

1. Para cada um dos eventos abaixo, escreva o espaço amostral correspondente e conte seus elementos:
 - (a) Uma moeda é lançada duas vezes e observam-se as faces obtidas.
 - (b) Um dado é lançado duas vezes e a ocorrência de face par ou ímpar é observada.
 - (c) Uma urna contém 10 bolas azuis e 10 vermelhas. Três bolas são selecionadas ao acaso, com reposição, e as cores são anotadas.
 - (d) Dois dados são lançados simultaneamente e estamos interessados na soma das faces observadas.
 - (e) Em uma cidade famílias com 3 crianças são selecionadas ao acaso, anotando-se o sexo de cada uma, de acordo com a idade.
 - (f) Uma máquina produz 20 peças por hora, escolhe-se um instante qualquer e observa-se o número de defeituosas na próxima hora.
 - (g) Uma moeda é lançada consecutivamente até o aparecimento da primeira cara.
 - (h) Mede-se a duração de lâmpadas, deixando-as acesas até que se queimem.
 - (i) Um fichário com 10 nomes contém 3 nomes de mulheres. Seleciona-se ficha após ficha, até o último nome de mulher ser selecionado, e anota-se o número de fichas selecionadas.
 - (j) Uma moeda é lançada consecutivamente até o aparecimento da primeira cara e anota-se o número de lançamentos.
 - (k) De um grupo de 5 pessoas $\{A, B, C, D, E\}$, soteiam-se duas, uma após a outra, com reposição, e anota-se a configuração obtida.
 - (l) Mesmo enunciado anterior, mas sem reposição.
 - (m) Mesmo enunciado anterior, mas as duas selecionadas simultaneamente.
2. Uma urna contém duas bolas brancas e três bolas vermelhas. Retira-se uma bola ao acaso da urna. Se for branca lança-se uma moeda. Se for vermelha, ela é devolvida à urna e retira-se outra. Dê um espaço amostral para o experimento.
3. Uma caixa contém 3 bolas de gude: 1 vermelha, 1 azul e 1 branca. Considere um experimento que consiste em retirar duas bolas de gude desta caixa. Descreva o espaço amostral quando:
 - (a) houver reposição da primeira bola retirada da caixa
 - (b) não houver reposição da primeira bola retirada da caixa
4. Uma balança digital é usada para fornecer pesos em gramas. Seja A o evento em que um peso excede 11 gramas. Seja B o evento em que um peso é menor que ou igual a 15 gramas, e seja C o evento em que um peso é maior ou igual a 8 gramas e menor que 12 gramas. Descreva os seguintes eventos:
(a) Ω (b) $A \cup B$ (c) $A \cap B$ (d) A^c (e) $A \cup B \cup C$ (f) $(A \cup C)^c$ (g) $A \cap B \cap C$ (h) $B^c \cap C$ (i) $A \cup (B \cap C)$
5. Na fotossíntese, a qualidade da luz se refere aos comprimentos de onda de luz que são importantes. O comprimento de onda de uma amostra de radiações fotossinteticamente ativas (RFA) é medido em nanômetro. A faixa do vermelho é 675-700 nm, e a faixa do azul é 450-500 nm. Seja A o evento em que RFA ocorre na faixa do vermelho, e B o evento em que RFA ocorre na faixa do azul. Descreva o espaço amostral e indique cada um dos seguintes eventos:
(a) A (b) B (c) $A \cap B$ (d) $A \cup B$
6. Em replicação controlada, células são replicadas em um período de dois dias. DNA recém-sintetizado não pode ser replicado novamente até que a mitose seja completa. Dois mecanismos de controle foram identificados: um positivo e um negativo. Suponha que uma replicação seja observada em três células. Seja A o evento em que todas as células são identificadas como positivas, e B o evento em que todas as células são negativas. Descreva o espaço amostral e indique cada um dos seguintes eventos:
(a) A (b) B (c) $A \cap B$ (d) $A \cup B$

7. Considere o lançamento de dois dados. Considere os eventos $A = \text{"soma dos números obtidos igual a 9"}$, e $B = \text{"número no primeiro dado maior ou igual a 4"}$.
- Enumere os elementos de A e B .
 - Obtenha $A \cup B$, $A \cap B$, e A^c .
 - Obtenha todas as probabilidades dos eventos acima.

