

Chapter 04: Properties of Regular Language

1. การพิสูจน์ความเป็นเรกูลาร์ของภาษา สามารถทำได้วิธีอะไรบ้าง
 - ใช้ DFA
 - ใช้ NFA
 - Grammar
 - reg ex
 } ใช้ได้
 2. การพิสูจน์ความไม่เป็นเรกูลาร์ของภาษา สามารถทำได้วิธีอะไรบ้าง
 - ใช้ DFA
 - ใช้ NFA
 - Grammar
 - reg ex
 - pumping
 } ใช้ไม่ได้
- สำหรับข้อที่ 3 ถึงข้อที่ 10 จงพิสูจน์ว่าภาษาดังต่อไปนี้ไม่เป็นภาษาเรกูลาร์
3. $L = \{a^i b^j : j = i \text{ หรือ } j = 2i\}$

$w = a^m b^m, w = a^m b^{2m}$ ไม่เป็น reg ใช้ pumping
 4. $L = \{0^p 1^q : p \neq q\}$ เป็น reg ไม่เป็น NFA

$w = a^m b a^{2m}, y = a^k \mid \text{pump 2 ครั้ง } xyz = a^{m+k} b a^{2m}$ ซึ่ง $2(m+k) = 2m$
 $2m+2k \neq 2m$ ดังนั้น $a^{m+k} b a^{2m} \notin L$
 5. $L = \{a^n b a^{2n} : n \geq 0\}$ ไม่เป็น reg

$w = a^{2m-1} b^m, y = a^k, xyz = a^{2m-1+k} b^m, 2m-1+k \geq 2m, \therefore a^{2m-1+k} b^m \notin L$
 6. $L = \{w \in \{a, b\}^* : n_a(w) < 2n_b(w)\}$ ไม่เป็น reg
 7. $L = \{b^{n \cdot n!} : n \geq 1\}$ ไม่เป็น reg ทดสอบความยาว ไม่พอ ไม่ proof มีทศนิยม
 8. $L = \{w \in \{a, b\}^* : \text{ไม่มี prefix ใด ๆ ของ } w \text{ ที่มีจำนวนตัวอักษร } b \text{ มากกว่า } a\}$
 9. $L = \{0^i 1^j : j \text{ เป็นจำนวนเท่าของ } i\}$
 10. $L = \{a^i b^j a^k : k > i + j\}$

1. การพิสูจน์ความเป็นเรกูลาร์ของภาษา สามารถทำได้กี่วิธี อะไรบ้าง

- สร้าง Finite Automata รองรับภาษานั้น

- สร้าง Regular Grammar รองรับภาษานั้น

- สร้าง Regular Expression รองรับภาษานั้น

- กรณีสัจพจน์ได้ closed-properties ของ Regular Language

2. การพิสูจน์ความไม่เป็นเรกูลาร์ของภาษา สามารถทำได้สี่วิธี อะไรบ้าง

- การพิสูจน์โดยใช้ closed-properties ของ Regular Language
- การใช้ Pumping Lemma สำหรับ Regular Language

