

### Exercício 3 - Questionário 3

O experimento proposto para o exercício é o de verificação da qualidade de parafusos produzidos por uma fábrica. O cenário analisado é descrito da seguinte maneira: a fábrica possui 4 (quatro) máquinas que fazem o mesmo parafuso, além disso, há 3 operadores que são responsáveis por essa produção. Com isto, o objetivo é verificar se há alguma diferença significativa entre os comprimentos (cm) dos parafusos feitos por cada uma das máquinas.

O modelo de efeitos mistos utilizado para o problema é descrito da seguinte forma:

$$y_{i,j} = \mu + \tau_j + \beta_i + \epsilon_{i,j}$$

Em que:

- $y_{i,j}$  é o comprimento observado para um parafuso
- $\mu$  é média geral
- $\tau_j$  é a interferência do tratamento (máquina)
- $\beta_i$  é a interferência do bloco (operadores)
- $\epsilon_{i,j}$  é o erro aleatório com distribuição  $N(0, \sigma^2)$

Para criar uma simulação serão utilizados os seguintes valores de referência, assim como o nível de confiança assumido de 5%:

$$\mu = 5$$

$$\tau_i = \{0.005, 0, -0.01, 0.02\} \text{ (Comprimento em cm para as máquinas de 1 a 4) para } j = 1, \dots, 3$$

$$\beta_j \sim N(0, 1) \text{ (Comprimento em cm para os operadores de 1 a 3) para } i = 1, \dots, 4$$

$$\epsilon_{i,j} \sim N(0, 0.05)$$

A simulação envolve 5 (cinco) amostras por operador por máquina,  $n = 1$ , e portanto, o número total de observações é  $N = 60$

```

set.seed(100)
mu <- 5
n_op <- 3
n_maq <- 4
n_replica <- 5
N <- n_op * n_maq * n_replica
operadores <- c(0.005, -0.005, 0)
var_maq <- 0.1
var_erro <- 0.05

media_geral <- rep(mu, N)
operadores <- rep(operadores, each=n_maq * n_replica)
erro_por_maq <- rnorm(n_maq, 0, var_maq)
erro_maq <- rep(erro_por_maq, each = n_replica, times = n_op)
erro_geral <- round(rnorm(N, 0, var_erro), 4)

observacoes <- media_geral + operadores + erro_maq + erro_geral

nomes_op <- as.factor(c("op1", "op2", "op3"))
nomes_maq <- as.factor(c("maq1", "maq2", "maq3", "maq4"))

dados <- data.frame(
  operadores=rep(nomes_op, each=n_maq * n_replica),
  maquina=rep(nomes_maq, times=n_op * n_replica),
  obs=observacoes
)
#dados$operadores <- as.factor(dados$operadores)
#dados$maquina <- as.factor(dados$maquina)

#-----

```

Uma amostra de cinco observações da simulação feita é apresentada a seguir em forma de tabela:

```

set.seed(123)
print(dados[sample(N, 5),])

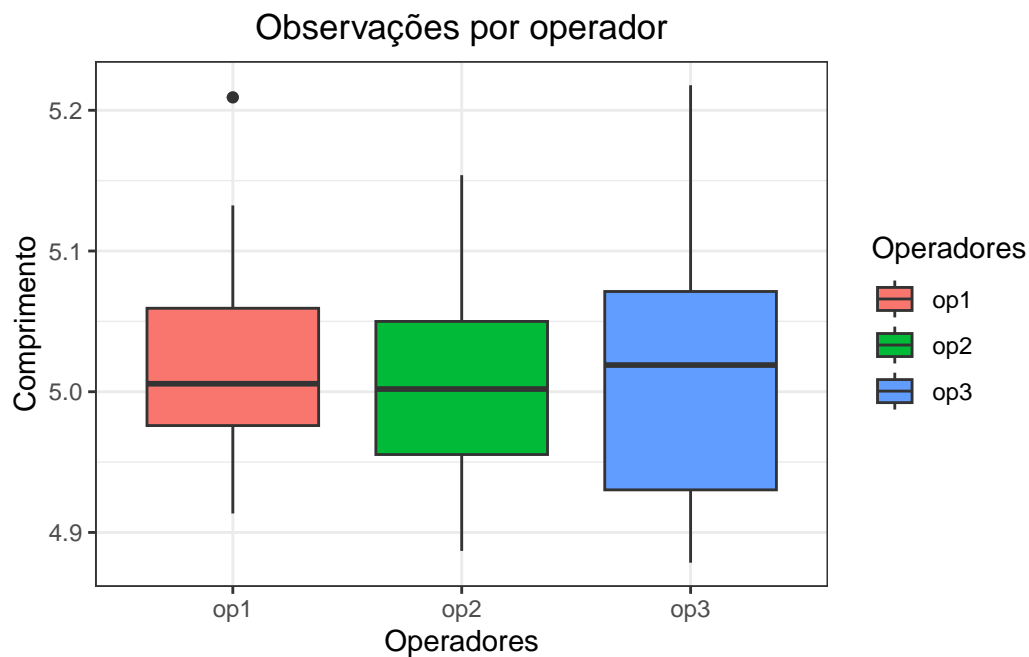
```

