
Lista 1

Exercício 1. Considere uma economia com o tempo discreto e infinito, i.e., $t = 0, 1, 2, \dots$. Nesta economia vivem duas pessoas de vida eterna indexadas por $i = 1, 2$. Existe um único bem, que é perecível, e cada pessoa tem uma dotação $e_t^i = 1$ para todo t deste bem. As preferências das pessoas sobre um fluxo de consumo, $\{c_t^i\}_{t=0}^\infty$, são dadas por

$$u^i(\{c_t^i\}_{t=0}^\infty) = \sum_{t=0}^{\infty} (\beta_i)^t \ln c_t^i,$$

em que $0 < \beta_1 < \beta_2 < 1$. Toda informação desta economia é pública e não há nenhum risco. Em $t = 0$, antes de receber a dotação, as pessoas se encontram em um mercado central e transacionam unidades do bem de consumo para todos os períodos. Denote por p_t o preço de uma unidade do bem no período t . Em todo $t \geq 1$ as pessoas voltam ao mercado central para executar as trocas negociadas em $t = 0$. Assuma que os acordos feitos no início dos tempos são sempre honrados pelas pessoas.

- (a) Defina uma alocação factível para esta economia.
- (b) Defina um equilíbrio competitivo (de Arrow-Debreu) para esta economia.
- (c) Caracterize o equilíbrio competitivo da economia.
- (d) Seja \hat{c}_t^i o consumo de equilíbrio da pessoa i no período t . Mostre que:
 - i) $\hat{c}_0^1 - \hat{c}_0^2 > 0$
 - ii) $\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{c}_t^1 = 0$ e $\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{c}_t^2 = 2$
- (e) Explique a intuição dos resultados demonstrados no item anterior.
- (f) É fácil ver que as sequências de consumo de equilíbrio são monótonas. Escreva um código que encontre o período $t^*(\beta_1, \beta_2)$ para o qual $\hat{c}_t^1 - \hat{c}_t^2$ troca de sinal para β 's genéricos. Fixe $\beta_2 = 0.95$ e faça um gráfico para mostrar $t^*(\beta_1, \beta_2)$.¹

¹É possível encontrar analiticamente $t^*(\beta_1, \beta_2)$. Não é este o propósito do exercício. Resolva o problema numericamente.

Exercício 2. Considere uma economia com o tempo discreto e infinito, i.e., $t = 0, 1, 2, \dots$. Nesta economia vivem duas pessoas de vida eterna indexadas por $i = 1, 2$. Existe um único bem, que é perecível, e cada pessoa tem uma dotação do tipo:

$$e_t^i = \begin{cases} 1, & \text{se } i + t \text{ é par} \\ 0, & \text{se } i + t \text{ é ímpar} \end{cases}.$$

As preferências das pessoas sobre um fluxo de consumo, $\{c_t^i\}_{t=0}^\infty$, são dadas por

$$u^i(\{c_t^i\}_{t=0}^\infty) = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \frac{(c_t^i)^{1-\sigma}}{1-\sigma}$$

em que $0 < \beta < 1$. Toda informação desta economia é pública e não há nenhum risco. Em $t = 0$, antes de receber a dotação, as pessoas se encontram em um mercado central e transacionam unidades do bem de consumo para todos os períodos. Denote por p_t o preço de uma unidade do bem no período t . Em todo $t \geq 1$ as pessoas voltam ao mercado central para executar as trocas negociadas em $t = 0$. Assuma que os acordos feitos no início dos tempos são sempre honrados pelas pessoas.

- (a) Defina uma alocação factível para esta economia.
- (b) Defina um equilíbrio competitivo (de Arrow-Debreu) para esta economia.
- (c) Mostre que em um equilíbrio competitivo a pessoa 2 tem um consumo maior do que a pessoa 1.
- (d) Explique a intuição dos resultados demonstrados no item anterior.
- (e) Suponha agora que não há um mercado em $t = 0$ em que as pessoas podem transacionar os bens de todos os períodos. Alternativamente, a cada período um mercado é aberto em que as pessoas podem trocar bens daquele período e um título que promete o pagamento de uma unidade do bem de consumo para o próximo período. Defina um equilíbrio competitivo em mercados sequenciais.
- (f) Agora suponha que há um mercado em $t = 0$ e considere um equilíbrio competitivo em mercados sequenciais. Demonstre que, caso não haja condição de não-Ponzi, não existe equilíbrio em mercados sequenciais.