

1. Para cada um dos eventos abaixo, escreva o espaço amostral correspondente e conte seus elementos:

- (a) $\Omega = \{CC, CR, RC, RR\}$ $n(\Omega) = 4$
- (b) $\Omega = \{PP, PI, IP, II\}$ $n(\Omega) = 4$
- (c) $\Omega = \{AA, AV, VA, VV\}$ $n(\Omega) = 4$
- (d) $\Omega = \{2, 3, 4, \dots, 12\}$ $n(\Omega) = 11$
- (e) $\Omega = \{MMM, MMF, MFM, FMM, FFM, FMF, MFF, FFF\}$ $n(\Omega) = 8$
- (f) $\Omega = \{\omega : 0 \leq \omega \leq 20\}$ $n(\Omega) = 21$
- (g) $\Omega = \{C, RC, RRC, RRRC, RRRRC, \dots\}$ $n(\Omega) = \infty$
- (h) $\Omega = \{\omega : \omega > 0\} = \mathbb{R}^+$ $n(\Omega) = \infty$
- (i) $\Omega = \{3, 4, 5, \dots, 10\}$ $n(\Omega) = 8$
- (j) $\Omega = \{1, 2, 3, \dots\}$ $n(\Omega) = \infty$
- (k) $\Omega = \{AA, AB, AC, AD, AE, BA, BB, BC, BD, BE, CA, CB, CC, CD, CE, DA, DB, DC, DD, DE, EA, EB, EC, ED, EE\}$ $n(\Omega) = 25$
- (l) $\Omega = \{AB, AC, AD, AE, BA, BC, BD, BE, CA, CB, CD, CE, DA, DB, DC, DE, EA, EB, EC, ED\}$ $n(\Omega) = 20$
- (m) $\Omega = \{AB, AC, AD, AE, BC, BD, BE, CD, CE, DE\}$ $n(\Omega) = 10$

2. $\Omega = \{BC, BR, VB, VV\}$

- 3. (a) $\Omega = \{VV, VA, VB, AA, AV, AB, BB, BA, BV\}$
- (b) $\Omega = \{VA, VB, AV, AB, BA, BV\}$

- 4. (a) $\Omega = \{x : x > 0\}$
- (b) $A \cup B = \{x : x > 11\}$
- (c) $A \cap B = \{x : 11 < x \leq 15\}$
- (d) $A^c = \{x : x \leq 11\}$
- (e) $A \cup B \cup C = \{x : x \geq 8\}$
- (f) $(A \cup C)^c = \{x : x < 8\}$
- (g) $A \cap B \cap C = \emptyset$
- (h) $B^c \cap C = \emptyset$
- (i) $A \cup (B \cap C) = \{x : x \geq 8\}$

- 5. $\Omega = \{\omega : \omega \geq 0\}$
- (a) $A = \{\omega : 675 \leq \omega \leq 700\}$
- (b) $B = \{\omega : 450 \leq \omega \leq 500\}$
- (c) $A \cap B = \emptyset$
- (d) $A \cup B = \{\omega : 450 \leq \omega \leq 500 \cup 675 \leq \omega \leq 700\}$

- 6. $\Omega = \{PPP, PPN, PNP, NPP, PNN, NPN, NNP, NNN\}$
- (a) $A = \{PPP\}$
- (b) $B = \{NNN\}$
- (c) $A \cap B = \emptyset$
- (d) $A \cup B = \{PPP, NNN\}$

-
7. Considere o lançamento de dois dados. Considere os eventos $A = \text{“soma dos números obtidos igual a 9”}$, e $B = \text{“número no primeiro dado maior ou igual a 4”}$.
- (a) Enumere os elementos de A e B .
- (b) Obtenha $A \cup B$, $A \cap B$, e A^c .
- (c) Obtenha todas as probabilidades dos eventos acima.
-

8. (a) 0,0296 (b) 0,0298

9. (a) 0,049 (b) 0,463 (c) 0,295

10. (a) 0,8 (b) 0,3 (c) 0

11. (a) 0,3 (b) 0,4 (c) 0,1 (d) 0,2 (e) 0,6 (f) 0,8

12. (a) 0,9 (b) 0 (c) 0 (d) 0 (e) 0,1

13. Discos de plástico de policarbonato, provenientes de um fornecedor, são analisados com relação à resistência a arranhões e a choques. Os resultados de uma amostra de 100 discos estão resumidos a seguir:

Res. a arranhões	Res. a choques	
	Alta	Baixa
Alta	70	9
Baixa	16	5

Seja A o evento em que um disco tem alta resistência a choque e B o evento em que um disco tem alta resistência a arranhões. Com isso:

- (a) $A \cap B = 70$, $A^c = 14$, e $A \cup B = 95$.
- (b) Se um disco for selecionado aleatoriamente, determine as seguintes probabilidades:
i. 0,86 ii. 0,79 iii. 0,14 iv. 0,7 v. 0,95 vi. 0,84 vii. $P(A|B)$ viii. $P(B|A)$
- (c) Se um disco for selecionado ao acaso, qual será a probabilidade de sua resistência a arranhões ser alta e de sua resistência a choque ser alta?
- (d) Se um disco for selecionado ao acaso, qual será a probabilidade de sua resistência a arranhões ser alta ou de sua resistência a choque ser alta?
- (e) Os eventos A e B são mutuamente exclusivos?
- (f) Os eventos A e B são independentes?
-

14. 0,4

15. Um lote de 100 chips semicondutores contém 20 defeituosos. Dois deles são selecionados ao acaso, sem reposição.
- Qual é a probabilidade de que o primeiro chip selecionado seja defeituoso?
 - Qual é a probabilidade de que o segundo chip selecionado seja defeituoso, dado que o primeiro deles foi defeituoso?
 - Qual é a probabilidade de que ambos sejam defeituosos?
 - Como a resposta do item (b) mudaria se os chips selecionados fossem repostos antes da próxima seleção?

16. A tabela abaixo resume 204 reações endotérmicas envolvendo bicarbonato de sódio.

Condições finais de temperatura	Calor absorvido	
	Abaixo do valor alvo	Acima do valor alvo
266 K	12	40
271 K	44	16
274 K	56	36

Seja A o evento em que a temperatura final de uma reação seja 271 K ou menos. Seja B o evento em que o calor absorvido esteja acima do valor alvo. Com isso:

- Determine o número de reações em cada um dos seguintes eventos:
i. $A \cap B$ ii. A^c iii. $A \cup B$ iv. $A \cup B^c$ v. $A^c \cap B^c$
 - Determine as seguintes probabilidades:
i. $P(A \cap B)$ ii. $P(A^c)$ iii. $P(A \cup B)$ iv. $P(A \cup B^c)$ v. $P(A^c \cap B^c)$ vi. $P(A^c \cup B^c)$ vii. $P(A|B)$ viii. $P(A^c|B)$
ix. $P(A|B^c)$ x. $P(B|A)$
 - Os eventos A e B são independentes?
17. Suponha que $P(A|B) = 0,4$ e $P(B) = 0,5$. Determine o seguinte:
(a) $P(A \cap B)$ (b) $P(A^c \cap B)$
18. Suponha que $P(A|B) = 0,2$, $P(A|B^c) = 0,3$ e $P(B) = 0,8$. Qual é $P(A)$? (Dica: escreva A como a união de dois eventos disjuntos).
19. Um artigo na revista *The Journal of Data Science*, forneceu a seguinte tabela de falhas em poços, para grupos de diferentes formações geológicas em Baltimore (EUA):

Grupo com formação geológica	Poços	
	Falha	Total
Gnaise	170	1685
Granito	2	28
Mina Loch de xisto	443	3733
Máfico	14	363
Mármore	29	309
Mina Prettyboy de xisto	60	1403
Outros xistos	46	933
Serpentina	3	39

Seja A o evento em que a formação geológica tenha mais de 1000 poços e B o evento em que o poço tenha falhado. Com isso:

- Determine o número de poços dos seguintes eventos:
i. $A \cap B$ ii. A^c iii. $A \cup B$ iv. $A \cup B^c$ v. $A^c \cap B^c$
- Determine as seguintes probabilidades:
i. $P(A \cap B)$ ii. $P(A^c)$ iii. $P(A \cup B)$ iv. $P(A \cup B^c)$ v. $P(A^c \cap B^c)$ vi. $P(A^c \cup B^c)$ vii. $P(A|B)$
- Qual a probabilidade de uma falha, dado que existem mais de 1000 falhas em uma formação geológica?
- Qual a probabilidade de uma falha, dado que existem menos de 500 falhas em uma formação geológica?
- Os eventos A e B são independentes?