	operadores	maquina	obs
31	op2	maq3	4.952608
15	op1	maq3	4.951408
51	op3	maq3	4.878508

14	op1	maq2	5.022608
3	op1	maq3	4.925681

O gráfico de boxplot para cada operador mostra pouca diferença, visualmente, além do aparente aumento na dispersão dos dados conforme se passa do operador 1 até o 3.

```
p <- ggplot(dados, aes(x=operadores, y=obs, fill=operadores))+
  geom_boxplot()
p + labs(
  x = 'Operadores',
  y = 'Comprimento',
  title = 'Observações por operador',
  fill = 'Operadores'
)
```



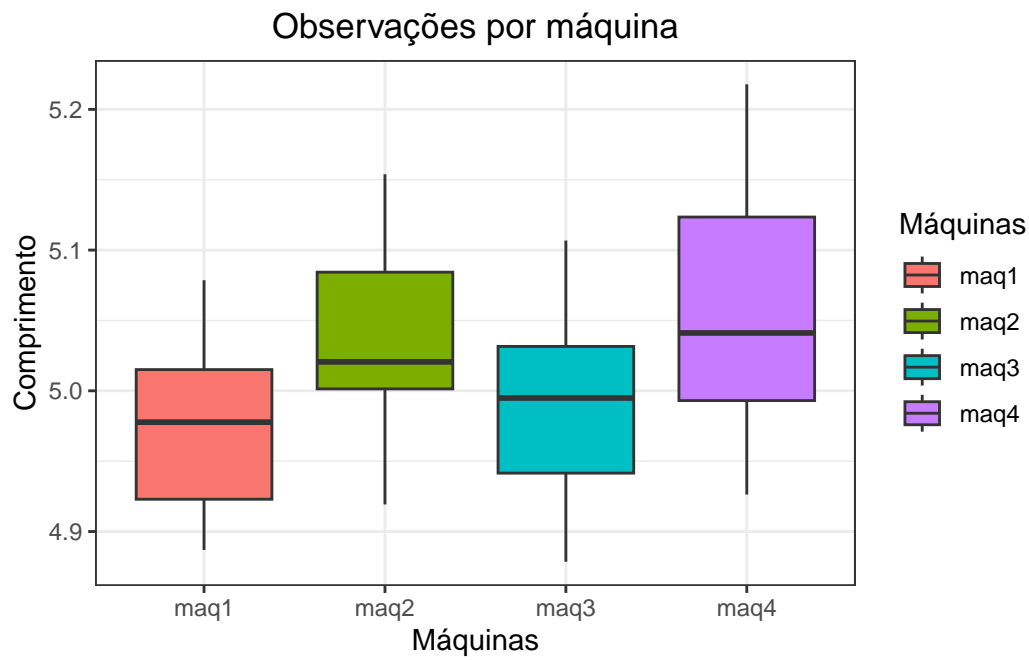
Já os boxplots por máquina parecem demonstrar uma divergência maior entre cada uma das máquinas, sendo que os pares de máquinas (2,4) e (1,3) demonstram maior similaridade entre si.

```
p <- ggplot(dados, aes(x=maquina, y=obs, fill=maquina))+
  geom_boxplot()
p + labs(
  x = 'Máquinas',
```

```

y = 'Comprimento',
title = 'Observações por máquina',
fill = 'Máquinas'
)

