

Lista 2 - Prof. Fernando Barros

2024-05

Exercício 2. Considere a seguinte modificação no modelo de crescimento neoclássico determinístico. As pessoas da economia têm formação de hábitos de consumo, ou seja, a utilidade é dada por:

$$u(\{c_t\}_{t=0}^{\infty}) = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(c_t, c_{t-1})$$

dado um certo c_{-1} , em que $U(c_t, c_{t-1}) = \ln c_t + \gamma \ln c_{t-1}$. Além disso, a função de produção é dada por $f(k) = Ak^\alpha$ e todo estoque de capital se deprecia a cada período. Desse modo, o problema do planejador de escolher a trajetória de consumo que maximiza o bem-estar do consumidor pode ser escrito como:

$$\begin{aligned} & \max_{\{c_t, k_{t+1}\}_{t=0}^{\infty}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t (\ln c_t + \gamma \ln c_{t-1}) \\ & \text{s.a. } c_t + k_{t+1} \leq Ak_t^\alpha, \\ & c_t, k_{t+1} \geq 0; \\ & A > 0, \alpha \in (0, 1) \\ & \text{dados } k_0 > 0, \text{ e } c_{-1} > 0 \end{aligned}$$

em que $\beta \in (0, 1)$ e $\gamma > 0$. Aqui, c_t representa o consumo da data t , k_t é o estoque de capital no começo do período t .

- (a) Escreva a equação de Bellman associada ao problema sequencial acima.
- (b) Seja $v^*(k_0, c_{-1})$ a função valor que resolve a equação funcional estabelecida no item anterior. Mostre que $v^*(k_0, c_{-1}) = E + F \ln k_0 + G \ln c_{-1}$ em que a trajetória ótima de capital $\{k_{t+1}^*\}_{t=0}^{\infty}$ satisfaz $\ln k_{t+1}^* = I + H \ln k_t^*$ em que E, F, G, H e I são constantes. Ache fórmulas explícitas para E, F, G, H e I em função dos parâmetros A, β , α e γ .