8. Suponhamos que 10000 bilhetes sejam vendidos em uma loteria e 5000 em outra, cada uma tendo apenas um ganhador. Um homem tem 100 bilhetes de cada. Qual a probabilidade de que:
- Ele ganhe exatamente um prêmio?
 - Ele ganhe alguma coisa?

9. Um grupo de 12 homens e 8 mulheres concorre a três prêmios através de um sorteio, sem reposição de seus nomes. Qual a probabilidade de:
- Nenhum homem ser sorteado?
 - Um prêmio ser ganho por homem?
 - Dois homens serem premiados?

10. Suponha que A e B sejam eventos mutuamente exclusivos (ou disjuntos) para os quais $P(A) = 0,3$ e $P(B) = 0,5$. Qual é a probabilidade de que:
- A ou B ocorra?
 - A ocorra mas B não ocorra?
 - A e B ocorram?

11. Se $P(A) = 0,3$, $P(B) = 0,2$, e $P(A \cap B) = 0,1$. Determine as probabilidades:
- $P(A^c)$
 - $P(A \cup B)$
 - $P(A^c \cap B)$
 - $P(A \cap B^c)$
 - $P([A \cup B]^c)$
 - $P(A^c \cup B)$

12. Se A , B , e C forem eventos mutuamente exclusivos, com $P(A) = 0,2$, $P(B) = 0,3$, e $P(C) = 0,4$. Determine as probabilidades:
- $P(A \cup B \cup C)$
 - $P(A \cap B \cap C)$
 - $P(A \cap B)$
 - $P([A \cup B] \cap C)$
 - $P(A^c \cap B^c \cap C^c)$

13. Discos de plástico de policarbonato, provenientes de um fornecedor, são analisados com relação à resistência a arranhões e a choques. Os resultados de uma amostra de 100 discos estão resumidos a seguir:

Res. a arranhões	Res. a choques	
	Alta	Baixa
Alta	70	9
Baixa	16	5

Seja A o evento em que um disco tem alta resistência a choque e B o evento em que um disco tem alta resistência a arranhões. Com isso:

- Determine o número de discos em $A \cap B$, A^c , e $A \cup B$.
 - Se um disco for selecionado aleatoriamente, determine as seguintes probabilidades:
i. $P(A)$ ii. $P(B)$ iii. $P(A^c)$ iv. $P(A \cap B)$ v. $P(A \cup B)$ vi. $P(A^c \cup B)$ vii. $P(A|B)$ viii. $P(B|A)$
 - Se um disco for selecionado ao acaso, qual será a probabilidade de sua resistência a arranhões ser alta e de sua resistência a choque ser alta?
 - Se um disco for selecionado ao acaso, qual será a probabilidade de sua resistência a arranhões ser alta ou de sua resistência a choque ser alta?
 - Os eventos A e B são mutuamente exclusivos?
 - Os eventos A e B são independentes?
14. Sejam A e B dois eventos em um espaço amostral, tais que $P(A) = 0,2$, $P(B) = p$, $P(A \cup B) = 0,5$, e $P(A \cap B) = 0,1$. Determine o valor de p .

15. Um lote de 100 chips semicondutores contém 20 defeituosos. Dois deles são selecionados ao acaso, sem reposição.
- Qual é a probabilidade de que o primeiro chip selecionado seja defeituoso?
 - Qual é a probabilidade de que o segundo chip selecionado seja defeituoso, dado que o primeiro deles foi defeituoso?
 - Qual é a probabilidade de que ambos sejam defeituosos?
 - Como a resposta do item (b) mudaria se os chips selecionados fossem repostos antes da próxima seleção?

