Estatística II — CE003
Prof. Fernando de Pol Mayer — Departamento de Estatística — DEST
Exercícios: probabilidade
Nome: GRR:

1. Para cada um dos eventos abaixo, escreva o espaço amostral correspondente e conte seus elementos:
   (a) Uma moeda é lançada duas vezes e observam-se as faces obtidas.
   (b) Um dado é lançado duas vezes e a ocorrência de face par ou ímpar é observada.
   (c) Uma urna contém 10 bolas azuis e 10 vernelhas. Três bolas são selecionadas ao acaso, com reposição, e as cores são anotadas.
   (d) Dois dados são lançados simultaneamente e estamos interessados na soma das faces observadas.
   (e) Em uma cidade famílias com 3 crianças são selecionadas ao acaso, anotando-se o sexo de cada uma, de acordo com a idade.
   (f) Uma máquina produz 20 peças por hora, escolhe-se um instante qualquer e observa-se o número de defeituosas na próxima hora.
   (g) Uma moeda é lançada consecutivamente até o aparecimento da primeira cara.
   (h) Mede-se a duração de lâmpadas, deixando-as acesas até que se queimem.
   (i) Um fichário com 10 nomes contém 3 nomes de mulheres. Seleciona-se ficha após ficha, até o último nome de mulher ser selecionado, e anota-se o número de fichas selecionadas.
   (j) Uma moeda é lançada consecutivamente até o aparecimento da primeira cara e anota-se o número de lançamentos.
   (k) De um grupo de 5 pessoas A, B, C, D, E, soteiam-se duas, uma após a outra, com reposição, e anota-se a configuração obtida.
   (l) Mesmo enunciado anterior, mas sem reposição.
   (m) Mesmo enunciado anterior, mas as duas selecionadas simultaneamente.

2. Uma urna contém duas bolas brancas e três bolas vermelhas. Retira-se uma bola ao acaso da urna. Se for branca lança-se uma moeda. Se for vermelha, ela é devolvida à urna e retira-se outra. Dê um espaço amostral para o experimento.

3. Uma caixa contém 3 bolas de gude: 1 vermelha, 1 azul e 1 branca. Considere um experimento que consiste em retirar duas bolas de gude desta caixa. Descreva o espaço amostral quando:
   (a) houver reposição da primeira bola retirada da caixa
   (b) não houver reposição da primeira bola retirada da caixa

4. Uma balança digital é usada para fornecer pesos em gramas. Seja A o evento em que um peso excede 11 gramas. Seja B o evento em que um peso é menor que ou igual a 15 gramas, e seja C o evento em que um peso é maior ou igual a 8 gramas e menor que 12 gramas. Descreva os seguintes eventos:
   (a) Ω (b) $A \cup B$ (c) $A \cap B$ (d) A^c (e) $A \cup B \cup C$ (f) $(A \cup C)^c$ (g) $A \cap B \cap C$ (h) $B^c \cap C$ (i) $A \cup (B \cap C)$

5. Na fotossíntese, a qualidade da luz se refere aos comprimentos de onda de luz que são importantes. O comprimento de onda de uma amostra de radiações fotossinteticamente ativas (RFA) é medido em nanômetro. A faixa do vermelho é 675-700 nm, e a faixa do azul é 450-500 nm. Seja A o evento em que RFA ocorre na faixa do vermelho, e B o evento em que RFA ocorre na faixa do azul. Descreva o espaço amostral e indique cada um dos seguintes eventos:
   (a) A (b) B (c) $A \cap B$ (d) $A \cup B$

6. Em replicação controlada, células são replicadas em um período de dois dias. DNA recém-sintetizado não pode ser replicado novamente até que a mtose seja completa. Dois mecanismos de controle foram identificados: um positivo e um negativo. Suponha que uma replicação seja observada em três células. Seja A o evento em que todas as células são identificadas como positivas, e B o evento em que todas as células são negativas. Descreva o espaço amostral e indique cada um dos seguintes eventos:
   (a) A (b) B (c) $A \cap B$ (d) $A \cup B$

7. Considere o lançamento de dois dados. Considere os eventos $A =$ "soma dos números obtidos igual a 9", e $B =$ "número no primeiro dado maior ou igual a 4".
   (a) Enumere os elementos de A e B.
   (b) Obtenha $A \cup B$, $A \cap B$, e A^c.
   (c) Obtenha todas as probabilidades dos eventos acima.

---

8. Suponhamos que 10000 bilhetes sejam vendidos em uma loteria e 5000 em outra, cada uma tendo apenas um ganhador. Um homem tem 100 bilhetes de cada. Qual a probabilidade de que:
   (a) Ele ganhe exatamente um prêmio?
   (b) Ele ganhe alguma coisa?

---

9. Um grupo de 12 homens e 8 mulheres concorre a três prêmios através de um sorteio, sem reposição de seus nomes. Qual a probabilidade de:
   (a) Nenhum homem ser sorteado?
   (b) Um prêmio ser ganho por homem?
   (c) Dois homens serem premiados?

---

10. Suponha que A e B sejam eventos mutuamente exclusivos (ou disjuntos) para os quais $P(A) = 0,3$ e $P(B) = 0,5$. Qual é a probabilidade de que:
   (a) A ou B ocorra?
   (b) A ocorra mas B não ocorra?
   (c) A e B ocorram?