$$j = 2i$$

จงพิสูจน์ว่าภาษาดังต่อไปนี้ไม่เป็นภาษาเรกูลาร์

$$3. L = \{a^i b^j : j = i \text{ หรือ } j = 2i\}$$

$$a^i b^i$$

$$w = a^m b^m$$

$$xyz = (a^{m-n})(a^n)(b^m)$$

$$xy^2z = (a^{m-n})(a^n)(a^n)(b^m)$$

$$xy^2z = a^{m+n} a^m$$

$$a^i b^{2i}$$

$$w = a^m b^{2m}$$

$$xyz = (a^{m-n})(a^n)(b^{2m})$$

$$xy^2z = (a^{m-n})(a^n)(a^n)(b^{2m})$$

$$xy^2z = a^{m+n} b^{2m}$$

จงพิสูจน์ว่าภาษาดังต่อไปนี้ไม่เป็นภาษาเรกูลาร์

$$4. L = \{0^p 1^q : p \neq q\}$$

$$w = 0^m 1^{m+1}$$

$$xyz = (0^{m-1})(0^1)(1^{m+1})$$

$$xy^2z = 0^{m+1}1^{m+1}$$

ถามว่า L เป็น Regular Language หรือไม่ $L = \{0^p 1^q : p \neq q\}$

เนื่องจาก a^*b^* เป็น Regular Language

ดังนั้น a^*b^*-L ก็จะต้องเป็น Regular Language ด้วย

$$0^*1^*-L = \{0^p 1^q : p = q\}$$

ซึ่ง $\{0^p 1^q : p = q\}$ ไม่ใช่ Regular Language

ดังนั้น L ก็ไม่ใช่ Regular Language เช่นเดียวกัน

จงพิสูจน์ว่าภาษาดังต่อไปนี้ไม่เป็นภาษาเรกูลาร์

5. $L = \{a^n b a^{2n} : n \geq 0\}$

$$w = a^m b a^{2m}$$

$$xy^2z = (a^{m-k})(a^k)(b a^{2m})$$

$$xy^2z = (a^{m-k})(a^k)(a^k)(b a^{2m})$$

$$xy^2z = a^{m+k} b a^{2m}$$

จงพิสูจน์ว่าภาษาดังต่อไปนี้ไม่เป็นภาษาเรกูลาร์

6. $L = \{ w \in \{a, b\}^* : n_a(w) < 2n_b(w) \}$

จงพิสูจน์ว่าภาษาดังต่อไปนี้ไม่เป็นภาษาเรกูลาร์

$$7. L = \{b^{n \cdot n!} : n \geq 1\}$$

$$w = b^{m(m!)}$$

$$w = uvxyz$$

$$|vxy| \leq m \quad \wedge \quad |vy| \geq 1$$

$$v = b^{k_1} \quad y = b^{k_2}$$

$$1 \leq k_1 + k_2 \leq m \quad \rightarrow \quad 1 \leq k \leq m$$

$$\begin{aligned} uv^2xy^2z &= b^{m m! + k_1 + k_2} \\ &= b^{m m! + k} \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} k = k_1 + k_2$$

$$m m! + k \leq m m! + m \quad \text{for } m \geq 2$$

$$< m m! + m!$$

$$< (m+1)m!$$

$$m \cdot m! + k < (m+1)(m+1)!$$

$$m m! < m m! + k < (m+1)(m+1)!$$

จงพิสูจน์ว่าภาษาดังต่อไปนี้ไม่เป็นภาษาเรกูลาร์

8. $L = \{w \in \{a, b\}^* : \text{ไม่มี prefix ใด ๆ ของ } w \text{ ที่มีจำนวนตัวอักษร } b \text{ มากกว่า } a\}$

$$w = a^m b^n$$

$$xyz = (a^{m-n})(a^n)(b^n)$$

$$xy^0z = a^{m-n} b^n$$

จงพิสูจน์ว่าภาษาดังต่อไปนี้ไม่เป็นภาษาเรกูลาร์

9. $L = \{0^i 1^j : j \text{ เป็นจำนวนเท่าของ } i\}$

$$W = 0^m 1^m$$

$$xy^2 = (0^{m-n})(0^n)(0^m)$$

$$\begin{aligned} xy^2 &= (0^{m-n})(0^n)(0^n)(1^m) \\ &= 0^{m+n} 1^m \end{aligned}$$

$$W = 0^m 1^{2m}$$

$$xy^2 = (0^{m-n})(0^n)(1^{2m})$$

$$\begin{aligned} xy^2 &= (0^{m-n})(1^{2m}) \\ &= 0^{m-n} 1^{2m} \end{aligned}$$

จงพิสูจน์ว่าภาษาดังต่อไปนี้ไม่เป็นภาษาเรกูลาร์

10. $L = \{a^i b^j a^k : k > i + j\}$

$$w = a^m b^m a^{2m+1}$$

$$xyz = (a^{m-n})(a^n)(b^m a^{2m+1})$$

$$\begin{aligned} xy^2z &= (a^{m-n})(a^n)(a^n)(b^m a^{2m+1}) \\ &= a^{m+n} b^m a^{2m+1} \end{aligned}$$