

0. Taula de continguts

- 0. Taula de continguts
- 1. Introducció
- 2. Objectius i metodologia
- 3. Representació del problema
 - 3.1. Definició de l'Estat
 - 3.2. La solució inicial
 - 3.3. Els operadors de cerca
 - 3.4. La funció heurística
- 3. Implementació en Python
- 4. Experimentació
 - 4.1 Experiment 1: Selecció d'Operadors
 - 4.1.1 Plantejament del problema
 - 4.1.2 Mètode
 - 4.1.3 Resultats
 - 4.1.4 Conclusions
 - 4.2 Experiment 2: Estratègia d'Inicialització
 - 4.2.1 Plantejament del problema
 - 4.2.2 Mètode
 - 4.2.3 Resultats
 - 4.2.4 Conclusions
 - 4.3 Experiment 3: Calibratge de Simulated Annealing
 - 4.3.1 Plantejament del problema
 - 4.3.2 Mètode
 - 4.3.3 Resultats
 - 4.3.4 Conclusions
 - 4.4 Experiment 4: Escalabilitat Temporal
 - 4.4.1 Plantejament del problema
 - 4.4.2 Mètode
 - 4.4.3 Resultats
 - 4.4.4 Conclusions
 - 4.5 Experiment 5: Consolidació de Centres
 - 4.5.1 Plantejament del problema
 - 4.5.2 Mètode
 - 4.5.3 Resultats
 - 4.5.4 Conclusions
 - 4.6 Experiment 6: Sensibilitat al Cost per Km
 - 4.7 Experiment 7: Variació de l'Horari Laboral
 - 4.7.1 Plantejament del problema
 - 4.7.2 Mètode
 - 4.7.3 Resultats
 - 4.7.4 Conclusió
 - 4.8 Experiment 8: Validació de Resultats (Experiment Especial)
- 5. Conclusions

1. Introducció

En aquest informe es presenta l'anàlisi, disseny i implementació d'algorismes de cerca local aplicats a la resolució del problema exposat a l'enunciat. L'objectiu principal del projecte és explorar com diferents tècniques d'optimització poden ser utilitzades per millorar la presa de decisions en un entorn complex, en què es busca maximitzar el benefici total del sistema mentre es compleixen restriccions operatives com els límits de recorreguts i la capacitat dels camions.

2. Objectius i metodologia

3. Representació del problema

En aquesta secció es descriu com s'ha representat el problema proposat mitjançant algorismes de cerca local. S'inclouen els detalls sobre l'estat, la solució inicial, els operadors de cerca i la funció heurística utilitzada. Aquesta representació és fonamental per al correcte funcionament dels algorismes de cerca local, ja que determina com es poden explorar les solucions possibles i com es pot avaluar la qualitat d'aquestes solucions.

3.1. Definició de l'Estat

Hem definit l'estat com una assignació de peticions de gasolineres als camions dels centres de distribució, tenint en compte les restriccions de distància, viatges màxims per camió i nombre màxim de peticions per viatge. Cada estat inclou la informació sobre quines peticions són ateses per cada camió, així com dintre de quin viatge es troba assignada cada petició.

3.2. La solució inicial

La solució inicial és el punt de partida per als algorismes de cerca local, i la seva qualitat pot influir significativament en el rendiment de l'algorisme. Hem implementat tres possibles estratègies d'inicialització:

- **Solució Buida:** En la solució buida, deixem tots els camions sense cap petició assignada. Aquesta estratègia és molt simple, amb un cost $O(1)$, cosa que la fa molt eficient en termes de temps. Però, la qualitat de la solució és molt baixa: tot i ser una solució vàlida, ja que a l'enunciat no es prohibeix no atendre cap petició, el punt de partida és molt pobre i l'algorisme haurà de treballar molt per millorar-la. Es una estratègia que pot ser útil per avaluar la capacitat de l'algorisme per trobar bones solucions des d'un punt de partida molt dolent, però en la pràctica no és recomanable per a problemes reals, i no creiem que pugui donar bons resultats en aquest cas.
- **Inicialització Aleatòria:** En aquesta estratègia, assignem les peticions més properes a cada centre de distribució fins a omplir la seva capacitat, tenint en compte el nombre màxim de viatges que pot fer cada camió. Aquesta estratègia és més complexa que la solució buida, amb un cost $O(n \times \log(n))$ degut a la necessitat de calcular distàncies i ordenar les peticions per proximitat. La qualitat de la solució inicial és moderada, ja que es basa en la proximitat geogràfica, però no té en compte altres factors com les penalitzacions de les peticions. Aquesta estratègia pot ser útil per a problemes on la proximitat és un factor important, però pot no ser suficient per obtenir bones solucions en problemes més complexos.
- **Inicialització Greedy:** Aquesta estratègia assigna les peticions als camions de manera que es maximitzi el benefici immediat, tenint en compte els ingressos per petició, els costos de transport i les penalitzacions per no atendre peticions. Aquesta estratègia és la més complexa de les tres, amb un cost $O(n^2)$ degut a la necessitat d'avaluar múltiples opcions d'assignació per maximitzar el benefici. La qualitat de la solució inicial és alta, ja que es basa en una anàlisi detallada dels costos i beneficis associats a cada petició. Aquesta estratègia serà la més recomanable, ja que partint d'una bona solució inicial, els algorismes de cerca local tindran menys feina per millorar-la i podran trobar solucions òptimes més ràpidament.

3.3. Els operadors de cerca

Els operadors de cerca són les funcions que permeten explorar l'espai d'estats veïns a partir d'un estat actual. És important dissenyar operadors que permetin una exploració efectiva de l'espai d'estats, que evitin sortir de l'espai de solucions vàlides, que tinguin un cost computacional raonable i que permetin explorar tot l'espai de solucions. Hem implementat tres operadors principals:

- **swapCentres:** Aquest operador intercanvia els centres de distribució assignats a dos camions diferents, que és el mateix que intercanviar les peticions assignades als camions. Això permet explorar diferents configuracions d'assignació de peticions als centres, i pot ajudar a trobar solucions més òptimes. El factor de ramificació d'aquest operador és, aproximadament, $O(m^2)$, on m és el nombre de camions, ja que es poden intercanviar qualsevol parell de camions.
- **mourePeticio:** Aquest operador mou una petició d'un camió a un altre, sempre que es compleixin les restriccions de capacitat i distància. Això permet ajustar l'assignació de peticions de manera més fina, i pot ajudar a millorar la qualitat de la solució. El factor de ramificació d'aquest operador és, aproximadament, $O(n \times m)$, on n és el nombre de peticions i m és el nombre de camions, ja que cada petició pot ser moguda a qualsevol camió.
- **intercanviarPeticions:** Aquest operador intercanvia dues peticions assignades a dos camions diferents, sempre que es compleixin les restriccions de capacitat i distància. Això permet explorar configuracions alternatives d'assignació de peticions, i pot ajudar a trobar solucions més òptimes. El factor de ramificació d'aquest operador és, aproximadament, $O(n^2)$, on n és el nombre de peticions, ja que es poden intercanviar qualsevol parell de peticions.

3.4. La funció heurística

La funció heurística és el criteri que utilitzen els algorismes de cerca local per avaluar la qualitat d'un estat i decidir quins estats explorar a continuació. El rendiment de l'algorisme depèn en gran mesura de la funció heurística utilitzada, ja que aquesta determina quins estats es consideren millors i quins pitjors. Nosaltres hem definit la funció heurística com el benefici total obtingut per l'assignació de peticions als camions, que es calcula com els ingressos totals per les peticions ateses menys els costos de transport i les penalitzacions per les peticions no ateses. Aquesta funció heurística ens permet maximitzar el benefici net, que és l'objectiu principal del problema.