-
20. O tempo de enchimento de um reator é medido em minutos (e frações de minutos). Seja $\Omega = \mathbb{R}^+$. Defina os eventos A e B como segue:

$$A = \{x : x \leq 72,5\} \quad \text{e} \quad B = \{x : x > 52,5\}$$

Descreva cada um dos seguintes eventos:

- (a) A^c (b) B^c (c) $A \cap B$ (d) $A \cup B$
-

21. Falhas no coração são por causa tanto de ocorrências naturais (87%) como por fatores externos (13%). Fatores externos estão relacionados a substâncias induzidas (73%) ou a objetos estranhos (27%). Ocorrências naturais são causadas por bloqueio arterial (56%), doenças (27%) e infecção (17%).

- (a) Determine a probabilidade de uma falha ser causada por substância induzida.
(b) Determine a probabilidade de uma falha ser causada por doença ou infecção.
-

22. Uma amostra de dois itens é selecionada sem reposição a partir de uma batelada. Descreva o espaço amostral (ordenado) para cada uma das seguintes bateladas:

- (a) A batelada contém os itens $\{a, b, c, d\}$
(b) A batelada contém os itens $\{a, b, c, d, e, f, g\}$
(c) A batelada contém 4 itens defeituosos e 20 itens bons
(d) A batelada contém 1 item defeituoso e 20 itens bons
-

23. Cada um dos cinco resultados possíveis de um experimento aleatório é igualmente provável. O espaço amostral é $\Omega = \{a, b, c, d, e\}$. Seja A o evento $\{a, b\}$ e B o evento $\{c, d, e\}$. Determine:

- (a) $P(A)$ (b) $P(B)$ (c) $P(A^c)$ (d) $P(A \cup B)$ (e) $P(A \cap B)$
-

24. O espaço amostral de um experimento aleatório é $\Omega = \{a, b, c, d, e\}$, com probabilidades 0,1; 0,1; 0,2; 0,4; 0,2, respectivamente. Seja A o evento $\{a, b, c\}$ e B o evento $\{c, d, e\}$. Determine:

- (a) $P(A)$ (b) $P(B)$ (c) $P(A^c)$ (d) $P(A \cup B)$ (e) $P(A \cap B)$
-

25. Uma amostra de duas placas de circuito impresso é selecionada sem reposição a partir de uma batelada. Descreva o espaço amostral (ordenado) para cada uma das seguintes bateladas:

- (a) A batelada contém 90 placas que são não defeituosas, 8 placas com pequenos defeitos, e 2 placas com grandes defeitos.
(b) A batelada contém 90 placas que são não defeituosas, 8 placas com pequenos defeitos, e 1 placa com grandes defeitos.
-

26. Em uma titulação ácido-base, uma base ou um ácido é gradualmente adicionada(o) ao outro até que eles sejam completamente neutralizados. Uma vez que ácidos e bases são geralmente incolores, o pH é medido para monitorar a reação. Suponha que o ponto de equivalência seja alcançado depois que aproximadamente 100 ml de uma solução de NaOH tenham sido adicionados (o suficiente para reagir com todo o ácido acético presente), porém essa quantidade pode variar de 95 ml a 104 ml. Suponha que volumes sejam medidos em ml em uma escala discreta, e descreva o espaço amostral.

- (a) Qual é a probabilidade de que a equivalência seja indicada em 100 ml?
(b) Qual é a probabilidade de que a equivalência seja indicada em menos do que 100 ml?
(c) Qual é a probabilidade de que a equivalência seja indicada entre 98 ml e 102 ml (inclusive)?
(d) Considere que dois técnicos conduzam a titulação de forma independente.
i. Qual é a probabilidade de ambos os técnicos obterem equivalência em 100 ml?
ii. Qual é a probabilidade de ambos os técnicos obterem equivalência entre 98 e 104 ml (inclusive)?
-

27. 0,74

-
28. Em uma bateria de NiCd, uma célula completamente carregada é composta de Hidróxido de Níquel. Níquel é um elemento que tem múltiplos estados de oxidação, sendo geralmente encontrado nos seguintes estados:

Carga de níquel	Proporções encontradas
0	0,17
+2	0,35
+3	0,33
+4	0,15

- (a) Qual é a probabilidade de uma célula ter no mínimo uma das opções de níquel carregado positivamente?
(b) Qual é a probabilidade de uma célula não ser composta de uma carga positiva de níquel maior do que +3?
-

