/(0.1535P ² +1) (0.948P ² +0.1755P+1)/(0.6181P ² +1) |
| 5 | 1 2 3 | 1.176 1.026 1.6648 | 0.5471 0.0837 1.6648 | 0.7014 0.0994 | 0.7014 10.8616 | 1.2820 1.0995 | 1.4255 1.011 | 2.147 | (1.259P ² +0.5977P+1)/(0.4920P ² +1) (0.979P ² +0.0705P+1)/(0.8271P ² +1) (1.664P+1) |
| 6 | 1 2 3 | 2.421 1.048 1.009 | 2.0990 0.1956 0.0332 | 0.4269 4.4475 0.9631 | 0.2034 4.4475 28.9617 | 2.3420 1.1493 1.0382 | 0.964 1.367 1.004 | - 2.279 | (1.974P ² +1.7708P+1)/(0.1823P ² +1) (1.097P ² +0.2227P+1)/(0.7569P ² +1) (0.991P ² +0.0280P+1)/(0.9277P+1) |
| 7 | 1 2 3 4 | 1.174 1.016 1.003 1.7196 | 0.5625 0.0747 0.0131 1.7196 | 0.7255 12.6548 74.8067 | 1.2896 1.0569 1.001 | 1.3783 1.5852 1.0149 | - 1.5852 2.339 | - 1.5852 1.001 | (1.424P ² +0.6193P+1)/(0.5263P ² +1) (1.037P ² +0.0857P+1)/(0.8958P ² +1) (0.9568P ² +0.0110P+1)/(0.9708P ² +1) (1.719P+1) |

A max = 0,1 dB

A min = 25 dB

| N | CIRCUITO | K | m | q | q/m | F _o | F _m | V _m | FUNCION DE TRANSMISION |
|---|-------------|--------------------------|----------------------------|----------------------------|-----------------------------|----------------------------|---------------------|----------------|--|
| 3 | 1 2 | 1.275 1.6879 | 0.5134 1.6879 | 0.6002 | 1.1690 | 1.6661 | 1.044 | 1.568 | (0.976P ² +0.3651P+1)/(0.3602P ² +1) (1.687P+1) |
| 4 | 1 2 | 2.575 1.069 | 2.1386 0.1824 | 0.4282 0.2002 | 2.3352 4.5218 | - 1.008 | - 2.194 | - 2.194 | (2.014P ² +1.5794P+1)/(0.1833P ² +1) (0.992P ² +0.1354P+1)/(0.6880P ² +1) |
| 5 | 1 2 3 | 1.187 1.022 1.9950 | 0.5208 0.0673 1.9950 | 0.7404 0.9335 | 1.4216 13.8610 | 1.3511 | 0.906 1.221 | 2.494 | (1.319P ² +0.4874P+1)/(0.5482P ² +1) (0.997P ² +0.0499P+1)/(0.8714P ² +1) (1.995P+1) |
| 6 | 1 2 3 | 2.558 1.044 1.007 | 2.2670 0.1708 0.0247 | 0.4572 5.2414 0.9750 | 2.1870 5.2414 39.3166 | 1.1693 1.0555 1.0000 | - 1.691 2.617 | - 2.617 | (2.282P ² +1.6840P+1)/(0.2090P ² +1) (1.108P ² +0.1651P+1)/(0.8023P ² +1) (0.998P ² +0.0184P+1)/(0.9506P ² +1) |

A max = 1 dB

A min = 25 dB

TABLAS C17, C18 y C19. Filtros de paso bajo y de paso alto de Cauer. Valor de los elementos y de las magnitudes de ajuste. Los esquemas correspondientes figuran en las tablas 3 y 4 (págs. 207 y 214).

| B | N | CIRCUITO | K | m | q | q/m | F _{as} | F _{an} | V _m | FUNCION DE TRANSMISION |
|-----|---|---------------------|--------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|----------------------------|---|---|------------------------|
| 10% | 3 | 1-1815 2 | 1.042 " | 0.0845 0.0261 | 0.8715 38.1882 | 10.3071 0.8715 | 1+1473 0.952 0.999 | 1+150 0.952 19.094 | 7+14 0.908P ² +0.0218P+11/(P+0.7595P ²) (P ² +0.0216P+0.7061/(P+0.7595) (1+0.000P ² +0.0523P+11/(P+0.0523P) | |
| | 4 | 1-1815 2 | 1.065 " | 0.1232 0.0392 | 0.8142 25+588 | 6+6060 0.8142 | 1+2280 0.929 0.998 | 1+076 0.929 12.729 | 6+819 0.863P ² +0.0315P+11/(P+0.6630P ² +1) (P ² +0.0315P+0.863)/(P+0.6630) (1+0.000P ² +0.0785P+11/(P+0.0785P) | |
| 15% | 4 | 1-1815 2 2B15 | 1.125 1.019 " | 0.2194 0.0426 0.8865 | D+7699 0.8865 | 3+5093 0.7699 20.7718 | 1+2987 0.965 0.977 | 1+037 0.965 0.928 | 6+622 0.930P ² +0.0526P+11/(P+0.5928P ² +1) (P ² +0.0526P+0.9301/(P+0.5928) 0.861P ² +0.0146P+11/(P+0.7859P ² +1) (P ² +0.0146P+0.8611/(P+0.7859) | |
| | 5 | 1-1815 2 | 1.091 0.0523 | 0.1594 19.0943 | 0.7615 0.7615 | 4+7749 0.907 0.997 | 1+3131 0.907 0.957 | 1+103 0.907 0.957 | 6+504 0.822P ² +0.0410P+11/(P+0.5798P ² +1) (P ² +0.0410P+0.8221/(P+0.5798) (1+0.000P ² +0.1047P+17/0.1047P | |
| 20% | 4 | 1-1815 2 2B15 | 1.178 1.026 " | 0.2880 0.0553 0.8519 | 0.7077 15.3991 | 2+4573 15.3991 | 1+4128 0.7077 0.8519 | 1+050 0.954 0.905 | 6+133 0.808P ² +0.0693P+11/(P+0.5009P ² +1) (P ² +0.0693P+0.9081/(P+0.5009) 0.820P ² +0.0189P+11/(P+0.7257P ² +1) (P ² +0.0189P+0.8201/(P+0.7257) | |
| | 5 | 1-1815 2 | 1.117 0.0654 | 0.1931 15.2753 | 0.7129 15.2753 | 3+6912 0.7129 | 1+4025 0.866 0.995 | 1+130 0.866 0.995 | 6+205 0.783P ² +0.0499P+11/(P+0.5083P ² +1) (P ² +0.0499P+0.7831/(P+0.5083) (1+0.000P ² +0.1309P+11/0.1309P | |
| 25% | 4 | 1-1815 2 2B15 | 1.238 1.033 " | 0.3541 0.0671 0.8185 | 0.6521 12.1912 | 1+8413 12.1912 | 1+5334 0.6521 1.132 | 1+063 0.943 0.883 | 5+687 0.887P ² +0.0856P+11/(P+0.4252P ² +1) (P ² +0.0856P+0.8871/(P+0.4252) 0.780P ² +0.0230P+11/(P+0.6705P ² +1) (P ² +0.0230P+0.7801/(P+0.6705) | |
| | 5 | 1-1815 2 | 1.145 0.0785 | 0.2242 12.7294 | 0.6686 12.7294 | 4+9804 0.6686 | 1+4959 0.865 0.993 | 1+158 0.865 0.993 | 5+922 0.746P ² +0.0582P+11/(P+0.4468P ² +1) (P ² +0.0582P+0.7461/(P+0.4468) (1+0.000P ² +0.1571P+11/0.1571P | |
| 30% | 4 | 1-1815 2 2B15 | 1.304 1.041 " | 0.4177 0.0782 0.7872 | 0.6024 10.0554 | 1+4421 1.2701 | 1+6599 0.933 0.7872 | 1+077 0.933 0.862 | 5+284 0.866P ² +0.1014P+11/(P+0.3628P ² +1) (P ² +0.1014P+0.8661/(P+0.3628) 0.743P ² +0.0269P+11/(P+0.6198P ² +1) (P ² +0.0269P+0.7431/(P+0.6198) | |
| | 5 | 1-1815 2 | 1.205 0.1047 | 0.2789 0.1047 | 0.5904 9.5470 | 2+1161 9.5470 | 1+6937 0.5904 0.988 | 1+216 0.825 0.973 | 5+407 0.678P ² +0.0734P+11/(P+0.3485P ² +1) (P ² +0.0734P+0.6791/(P+0.3485) (1+0.000P ² +0.2094P+11/0.2094P | |
| 40% | 4 | 1-1815 2 2B15 | 1.454 1.055 " | 0.5368 0.0979 0.7286 | 0.5185 1.1335 7.4362 | 1+9286 1.3724 1.2186 | 1+106 0.913 0.821 | 4+589 0.825P ² +0.1317P+11/(P+0.2888P ² +1) (P ² +0.1317P+0.8251/(P+0.2888) 0.672P ² +0.0339P+11/(P+0.5308P ² +1) (P ² +0.0339P+0.6731/(P+0.5308) | | |
| | 5 | 1-1815 2 2B15 | 1.095 1.021 0.0770 | 0.1720 0.0409 12.9754 | 0.7075 0.7401 19.0751 | 4+1135 0.7075 0.7801 | 1+4132 0.864 0.820 | 1+161 0.864 0.994 | 5+734 0.744P ² +0.0747P+11/(P+0.5006P ² +1) (P ² +0.0747P+0.7441/(P+0.5006) 0.672P ² +0.0160P+11/(P+0.6087P ² +1) (P ² +0.0160P+0.6721/(P+0.6087) (1+0.000P ² +0.1541P+11/0.1541P | |
| 50% | 4 | 1-1815 2 2B15 | 1.267 1.070 1.026 | 0.3240 0.1147 0.0848 | 0.5251 0.6755 0.7345 | 1+6203 5.8871 15.2842 | 1+9042 0.5251 0.982 | 1+277 0.787 0.918 | 4+957 0.616P ² +0.0866P+11/(P+0.2757P ² +1) (P ² +0.0866P+0.6181/(P+0.2757) (1+0.000P ² +0.2618P+11/0.2618P | |
| | 5 | 1-1815 2 2B15 | 1.625 1.070 1.026 | 0.6453 0.1147 0.0963 | 0.4516 0.6755 0.7345 | 2+7147 1.4803 1.3614 | 4+024 1.2780 1.2634 | 1+026 0.894 0.990 | 10+768P ² +0.1604P+11/(P+0.2039P ² +1) (P ² +0.1604P+0.7857/(P+0.2039) 0.611P ² +0.0399P+0.6111/(P+0.4553) (1+0.000P ² +0.1926P+11/0.1926P | |