---

11. Discos de plático de policarbonato, provenientes de um fornecedor, são analisados com relação à resistência a arranhões e a choque. Os resultados de 100 discos estão resumidos a seguir:

Res. a arranhões	**Res. a choques**	
	Alta	Baixa
Alta	70	9
Baixa	16	5

Seja A o evento em que um disco tem alta resistência a choque e B o evento em que um disco tem alta resistência a arranhões. Com isso:
   (a) Determine o número de discos em $A \cap B$, A^c, e $A \cup B$.
   (b) Se um disco for selecionado aleatoriamente, determine as seguintes probabilidades:
   i. $P(A)$ ii. $P(B)$ iii. $P(A^c)$ iv. $P(A \cap B)$ v. $P(A \cup B)$ vi. $P(A^c \cup B)$
   (c) Se um disco for selecionado ao acaso, qual será a probabilidade de sua resistência a arranhões ser alta e de sua resistência a choque ser alta?
   (d) Se um disco for selecionado ao acaso, qual será a probabilidade de sua resistência a arranhões ser alta ou de sua resistência a choque ser alta?
   (e) Os eventos A e B são mutuamente exclusivos?

---

12. O tempo de enchimento de um reator é medido em minutos (e frações de minutos). Seja $\Omega = \mathbb{R}^+$. Defina os aventos A e B como segue:

$$A = \{x : x \leq 72,5\} \qquad \text{e} \qquad B = \{x : x > 52,5\}$$

Descreva cada um dos seguintes eventos:
(a) A^c (b) B^c (c) $A \cap B$ (d) $A \cup B$

---

13. Uma amostra de dois itens é selecionada sem reposição a partir de uma batelada. Descreva o espaço amostral (ordenado) para cada uma das seguintes bateladas:
   (a) A batelada contém os itens $\{a, b, c, d\}$
   (b) A batelada contém os itens $\{a, b, c, d, e, f, g\}$
   (c) A batelada contém 4 itens defeituosos e 20 itens bons
   (d) A batelada contém 1 item defeituoso e 20 itens bons

14. Uma amostra de duas placas de circuito impresso é selecionada sem reposição a partir de uma batelada. Descreva o espaço amostral (ordenado) para cada uma das seguintes bateladas:
    (a) A batelada contém 90 placas que são não defeituosas, 8 placas com pequenos defeitos, e 2 placas com grandes defeitos.
    (b) A batelada contém 90 placas que são não defeituosas, 8 placas com pequenos defeitos, e 1 placa com grandes defeitos.

---

15. Uma loja aceita cartões de crédito American Express ou Visa. Um total de 24% de seus consumidores possui um cartão American Express, 61% possuem Visa, e 11% possuem ambos. Que percentual desses consumidores possui um cartão aceito pelo estabelecimento?

---

16. Sejam A e B dois eventos em um espaço amostral, tais que $P(A) = 0,2$, $P(B) = p$, $P(A \cup B) = 0,5$, e $P(A \cap B) = 0,1$. Determine o valor de p.

---

17. Uma Universidade tem 10000 alunos, dos quais 4000 são considerados esportistas. Temos ainda que 500 alunos são do curso de Economia, 700 são de Administração, 100 são esportistas e da Economia, e 200 são esportistas e da Administração. (Os restantes dos alunos que não se encaixam em nenhum curso podem ser colocados na categoria "outros"). Monte a tabela de contingência, e calcule as probabilidades de um aluno selecionado ao acaso:
    (a) Ser esportista
    (b) Ser esportista e aluno da Administração
    (c) Não ser da Economia nem da Administração
    (d) Não ser esportista, e ser de outros cursos
    (e) Ser esportista, dado que faz Economia
    (f) Fazer Administração, dado que não é esportista
    (g) Não ser esportista, dado que não faz nem Economia, nem Administração
    (h) Fazer outros cursos, dado que é esportista

---

18. Suponhamos que um um aluno estime que sua probabilidade de receber um conceito final "A" em Estatística é 0,6, e a probabilidade de um "B" é de 0,4 (ele não considera receber menos do que isso!). Com isso:
    (a) Os eventos "receber A" e "receber B" são mutuamente exclusivos? Por que?
    (b) Determine a probabilidade condicional de que obtenha um "B", dado que de fato tenha recebido um "A".
    (c) Verifique se os eventos "receber A" e "receber B" são independentes.

---

19. Sejam A e B eventos tais que $P(A) = 0,2$, $P(B) = p$, $P(A \cup B) = 0,6$. Calcular o valor de p considerando A e B
    (a) mutuamente exclusivos
    (b) independentes

---

20. Uma urna contém 10 bolas verdes e 6 azuis. Tiram-se duas bolas ao acaso, sem reposição. Qual a probabilidade de que as duas bolas:
    (a) sejam verdes?
    (b) sejam da mesma cor?
    (c) sejam de cores diferentes?

---

21. De 100 pessoas que solicitaram emprego de programador de computadores, durante o ano passado, em uma grande empresa, 40 possuíam experiência anterior (E), e 30 possuíam certificado profissional (C). Vinte dos candidatos possuíam tanto experiência anterior como certificado profissional e foram incluídos nas contagens dos dois grupos.
    (a) Elaborar um diagrama de Venn para representar estes eventos.
    (b) Qual a probabilidade de que um candidato escolhido ao acaso tenha experiência ou certificado (ou ambos)?
    (c) Qual a probabilidade de que um candidato escolhido ao acaso tenha experiência ou certificado, mas não ambos?
    (d) Determinar a probabilidade condicional de que um candidato escolhido ao acaso tenha um certificado, dado

que ele tenha alguma experiência anterior.

(e) Verificar se os eventos E e C são independentes.

---

22. Em geral, a probabilidade de que um possível cliente faça uma compra quando procurado por um vendedor é de 0,4. Se um vendedor seleciona do arquivo, aleatoriamente, três clientes, e faz contato com os mesmos, qual a probabilidade de que os três façam compras?