```

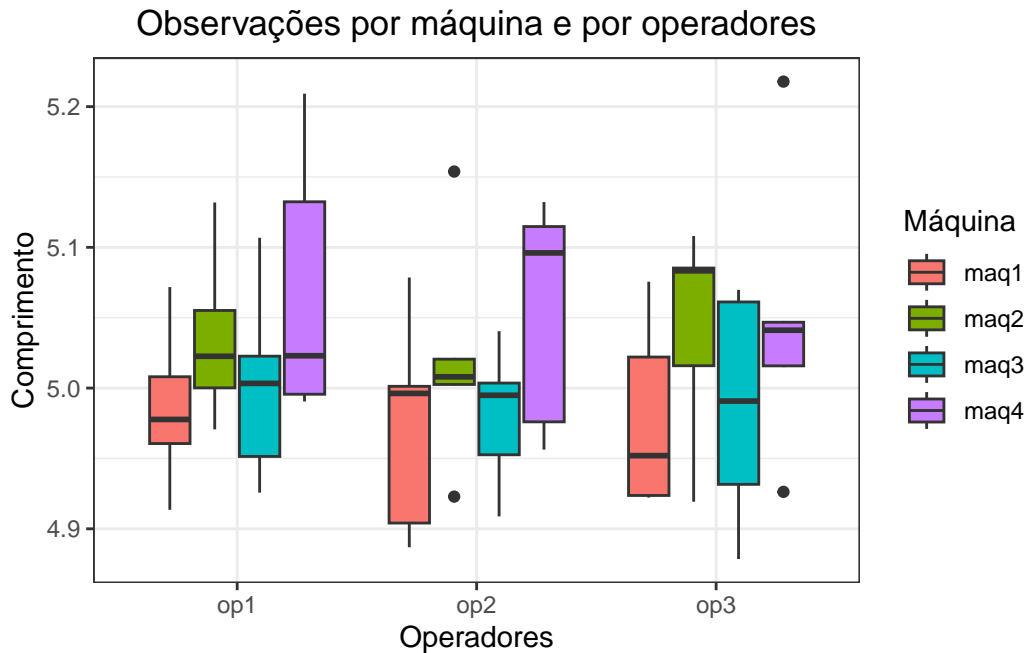


Por fim, o último gráfico mostra os dados divididos por operadores e por máquina, o que reforça o comportamento observado no gráfico de boxplot por máquina.

```

p <- ggplot(dados, aes(x=operadores, y=obs, fill=maquina, hue=maquina))+
  geom_boxplot()
p + labs(
  x = 'Operadores',
  y = 'Comprimento',
  title = 'Observações por máquina e por operadores',
  fill = 'Máquina'
)

```



O modelo de efeitos mistos é então calculado com a função `lme` do pacote `nlme`

```
# Ajuste do modelo com nlme
modelo_nlme <- lme(fixed = obs ~ operadores, random = ~ 1 | maquina, data = dados)

summary(modelo_nlme)
```

Linear mixed-effects model fit by REML

Data: dados

	AIC	BIC	logLik
	-112.918	-102.7027	61.45899

Random effects:

Formula: ~1 | maquina

	(Intercept)	Residual
StdDev:	0.03179171	0.07344594

StdDev: 0.03179171 0.07344594

Fixed effects: obs ~ operadores

	Value	Std.Error	DF	t-value	p-value
(Intercept)	5.023625	0.02285593	54	219.79526	0.0000
operadoresop2	-0.016105	0.02322565	54	-0.69341	0.4910
operadoresop3	-0.009285	0.02322565	54	-0.39977	0.6909

Correlation:

```
              (Intr) oprdr2
operadoresop2 -0.508
operadoresop3 -0.508  0.500
```

Standardized Within-Group Residuals:

	Min	Q1	Med	Q3	Max
	-1.63194810	-0.86341154	-0.06558812	0.77543344	2.33730275

Number of Observations: 60

Number of Groups: 4

```
# Componentes de variância
var_components_nlme <- VarCorr(modelo_nlme)
print(var_components_nlme)
```

```
maquina = pdLogChol(1)
              Variance    StdDev
(Intercept) 0.001010713 0.03179171
Residual     0.005394306 0.07344594
```