TABLA C20. Filtros de paso de banda de Cauer, de parámetros $A_{\max} = 1$ dB y $A_{\min} = 40$ dB. Valor de los elementos y de las magnitudes de ajuste para diversos valores del ancho de banda relativo $B = \frac{\Delta fp}{f_0}$. Los esquemas correspondientes figuran en las tablas 3 y 4 (págs. 207 y 214).

| B | N | CIRCUITO | K | m | q | q/m | F _{as} | F _{an} | V _m | FUNCION DE TRANSMISION | |
|------|---|-----------------------------|-----------------------------------|---------------------------------------|--------------------------------------|---------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|--|---|--|
| 60% | 3 | 1-1815 2 | 1.130 " | 0.3603 0.1571 | 0.6704 6+3647 | 1+3056 " | 2+1254 0.4704 | 1+241 0.751 0.975 | 4+569 0.749P ² +0.1873P+11/(P+0.1583P ² +1) (P ² +0.0979P+0.5601/(P+0.2213) (1+0.000P ² +0.3142P+11/0.3142P | | |
| | 4 | 1-1815 2 2B15 | 1.816 1.084 " | 0.74732 0.1285 " | 0+3979 0.6276 " | 0+5353 " | 2+5130 0.3979 0.6276 | 1+168 0.876 0.745 | 3+562 0.749P ² +0.1873P+11/(P+0.1583P ² +1) (P ² +0.1873P+0.7491/(P+0.1583) (0.555P ² +0.0451P+11/(P+0.3938P ² +1) (P ² +0.0451P+0.5551/(P+0.3938) | | |
| | 5 | 1-1815 2 2B15 3 | 1.150 1.031 0.1156 | 0.2326 0.0540 0.1156 | 0+6021 0.6021 8+6502 | 2+5879 12.7965 " | 1+6607 0.6021 0.6922 | 1+252 0.805 0.988 | 3+341 0.642P ² +0.1028P+11/(P+0.3625P ² +1) (P ² +0.1028P+0.6427/(P+0.3625) 0.554P ² +0.0213P+11/(P+0.4792P ² +1) (P ² +0.0213P+0.5541/(P+0.4792) | | |
| 70% | 3 | 1-1815 2 | 1.394 0.1833 5+4554 | 0+3886 0+1833 5+4554 | 0+4245 0+1833 5+4554 | 1+0922 0+4245 5+4554 | 2+3553 0+4245 5+4554 | 1+407 0.7118 0.965 | 4+235 0.7118 2+3727 | 10+510P ² +0.1074P+11/(P+0.1802P ² +1) (P ² +0.1074P+0.5101/(P+0.1802) (1+0.000P ² +0.3666P+11/0.3666P | |
| | 4 | 1-1815 2 2B15 | 2.022 1.098 2+815 | 0+8310 0+1400 0+1400 | 0+3543 0+5844 4+1724 | 0+4263 1+7111 0+5844 | 2+8220 1+7111 0+5844 | 1+201 0.859 0.7111 | 3+182 0.7111 4+523 | 10+714P ² +0.2125P+11/(P+0.1255P ² +1) (P ² +0.2125P+0.7141/(P+0.1255) 0.505P ² +0.0494P+11/(P+0.3415P ² +1) (P ² +0.0494P+0.5051/(P+0.3415) | |
| | 5 | 1-1815 2 2B15 3 | 1.178 1.036 0.1344 | 0+2569 0+0591 0+1344 | 0+5577 0+6597 7+1415 | 2+1704 11.0507 0+1344 | 1+7927 1.300 0+1344 | 1+300 0.7777 0.7110 | 3+160 0.597P ² +0.1147P+11/(P+0.3111P ² +1) (P ² +0.1147P+0.5971/(P+0.3111) 0.529P ² +0.0234P+11/(P+0.4266P ² +1) (P ² +0.0234P+0.5291/(P+0.4266) | | |
| 80% | 5 | 1-1815 2 | 1.456 0.2094 | 0+4101 0+2094 | 0+3857 4+7735 | 0+8405 0+3857 | 2+5924 0+3857 | 1+476 0.6867 0.955 | 3+949 0.645P ² +0.1154P+11/(P+0.1487P ² +1) (P ² +0.1154P+0.6451/(P+0.1487) (1+0.000P ² +0.4182P+11/0.4182P | | |
| | 4 | 1-1815 2 2B15 | 2.261 1.112 " | 0+9091 0+1491 0+1491 | 0+3185 0+5555 0+5555 | 0+3504 3+6584 0+4455 | 3+1388 3+6584 0+4455 | 1+235 0.842 0.679 | 2+856 0.842 4+580 | 10+680P ² +0.2360P+0.6801/(P+0.1015P ² +1) (P ² +0.2360P+0.6801/(P+0.1015) 0.460P ² +0.0530P+11/(P+0.2975P ² +1) (P ² +0.0530P+0.4601/(P+0.2975) | |
| | 5 | 1-1815 2 2B15 3 | 1.707 1.041 0.1541 | 0+2775 0+0691 0+1541 | 0+5182 0+6171 0+1541 | 1+8668 0+6171 0+1541 | 1+9296 0+6171 0+1541 | 1+350 0.751 0.6717 | 3+007 0.6565 0+6717 | 10+556P ² +0.1253P+0.5561/(P+0.2685P ² +1) (P ² +0.1253P+0.5561/(P+0.2685) 0.458P ² +0.0251P+11/(P+0.3809P ² +1) (P ² +0.0251P+0.4581/(P+0.3809) | |
| 100% | 6 | 1-1815 2 2B15 3B15 | 1.951 1.186 1.017 0.0285 | 0+8014 0+1124 0+1017 0+22452 | 0+3655 0+4056 0+1124 0+6497 | 1+2735 1.6511 0+6497 22+2482 | 1+196 0.861 0.6595 1.5042 | 3+174 1.412 0.6773 2+2482 | 10+719P ² +0.2112P+11/(P+0.1336P ² +1) (P ² +0.2112P+0.7191/(P+0.1336) 0.502P ² +0.0534P+11/(P+0.3667P ² +1) (P ² +0.0534P+0.5021/(P+0.3667) | | |
| | 7 | 1-1815 2 | 1.574 0+2618 | 0+4362 3+8188 | 0+7423 3+8188 | 0+8027 3+8243 | 1+621 0.629 0.928 | 3+492 1.621 0.900 | 10+388P ² +0.1271P+11/(P+0.1052P ² +1) (P ² +0.1271P+0.3881/(P+0.1052) 0.503P ² +0.0253P+11/(P+0.5237P ² +1) (P ² +0.0253P+0.5031/(P+0.5237) | | |
| | 8 | 1-1815 2 2B15 | 2.703 1.137 0+1612 | 0+3085 0+2639 0+4788 | 0+2541 2+2689 0+4788 | 1+7891 2+2689 0+4788 | 1+311 0.817 0.629 | 2+378 1.311 0+2689 | 10+417P ² +0.2782P+11/(P+0.0696P ² +1) (P ² +0.2782P+0.4171/(P+0.0696) 0.533P ² +0.0283P+11/(P+0.2292P ² +1) (P ² +0.0283P+0.5331/(P+0.2292) | | |
| 5 | 1 | 1-1815 2 2B15 3 | 1.263 1.040 0.1026 | 0+1088 0+0689 0+1026 | 0+4513 0+5533 0+1026 | 1+4812 1.4071 0+1026 | 2+2156 1.4513 0+1026 | 1+229 0.702 0.617 | 10+482P ² +0.1426P+11/(P+0.2037P ² +1) (P ² +0.1426P+0.4821/(P+0.2037) 0.382P ² +0.0276P+11/(P+0.3062P ² +1) (P ² +0.0276P+0.3821/(P+0.3062) | | |
| | 6 | 1-1815 2 2B15 3B15 | 2.311 1.051 0+1241 | 0+7092 0+5411 0+1241 | 0+3059 0+3580 0+5411 | 0+3292 1.3934 0+5411 | 3+2686 1.3934 0+5411 | 1+264 0.655 0.5411 | 10+662P ² +0.2513P+11/(P+0.0935P ² +1) (P ² +0.2513P+0.6621/(P+0.0935) 0.427P ² +0.0708P+11/(P+0.2928P ² +1) (P ² +0.0708P+0.4271/(P+0.2928) | | |
| | 7 | 1-1815 2 | 1.021 0.1021 | 0+0512 0+0512 | 0+5513 0+5513 0+5513 | 1+4817 0.655 0+5513 | 2+2955 0.655 0+5513 | 1+506 0.619 0.5513 | 10+382P ² +0.0315P+11/(P+0.3453P ² +1) (P ² +0.0315P+0.3821/(P+0.3453) | | |

