

Chapter 01: Mathematical Preliminaries

1. จงยกตัวอย่าง string ที่เป็นสมาชิกภายใน set ดังต่อไปนี้ set ละ 5 strings

1.1. $\{x \mid x = 2n; n = 0, 1, 2, 3, \dots\}$ 0 2 4 6 8

1.2. $\{x \in \{0,1\}^* \text{ โดยที่ค่าฐาน 10 หารด้วย 2 ลงตัว}\}$ 10 100 110 1000 1010

1.3. $\{x \in \{a,b\}^* \text{ โดยที่จำนวนของอักขระ } a \text{ น้อยกว่าตัวอักขระของ } b\}$ b abb bab bba bbba

1.4. $\{vxv \mid v \in \{0,1\}^*\}$ 0x0 1x1 01x01 10x10 11x11

2. กำหนดให้ $A = \{a, b, c\}$ และ $B = \{d, e, f\}$ จงหา

2.1. Powerset ของ A $\{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a,b\}, \{a,c\}, \{b,c\}, \{a,b,c\}\}$

2.2. $A - B$ $\{a, b, c\}$

2.3. $A \times B$ $\{ad, ae, af, bd, be, bf, cd, ce, cf\}$

3. จงพิสูจน์ว่าสำหรับ set A, B และ C ใด ๆ ถ้า $A \cap B = \emptyset$ และ $C \subseteq B$

แล้ว $A \cap C = \emptyset$

4. จงอธิบายว่า set ดังต่อไปนี้ $\{(1,3), (3,1), (2,2)\}$ นั้น มีคุณสมบัติใดบ้าง

5. จงอธิบาย set ของ string ดังต่อไปนี้ว่ามีลักษณะเป็นอย่างไร

$\{1, 11, 101, 111, 1011, 1101, 10001, 10011, \dots\}$

6. Automata คืออะไร มีประโยชน์อย่างไร และมีส่วนประกอบอะไรบ้าง

7. จงพิสูจน์ว่า ถ้า a และ b เป็นจำนวนคู่ แล้ว ab ก็เป็นจำนวนคู่ด้วย

8. จงพิสูจน์ว่า สำหรับทุก ๆ กรณีของ $m \geq 1$ นั้น

$$\sum_{i=1}^m i \cdot 2^i = (m-1) \cdot 2^{m+1} + 2$$

$\begin{matrix} m=1 \\ 1 \cdot 2 = 2 \\ 2 = 2 \end{matrix} \quad \begin{matrix} m \\ 0 \cdot 2^{m+1} + 2 \end{matrix}$

9. จงพิสูจน์ว่า สำหรับทุก ๆ กรณีของ $n \geq 1$ จำนวน subset ของ $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ มีจำนวนเท่ากับ 2^n

พิสูจน์ว่า a เป็นจำนวนคู่
 b เป็นจำนวนคู่
 ab เป็นจำนวนคู่
 $a=2, b=10 \rightarrow ab=20$
 พิสูจน์ว่า a คู่, b คู่, ab คู่ เป็นจริง
 คิดจาก $m+1$
 ถ้าได้สมการ ตรงไม่หัก - คือ

$$\begin{array}{l} 4! > 2^4 \\ 24 > 16 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 1, n \geq 4 \\ 2^n = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2, n \geq 4 \\ n! > 2^n \text{ เมื่อ } n \geq 4 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} n! \text{ คือ จำนวนการเรียงสับเปลี่ยนของ } 1 \dots n \\ 2^n \text{ คือ จำนวนเซตของ } \{1, \dots, n\} \end{array}$$

10. จงพิสูจน์ว่า สำหรับทุก ๆ กรณีของ $n \geq 4$, $n! > 2^n$

1. จงยกตัวอย่าง string ที่เป็นสมาชิกภายใน set ดังต่อไปนี้ set ละ 5 strings

1.1. $\{x \mid x = 2n; n = 0, 1, 2, 3, \dots\}$

1.2. $\{x \in \{0, 1\}^* \mid \text{โดยที่ค่าฐาน 10 หารด้วย 2 ลงตัว}\}$

1.3. $\{x \in \{a, b\}^* \mid \text{โดยที่จำนวนของอักขระ } a \text{ น้อยกว่าตัวอักขระของ } b\}$

1.4. $\{vxv \mid v \in \{0, 1\}^*\}$