1. Grafos

Lista de reproducción YouTube [9].

1.1. Propiedades

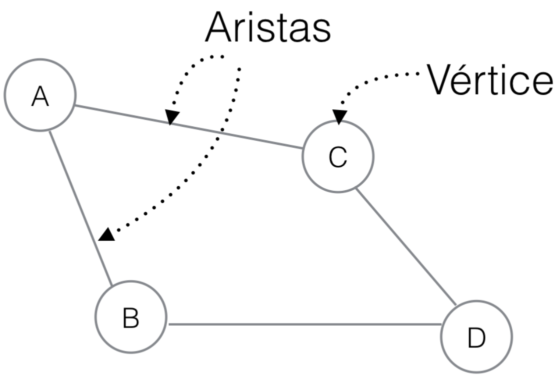

Figura 1: Grafos Aristas = Edge y Vértices o Nodos = Vertex

1. **Grafos orientados** (o dirigidos o digrafos) si las aristas (o arcos) que conectan sus vertices (también llamados nodos) están orientadas.
2. **Grafos no orientados** (o no dirigidos) si las aristas que conectan sus vertices no están orientadas.

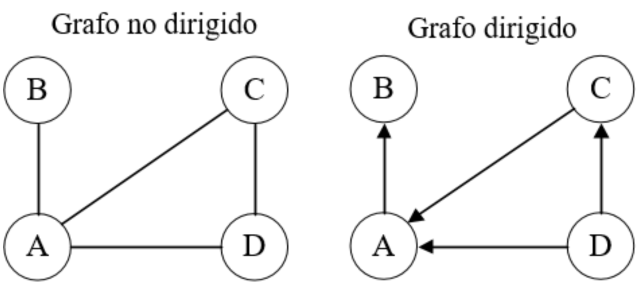

Figura 2: Grafos Dirigido y No Dirigido

3. **Ciclo:** camino que conteniendo vertices distintos, excepto el primero que coincide con el ultimo.

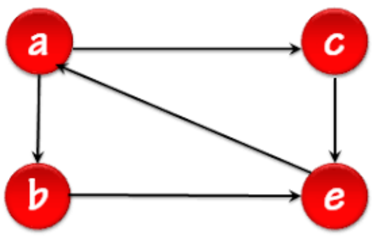

Figura 3: Grafos Ciclo: $a \to b \to e \to a$, longitud 3.

4. **Grafo no dirigido conexo:** Grafo no orientado es conexo si para todo vértice del grafo hay un camino que lo conecte con otro vertice cualquiera del grafo.
5. **Grafo dirigido fuertemente conexo:** Grafo dirigido es fuertemente conexo sii entre cualquier par de vértices hay un camino que los une. Ver Figura 3.
6. **Árbol libre:** Grafo no dirigido conexo sin ciclos.

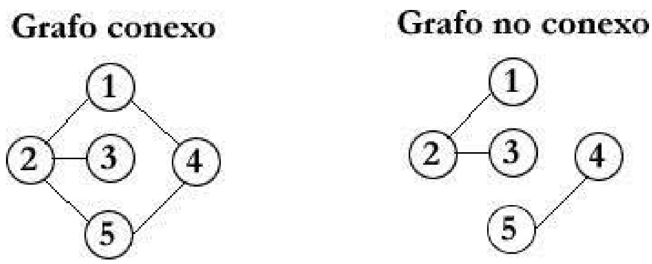

Figura 4: Grafos Conexo y No Conexo

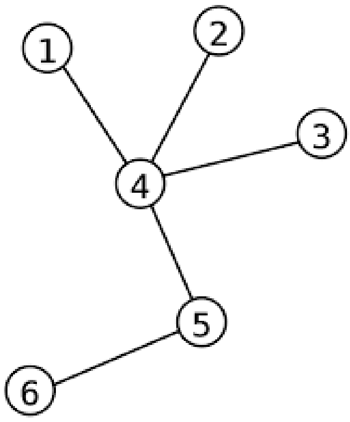

Figura 5: Grafos Árbol Libre

1.2. Estructuras para implementar grafos

1.2.1. Matriz de Adyacencia

	A	B	C	D	E	F
A	0	1	1	1	0	0
B	1	0	1	0	1	0
C	1	1	0	0	0	0
D	1	0	0	0	1	1
E	0	1	0	1	0	0
F	0	0	0	1	0	0

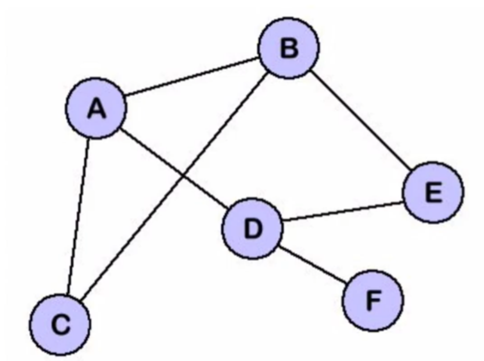

Figura 6: Grafo no dirigido y no pesado Matriz de Adyacencia

	A	B	C	D	E
A	0	3	0	0	0
B	0	0	6	1	5
C	0	0	0	6	0
D	0	0	0	0	7
E	0	0	0	0	0

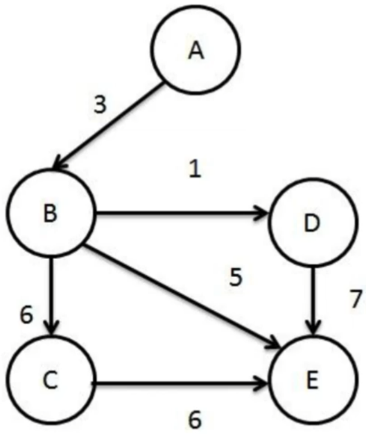

Figura 7: Grafo dirigido y pesado Matriz de Adyacencia

1.2.2. Matriz de Incidencia

	A	B	C	D	E	F
a1	1	1	0	0	0	0
a2	1	0	1	0	0	0
a3	0	1	1	0	0	0
a4	0	1	0	0	1	0
a5	0	0	0	1	1	0
a6	0	0	0	1	0	1
a7	1	0	0	1	0	0