| B | N | CIRCUITO | K | m | q | q/m | F _{ab} | F _{bm} | V _m | FUNCION DE TRANSMISION |
|-----|---|------------------------|----------------|------------------|-------------------|-------------------|-------------------------------------|--|---|--|
| 7% | 3 | 1 1B1S 2 | 1.033 " | 0.0698 0.0230 | 0.8972 43.3496 | 12.8467 " | 1.1144 0.8972 | 1.036 0.964 21.674 | 6+622 "(P ² +0.0195P+0.9301)/(P ² +0.8050) 11/(0.0461P+1)/0.0461P | (0.930P ² +0.0195P+1)/(0.8050P ² +1) (P ² +0.0195P+0.9301)/(P ² +0.8050) 11/(0.0461P+1)/0.0461P |
| | 4 | 1 1B1S 2 | 1.049 " | 0.0980 0.0329 | 0.8568 30.3447 | 8+7400 " | 1+1671 0.8568 | 1.053 0.949 15.172 | 6+408 "(P ² +0.0275P+0.9021)/(P ² +0.7341) 11.000P ² +0.0659P+1)/0.0659P | (0.902P ² +0.0275P+1)/(0.7341P ² +1) (P ² +0.0275P+0.9021)/(P ² +0.7341) 11.000P ² +0.0659P+1)/0.0659P |
| 10% | 3 | 1 1B1S 2 | 1.077 " | 0.1426 0.0494 | 0.7939 20.2298 | 5+5677 " | 1+2594 0.7939 | 1.080 0.926 0.997 | 6+086 "(P ² +0.041P+0.8561)/(P ² +0.6304) 11.000P ² +0.0988P+1)/0.0988P | (0.856P ² +0.0401P+1)/(0.6304P ² +1) (P ² +0.041P+0.8561)/(P ² +0.6304) 11.000P ² +0.0988P+1)/0.0988P |
| | 4 | 1 1B1S 2 2B1S | 1.130 1.022 | 0.2422 0.0493 | 0.7514 17.8095 | 3+1020 11.1385 | 1.3306 0.7514 1.079 0.8783 | 1.038 0.964 4.955 0.926 | 5+735 "(P ² +0.0655P+1)/(0.5647P ² +1) 11.000P ² +0.1771P+1)/(0.5647P ² +1) (P ² +0.0188P+1)/(0.7714P ² +1) (P ² +0.0188P+0.8588)/(P ² +0.7714) | (0.928P ² +0.0655P+1)/(0.5647P ² +1) (P ² +0.0655P+0.9288)/(P ² +0.5647) 11.000P ² +0.1771P+1)/(0.7714P ² +1) (P ² +0.0188P+0.8588)/(P ² +0.7714) |
| 15% | 3 | 1 1B1S 2 | 1.107 " | 0.1840 0.0659 | 0.7367 15.1723 | 4+0026 " | 1+3573 0.7367 | 1.109 0.902 0.795 | 5+742 "(P ² +0.0521P+0.8131)/(P ² +0.5527) 11.000P ² +0.1318P+1)/(0.5527P+1) | (0.813P ² +0.0521P+1)/(0.5527P+1) (P ² +0.0521P+0.8131)/(P ² +0.5527) 11.000P ² +0.1318P+1)/(0.5527P+1) |
| | 4 | 1 1B1S 2 2B1S | 1.200 1.030 | 0.3177 0.0438 | 0.6558 0.8414 | 2+1562 13.1771 | 1+4581 1.1884 0.8414 | 1.052 0.953 1.107 | 5+259 "(P ² +0.0842P+0.9056)/(P ² +0.4703) 11.000P ² +0.2444P+1)/(0.7080P ² +1) (P ² +0.0244P+0.8151)/(P ² +0.7080) | (0.656P ² +0.0842P+1)/(0.4703P ² +1) (P ² +0.0842P+0.9056)/(P ² +0.4703) 11.000P ² +0.2444P+1)/(0.7080P ² +1) (P ² +0.0244P+0.8151)/(P ² +0.7080) |
| 20% | 3 | 1 1B1S 2 | 1.139 " | 0.2223 0.0823 | 0.6847 12.1378 | 3+0794 " | 1+4604 0.6847 | 1.138 0.880 0.993 | 5+437 "(P ² +0.0633P+0.7733)/(P ² +0.4688) 11.000P ² +0.1647P+1)/(0.4688P+1) | (0.773P ² +0.0633P+1)/(0.4688P+1) (P ² +0.0633P+0.7733)/(P ² +0.4688) 11.000P ² +0.1647P+1)/(0.4688P+1) |
| | 4 | 1 1B1S 2 2B1S | 1.268 1.038 | 0.3903 0.0774 | 0.6277 0.8064 | 1+6078 10.4732 | 1.5930 0.6277 0.8064 | 1.066 0.943 1.136 | 4+850 "(P ² +0.1064P+0.8884)/(P ² +0.3949) 11.000P ² +0.2755P+1)/(0.7755P+1) (P ² +0.02755P+0.7755)/(P ² +0.6502) | (0.884P ² +0.1064P+1)/(0.3949P ² +1) (P ² +0.1064P+0.8884)/(P ² +0.3949) 11.000P ² +0.2755P+1)/(0.7755P+1) (P ² +0.02755P+0.7755)/(P ² +0.6502) |
| 25% | 3 | 1 1B1S 2 | 1.139 " | 0.2223 0.0823 | 0.6847 12.1378 | 3+0794 " | 1+4604 0.6847 | 1.138 0.880 0.993 | 5+437 "(P ² +0.0633P+0.7733)/(P ² +0.4688) 11.000P ² +0.1647P+1)/(0.4688P+1) | (0.773P ² +0.0633P+1)/(0.4688P+1) (P ² +0.0633P+0.7733)/(P ² +0.4688) 11.000P ² +0.1647P+1)/(0.4688P+1) |
| | 4 | 1 1B1S 2 2B1S | 1.268 1.038 | 0.3903 0.0774 | 0.6277 0.8064 | 1+6078 10.4732 | 1.5930 0.6277 0.8064 | 1.066 0.943 1.136 | 4+850 "(P ² +0.1064P+0.8884)/(P ² +0.3949) 11.000P ² +0.2755P+1)/(0.7755P+1) (P ² +0.02755P+0.7755)/(P ² +0.6502) | (0.884P ² +0.1064P+1)/(0.3949P ² +1) (P ² +0.1064P+0.8884)/(P ² +0.3949) 11.000P ² +0.2755P+1)/(0.7755P+1) (P ² +0.02755P+0.7755)/(P ² +0.6502) |
| 30% | 3 | 1 1B1S 2 | 1.172 " | 0.2574 0.0988 | 0.6375 10.1149 | 2+4764 " | 1+5684 0.5375 | 1.168 0.858 0.990 | 5+152 "(P ² +0.0737P+0.7344)/(P ² +0.4064) 11.000P ² +0.1977P+1)/(0.1977P) | (0.734P ² +0.0737P+1)/(0.4064P+1) (P ² +0.0737P+0.7344)/(P ² +0.4064) 11.000P ² +0.1977P+1)/(0.1977P) |
| | 4 | 1 1B1S 2 2B1S | 1.344 1.047 | 0.4600 0.0900 | 0.5764 0.7730 | 1+2530 8.5833 | 1.7348 0.5764 0.7730 | 1.081 0.933 0.7092 | 4+474 "(P ² +0.0826P+0.1260)/(P ² +0.3322) 11.000P ² +0.0346P+1)/(0.5978P+1) (P ² +0.0346P+0.736)/(P ² +0.5978) | (0.862P ² +0.0826P+1)/(0.1260P+1) (P ² +0.0826P+0.1260)/(P ² +0.3322) 11.000P ² +0.0346P+1)/(0.5978P+1) (P ² +0.0346P+0.736)/(P ² +0.5978) |
| 30% | 5 | 1 1B1S 2 2B1S | 1.074 1.018 | 0.1489 0.0381 | 0.7570 0.8223 | 5+0809 21.5102 | 1.3209 0.7570 0.8223 | 1.120 0.955 1.161 | 3+398 "(P ² +0.0734P+0.7344)/(P ² +0.4064) 11.000P ² +0.1977P+1)/(0.1977P) | (0.798P ² +0.0734P+1)/(0.4064P+1) (P ² +0.0734P+0.7344)/(P ² +0.4064) 11.000P ² +0.1977P+1)/(0.1977P) |
| | 6 | 1 1B1S 2 2B1S | 1.244 1.047 | 0.3183 0.0705 | 0.5563 14.1841 | 1+7476 0.5563 | 1.7975 0.5563 | 1.231 0.817 0.595 | 4+643 "(P ² +0.0926P+0.6663)/(P ² +0.3094) 11.000P ² +0.2636P+1)/(0.2636P) | (0.663P ² +0.0926P+1)/(0.3094P ² +1) (P ² +0.0926P+0.6663)/(P ² +0.3094) 11.000P ² +0.2636P+1)/(0.2636P) |
| 40% | 4 | 1 1B1S 2 2B1S | 1.517 1.063 | 0.5000 0.1125 | 0.4912 0.7115 | 2+0957 6.3235 | 1.4112 0.913 1.225 | 3+838 "(P ² +0.1635P+0.8202)/(P ² +0.2412) 11.000P ² +0.0634P+1)/(0.5062P+1) | (0.820P ² +0.1635P+1)/(0.2412P ² +1) (P ² +0.1635P+0.8202)/(P ² +0.2412) 11.000P ² +0.0634P+1)/(0.5062P+1) | |
| | 5 | 1 1B1S 2 2B1S | 1.102 1.024 | 0.1890 0.0478 | 0.6923 0.7713 | 3+6617 16.1168 | 1.4463 0.9633 1.2822 | 3+190 "(P ² +0.0938P+0.7411)/(P ² +0.4793) 11.000P ² +0.0211P+1)/(0.5950P+1) | (0.780P ² +0.0938P+1)/(0.4793P+1) (P ² +0.0938P+0.7411)/(P ² +0.4793) 11.000P ² +0.0211P+1)/(0.5950P+1) | |
| 50% | 3 | 1 1B1S 2 | 1.319 1.047 | 0.3674 0.1847 | 0.4498 6.0589 | 1+3332 0.4498 | 2+0414 0.4498 | 1.297 0.778 3.034 | 4+210 "(P ² +0.1088P+0.5991)/(P ² +0.3299) 11.000P ² +0.1820P+1)/(0.1586P) | (0.5991P ² +0.1088P+1)/(0.3299P ² +1) (P ² +0.1088P+0.5991)/(P ² +0.3299) 11.000P ² +0.1820P+1)/(0.1586P) |
| | 4 | 1 1B1S 2 2B1S | 1.716 1.080 | 0.7076 0.1313 | 0.4245 0.6563 | 2+5552 4.9954 | 1.145 0.895 1.288 | 3+330 "(P ² +0.1819P+0.7811)/(P ² +0.4307) (P ² +0.1819P+0.7811)/(P ² +0.4307) 11.000P ² +0.0511P+1)/(0.6031P+1) | (0.781P ² +0.1819P+1)/(0.4307P ² +1) (P ² +0.1819P+0.7811)/(P ² +0.4307) 11.000P ² +0.0511P+1)/(0.6031P+1) | |

TABLA C21. Filtros de paso de banda de Cauer, de parámetros $A_{\max} = 0,5$ dB y $A_{\min} = 40$ dB. Valor de los elementos y de las magnitudes de ajuste para diversos valores de ancho de banda $B = \frac{\Delta fp}{f_0}$. Los esquemas correspondientes figuran en las tablas 3 y 4 (págs. 207 y 214).

