Lista 2

Exercício 1. *Considere a seguinte modificação no modelo de crescimento neoclássico determinístico. As pessoas da economia têm formação de hábitos de consumo, ou seja, a utilidade é dada por*

$$u(\{c_t\}_{t=0}^{\infty}) = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(c_t, c_{t-1})$$

dado um certo c_{-1}, em que $U(c_t, c_{t-1}) = \ln c_t + \gamma \ln c_{t-1}$. Além disso, a função de produção é dada por $f(k) = Ak^\alpha$ e todo estoque de capital se deprecia a cada período.[1] *Desso modo, o problema do planejador de escolher a trajetória de consumo que maximiza o bem-estar do consumidor pode ser escrito como:*

$$\max_{\{c_t, k_{t+1}\}_{t=0}^{\infty}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t (\ln c_t + \gamma \ln c_{t-1})$$

$$s.a. \; c_t + k_{t+1} \leq Ak_t^\alpha,$$

$$c_t, k_{t+1} \geq 0$$

$$A > 0, \alpha \in (0,1)$$

$$\text{dados } k_0 > 0 \text{ e } c_{-1} > 0,$$

em que $\beta \in (0,1)$ e $\gamma > 0$. Aqui, c_t representa o consumo da data t, k_t é o estoque de capital no começo do período t.

(a) Escreva a equação de Bellman associada ao problema sequencial acima.

(b) Seja $v^*(k_0, c_{-1})$ a função valor que resolve a equação funcional estabelecida no item anterior. Mostre que $v^*(k_0, c_{-1}) = E + F \ln k_0 + G \ln c_{-1}$ e que a trajetória ótima de capital $\{k_{t+1}^*\}_{t=0}^{\infty}$ satisfaz $\ln k_{t+1}^* = I + H \ln k_t^*$, em que E, F, G, H e I são constantes. Ache fórmulas explícitas para E, F, G, H e I em função dos parâmetros A, β, α e γ.

Exercício 2. *Considere novamente o modelo de crescimento neoclássico. Em que o planejador escolhe uma sequência de capital para $t = 0, 1, 2, \ldots$ para maximizar*

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(c_t), \qquad \beta \in (0,1)$$

sujeito a uma sequência de restrições de recursos dada por

$$c_t + k_{t+1} \leq f(k_t) + (1-\delta)k_t, \qquad \delta \in (0,1)$$

com uma condição inicial $k_0 > 0$, em que $f(k_t)$ representa a função de produção da economia.

[1] Podemos ignorar o trabalho aqui.

(a) *Seja $v(k)$ a função valor deste problema. Escreva e explique a equação de Bellman que determina $v(k)$.*

(b) *Para este e os próximos itens suponha que*

$$U(c) = \begin{cases} \dfrac{c^{1-\sigma}-1}{1-\sigma}, & \text{se } \sigma > 0, \sigma \neq 1 \\ \ln(c), & \text{se } \sigma = 1 \end{cases},$$

e que $f(k) = zk^{\alpha}$ com $\alpha \in (0,1)$ e $z > 0$.

Resolva o modelo para os valores de steady state c^* e k^*. Dica: Você pode fazer isso utilizando os valores de c^* e k^* constantes ($c = c' = c^*$ ou $k = k' = k^*$) na equação de Euler. Qual a razão capital/produto em steady state? E consumo/produto?

(c) *Descreva em detalhes os passos de um algoritmo para computar as funções valor e política associadas ao problema do planejador.*

(d) *(Computacional) Sejam $z = 1$, $\alpha = 0.3$, $\beta = 1/1.05$, $\delta = 0.05$ e $\sigma = 1$. Usando estes valores de parâmetros, discretize o espaço de estados para o capital com $n = 201$ pontos, calcule e plote a função valor neste grid. Seja $c(k)$ a função política para o consumo. Calcule e plote $c(k)$. Como o comportamento de consumo e poupança implicado por essa função de compara com o steady state do item (b)? Dica: Seu grid deve ter o ponto k^* em seu interior. Por exemplo, você pode usar um grid $K = \{0.7k^* < \ldots < k^* < \ldots < 1.3k^*\}$. Note que dado um n, a escolha do grid pode não gerar uma função política muito suave. Faça experimentos em que você altera n e os limites inferiores e superiores do grid para observar esse fato.*

(e) *(Computacional) Suponha que a economia está em steady state em $t = 0$. E há uma mudança permanente de $z = 1$ para $z' = 1.05$. Calcule e plote a nova função valor associada com z'. Compare ela com a função valor encontrada em (c). Calcule e plote a dinâmica de transição do capital e consumo dessa economia para o ajuste ao novo steady state.*

(f) *(Computacional) Refaça os itens (b), (d) e (e) considerando $\sigma = 0.5$ e $\sigma = 2$. O que muda? Dê a intuição dos seus resultados.*