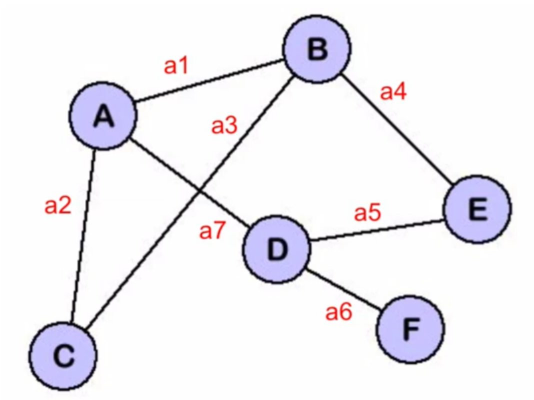

Figura 8: Grafo no dirigido y no pesado Matriz de Incidencia

	A	B	C	D	E
a1	-3	3	0	0	0
a2	0	-1	0	1	0
a3	0	-5	0	0	5
a4	0	0	-6	0	6
a5	0	-6	6	0	0
a6	0	0	0	-7	7

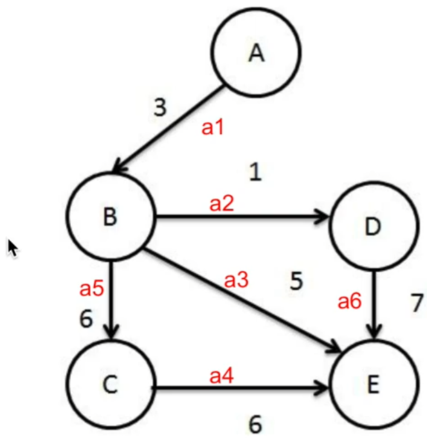

Figura 9: Grafo dirigido y pesado Matriz de Incidencia

1.2.3. Complejidad

	M. Incidencia	M. Adyacencia	Lista Adyacencia
Espacio:	$O(V \cdot E)$	$O(V^2)$	$O(V + E)$
Agregar un vértice:	$O(V \cdot E)$	$O(V^2)$	$O(1)$ o $O(V)$
Agregar una arista:	$O(V \cdot E)$	$O(1)$	$O(V)$
Si dos vértices son adyacentes:	$O(E)$	$O(1)$	$O(V)$
Obtener los abyacentes de un vértices:	$O(E)$	$O(V)$	$O(V)$

Cuadro 1: Coplejidad.

1.3. Recorridos Grafos

Recorridos Grafos Dirigidos

- Anchura: BFS (Breadth First Search)
- Profundidad: DFS (Depth First Search)

Ver Videos YouTube [1] y [2].

1.3.1. BFS: Recorrido en Anchura

Para grafos dirigidos y no dirigidos.

Procedimento:

- Seleccionar un vértice inicial.
- Marcarlo como visitado.
- Encolarlo.
- Mientras la **cola** (FIFO) no esté vacía :
  - Desencolar vértice.
  - Mostrarlo.
  - Marcar como visitados.
    - Los vertices adyacentes no visitado.
  - Encolarlos.

1.3.2. DFS: Recorrido en Profundidad

Para grafos dirigidos y no dirigidos.

Procedimento:

- Seleccionar un vértice inicial.
- Marcarlo como visitado.
- Apilarlo.
- Mientras la **pila** (LIFO) no esté vacía :
  - Desapilar vértice.
  - Mostrarlo.
  - Recorrer todos los vértices adyacentes del vértice desapilado
    - Si el vértice adyacente no ha sido visitado, marcarlo como visitado y apilarlo.
    - Si el vértice adyacente ya ha sido visitado, continúa con el siguiente vértice adyacente.

1.3.3. Complejidad BFS y DFS

	Matriz Adyacencia	Matriz Incidencia
Anchura BFS	$O(V^2)$	$O(V+E)$
Profundidad DFS	$O(V^2)$	$O(V+E)$

Cuadro 2: Coplejidad.

1.3.4. Aplicaciones

DFS: Recorrido Profundidad

1. **Test de Aciclidad (Ciclos):** Si al recorrer un grafo con DFS se encuentra un vértice que ya fue visitado, entonces existe un ciclo.
2. **Puntos de Articulación:** Un punto de articulación es un vértice que al ser eliminado aumenta la cantidad de componentes conexas del grafo.
3. **Obtención de las componentes fuertemente conexas en un grafo dirigido:** Una componente fuertemente conexa es un subgrafo en el que para cada par de vértices existe un camino de uno a otro.

BFS: Recorrido Anchura

1. **Camino mínimo:** Si el grafo es no pesado, el camino mínimo entre dos vértices es el camino que tiene menos aristas.
2. **Árbol de expansión mínimo:** Si el grafo es pesado, el árbol de expansión mínimo es el subgrafo que tiene todos los vértices del grafo original y la suma de los pesos de sus aristas es la mínima posible.