| B | N | CIRCUITO | K | m | q | q/m | F _{ab} | F _{bm} | V _m | FUNCION DE TRANSMISION | |
|-----|---|-----------------------------|--------------------------|----------------------------|----------------------------|------------------------------|----------------------------|---|---|---|---|
| 50% | 5 | 1 1B1S 2 2B1S 3 | 1.132 1.030 0.1175 | 0.2243 0.0561 0.81CS | 0.6349 0.7243 1.1806 | 2+8304 12.9004 0.7243 | 1.5749 1.0349 1.778 | 1.211 0.833 4.255 | 2+996 (P ² +0.1123P+0.6811)/(P ² +0.4031) (P ² +0.1123P+0.6811)/(P ² +0.4031) 11.000P ² +0.2350P+1)/(0.2350P+1) | (0.488P ² +0.1123P+1)/(0.4031P ² +1) (P ² +0.1123P+0.6811)/(P ² +0.4031) 11.000P ² +0.2350P+1)/(0.2350P+1) | |
| | 6 | 1 1B1S 2 2B1S | 1.375 1.397 1.410 | 0.4058 0.8131 0.4100 | 0.4253 0.3719 0.7020 | 1+0725 0.4573 0.7139 | 2+2971 0.4553 | 1.386 0.741 0.979 | 3+844 2+528 3+546 | (0.542P ² +0.1225P+1)/(0.1895P ² +1) (P ² +0.1225P+0.542)/(P ² +0.1895) 11.000P ² +0.3954P+1)/(0.3954P+1) | (0.542P ² +0.1225P+1)/(0.1895P ² +1) (P ² +0.1225P+0.542)/(P ² +0.1895) 11.000P ² +0.3954P+1)/(0.3954P+1) |
| | 7 | 1 1B1S 2 2B1S 3 | 1.616 1.236 1.015 | 0.2548 0.0631 0.0292 | 0.5380 0.5809 0.7129 | 2+2916 10.7910 24.0366 | 1.5840 1.6885 1.7139 | 2+1291 0.808 0.7139 | 2+818 4+103 4+041 3+237 2+661 3+966 | (0.638P ² +0.1289P+0.6381)/(P ² +0.3411) (P ² +0.1289P+0.6381)/(P ² +0.3411) | (0.638P ² +0.1289P+0.6381)/(P ² +0.3411) (P ² +0.1289P+0.6381)/(P ² +0.3411) |
| 60% | 5 | 1 1B1S 2 2B1S | 1.162 1.236 1.015 | 0.2548 0.0631 0.0292 | 0.5380 0.5809 0.7129 | 2+2916 10.7910 24.0366 | 1.5840 1.6885 1.7139 | 2+1291 0.808 0.7139 | 2+818 4+103 4+041 3+237 2+661 3+966 | (0.780P ² +0.2025P+1)/(0.1851P ² +1) (P ² +0.2025P+0.780)/(P ² +0.1851) (P ² +0.2025P+0.780)/(P ² +0.1851) (P ² +0.2025P+0.780)/(P ² +0.1851) (P ² +0.2025P+0.780)/(P ² +0.1851) (P ² +0.2025P+0.780)/(P ² +0.1851) | (0.780P ² +0.2025P+1)/(0.1851P ² +1) (P ² +0.2025P+0.780)/(P ² +0.1851) (P ² +0.2025P+0.780)/(P ² +0.1851) (P ² +0.2025P+0.780)/(P ² +0.1851) (P ² +0.2025P+0.780)/(P ² +0.1851) (P ² +0.2025P+0.780)/(P ² +0.1851) |
| | 6 | 1 1B1S 2 2B1S 3 | 1.686 1.053 1.020 | 0.6918 0.1058 0.0292 | 0.4321 0.6716 0.7129 | 2+3243 6+3442 24+3666 | 1.446 1.889 1.7139 | 2+1291 0.885 1.300 0.6716 1.446 1.7139 | 3+237 2+661 3+966 | (0.780P ² +0.2025P+1)/(0.1851P ² +1) (P ² +0.2025P+0.780)/(P ² +0.1851) (P ² +0.2025P+0.780)/(P ² +0.1851) (P ² +0.2025P+0.780)/(P ² +0.1851) (P ² +0.2025P+0.780)/(P ² +0.1851) (P ² +0.2025P+0.780)/(P ² +0.1851) | (0.780P ² +0.2025P+1)/(0.1851P ² +1) (P ² +0.2025P+0.780)/(P ² +0.1851) (P ² +0.2025P+0.780)/(P ² +0.1851) (P ² +0.2025P+0.780)/(P ² +0.1851) (P ² +0.2025P+0.780)/(P ² +0.1851) (P< |

FUNCIONES ELIPTICAS

| B | N | CIRCUITO | K | m | q | q/m | F _m | F _m | V _m | FUNCION DE TRANSMISION | |
|------|---|----------|--------|--------|---------|---------|----------------|----------------|----------------|--|--|
| 7% | 1 | 1815 | 1.045 | 0.0946 | 0.8684 | 9.1711 | 1.043 | 1.043 | 5.632 | $(0.918P^2 + 0.0303P + 1)/(1.0 + 7542P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.025P + 0.885)/(P^2 + 0.7542)$ $11.000P^2 + 0.0706P + 1)/0.0706P$ | |
| | 2 | 1815 | 1.045 | 0.3353 | 28.2893 | | 0.8684 | 0.958 | 1.1414 | | |
| 10% | 1 | 1815 | 1.067 | 0.1324 | 0.8180 | 6.1775 | 1.062 | 1.062 | 5.386 | $(0.885P^2 + 0.025P + 1)/(1.0 + 6692P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.025P + 0.885)/(P^2 + 0.6692)$ $11.000P^2 + 0.1009P + 1)/0.1009P$ | |
| | 2 | 1815 | 1.067 | 0.0504 | 19.8023 | | 0.8180 | 0.941 | 9.931 | | |
| 15% | 1 | 1815 | 1.107 | 0.2029 | 0.7912 | 3.8997 | 1.2037 | 1.328 | 5.007 | $(0.947P^2 + 0.0654P + 1)/(1.0 + 6261P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.0654P + 0.947)/(P^2 + 0.6261)$ $10.894P^2 + 0.0200P + 1)/(1.0 + 8136P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.0200P + 0.894)/(P^2 + 0.8136)$ | |
| | 2 | 2815 | 1.019 | 0.0447 | 0.9070 | 20.1375 | 1.1056 | 4.249 | 0.945 | | |
| 20% | 1 | 1815 | 1.108 | 0.1912 | 0.7417 | 3.8777 | 1.3481 | 1.098 | 4.994 | $(0.833P^2 + 0.0618P + 1)/(1.0 + 5501P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.0618P + 0.833)/(P^2 + 0.5501)$ $11.000P^2 + 0.1514P + 1)/0.1514P$ | |
| | 2 | 2815 | 1.108 | 0.0757 | 13.2015 | | 0.7417 | 0.914 | 6.600 | | |
| 25% | 1 | 1815 | 1.177 | 0.2990 | 0.7065 | 2.3625 | 1.4153 | 1.044 | 4.500 | $(0.921P^2 + 0.0768P + 1)/(1.0 + 4992P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.0768P + 0.921)/(P^2 + 0.4992)$ $10.845P^2 + 0.0292P + 1)/(1.0 + 7343P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.0292P + 0.845)/(P^2 + 0.7343)$ | |
| | 2 | 2815 | 1.029 | 0.0551 | 0.9560 | 13.1428 | 1.1966 | 1.087 | 4.138 | | |
| 30% | 1 | 1815 | 1.152 | 0.2449 | 0.5743 | 2.7531 | 1.4829 | 1.130 | 4.635 | $(0.785P^2 + 0.0797P + 1)/(1.0 + 4547P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.0797P + 0.785)/(P^2 + 0.4547)$ $11.000P^2 + 0.2019P + 1)/0.2019P$ | |
| | 2 | 2815 | 1.152 | 0.1009 | 9.9011 | | 0.5743 | 0.887 | 0.950 | | |
| 35% | 1 | 1815 | 1.258 | 0.3912 | 0.4334 | 1.6190 | 1.5785 | 1.060 | 4.054 | $(0.897P^2 + 0.1273P + 1)/(1.0 + 4013P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.1273P + 0.897)/(P^2 + 0.4013)$ $10.800P^2 + 0.0377P + 1)/(1.0 + 6634P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.0377P + 0.800)/(P^2 + 0.6634)$ | |
| | 2 | 2815 | 1.099 | 0.0840 | 0.8145 | 0.6960 | 1.2277 | 1.118 | 4.029 | | |
| 40% | 1 | 1815 | 1.054 | 0.1242 | 0.8050 | 6.3842 | 1.2405 | 1.084 | 2.866 | $(0.853P^2 + 0.0758P + 1)/(1.0 + 6497P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.0758P + 0.853)/(P^2 + 0.6497)$ $10.808P^2 + 0.0190P + 1)/(1.0 + 7461P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.0190P + 0.808)/(P^2 + 0.7461)$ $11.000P^2 + 0.1342P + 1)/0.1342P$ | |
| | 2 | 2815 | 1.019 | 0.0361 | 0.8838 | 23.8802 | 1.1576 | 1.112 | 3.632 | | |
| 45% | 1 | 1815 | 1.054 | 0.0670 | 14.9127 | | 0.8838 | 0.899 | 0.995 | | |
| | 2 | 2815 | 1.054 | 0.1262 | 7.9204 | | 0.6150 | 0.682 | 0.983 | | |
| 50% | 1 | 1815 | 1.199 | 0.2933 | 0.6150 | 2.0968 | 1.6258 | 1.166 | 4.308 | $(0.739P^2 + 0.0963P + 1)/(1.0 + 3783P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.0963P + 0.739)/(P^2 + 0.3783)$ $11.000P^2 + 0.2524P + 1)/0.2524P$ | |
| | 2 | 2815 | 1.199 | 0.1262 | 7.9204 | | 0.6150 | 0.682 | 0.983 | | |
| 55% | 1 | 1815 | 1.351 | 0.4793 | 0.5707 | 1.1907 | 1.7520 | 1.077 | 3.664 | $(0.872P^2 + 0.1568P + 1)/(1.0 + 3257P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.1568P + 0.872)/(P^2 + 0.3257)$ $10.757P^2 + 0.0457P + 1)/(1.0 + 5999P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.0457P + 0.757)/(P^2 + 0.5999)$ | |
| | 2 | 2815 | 1.030 | 0.1014 | 0.7745 | 1.0372 | 1.2910 | 1.150 | 3.922 | | |
| 60% | 1 | 1815 | 1.070 | 0.1539 | 0.7646 | 4.9665 | 1.3078 | 1.107 | 2.754 | $(0.820P^2 + 0.0928P + 1)/(1.0 + 5846P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.0928P + 0.820)/(P^2 + 0.5846)$ $10.767P^2 + 0.0231P + 1)/(1.0 + 940P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.0231P + 0.767)/(P^2 + 0.940)$ $11.000P^2 + 0.1676P + 1)/0.1676P$ | |
| | 2 | 2815 | 1.019 | 0.0438 | 0.8330 | 19.0005 | 1.2003 | 1.141 | 3.598 | | |
| 65% | 1 | 1815 | 1.083 | 0.0583 | 11.9297 | | 0.8330 | 0.875 | 0.992 | | |
| | 2 | 2815 | 1.083 | 0.1514 | 6.6007 | | 0.5630 | 0.992 | 5.964 | | |
| 70% | 1 | 1815 | 1.249 | 0.3365 | 0.5630 | 1.6730 | 1.7759 | 1.203 | 4.013 | $(0.696P^2 + 0.1116P + 1)/(1.0 + 3170P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.1116P + 0.696)/(P^2 + 0.3170)$ $11.000P^2 + 0.3029P + 1)/0.3029P$ | |
| | 2 | 2815 | 1.249 | 0.1514 | 6.6007 | | 0.5630 | 0.838 | 3.300 | | |
| 75% | 1 | 1815 | 1.454 | 0.5630 | 0.5169 | 0.9180 | 1.9344 | 1.095 | 3.325 | $(0.849P^2 + 0.1854P + 1)/(1.0 + 2672P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.1854P + 0.849)/(P^2 + 0.2672)$ $10.716P^2 + 0.0531P + 1)/(1.0 + 5431P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.0531P + 0.716)/(P^2 + 0.5431)$ | |
| | 2 | 2815 | 1.061 | 0.1175 | 0.7369 | 6.2695 | 1.3586 | 1.182 | 3.818 | | |
| 80% | 1 | 1815 | 1.086 | 0.1800 | 0.7258 | 4.0316 | 1.3776 | 1.130 | 2.647 | $(0.788P^2 + 0.1089P + 1)/(1.0 + 5268P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.1089P + 0.788)/(P^2 + 0.5268)$ $10.727P^2 + 0.0269P + 1)/(1.0 + 6558P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.0269P + 0.727)/(P^2 + 0.6558)$ $11.000P^2 + 0.2011R + 1)/0.2011P$ | |
| | 2 | 2815 | 1.021 | 0.0509 | 0.4016 | 15.7647 | 1.2445 | 1.172 | 3.597 | | |
| 85% | 1 | 1815 | 1.005 | 0.9414 | 0.7454 | 0.7369 | 0.853 | 0.893 | 4.970 | | |
| | 2 | 2815 | 1.005 | 0.2019 | 4.9505 | | 0.5630 | 0.976 | 3.300 | | |
| 90% | 1 | 1815 | 1.356 | 0.4081 | 0.4774 | 1.1697 | 2.0945 | 1.282 | 3.509 | $(0.617P^2 + 0.1384P + 1)/(1.0 + 2279P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.1384P + 0.617)/(P^2 + 0.2279)$ $11.000P^2 + 0.039P + 1)/0.4039P$ | |
| | 2 | 2815 | 1.356 | 0.2019 | 4.9505 | | 0.4774 | 0.792 | 2.475 | | |
| 95% | 1 | 1815 | 1.693 | 0.7173 | 0.4308 | 0.6006 | 2.3209 | 1.134 | 2.770 | $(0.803P^2 + 0.2399P + 1)/(1.0 + 1856P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.2399P + 0.803)/(P^2 + 0.1856)$ $10.641P^2 + 0.0664P + 1)/(1.0 + 4472P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.0664P + 0.641)/(P^2 + 0.4472)$ | |
| | 2 | 2815 | 1.083 | 0.1655 | 0.6687 | 4.5943 | 0.8036 | 1.235 | 3.463 | | |
| 100% | 1 | 1815 | 1.120 | 0.2273 | 0.6557 | 2.8846 | 1.5244 | 1.179 | 2.645 | $(0.728P^2 + 0.1388P + 1)/(1.0 + 4300P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.1388P + 0.728)/(P^2 + 0.4300)$ $10.655P^2 + 0.0337P + 1)/(1.0 + 5601P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.0337P + 0.655)/(P^2 + 0.5601)$ $11.000P^2 + 0.2682P + 1)/0.2682P$ | |
| | 2 | 2815 | 1.031 | 0.0436 | 0.7484 | 11.7578 | 1.3340 | 1.235 | 3.463 | | |
| 105% | 1 | 1815 | 1.1341 | 0.1341 | 7.4561 | | 0.7484 | 0.809 | 0.981 | 3.728 | |
| | 2 | 2815 | 1.1341 | 0.2019 | 4.9505 | | 0.5630 | 0.976 | 2.475 | | |