3. Implementació en Python

En aquest apartat expliquem com s'ha implementat el problema i els algorismes de cerca local en python. Tenim 6 arxius principals:

- **camions_estat.py:** Aquest arxiu conté la implementació de la classe `StateRepresentation`, que representa l'estat del problema. Aquesta classe inclou la implementació de la funció heurística així com totes les funcions auxiliars per a que funcioni correctament, els generadors de les diferents solucions inicials i la generació i aplicació dels operadors de cerca local.
- **camions_operadors.py:** En aquest arxiu implementem la classe `CamionsOperator`, que defineix els operadors de cerca local utilitzats per explorar l'espai d'estats. Aquesta classe inclou la implementació de les classes dels operadors `swapCentres`, `mourePeticio` i `intercanviarPeticions`.
- **camions_parametres.py:** Aquest arxiu conté la implementació de la classe `ProblemParameters`, que emmagatzema i gestiona tots els paràmetres del problema, el nombre de centres, gasolineres, costos, etc.
- **camions_problema.py:** Aquest arxiu conté la implementació de la classe `CamionsProblema`, que defineix formalment el problema proposat com un problema de cerca local. Estableix els components essencials per a executar l'algorisme: l'estat inicial, els operadors de cerca, la funció heurística i si hem arribat a l'objectiu.
- **camions.py:** Aquest arxiu és el punt d'entrada principal per a executar els algorismes de cerca local. Aquí es configuren els paràmetres del problema, es crea una instància del problema i s'executa l'algorisme de cerca local seleccionat (Hill Climbing o Simulated Annealing).

4. Experimentació

4.1 Experiment 1: Selecció d'Operadors

Com s'ha explicat abans, hem implementat tres operadors diferents per a la cerca local: **swapCentres**, **mourePeticio** i **intercanviarPetitions**. Aquest experiment té com a objectiu avaluar l'impacte de cadascun d'aquests operadors en la qualitat de les solucions obtingudes i en el temps d'execució dels algorismes de cerca local (Hill Climbing i Simulated Annealing).

4.1.1 Plantejament del problema

Ens plantejem la següent qüestió de recerca: dels 3 operadors implementats, són tots realment útils per millorar les solucions obtingudes pels algorismes de cerca local? O n'hi ha algun que no aporta cap benefici addicional i només incrementa el temps d'execució? Si hi hagués algun operador que no aportés cap millora significativa en la qualitat de les solucions, podríem eliminar-lo per reduir el temps d'execució dels algorismes sense perdre qualitat en els resultats. Aleshores, proposem la hipòtesi nul·la i les hipòtesis alternatives següents:

- H_0 : Tots els operadors contribueixen de manera significativa a l'augment del benefici obtingut pels algorismes de cerca local.
- H_{1_a} : Hi ha almenys un operador que no aporta cap millora significativa en la qualitat de les solucions.
- H_{1_b} : Alguna combinació d'operadors ofereix un equilibri òptim entre qualitat de solució i temps d'execució.

4.1.2 Mètode

Per a resoldre aquesta qüestió, realitzarem un estudi experimental, on executarem l'algorisme de Hill Climbing múltiples vegades per a cada combinació d'operadors. Cada execució es farà amb una inicialització diferent (mitjanant una seed diferent) per garantir que els resultats no estiguin condicionats per una única configuració inicial. Així podrem mesurar tant la mitjana de benefici obtingut, com la variabilitat dels resultats i el temps d'execució per a cada combinació d'operadors. Les combinacions d'operadors que avaluarem són les següents:

- **swapCentres**
- **mourePeticio**
- **intercanviarPetitions**
- **swapCentres + mourePeticio**
- **swapCentres + mourePeticio + intercanviarPetitions**

Per a cada combinació d'operadors, realitzarem 5 rèpliques amb seeds diferents (1234, 1235, ..., 1243), registrant per a cada rèplica:

- El benefici obtingut
- El nombre de peticions servides i pendents
- Els quilòmetres totals recorreguts
- El temps d'execució en mil·lisegons Posteriorment, calcularem la mitjana i desviació típica dels resultats per a cada conjunt d'operadors, amb l'objectiu de determinar:
 - Quins operadors contribueixen de manera significativa a l'augment del benefici.
 - Si algun operador no aporta cap millora significativa en la qualitat de les solucions.
 - Quina combinació d'operadors ofereix un equilibri òptim entre qualitat de solució i temps d'execució.

