

Respuestas a ejercicios de probabilidad

Fernando González

1 Ejercicio 1

Se tiene un conjunto $X = \{0, 1, 2, 3, 5, 7, 8\}$ y se desean formar números de 3 dígitos distintos.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la suma de los números sea al menos 6?

Queremos calcular la probabilidad de que la suma de dos bolas sacadas esté entre 5 y 11, ambos inclusive.

El espacio muestral tiene $6 \times 6 = 36$ casos posibles (porque hay 6 bolas amarillas y 6 bolas rojas).

El conjunto de casos favorables es $\{(2, 3), (3, 2), (1, 5), (5, 1), \dots\}$.

La probabilidad de que la suma esté entre 5 y 11 es de:

$$P = \frac{30}{36} = \frac{5}{6}$$

b) ¿Cuál es la probabilidad de que al menos una bola tenga número impar?

Definimos dos eventos: A y B corresponden a que una de las bolas tiene número impar. La probabilidad es:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

2 Ejercicio de Ana y María

Se tiene un grupo de 4 hombres y 3 mujeres (Ana, Lucía, María). Se elige 1 hombre y 1 mujer.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que sea Ana o María?

El espacio muestral tiene 4 hombres y 3 mujeres, por lo que el total de posibles elecciones es:

$$4 \times 3 = 12$$

Los casos favorables son cuando la mujer elegida es Ana o María, lo que nos da 2 posibles elecciones de mujer. Así que los casos favorables son:

$$4 \times 2 = 8$$

Por lo tanto, la probabilidad es:

$$P(A \cup M) = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

3 Ejercicio de 3 dígitos con los elementos del conjunto $X = \{0, 1, 2, 3, 5, 7, 8\}$

El número de números de tres dígitos formados por el conjunto es de $6 \times 5 \times 4 = 120$.

a) ¿Cuántos números de 3 cifras distintas se pueden formar que sean múltiplos de 5 o impares?

Para contar los números pares y múltiplos de 5, calculamos lo siguiente:

- Los números pares tienen última cifra 0, 2 o 8, por lo que sumando los casos, obtenemos:

$$30 + 25 + 25 = 80$$

- Los múltiplos de 5 tienen última cifra 0 o 5, por lo que la cuenta es:

$$30 + 25 = 55$$

- Los números que son pares y múltiplos de 5 tienen última cifra 0, y deben ser contados una sola vez. Entonces, la cuenta final usando la regla de inclusión-exclusión es:

$$80 + 55 - 30 = 105$$

b) ¿Cuál es la probabilidad de que un número formado sea par o múltiplo de 5?
La probabilidad de que un número formado sea par o múltiplo de 5 es:

$$P = \frac{105}{120} = \frac{7}{8}$$

4 Principio de la Suma y del Producto

4.1 Principio de la Suma

Si A y B son conjuntos disjuntos, entonces la cantidad de elementos en su unión es la suma de sus cardinalidades:

$$|A \cup B| = |A| + |B|$$

Si los conjuntos no son disjuntos, entonces usamos la regla de inclusión-exclusión:

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

4.2 Principio del Producto

El número de elementos en el producto cartesiano de dos conjuntos A y B es el producto de sus cardinalidades:

$$|A \times B| = |A| \cdot |B|$$

En general, para n conjuntos A_1, A_2, \dots, A_n :

$$|A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n| = |A_1| \cdot |A_2| \cdot \dots \cdot |A_n|$$