TABLA C22. Filtros de paso de banda de Cauer, de parámetros $A_{max} = 0,1$ dB y $A_{min} = 40$ dB. Valor de los elementos y de las magnitudes de ajuste para diversos valores del ancho de banda relativo $B = \frac{\Delta f_p}{f_0}$. Los esquemas correspondientes figuran en las tablas 3 y 4 (págs. 207 y 214).

| B | N | CIRCUITO | K | m | q | q/m | F _m | F _m | V _m | FUNCION DE TRANSMISION |
|------|---|----------|-------|--------|--------|--------|----------------|----------------|----------------|---|
| 50% | 1 | 1815 | 1.067 | 0.8542 | 0.4617 | 0.6110 | 0.8503 | 2.4324 | 1.365 | $(0.548P^2 + 0.1405P + 1)/(1.0 + 1689P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.1605P + 0.548)/(P^2 + 0.1689)$ $11.000P^2 + 0.5049P + 1)/0.5049P$ |
| | 2 | 2815 | 1.067 | 0.2524 | 0.8542 | 0.9604 | 0.8503 | 1.7290 | 1.177 | |
| 60% | 1 | 1815 | 1.156 | 0.2681 | 0.5948 | 2.174 | 1.4811 | 1.231 | 2.265 | $(0.672P^2 + 0.1656P + 1)/(1.0 + 1324P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.1656P + 0.672)/(P^2 + 0.1324)$ $10.557P^2 + 0.0776P + 1)/(1.0 + 3708P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.0776P + 0.557)/(P^2 + 0.3708)$ |
| | 2 | 2815 | 1.156 | 0.0743 | 0.4990 | 0.3925 | 0.4990 | 1.4620 | 1.321 | |
| 70% | 1 | 1815 | 1.192 | 0.2028 | 0.5148 | 2.174 | 1.4894 | 1.285 | 2.097 | $(0.487P^2 + 0.1783P + 1)/(1.0 + 1289P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.1783P + 0.487)/(P^2 + 0.1289)$ $10.401P^2 + 0.0809P + 1)/(1.0 + 6059P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.0809P + 0.401)/(P^2 + 0.6059)$ |
| | 2 | 2815 | 1.192 | 0.0302 | 3.3003 | | 0.5148 | 0.7050 | 0.903 | |
| 80% | 1 | 1815 | 1.177 | 0.5405 | 0.2847 | 0.5257 | 0.5185 | 0.2847 | 2.485 | $(0.388P^2 + 0.2027P + 1)/(1.0 + 0.8087P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.2027P + 0.388)/(P^2 + 0.08087)$ $10.309P^2 + 0.000P + 0.4023P + 1)/0.4023P + 1$ |
| | 2 | 2815 | 1.177 | 0.2102 | 0.4708 | 2.2849 | 0.4708 | 0.2847 | 1.237 | |
| 90% | 1 | 1815 | 1.264 | 0.4550 | 0.4550 | 0.4558 | 0.4550 | 1.2596 | 1.818 | $(0.531P^2 + 0.2287P + 1)/(1.0 + 2077P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.2287P + 0.531)/(P^2 + 0.2077)$ $10.419P^2 + 0.1006P + 1)/(1.0 + 2214P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.1006P + 0.419)/(P^2 + 0.2214)$ |
| | 2 | 2815 | 1.264 | 0.0557 | 0.4555 | 0.4729 | 0.4555 | 0.5556 | 2.975 | |
| 100% | 1 | 1815 | 1.279 | 0.0776 | 0.3114 | 0.3185 | 0.3114 | 1.2432 | 1.853 | $(0.705P^2 + 0.3614P + 1)/(1.0 + 0.969P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.3614P + 0.705)/(P^2 + 0.0969)$ $10.494P^2 + 0.1245P + 1)/(1.0 + 3198P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.1245P + 0.494)/(P^2 + 0.3198)$ |
| | 2 | 2815 | 1.279 | 0.1507 | 0.5455 | 1.7523 | 0.5455 | 0.7056 | 3.191 | |
| 110% | 1 | 1815 | 1.026 | 0.0469 | 0.4649 | 0.4703 | 0.4649 | 1.4968 | 1.896 | $(0.446P^2 + 0.0272P + 1)/(1.0 + 3088P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.0272P + 0.446)/(P^2 + 0.3088)$ $10.311P^2 + 0.0215P + 1)/(1.0 + 637P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.0215P + 0.311)/(P^2 + 0.0546)$ |
| | 2 | 2815 | 1.026 | 0.2717 | 0.4047 | 0.4754 | 0.4047 | 1.7293 | 2.749 | |
| 120% | 1 | 1815 | 1.131 | 0.3877 | 0.3901 | 1.0063 | 0.3877 | 2.5628 | 1.599 | $(0.454P^2 + 0.2575P + 1)/(1.0 + 1522P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.2575P + 0.454)/(P^2 + 0.1522)$ $10.320P^2 + 0.0565P + 1)/(1.0 + 2562P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.0565P + 0.320)/(P^2 + 0.2562)$ |
| | 2 | 2815 | 1.131 | 0.0743 | 0.3901 | 0.4914 | 0.3901 | 0.5062 | 3.191 | |
| 130% | 1 | 1815 | 1.276 | 1.2126 | 0.3575 | 0.2746 | 0.3575 | 1.43 | | |

