

# Lista 1 - Prof. Fernando Barros

2024-05

**Exercício 1.** Considere uma economia com o tempo discreto e infinito, i.e,  $t = 0, 1, 2, \dots$ . Nesta economia vivem duas pessoas de vida eterna indexadas por  $i = 1, 2$ . Existe um único bem, que é perecível, e cada pessoa tem uma dotação  $e_t^i = 1$  para todo  $t$  deste bem. As preferências das pessoas sobre um fluxo de consumo  $\{c_t^i\}_{t=0}^\infty$  são dadas por:

$$u^i \left( \{c_t^i\}_{t=0}^\infty \right) = \sum_{t=0}^{\infty} (\beta_i)^t \ln c_t^i,$$

em que  $0 < \beta_1 < \beta_2 < 1$ . Toda informação desta economia é pública e não há nenhum risco. Em  $t = 0$ , antes de receber a dotação, as pessoas se encontram em um mercado central e transacionam unidades do bem de consumo para todos os períodos. Denote por  $p_t$  o preço de uma unidade do bem no período  $t$ . Em todo  $t \geq 1$  as pessoas voltam ao mercado central para executar as trocas negociadas em  $t = 0$ . Assuma que os acordos no início dos tempos são sempre honrados pelas pessoas.

- (a) Defina uma alocação factível para esta economia.
- (b) Defina um equilíbrio competitivo (de Arrow-Debreu) para esta economia.
- (c) Caracterize o equilíbrio competitivo da economia.
- (d) Seja  $\hat{c}_t^i$  o consumo de equilíbrio da pessoa  $i$  no período  $t$ . Mostre que:
  - i)  $\hat{c}_0^1 - \hat{c}_0^2 > 0$
  - ii)  $\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{c}_t^1 = 0$  e  $\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{c}_t^2 = 2$
- (e) Explique a intuição dos resultados demonstrados no item anterior.
- (f) É fácil ver que as sequências de consumo de equilíbrio são monótonas. Escreva um código que encontre o período  $t^*(\beta_1, \beta_2)$  para o qual  $\hat{c}_t^1 - \hat{c}_t^2$  troca de sinal para  $\beta$ 's genéricos. Fixe  $\beta_2 = 0.95$  e faça um gráfico para mostrar  $t^*(\beta_1, \beta_2)$ .