
Facultad de Ciencias Exactas

EXAMEN FINAL

Asignatura: Matemáticas

Nombre del Estudiante: _____

Calificación: _____

Fecha: 29 de julio de 2025

Instrucciones Generales

- Lea cuidadosamente cada pregunta antes de responder.
- La duración del examen es de **1 hora y media**.
- No se permite el uso de calculadoras programables ni teléfonos móviles.
- Justifique claramente todos los procedimientos. Las respuestas sin justificación no serán válidas.
- Utilice únicamente tinta de color negro o azul.

1. Punto Bonus. (10 Puntos)

Realice la siguiente operación con números complejos que tienen coeficientes fraccionarios. Expresé el resultado final en la forma estándar $a + bi$.

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}i\right) \cdot 3 - \left(\frac{5}{3} - \frac{1}{6}i\right) \cdot 7$$

2. Operaciones con Exponentes y Radicales. Simplifique las siguientes expresiones hasta su mínima expresión. No se aceptan exponentes negativos o fraccionarios en el resultado final.

- a) (15 Puntos) Simplifique la siguiente expresión aplicando propiedades de la potenciación:

$$\left(\frac{a^{-2/3} \cdot b^{3/2}}{a^{-1} \cdot b^{-1/3}}\right)^{-2} \cdot \sqrt[3]{a^2}$$

- b) (10 Puntos) Racionalice y simplifique completamente el siguiente cociente:

$$\frac{3\sqrt{2} - \sqrt{5}}{2\sqrt{5} - \sqrt{2}}$$

-
3. **Números Complejos.** Dados los números complejos $z_1 = 3 - 2i$ y $z_2 = -1 + 4i$. Calcule lo siguiente, expresando el resultado en la forma $a + bi$.

a) (15 Puntos) El resultado de la operación:

$$\frac{z_1 \cdot \overline{z_2}}{z_1 + z_2}$$

(Donde $\overline{z_2}$ es el conjugado de z_2).

b) (10 Puntos) Resuelva para z en la siguiente ecuación:

$$(2 - i)z - (1 + 5i) = 4 - 3i$$

4. **Análisis de Rectas.** Resuelva los siguientes problemas.

a) (10 Puntos) Determine si las siguientes dos rectas son paralelas, perpendiculares o ninguna de las dos. Justifique su respuesta comparando sus pendientes (m).

$$L_1 : y = -2x + 5 \quad \text{y} \quad L_2 : 6x + 3y = -3$$

b) (15 Puntos) Encuentre la ecuación de la recta que pasa por el punto $A(1, -4)$ y es perpendicular a la recta que pasa por los puntos $B(-5, 2)$ y $C(3, 3)$. Expresé el resultado en la forma $y = mx + b$.

5. **Solución Gráfica de un Sistema de Ecuaciones.** (20 Puntos)

Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones lineales 2x2 utilizando **exclusivamente el método gráfico**.

$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x - y = -1 \end{cases}$$

- Dibuje ambas rectas en un mismo plano cartesiano.
- Señale claramente el punto de intersección en la gráfica.
- Escriba la coordenada (x, y) que representa la solución del sistema.

6. **Problema de Aplicación.** (10 Puntos) En una granja hay conejos y gallinas. Si se cuentan un total de 40 cabezas y 110 patas, plantee un sistema de ecuaciones lineales 2x2 que modele la situación y resuélvalo por el método de eliminación o sustitución para determinar cuántos conejos y cuántas gallinas hay.

7. **Operación con Fracciones Algebraicas (Obligatorio).** (15 Puntos)

Resuelva la siguiente suma de fracciones algebraicas. Para ello, factorice completamente los denominadores, encuentre el común denominador y simplifique el resultado final tanto como sea posible.

$$\frac{x - 7}{x^2 - x - 6} + \frac{2}{x^2 + 5x + 6}$$