| B | N | CIRCUITO | K | m | q | q/m | F ₀₀ | F _m | V _m | FUNCION DE TRANSMISION |
|------|---|------------------------|----------------------------------|--|--|--|---|---|--|------------------------|
| 15% | 3 | 1 1B1S 2 | 1.019 " " " | 0.0465 " " " 0.0444 22.5062 | 0.8026 " " " 18.9737 | 1.1327 " " " 0.8828 | 1.077 " " " 0.928 0.998 | 3.396 " " " 11.253 | (0.881P ² +0.0259P+1)/(0.7793P ² +1) (P ² +0.0259P+0.861)/(P ² +0.7793) (1.000P ² +0.0888P+1)/(0.0888P) | |
| | | | | | | | | | | |
| 20% | 3 | 1 1B1S 2 | 1.025 " " " | 0.0602 " " " 0.0592 16.8796 | 0.8471 " " " 14.0499 | 1.1803 " " " 0.8471 | 1.104 " " " 0.905 0.998 | 3.391 " " " 8.439 | (0.819P ² +0.0336P+1)/(0.7177P ² +1) (P ² +0.0336P+0.819)/(P ² +0.7177) (1.000P ² +0.1184P+1)/(0.1184P) | |
| | | | | | | | | | | |
| 25% | 3 | 1 1B1S 2 | 1.032 " " " | 0.0731 " " " 0.0740 13.5037 | 0.8131 " " " 11.1112 | 1.2297 " " " 0.8131 | 1.132 " " " 0.883 0.994 | 3.266 " " " 6.751 | (0.780P ² +0.0409P+1)/(0.6612P ² +1) (P ² +0.0409P+0.780)/(P ² +0.6612) (1.000P ² +0.1418P+1)/(0.1418P) | |
| | | | | | | | | | | |
| 30% | 3 | 1 1B1S 2 | 1.039 " " " | 0.0851 " " " 0.0888 11.2531 | 0.7808 " " " 9.1648. | 1.2806 " " " 0.7808 | 1.161 " " " 0.862 0.992 | 3.203 " " " 5.626 | (0.742P ² +0.0478P+1)/(0.6097P ² +1) (P ² +0.0478P+0.742)/(P ² +0.6097) (1.000P ² +0.1777P+1)/(0.1777P) | |
| | | | | | | | | | | |
| 40% | 3 | 1 1B1S 2 | 1.053 " " " | 0.1066 " " " 0.1184 E.4398 | 0.7208 " " " 6.7593 | 1.3872 " " " 0.7208 | 1.220 " " " 0.821 0.985 | 3.079 " " " 4.219 | (0.673P ² +0.0601P+1)/(0.5196P ² +1) (P ² +0.0601P+0.673)/(P ² +0.5196) (1.000P ² +0.2369P+1)/(0.2369P) | |
| | | | | | | | | | | |
| 50% | 4 | 1 1B1S 2 2B1S | 1.1R3 " " " 1.013 " " " | 0.3029 " " " 0.6366 0.0326 0.7875 | 0.6735 " " " 2.1011 | 1.5707 " " " 1.6266 0.2597 0.7875 | 1.131 " " " 0.894 1.220 0.819 | 3.065 " " " 2.847 2.847 0.977 | (0.791P ² +0.1384P+1)/(0.4053P ² +1) (P ² +0.1384P+0.791)/(P ² +0.4053) (0.671P ² +0.0219P+1)/(0.5202P ² +1) (P ² +0.0219P+0.671)/(P ² +0.5202) | |
| | | | | | | | | | | |
| 60% | 3 | 1 1B1S 2 | 1.066 " " " | 0.1247 " " " 0.6667 0.1481 6.7518 | 5.3441 " " " 0.6667 | 1.4998 " " " 0.783 0.977 | 1.281 " " " 0.783 3.375 | 2.960 " " " 3.375 | (0.610P ² +0.0708P+1)/(0.4445P ² +1) (P ² +0.0708P+0.610)/(P ² +0.4445) (1.000P ² +0.2962P+1)/(0.2962P) | |
| | | | | | | | | | | |
| 70% | 4 | 1 1B1S 2 2B1S | 1.242 " " " 1.017 " " " | 0.3626 " " " 0.5741 0.7430 19.3671 | 1.5832 " " " 0.6741 0.7830 | 1.7471 " " " 0.872 1.3658 1.281 | 1.168 " " " 0.872 1.346 0.780 | 2.798 " " " 2.811 2.811 2.913 | (0.745P ² +0.1674P+1)/(0.4329P ² +1) (P ² +0.1674P+0.745)/(P ² +0.4329) (0.609P ² +0.0258P+1)/(0.3552P ² +1) (P ² +0.0258P+0.609)/(P ² +0.3552) | |
| | | | | | | | | | | |
| 80% | 3 | 1 1B1S 2 | 1.080 " " " | 0.1397 " " " 0.1777 5.6265 | 0.6181 " " " 4.4225 | 1.6177 " " " 0.6181 | 1.346 " " " 0.747 0.967 | 2.848 " " " 2.913 | (0.554P ² +0.0800P+1)/(0.3820P ² +1) (P ² +0.0800P+0.554)/(P ² +0.3820) (1.000P ² +0.3554P+1)/(0.3554P) | |
| | | | | | | | | | | |
| 80% | 4 | 1 1B1S 2 2B1S | 1.306 " " " 1.020 " " " | 0.4156 " " " 0.5204 0.7017 16.2652 | 1.2520 " " " 0.64204 1.4250 0.7017 | 1.9215 " " " 0.850 1.345 0.743 | 1.207 " " " 0.850 1.345 0.743 | 2.562 " " " 2.775 2.775 2.913 | (0.703P ² +0.1942P+1)/(0.4708P ² +1) (P ² +0.1942P+0.703)/(P ² +0.4708) (0.553P ² +0.0291P+1)/(0.3924P ² +1) (P ² +0.0291P+0.553)/(P ² +0.3924) | |
| | | | | | | | | | | |
| 80% | 3 | 1 1B1S 2 | 1.106 " " " | 0.1616 " " " 0.2369 4.2199 | 0.9352 " " " 3.3145 | 1.9881 " " " 0.4952 | 1.482 " " " 0.681 2.199 | 2.647 " " " 2.199 | (0.459P ² +0.0541P+1)/(0.2955P ² +1) (P ² +0.0541P+0.459)/(P ² +0.2955) (1.000P ² +0.4739P+1)/(0.4739P) | |
| | | | | | | | | | | |
| 90% | 4 | 1 1B1S 2 2B1S | 1.439 " " " 1.026 " " " | 0.5027 " " " 0.6343 0.6279 12.4403 | 0.6638 " " " 2.1017 | 2.3025 " " " 0.4204 1.4250 0.7017 | 1.293 " " " 0.810 1.478 0.677 | 2.171 " " " 2.708 2.708 2.199 | (0.625P ² +C.2.12P+1)/(0.1886P ² +1) (P ² +0.2612P+0.625)/(P ² +0.1886) (0.457P ² +0.0342P+1)/(0.3394P ² +1) (P ² +0.0342P+0.457)/(P ² +0.3394) | |
| | | | | | | | | | | |
| 100% | 3 | 1 1B1S 2 | 1.130 " " " | 0.1741 " " " 0.2562 | 2.6899 " " " 3.3749 | 2.1345 " " " 0.6484 | 1.627 " " " 0.623 0.908 | 2.477 " " " 1.687 1.687 1.687 | (0.382P ² +0.1034P+1)/(0.2194P ² +1) (P ² +0.1034P+0.382)/(P ² +0.2194) (1.000P ² +0.5924P+1)/(0.5924P) | |
| | | | | | | | | | | |
| 120% | 4 | 1 1B1S 2 2B1S | 1.577 " " " 1.032 " " " | 0.5667 " " " 0.3696 0.5664 10.2615 | 2.7049 " " " 0.773 1.773 1.620 0.5645 | 1.386 " " " 0.782 1.266 1.468 1.468 | 1.533 " " " 0.782 1.770 0.566 | 2.647 " " " 2.166 2.166 2.166 | (0.493P ² +0.3109P+1)/(0.1025P ² +1) (P ² +0.3109P+0.493)/(P ² +0.1025) (0.319P ² +0.0597P+1)/(0.2609P ² +1) (P ² +0.0597P+0.319)/(P ² +0.2609) | |
| | | | | | | | | | | |

TABLA C23. Filtro de paso de banda de Cauer, de parámetros $A_{max} = 1$ dB y $A_{min} = 15$ dB. Valor de los elementos y de las magnitudes de ajuste para diversos valores del ancho de banda relativo $B = \frac{\Delta f}{f_0}$. Los esquemas correspondientes figuran en las tablas 3 y 4 (págs. 207 y 214).

| B | N | CIRCUITO | K | m | q | q/m | F ₀₀ | F _m | V _m | FUNCION DE TRANSMISION |
|-----|---|----------------|----------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|-----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|--|
| 10% | 3 | 1 1B1S 2 | 1.014 " " " | 0.0379 " " " 0.9119 | 24.0251 " " " | 1.0965 " " " 0.9119 | 3.147 " " " 13.603 | 1.053 " " " 0.949 0.998 | 1.120 " " " 13.603 | (0.900P ² +0.0230P+1)/(0.8316P ² +1) (P ² +0.0230P+0.900)/(P ² +0.8316) (1.000P ² +0.0735P+1)/(0.0735P) |
| | | | | | | | | | | |
| 15% | 3 | 1 1B1S 2 | 1.022 " " " | 0.0553 " " " 0.8710 | 15.7517 " " " | 1.1479 " " " 0.8710 | 1.081 " " " 0.925 0.996 | 3.075 " " " 9.068 | 1.140 " " " 8.801 | (0.855P ² +0.0233P+1)/(0.7587P ² +1) (P ² +0.0233P+0.855)/(P ² +0.7587) (1.000P ² +0.1102P+1)/(0.1102P) |
| | | | | | | | | | | |
| 20% | 3 | 1 1B1S 2 | 1.024 " " " | 0.0715 " " " 0.8322 | 11.6352 " " " | 1.2014 " " " 0.9322 | 1.110 " " " 0.901 0.998 | 3.004 " " " 8.801 | 1.110 " " " 8.801 | (0.811P ² +0.0234P+1)/(0.6927P ² +1) (P ² +0.0234P+0.811)/(P ² +0.6927) (1.000P ² +0.1470P+1)/(0.1470P) |
| | | | | | | | | | | |
| 25% | 3 | 1 1B1S 2 | 1.037 " " " | 0.0866 " " " 0.9181 | 9.1811 " " " | 1.2570 " " " 0.9755 | 1.140 " " " 0.987 0.991 | 2.993 " " " 9.0441 | 1.233 " " " 8.953 | (0.770P ² +0.0235P+1)/(0.6528P ² +1) (P ² +0.0235P+0.770)/(P ² +0.6528) (1.000P ² +0.1837P+1)/(0.1837P) |
| | | | | | | | | | | |
| 30% | 3 | 1 1B1S 2 | 1.045 " " " | 0.1006 " " " 0.9102 | 7.5579 " " " 9.0687 | 1.2145 " " " 0.9607 | 1.1345 " " " 0.967 0.998 | 2.864 " " " 8.7607 | 1.170 " " " 0.886 0.953 | (0.731P ² +0.0236P+1)/(0.5787P ² +1) (P ² +0.0236P+0.731)/(P ² +0.5787) (1.000P ² +0.2205P+1)/(0.2205P) |
| | | | | | | | | | | |
| 40% | 3 | 1 1B1S 2 | 1.062 " " " | 0.1253 " " " 0.9170 | 5.5568 " " " 6.8015 | 1.4291 " " " 1 | | | | |

