

Transformada wavelet

19 03 19

Gabor utilizó una transformada de Fourier S_f ventaneada usando la estructura dada por Haar en 1910, correlacionando una señal $s(t)$ con cada átomo:

$$S_f(u, \xi) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) g(t-u) e^{-i\xi t} dt$$

donde $g(t)$ es una

función conocida como "función atómica de Gabor", u es el corrimiento en el tiempo y ξ especifica la traslación en frecuencia de la T de Fourier de $g(t)$.

En 1984, el ing. Jean Morlet y el físico cuántico Alex Grossman utilizaron por primera vez el término "wavelet", para definir funciones que se usan para muestrear la señal que se desea analizar y proponen la ec. seg.:

$$S(\tau, a) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \frac{1}{\sqrt{a}} \psi^* \left(\frac{t-\tau}{a} \right) dt$$

donde ψ^* es el conjugado de la wavelet madre que se escalada y corrida punto a punto para determinar los niveles de comparación con la señal $s(t)$.

$a = f/f_0$ = escala o dilatación de la wavelet, f_0 = frecuencia central y τ = corrimiento o traslación en el tiempo.

Dada una función $g(t)$ considérese la dilatación o escalamiento de "g" por "a": $g_a(t) = g(t/a)$ y la traslación de "g" por "b" $g_b(t) = g(t-b)$.

Si se aplican simultáneamente: $g_a^b(t) = g\left(\frac{t-b}{a}\right)$

y si $\int_{-\infty}^{\infty} g(t) dt = 0$ y $\int_{-\infty}^{\infty} g^2(t) dt = 1$ se puede considerar

$g(t) = \psi(t)$ donde $\psi(t)$ será la wavelet madre y

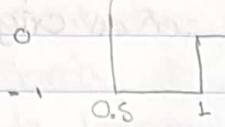
$\psi_a^b(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$ es la función de escalamiento

y corrimiento simultáneos; entonces la CWT es:

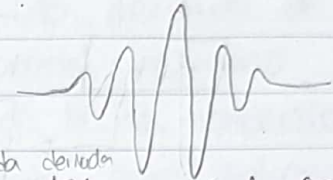
$$CWT(b, a) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \psi^* \left(\frac{1}{a} (t-b) \right) dt$$

Existen muchas wavelets madre agrupadas en familias según su utilidad. La familia Daubechies, por ejemplo, es un conjunto de wavelets ortogonales apropiadas para el análisis de señales discretas, o los biortogonales es una familia que presentan propiedades de fase lineal, lo que es muy útil para reconstrucción de imágenes.

Algunas wavelets están definidas por una función explícita como la de wavelet Haar $\Rightarrow s(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t < 0.5 \\ -1 & 0.5 \leq t < 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$

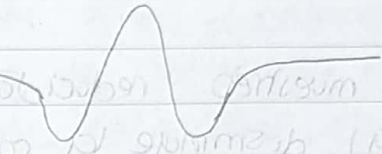


la Morlet: $s(t) = \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) \cos(5t)$



o la wavelet sombrero mexicano: (2da derivada de la función de distribución gaussiana)

$$s(t) = \frac{1}{\sqrt{3} \pi^{1/4}} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) (1 - t^2)$$



Un análisis de señal basado en cwt presenta un gran potencial de riqueza en información, la cual puede identificarse por observación directa del gráfico. Esta transformada es eficiente para el análisis local de señales no estacionarias y de rápida transitoriedad. Al igual que la T de Fourier con ventana, mapea la señal en una representación de tiempo-escala, pero la T Wavelet provee análisis de multi resolución con ventanas dilatadas. El análisis de las frecuencias de mayor rango se realiza usando ventanas angostas, y el análisis de frecuencias de menor rango se hace utilizando ventanas anchas. las wavelets, funciones bases de la T Wavelet, son generadas a partir de una función wavelet básica, mediante traslaciones y dilataciones. Estas funciones permiten reconstruir la señal original a través de la T Wavelet inversa.

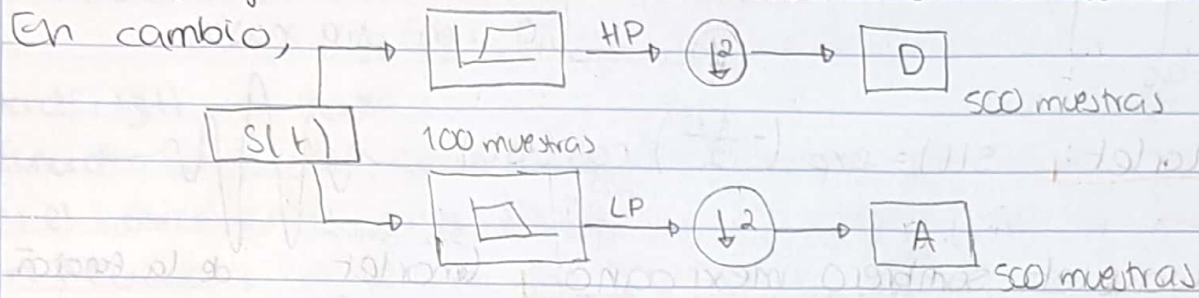
La T Wavelet no es solo local en tiempo, sino también en frec.

Algunos usos: análisis de señales de EEG, ECG, señales sísmicas, de sonido, de radar, así como la compresión y procesamiento de imágenes y reconocimiento de patrones.

Transformada de Wavelet Discreta DWI

19 03 19

Si la señal que se va a analizar se descompone en componentes de baja frecuencia y de alta frecuencia, se obtienen 2 señales, conjunto del doble de muestras de la señal original.



El muestreo reducido con los coeficientes de wavelet (downsampling) disminuye la cantidad de datos necesarios para el manejo de la señal.

WaveDec

performs a multilevel 1-dimensional wavelet analysis, using either a specific wavelet or a specific pair of wave decomposition filters.

→ returns the wavelet decomposition of signal x at level n using the wavelet name. Output decomposition vector structure: wavelet desc. vector c and the bookkeeping vector l , which contains