16. A tabela abaixo resume 204 reações endotérmicas envolvendo bicarbonato de sódio.

Condições finais de temperatura	Calor absorvido	
	Abaixo do valor alvo	Acima do valor alvo
266 K	12	40
271 K	44	16
274 K	56	36

Seja A o evento em que a temperatura final de uma reação seja 271 K ou menos. Seja B o evento em que o calor absorvido esteja acima do valor alvo. Com isso:

- Determine o número de reações em cada um dos seguintes eventos:
i. $A \cap B$ ii. A^c iii. $A \cup B$ iv. $A \cup B^c$ v. $A^c \cap B^c$
 - Determine as seguintes probabilidades:
i. $P(A \cap B)$ ii. $P(A^c)$ iii. $P(A \cup B)$ iv. $P(A \cup B^c)$ v. $P(A^c \cap B^c)$ vi. $P(A^c \cup B^c)$ vii. $P(A|B)$ viii. $P(A^c|B)$
ix. $P(A|B^c)$ x. $P(B|A)$
 - Os eventos A e B são independentes?
17. Suponha que $P(A|B) = 0,4$ e $P(B) = 0,5$. Determine o seguinte:
(a) $P(A \cap B)$ (b) $P(A^c \cap B)$
18. Suponha que $P(A|B) = 0,2$, $P(A|B^c) = 0,3$ e $P(B) = 0,8$. Qual é $P(A)$? (Dica: escreva A como a união de dois eventos disjuntos).
19. Um artigo na revista *The Journal of Data Science*, forneceu a seguinte tabela de falhas em poços, para grupos de diferentes formações geológicas em Baltimore (EUA):

Grupo com formação geológica	Poços	
	Falha	Total
Gnaise	170	1685
Granito	2	28
Mina Loch de xisto	443	3733
Máfico	14	363
Mármore	29	309
Mina Prettyboy de xisto	60	1403
Outros xistos	46	933
Serpentina	3	39

Seja A o evento em que a formação geológica tenha mais de 1000 poços e B o evento em que o poço tenha falhado. Com isso:

- Determine o número de poços dos seguintes eventos:
i. $A \cap B$ ii. A^c iii. $A \cup B$ iv. $A \cup B^c$ v. $A^c \cap B^c$
- Determine as seguintes probabilidades:
i. $P(A \cap B)$ ii. $P(A^c)$ iii. $P(A \cup B)$ iv. $P(A \cup B^c)$ v. $P(A^c \cap B^c)$ vi. $P(A^c \cup B^c)$ vii. $P(A|B)$
- Qual a probabilidade de uma falha, dado que existem mais de 1000 falhas em uma formação geológica?
- Qual a probabilidade de uma falha, dado que existem menos de 500 falhas em uma formação geológica?
- Os eventos A e B são independentes?

20. O tempo de enchimento de um reator é medido em minutos (e frações de minutos). Seja $\Omega = \mathbb{R}^+$. Defina os eventos A e B como segue:

$$A = \{x : x \leq 72,5\} \quad \text{e} \quad B = \{x : x > 52,5\}$$

Descreva cada um dos seguintes eventos:

(a) A^c (b) B^c (c) $A \cap B$ (d) $A \cup B$

21. Falhas no coração são por causa tanto de ocorrências naturais (87%) como por fatores externos (13%). Fatores externos estão relacionados a substâncias induzidas (73%) ou a objetos estranhos (27%). Ocorrências naturais são causadas por bloqueio arterial (56%), doenças (27%) e infecção (17%).

(a) Determine a probabilidade de uma falha ser causada por substância induzida.

(b) Determine a probabilidade de uma falha ser causada por doença ou infecção.

22. Uma amostra de dois itens é selecionada sem reposição a partir de uma batelada. Descreva o espaço amostral (ordenado) para cada uma das seguintes bateladas:

(a) A batelada contém os itens $\{a, b, c, d\}$

(b) A batelada contém os itens $\{a, b, c, d, e, f, g\}$

(c) A batelada contém 4 itens defeituosos e 20 itens bons

(d) A batelada contém 1 item defeituoso e 20 itens bons

23. Cada um dos cinco resultados possíveis de um experimento aleatório é igualmente provável. O espaço amostral é $\Omega = \{a, b, c, d, e\}$. Seja A o evento $\{a, b\}$ e B o evento $\{c, d, e\}$. Determine:

(a) $P(A)$ (b) $P(B)$ (c) $P(A^c)$ (d) $P(A \cup B)$ (e) $P(A \cap B)$

24. O espaço amostral de um experimento aleatório é $\Omega = \{a, b, c, d, e\}$, com probabilidades 0,1; 0,1; 0,2; 0,4; 0,2, respectivamente. Seja A o evento $\{a, b, c\}$ e B o evento $\{c, d, e\}$. Determine:

(a) $P(A)$ (b) $P(B)$ (c) $P(A^c)$ (d) $P(A \cup B)$ (e) $P(A \cap B)$

25. Uma amostra de duas placas de circuito impresso é selecionada sem reposição a partir de uma batelada. Descreva o espaço amostral (ordenado) para cada uma das seguintes bateladas:

(a) A batelada contém 90 placas que são não defeituosas, 8 placas com pequenos defeitos, e 2 placas com grandes defeitos.