| B | N | CIRCUITO | K | m | q | q/m | F _ω | F _m | V _m | FUNCION DE TRANSMISION |
|-----|---|----------------|------------|------------------|-------------------|-------------------|-------------------------|---------------------------|--|--|
| 5% | 3 | 1 1B1S 2 | 1.009 " | 0.0274 " | 0.9429 36.1963 | 34.3942 " | 1.0604 0.9429 | 1.031 0.970 0.999 | 2.817 " | $(1.940P^2 + 0.0188P + 1) / (0.8892P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.0188P + 0.940) / (P^2 + 0.8892)$ $(1.000P^2 + 0.0552P + 1) / 0.0552P$ |
| | 4 | 1 1B1S 2 | 1.013 " | 0.0378 " | 0.9211 25.6545 | 24.3141 " | 1.0856 0.9211 | 1.043 0.958 0.998 | 2.780 12.927 | $(1.918P^2 + 0.0240P + 1) / (0.8485P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.0240P + 0.918) / (P^2 + 0.8485)$ $(1.000P^2 + 0.0773P + 1) / 0.0773P$ |
| 7% | 3 | 1 1B1S 2 | 1.019 " | 0.0378 " | 0.9211 18.0981 | 24.3141 " | 1.0856 0.9211 | 1.043 0.958 0.998 | 2.780 12.927 | $(1.918P^2 + 0.0240P + 1) / (0.8485P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.0240P + 0.918) / (P^2 + 0.8485)$ $(1.000P^2 + 0.0773P + 1) / 0.0773P$ |
| | 4 | 1 1B1S 2 | 1.016 " | 0.0530 0.0552 | 0.8994 18.0981 | 16.7681 " | 1.1243 0.8894 | 1.063 0.941 0.949 | 2.726 1.763 | $(1.8885P^2 + 0.0365P + 1) / (0.7910P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.0365P + 0.885) / (P^2 + 0.7910)$ $(1.000P^2 + 0.1105P + 1) / 0.1105P$ |
| 10% | 3 | 1 1B1S 2 | 1.016 " | 0.0530 0.0552 | 0.8994 18.0981 | 16.7681 " | 1.1243 0.8894 | 1.063 0.941 0.949 | 2.726 1.763 | $(1.8885P^2 + 0.0365P + 1) / (0.7910P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.0365P + 0.885) / (P^2 + 0.7910)$ $(1.000P^2 + 0.1105P + 1) / 0.1105P$ |
| | 4 | 1 1B1S 2 | 1.029 " | 0.0768 0.0828 | 0.8392 12.0654 | 10.9239 " | 1.1916 0.8392 | 1.096 0.913 0.993 | 2.635 6.032 | $(1.8233P^2 + 0.0530P + 1) / (0.7042P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.0530P + 0.823) / (P^2 + 0.7042)$ $(1.000P^2 + 0.1657P + 1) / 0.1657P$ |
| 15% | 3 | 1 1B1S 2 | 1.029 " | 0.0768 0.0828 | 0.8392 12.0654 | 10.9239 " | 1.1916 0.8392 | 1.096 0.913 0.993 | 2.635 6.032 | $(1.8233P^2 + 0.0530P + 1) / (0.7042P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.0530P + 0.823) / (P^2 + 0.7042)$ $(1.000P^2 + 0.1657P + 1) / 0.1657P$ |
| | 4 | 1 1B1S 2 | 1.077 " | 0.1734 0.0244 | 0.7937 0.8965 | 4.5759 36.6405 | 1.3598 0.7937 | 1.053 0.954 0.954 | 2.810 1.763 | $(1.905P^2 + 0.1012P + 1) / (0.6300P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.1012P + 0.905) / (P^2 + 0.6300)$ $(1.047P^2 + 0.0212P + 1) / (0.8038P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.0212P + 0.847) / (P^2 + 0.8038)$ |
| 20% | 3 | 1 1B1S 2 | 1.040 " | 0.0987 0.1105 | 0.7929 9.0490 | 8.0246 " | 1.2621 0.7922 | 1.130 0.886 0.987 | 2.547 4.524 | $(1.784P^2 + 0.0639P + 1) / (0.6277P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.0639P + 0.784) / (P^2 + 0.6277)$ $(1.000P^2 + 0.2110P + 1) / 0.2110P$ |
| | 4 | 1 1B1S 2 | 1.108 " | 0.2264 0.0316 | 0.7364 0.8646 | 3.2525 27.9408 | 1.5779 0.7364 | 1.073 0.940 0.940 | 2.623 2.208 | $(1.875P^2 + 0.1326P + 1) / (0.5423P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.1326P + 0.875) / (P^2 + 0.5423)$ $(1.052P^2 + 0.0274P + 1) / (0.7475P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.0274P + 0.802) / (P^2 + 0.7475)$ |
| 25% | 3 | 1 1B1S 2 | 1.051 " | 0.1187 0.1381 | 0.7485 7.2392 | 6.3028 " | 1.3358 0.7485 | 1.166 0.861 0.980 | 2.461 3.619 | $(1.738P^2 + 0.0825P + 1) / (0.5603P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.0825P + 0.738) / (P^2 + 0.5603)$ $(1.000P^2 + 0.2762P + 1) / 0.2762P$ |
| | 4 | 1 1B1S 2 | 1.142 " | 0.2767 0.0382 | 0.6845 0.8541 | 2.4731 21.7857 | 1.4612 0.6843 | 1.094 0.927 1.147 | 2.450 2.183 | $(1.847P^2 + 0.1628P + 1) / (0.4683P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.1628P + 0.867) / (P^2 + 0.4683)$ $(1.053P^2 + 0.0332P + 1) / (0.6957P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.0332P + 0.759) / (P^2 + 0.6957)$ |
| 30% | 3 | 1 1B1S 2 | 1.062 " | 0.1369 0.1657 | 0.7078 6.0327 | 5.1692 " | 1.6126 0.7078 | 1.203 0.836 0.972 | 2.378 3.016 | $(1.694P^2 + 0.0956P + 1) / (0.5010P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.0956P + 0.594) / (P^2 + 0.5010)$ $(1.000P^2 + 0.3315P + 1) / 0.3315P$ |
| | 4 | 1 1B1S 2 | 1.179 " | 0.3242 0.0446 | 0.6371 0.8048 | 1.9649 18.1026 | 1.6594 0.6371 | 1.116 0.915 0.915 | 2.290 2.157 | $(1.818P^2 + 0.1918P + 1) / (0.4059P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.1918P + 0.819) / (P^2 + 0.4059)$ $(1.071P^2 + 0.0387P + 1) / (0.6477P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.0387P + 0.719) / (P^2 + 0.6477)$ |
| 30% | 5 | 1 1R1S 2 | 1.077 " | 0.0919 0.0172 | 0.7861 0.8380 | 8.5529 48.4846 | 1.2719 1.1932 | 1.168 1.0781 0.8781 | 1.706 2.038 4.004 | $(1.762P^2 + 0.0942P + 1) / (0.6180P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.0942P + 0.782) / (P^2 + 0.6180)$ $(1.073P^2 + 0.0165P + 0.731) / (P^2 + 0.7023)$ $(1.000P^2 + 0.2497P + 1) / 0.2497P$ |
| | 6 | 1 1B1S 2 | 1.179 " | 0.3242 0.0446 | 0.6371 0.8048 | 1.9649 18.1026 | 1.6594 0.6371 | 1.116 0.915 0.915 | 2.290 2.157 | $(1.818P^2 + 0.1918P + 1) / (0.4059P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.1918P + 0.819) / (P^2 + 0.4059)$ $(1.071P^2 + 0.0387P + 1) / (0.6477P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.0387P + 0.719) / (P^2 + 0.6477)$ |
| 40% | 3 | 1 1B1S 2 | 1.085 " | 0.1678 0.2210 | 0.6350 4.5244 | 5.7824 4.5244 | 1.5747 0.4350 | 1.280 0.789 0.949 | 2.221 2.267 | $(1.616P^2 + 0.1186P + 1) / (0.4032P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.1186P + 0.616) / (P^2 + 0.4032)$ $(1.000P^2 + 0.4420P + 1) / 0.4420P$ |
| | 4 | 1 1B1S 2 | 1.124 " | 0.4109 0.0553 | 0.6558 0.7499 | 1.3526 13.5453 | 1.166 0.893 0.893 | 2.006 2.107 | $(1.765P^2 + 0.2464P + 1) / (0.3090P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.2464P + 0.765) / (P^2 + 0.3090)$ $(1.064P^2 + 0.0433P + 1) / (0.5623P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.0433P + 0.645) / (P^2 + 0.5623)$ | |
| 40% | 5 | 1 1B1S 2 | 1.038 " | 0.1155 0.0216 | 0.7277 0.7904 | 4.2919 36.5187 | 1.1750 0.7272 | 1.203 0.839 0.839 | 1.623 2.019 | $(1.697P^2 + 0.1192P + 1) / (0.5289P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.1192P + 0.659) / (P^2 + 0.5289)$ $(1.055P^2 + 0.0207P + 0.659) / (P^2 + 0.6255)$ $(1.000P^2 + 0.3329P + 1) / 0.3329P$ |
| | 6 | 1 1B1S 2 | 1.077 " | 0.1664 0.0660 | 6.0060 | 6.0060 | 1.1664 0.7908 | 1.203 0.971 | 2.003 3.003 | $(1.697P^2 + 0.1192P + 1) / (0.5289P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.1192P + 0.659) / (P^2 + 0.5289)$ $(1.055P^2 + 0.0207P + 0.659) / (P^2 + 0.6255)$ $(1.000P^2 + 0.3329P + 1) / 0.3329P$ |

TABLA C25. Filtros de paso de banda de Cauer, de parámetros $A_{\max} = 0,1$ dB y $A_{\min} = 25$ dB. Valor de los elementos y de las magnitudes de ajuste para diversos valores del ancho de banda relativo $B = \frac{\Delta f_p}{f_0}$. Los esquemas correspondientes figuran en las tablas 3 y 4 (págs. 207 y 214).