29. Tabela de contingência

	Economia (E)	Administração (A)	Outros (O)	Total
Esportista (Es)	100	200	3700	4000
Não esportista (Es^c)	400	500	5100	6000
Total	500	700	8800	10000

- (a) $4000/10000 = 2/5$
(b) $200/10000 = 1/50$
(c) $8800/10000 = 22/25$
(d) $5100/10000 = 51/100$
(e) $100/500 = 1/5$
(f) $500/6000 = 1/12$
(g) $5100/8800 = 51/88$
(h) $3700/4000 = 37/40$
-

30. (a) Sim, porque não é possível receber conceito A e B ao mesmo tempo.
(b) 0
(c) $P(A \cap B) = 0 \neq 0,24 = P(A) \cdot P(B)$. São dependentes.
-

31. (a) 0,4 (b) 0,5
-

32. (a) $3/8$ (b) $1/2$ (c) $1/2$
-

33. (a) (b) 0,5 (c) 0,3 (d) 0,5 (e) $P(C|E) = 0,5 \neq 0,3 = P(C)$. São dependentes.
-

34. 0,064

35. Um artigo na revista *The Canadian Entomologist* estudou a vida da praga da alfafa a partir dos ovos até a vida adulta. A tabela seguinte mostra o número de larvas que sobreviveram em cada estágio do desenvolvimento.

Ovos	Fase precoce da larva	Fase madura da larva	Pré-pupa	Pupa	Adultos
421	412	306	45	35	31

- (a) Qual é a probabilidade de um ovo sobreviver até a vida adulta?
- (b) Qual é a probabilidade de sobrevivência até a vida adulta, dada a sobrevivência para a fase madura da larva?
- (c) Que estágio tem a menor probabilidade de sobrevivência para o próximo estágio?
-
36. Se $P(A|B) = 0,4$, $P(B) = 0,8$, $P(A) = 0,5$, os eventos A e B são independentes?
-
37. Se $P(A|B) = 0,3$, $P(B) = 0,8$, $P(A) = 0,3$, o evento B e o evento complementar de A são independentes?
-
38. Se $P(A) = 0,2$, $P(B) = 0,2$, e A e B são mutuamente excludentes, eles são independentes?
-
39. Matriz redundante de discos independentes (RAID - *Redundant Array of Independent Disks*) é uma tecnologia que usa discos rígidos múltiplos para aumentar a velocidade de transferência de dados e fornecer cópia de segurança instantânea de dados. Suponha que a probabilidade de qualquer disco rígido falhar em um dia seja 0,001, e que as falhas do disco sejam independentes.
- (a) Suponha que você implemente um esquema de RAID 0, que usa dois discos rígidos, cada um contendo uma imagem do outro, como um espelho. Qual é a probabilidade de perda de dados? Considere que a perda de dados ocorrerá se ambos os discos falharem dentro do mesmo dia.
- (b) Suponha que você implemente um esquema de RAID 1, que divide os dados em dois discos rígidos. Qual é a probabilidade de perda de dados? Considere que a perda de dados ocorrerá se no mínimo um disco falhar dentro do mesmo dia. (Dica: escreva o evento “no mínimo um disco falhar” como o seu complementar).
-
40. Cabelos vermelhos naturais consistem em dois genes. Pessoas com cabelo vermelho natural têm dois genes dominantes, dois genes recessivos, ou um dominante e um recessivo. Um grupo de 1000 pessoas foi categorizado como segue:

Gene 1	Gene 2		
	Dominante	Recessivo	Outro
Dominante	5	25	30
Recessivo	7	63	35
Outro	20	15	800

Seja A o evento em que uma pessoa tem um gene dominante de cabelo vermelho, e seja B o evento em que uma pessoa tem um gene recessivo de cabelo vermelho. Se uma pessoa desse grupo for selecionada ao acaso, calcule o seguinte:

- (a) $P(A)$
- (b) $P(A \cap B)$
- (c) $P(A \cup B)$
- (d) $P(A^c \cap B)$
- (e) $P(A|B)$
- (f) Considerando que para uma pessoa ter cabelo vermelho são necessários dois genes dominantes, qual a probabilidade de que a pessoa selecionada tenha cabelo vermelho?
-