(b) A batelada contém 90 placas que são não defeituosas, 8 placas com pequenos defeitos, e 1 placa com grandes defeitos.

26. Em uma titulação ácido-base, uma base ou um ácido é gradualmente adicionada(o) ao outro até que eles sejam completamente neutralizados. Uma vez que ácidos e bases são geralmente incolores, o pH é medido para monitorar a reação. Suponha que o ponto de equivalência seja alcançado depois que aproximadamente 100 ml de uma solução de NaOH tenham sido adicionados (o suficiente para reagir com todo o ácido acético presente), porém essa quantidade pode variar de 95 ml a 104 ml. Suponha que volumes sejam medidos em ml em uma escala discreta, e descreva o espaço amostral.

(a) Qual é a probabilidade de que a equivalência seja indicada em 100 ml?

(b) Qual é a probabilidade de que a equivalência seja indicada em menos do que 100 ml?

(c) Qual é a probabilidade de que a equivalência seja indicada entre 98 ml e 102 ml (inclusive)?

(d) Considere que dois técnicos conduzam a titulação de forma independente.

i. Qual é a probabilidade de ambos os técnicos obterem equivalência em 100 ml?

ii. Qual é a probabilidade de ambos os técnicos obterem equivalência entre 98 e 104 ml (inclusive)?

27. Uma loja aceita cartões de crédito American Express ou Visa. Um total de 24% de seus consumidores possui um cartão American Express, 61% possuem Visa, e 11% possuem ambos. Que percentual desses consumidores possui um cartão aceito pelo estabelecimento?

28. Em uma bateria de NiCd, uma célula completamente carregada é composta de Hidróxido de Níquel. Níquel é um elemento que tem múltiplos estados de oxidação, sendo geralmente encontrado nos seguintes estados:

Carga de níquel	Proporções encontradas
0	0,17
+2	0,35
+3	0,33
+4	0,15

- (a) Qual é a probabilidade de uma célula ter no mínimo uma das opções de níquel carregado positivamente?
- (b) Qual é a probabilidade de uma célula não ser composta de uma carga positiva de níquel maior do que +3?
-
29. Uma Universidade tem 10000 alunos, dos quais 4000 são considerados esportistas. Temos ainda que 500 alunos são do curso de Economia, 700 são de Administração, 100 são esportistas e da Economia, e 200 são esportistas e da Administração. (Os restantes dos alunos que não se encaixam em nenhum curso podem ser colocados na categoria “outros”). Monte a tabela de contingência, e calcule as probabilidades de um aluno selecionado ao acaso:
- (a) Ser esportista
- (b) Ser esportista e aluno da Administração
- (c) Não ser da Economia nem da Administração
- (d) Não ser esportista, e ser de outros cursos
- (e) Ser esportista, dado que faz Economia
- (f) Fazer Administração, dado que não é esportista
- (g) Não ser esportista, dado que não faz nem Economia, nem Administração
- (h) Fazer outros cursos, dado que é esportista
-
30. Suponhamos que um aluno estime que sua probabilidade de receber um conceito final “A” em Estatística é 0,6, e a probabilidade de um “B” é de 0,4 (ele não considera receber menos do que isso!). Com isso:
- (a) Os eventos “receber A” e “receber B” são mutuamente exclusivos? Por que?
- (b) Determine a probabilidade condicional de que obtenha um “B”, dado que de fato tenha recebido um “A”.
- (c) Verifique se os eventos “receber A” e “receber B” são independentes.
-
31. Sejam A e B eventos tais que $P(A) = 0,2$, $P(B) = p$, $P(A \cup B) = 0,6$. Calcular o valor de p considerando A e B
- (a) mutuamente exclusivos
- (b) independentes
-
32. Uma urna contém 10 bolas verdes e 6 azuis. Tiram-se duas bolas ao acaso, sem reposição. Qual a probabilidade de que as duas bolas:
- (a) sejam verdes?
- (b) sejam da mesma cor?
- (c) sejam de cores diferentes?
-
33. De 100 pessoas que solicitaram emprego de programador de computadores durante um ano em uma grande empresa, 40 possuíam experiência anterior (E), e 30 possuíam certificado profissional (C). Vinte dos candidatos possuíam tanto experiência anterior como certificado profissional e foram incluídos nas contagens dos dois grupos.
- (a) Elaborar um diagrama de Venn para representar estes eventos.
- (b) Qual a probabilidade de que um candidato escolhido ao acaso tenha experiência ou certificado?
- (c) Qual a probabilidade de que um candidato escolhido ao acaso tenha experiência ou certificado, mas não ambos?
- (d) Determinar a probabilidade condicional de que um candidato escolhido ao acaso tenha um certificado, dado que ele tenha alguma experiência anterior.
- (e) Verificar se os eventos E e C são independentes.