| B | N | CIRCUITO | K | m | q | q/m | F _ω | F _m | V _m | FUNCION DE TRANSMISION |
|------|---|----------------|-----------------|--------------------|--------------------|-------------------|-------------------------|-------------------------|------------------|--|
| 50% | 3 | 1 1B1S 2 | 1.107 " | 0.41920 0.27672 | 0.57223 3.41196 | 2.9798 " | 1.7470 0.57223 | 1.362 0.746 0.920 | 2.079 1.809 | $(0.547P^2 + 0.1376P + 1) / (0.3278P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.1376P + 0.547) / (P^2 + 0.3278)$ $(1.000P^2 + 0.5525P + 1) / 0.5525P$ |
| | 4 | 1 1B1S 2 | 1.145 0.107 | 0.48653 0.06440 | 0.48894 0.65971 | 1.0063 1.08535 | 2.0432 1.42911 | 1.716 1.2058 | 1.766 2.058 | $(0.715P^2 + 0.2962P + 1) / (0.2395P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.2962P + 0.715) / (P^2 + 0.2395)$ $(0.579P^2 + 0.0565P + 1) / (0.4895P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.0565P + 0.579) / (P^2 + 0.4895)$ |
| | 5 | 1 1B1S 2 | 1.048 0.108 | 0.13580 0.02533 | 0.67390 0.74649 | 4.9620 29.4267 | 1.6836 1.07469 | 1.261 0.772 0.955 | 1.545 2.402 | $(0.637P^2 + 0.1413P + 1) / (0.4542P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.1413P + 0.637) / (P^2 + 0.4542)$ $(0.555P^2 + 0.0243P + 1) / (0.5578P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.0243P + 0.555) / (P^2 + 0.5578)$ $(1.000P^2 + 0.4162P + 1) / 0.4162P$ |
| 60% | 3 | 1 1B1S 2 | 1.129 0.3315 | 0.51864 3.01633 | 2.4666 3.01633 | 1.9782 0.51863 | 1.449 0.708 0.883 | 1.951 1.500 | 1.879 1.500 | $(0.487P^2 + 0.1528P + 1) / (0.2689P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.1528P + 0.487) / (P^2 + 0.2689)$ $(1.000P^2 + 0.6630P + 1) / 0.6630P$ |
| | 4 | 1 1B1S 2 | 1.436 0.1303 | 0.55050 0.07180 | 0.43434 0.65539 | 3.7998 9.0963 | 2.7994 1.42921 | 1.274 2.010 | 1.564 2.010 | $(0.667P^2 + 0.3413P + 1) / (0.1891P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.3413P + 0.667) / (P^2 + 0.1891)$ $(0.521P^2 + 0.0634P + 1) / (0.4275P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.0634P + 0.521) / (P^2 + 0.4275)$ |
| | 5 | 1 1B1S 2 | 1.057 0.1010 | 0.15280 0.02850 | 0.62500 0.70600 | 4.0064 24.7687 | 1.5974 1.41631 | 1.323 1.07600 | 1.471 2.023 | $(0.583P^2 + 0.1404P + 1) / (0.2918P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.1404P + 0.583) / (P^2 + 0.2918)$ $(0.538P^2 + 0.0274P + 1) / (0.4985P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.0274P + 0.538) / (P^2 + 0.4985)$ $(1.000P^2 + 0.4994P + 1) / 0.4994P$ |
| 80% | 3 | 1 1B1S 2 | 1.167 0.4420 | 0.23170 2.76277 | 0.43255 1.04325 | 1.8663 0.43255 | 2.3119 0.43255 | 1.6336 0.6780 | 1.739 1.131 | $(0.387P^2 + 0.1738P + 1) / (0.1870P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.1738P + 0.387) / (P^2 + 0.1870)$ $(0.458P^2 + 0.0320P + 1) / (0.3840P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.0320P + 0.458) / (P^2 + 0.3840)$ |
| | 4 | 1 1B1S 2 | 1.522 0.1039 | 0.66750 0.08233 | 0.54640 0.57422 | 2.8284 6.9742 | 1.4024 1.71513 | 1.251 1.923 | 1.251 1.923 | $(0.580P^2 + 0.4173P + 1) / (0.1241P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.4173P + 0.580) / (P^2 + 0.1241)$ $(0.424P^2 + 0.0735P + 1) / (0.3297P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.0735P + 0.424) / (P^2 + 0.3297)$ |
| | 5 | 1 1B1S 2 | 1.075 0.1013 | 0.17780 0.03131 | 0.54537 0.63229 | 3.0573 19.0539 | 1.8792 1.57991 | 1.4554 1.50504 | 1.337 1.965 | $(0.889P^2 + 0.1907P + 1) / (0.2956P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.1907P + 0.489) / (P^2 + 0.2956)$ $(0.442P^2 + 0.0320P + 1) / (0.4005P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.0320P + 0.442) / (P^2 + 0.4005)$ |
| 100% | 6 | 1 1B1S 2 | 1.521 0.0108 | 0.60070 0.06595 | 0.65056 0.62026 | 2.5580 1.61131 | 1.3338 1.3322 | 1.372 1.332 | 1.372 1.332 | $(0.622P^2 + 0.3859P + 1) / (0.1528P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.3859P + 0.622) / (P^2 + 0.1528)$ $(0.467P^2 + 0.0861P + 1) / (0.3851P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.0861P + 0.467) / (P^2 + 0.3851)$ |
| | 7 | 1 1B1S 2 | 1.005 0.0141 | 0.61511 0.65760 | 1.4568 4.65102 | 1.6206 1.5204 | 1.3322 1.4945 | 1.3322 1.4945 | 1.3322 1.4945 | $(0.451P^2 + 0.2014P + 1) / (0.4325P^2 + 1)$ $(P^2 + 0.2014P + 0.451) / (P^2 + 0.4325)$ |
| | 8 | 1 1B1S 2 | 1.149 0.5525 | 0.23880 1.40988 | 0.36800 1.40988 | 1.5409 1.40988 | 2.7173 1.40988 | 1.839 1.574 | 1.577 - | $(0.311P^2 + 0.1846P + 1$ |

BIBLIOGRAFIA

Teoría moderna del filtrado.

- [1] A. I. ZVEREV: *Handbook of filter synthesis*, Wiley, 1967.
- [2] J. K. SKWIRZYNSKI: *Design theory and data for electrical filters*. Nueva York, 1965, Van Nostrand Co.
- [3] HERRERO y WILLONER: *Synthesis of filters*, 1966, Prentice Hall Inc.
- [4] R. SAAL y E. ULRICH: *On the design of filter by synthesis*.
- [5] Y. J. LUBKIN: *Filter systems and design*, Addison-Wesley, 1970.
- [6] P. GEFFE: *Simplified Modern filter design*, Rider, 1963.
- [7] M. KAWAKAMI: *Nomographs for Butterworth and Tchebyscheff filters*, I.E.E. Trans. Circuit Theory, junio 1963.

Teoría general de redes.

- [8] E. S. KUH y D. O. PEDERSON: *Synthèse des réseaux électriques*, Dunod, 1963.
- [9] A. DAUPHIN: *Théorie des réseaux électriques linéaires*, 1968 (5 tomos).
- [10] W. H. CHEN: *Linear network design and synthesis*, Nueva York, 1964, McGraw-Hill.
- [11] N. BALABANIAN: *Network synthesis*, 1958, Prentice Hall Inc.
- [12] L. WEINBERG: *Network analysis and synthesis*, McGraw-Hill, 1962.
- [13] E. A. GUILLEMIN: *Synthesis of passive networks*, Wiley, 1957.

Funciones de aproximación y otras funciones matemáticas.

- [14] A. PAUPOLIS: *Optimum filters with monotonic response*, Proc. I.R.E., marzo 1958.

BIBLIOGRAFIA

- [15] A. PAPOULIS: *On monotonic response of filters*, Proc I.R.E., febrero 1959.
- [16] S. BERNSTEIN: *Leçons sur les propriétés extrémales et la meilleure approximation des fonctions d'une variable réelle*, Gauthiers-Villars, 1926.
- [17] ABRAMOWITZ y STEGUN: *Handbook of mathematical functions*, Dover Publications, 1964.
- [18] L. STORCH: *Synthesis of constant delay ladder networks using Bessel polynomials*, Proc. I.R.E., noviembre 1954.
- [19] H. L. KRALL y O. FINK: *A New Class of Orthogonal Polynomials: The Bessel Polynomials*, Trans. of Am. Math. Soc., enero 1949.
- [20] W. CAUER: *Synthesis of linear Communications Network*, McGraw-Hill, 1958.
- [21] J. BASS: *Cours de Mathématiques*, (3.^a ed.), París, 1964, Masson.
- [21 bis] P. R. GEFFE: *On the approximation problem for band pass delay line*, Proceedings of the I.R.E., Septiembre 1962.

Elementos activos utilizados en la síntesis de redes activas.

- [22] W. R. LUNDY: *Negative impedance circuits. Some basic relations and limitations*, I.R.E. Trans. Circuit Theory CT 4, n. 3, septiembre 1957.
- [23] A. L. LARKY: *Negative impedance circuits. Some basic relations and limitations*, I.R.E. Trans. Circuit Theory CT 4, n. 3, septiembre 1957.
- [24] L. de PIAN: *Using the gyrator*, Electronics, 10 junio 1968.
- [25] B. A. SHENOI: *Practical realisation of a gyrator circuit and RC-gyrator filters*, I.E.E.E. Trans. Circuit Theory CT 12, n. 3, septiembre 1965.
- [26] L. de PIAN y A. MELTSER: *Negative impedance converters*, Electronics, septiembre 1968.
- [27] I. DREW y L. GORSKI-PAPIEL: *Directly coupled negative impedance converter*, Proc. I.E.E. 111, n. 7, julio 1964.
- [28] MARCHAIS: *El amplificador operacional y sus aplicaciones*, Marcombo, 1974.

Síntesis de redes activas.

- [29] L. P. HUELSMAN: *Theory and design of active RC circuits*, Nueva York, 1968, McGraw-Hill.

BIBLIOGRAFIA

- [30] P. M. CHIRLIAN: *Integrated and active network analysis and synthesis*, 1967, Prentice Hall Inc.
- [31] K. L. SU: *Active network synthesis*, 1965, McGraw-Hill.
- [32] R. P. SALLEN y E. L. KEY: *A practical method of designing RC active filters*, I.R.E. Trans. Circuit Theory, Vol. CT 2, n. 1, marzo 1955.
- [33] I. G. LINVILL: *RC Active Filters*, Proc. I.R.E., marzo 1954.
- [34] I. G. LINVILL: *A new RC Filter Employing Active Elements*, Proc. National Electronics Conference, Vol. 9, septiembre 1953.
- [35] P. BILDSTEIN: *Une méthode simple de conception et de réalisation de filtres actifs*, Electronique Indust., abril 1968.
- [35 bis] P. BILDSTEIN: *Filtres actifs*, Techniques de l'ingénieur, 1969, E. 615.
- [36] P. BILDSTEIN: *Third-order active filter uses three transistors*, Electronics, octubre 1968.
- [37] B. K. KINARIWALA: *Synthesis of Active RC Networks*, Bell System Technical journal, septiembre 1959, vol. 38.
- [38] S. S. HAKIM: *RC Active Filters using an amplifier as the active element*, Proc. I.R.E., mayo 1965.
- [39] E. S. KUH: *Transfer Function Synthesis of Active RC Networks*, I.R.E. International Convention Records, vol. 8, 1960.
- [40] I.M. SIPRESS: *Synthesis of Active RC Network*, I.R.E. Trans. on Circuit Theory, vol. CT 9, 1961, pág. 160.
- [41] T. YANAGISAWA T.: *RC Active Network using Current Inversion Type Negative Impedance Converters*, I.R.E. Trans. Circuit Theory, CT 4, n. 3, septiembre 1957, págs. 140-144.

Sensibilidad de las redes activas.

- [42] I. M. HOROWITZ: *Optimization of negative impedance conversion methods of active RC synthesis*, I.R.E. Trans., CT 6, 1959, p. 296.
- [43] P. J. W. MACVEY: *Sensitivity in some simple RC active networks*, Proc. I.E.E. 112, n. 7, julio 1965, págs. 1263-1269.
- [44] P. J. W. MAC VEY: *Effects of amplifier Imperfections in a Particular RC active Circuit*, Proc. I.E.E. 114, n. 1, enero 1967, págs. 60-70.
- [45] P. R. GEFFE: *Toward High Stability In Active filters*, I.E.E. Spectrum, mayo 1970, p. 63.
- [46] T. DELIYANNIS: *A low Pass Filter With Extremely Low Sensitivity*, Proceedings of the I.E.E., septiembre 1970, p. 1366.

BIBLIOGRAFIA

- [47] S. S. HAKIM: *Synthesis of RC Active Filters With Prescribed Pole Sensitivity*, Proc. I.E.E. 112, n. 12, diciembre 1965, págs. 2235-42.
- [48] J. WOODARD y R. W. NEWCOMB: *Sensibility improvement of inductorless filters*, Electronic Letters, 2, n. 9, septiembre 1966, págs. 49-50.

Tablas de las funciones y filtros elípticos.

- [49] V. M. BELYAKOV y P. I. KRAVTSOVA: *Tables of elliptical integrals*, Pergamon Press.
- [50] H. B. DWIGHT: *Tables of integrals and other mathematical data*, MacMilan Company.
- [51] E. CHRISTIAN y E. EISENMAN: *Filter design tables and graphs*, Wiley.
- [52] G. D. HANSELL: *Filter design and evaluation*, Van Nostrand.