34. Em geral, a probabilidade de que um possível cliente faça uma compra quando procurado por um vendedor é de 0,4. Se um vendedor seleciona do arquivo, aleatoriamente, três clientes, e faz contato com os mesmos, qual a probabilidade de que os três façam compras?

35. Um artigo na revista *The Canadian Entomologist* estudou a vida da praga da alfafa a partir dos ovos até a vida adulta. A tabela seguinte mostra o número de larvas que sobreviveram em cada estágio do desenvolvimento.

Ovos	Fase precoce da larva	Fase madura da larva	Pré-pupa	Pupa	Adultos
421	412	306	45	35	31

- (a) Qual é a probabilidade de um ovo sobreviver até a vida adulta?
- (b) Qual é a probabilidade de sobrevivência até a vida adulta, dada a sobrevivência para a fase madura da larva?
- (c) Que estágio tem a menor probabilidade de sobrevivência para o próximo estágio?

36. Se $P(A|B) = 0,4$, $P(B) = 0,8$, $P(A) = 0,5$, os eventos A e B são independentes?

37. Se $P(A|B) = 0,3$, $P(B) = 0,8$, $P(A) = 0,3$, o evento B e o evento complementar de A são independentes?

38. Se $P(A) = 0,2$, $P(B) = 0,2$, e A e B são mutuamente excludentes, eles são independentes?

39. Matriz redundante de discos independentes (RAID - *Redundant Array of Independent Disks*) é uma tecnologia que usa discos rígidos múltiplos para aumentar a velocidade de transferência de dados e fornecer cópia de segurança instantânea de dados. Suponha que a probabilidade de qualquer disco rígido falhar em um dia seja 0,001, e que as falhas do disco sejam independentes.

- (a) Suponha que você implemente um esquema de RAID 0, que usa dois discos rígidos, cada um contendo uma imagem do outro, como um espelho. Qual é a probabilidade de perda de dados? Considere que a perda de dados ocorrerá se ambos os discos falharem dentro do mesmo dia.
- (b) Suponha que você implemente um esquema de RAID 1, que divide os dados em dois discos rígidos. Qual é a probabilidade de perda de dados? Considere que a perda de dados ocorrerá se no mínimo um disco falhar dentro do mesmo dia. (Dica: escreva o evento “no mínimo um disco falhar” como o seu complementar).

40. Cabelos vermelhos naturais consistem em dois genes. Pessoas com cabelo vermelho natural têm dois genes dominantes, dois genes recessivos, ou um dominante e um recessivo. Um grupo de 1000 pessoas foi categorizado como segue:

Gene 1	Gene 2		
	Dominante	Recessivo	Outro
Dominante	5	25	30
Recessivo	7	63	35
Outro	20	15	800

Seja A o evento em que uma pessoa tem um gene dominante de cabelo vermelho, e seja B o evento em que uma pessoa tem um gene recessivo de cabelo vermelho. Se uma pessoa desse grupo for selecionada ao acaso, calcule o seguinte:

- (a) $P(A)$
- (b) $P(A \cap B)$
- (c) $P(A \cup B)$
- (d) $P(A^c \cap B)$
- (e) $P(A|B)$
- (f) Considerando que para uma pessoa ter cabelo vermelho são necessários dois genes dominantes, qual a probabilidade de que a pessoa selecionada tenha cabelo vermelho?