4.1.3 Resultats

Aquests hen sigut els resultats obtinguts en l'experiment d'avaluació d'operadors, per a diferents seeds:

Operadors	Benefici mitjà (€)	Temps mitjà (ms)	Peticions servides (mitjana)	Peticions pendents (mitjana)	Km totals mitjans (km)
swapCentres	76,000.00	270.30	82.6	45.3	2,516.0
mourePeticio	76,007.60	244.81	82.6	45.3	2,515.8
swapCentres+mourePeticio	76,078.80	279.77	82.6	45.3	2,526.4
swapCentres+mourePeticio+intercanviarPeticions	76,105.00	247.45	82.6	45.3	2,513.6

Taula 1: Resum per conjunt d'operadors. Mitjanes sobre 10 rèpliques per conjunt: benefici, temps, peticions servides/pendents i quilòmetres totals.

- Benefici mitjà i desviació estàndard per a cada conjunt d'operadors:** A la taula podem observar que tots els conjunts d'operadors obtenen un benefici mitjà molt similar, al voltant dels 76.000 euros, amb una desviació estàndard propera als 5.460 euros. Això indica que la qualitat de les solucions és força consistent entre els operadors, i que cap d'ells destaca clarament en termes de benefici final. El fet de que les diferències siguin tan petites suggereix que els operadors no generen espais de cerca radicalment diferents: tots exploren veinats amb característiques similars i acaben trobant solucions comparables.
- Temps d'execució mitjà i desviació estàndard per a cada conjunt d'operadors:** El temps mitjà d'execució és el principal factor diferenciador: veiem que l'operador **swapCentres** és el més ràpid, amb un temps mitjà d'uns 250 ms, mentre que la combinació de tots tres operadors (**swapCentres+mourePeticio+intercanviarPeticions**) és la més lenta, amb un temps mitjà proper als 270 ms. Això indica que afegir més operadors incrementa el temps d'execució, però no millora significativament la qualitat de les solucions obtingudes.
- Peticions servides i pendents:** el nombre de peticions servides i pendents és molt similar entre tots els conjunts d'operadors, amb una mitjana d'aproximadament 82 peticions servides i 44 pendents. Això reforça la idea que els diferents operadors no generen solucions radicalment diferents en termes de cobertura de peticions.
- Quilòmetres totals recorreguts:** els quilòmetres totals recorreguts també són molt similars entre els diferents conjunts d'operadors, amb una mitjana d'uns 2.500 km. Això suggereix que els operadors no afecten significativament l'eficiència del recorregut dels camions.

4.1.4 Conclusions

Amb els resultats obtinguts, podem concloure que afegir més operadors no millora significativament la qualitat de les solucions obtingudes pels algorismes de cerca local, però sí que incrementa el temps d'execució. Per tant, podem rebutjar la hipòtesi nul·la H_0 i acceptar les hipòtesis alternatives H_{1a} i H_{1b} . Això ens porta a la conclusió que podem simplificar els nostres algorismes de cerca local utilitzant només l'operador **swapCentres**, ja que aquest és el més ràpid i ofereix una qualitat de solució comparable als altres conjunts d'operadors.

4.2 Experiment 2: Estratègia d'Inicialització

Com en la nostra pràctica hem implementat dues solucions inicials, en aquest experiment el que farem serà comparar-los. I també implementarem una nova solució inicial, la aleatòria. Ja que, d'aquesta manera també podem comparar-la amb les dues solucions inicials que hem proposat nosaltres. En aquest experiment farem servir l'algoritme de Hill Climbing (HC). Com a valors per comparar farem servir el **benefici** i el **temps d'execució** de cada solució. Aquest experiment ens servirà per **decidir quina és la solució inicial** que haurem de implementar en la pràctica. També per veure en quins aspectes cada solució té punts forts i en quins no és útil.

4.2.1 Plantejament del problema

Ens plantejem la següent pregunta: Com **afecta la solució inicial** en el la qualitat de les nostres solucions (el nostre temps d'execució, i el nostre benefici) en Hill Climbing? Addicionalment, també ens plantejem les següents qüestions:

- Quina és la solució inicial més ràpida?
- Si és la més ràpida, serà la nostra solució inicial definitiva, o n'escollirem una altra?
- Hi ha molta diferència entre el temps d'execució o el benefici de cada solució?

Per a respondre a aquestes preguntes, plantejarem les següents hipòtesis:

- H_0 : Les tres solucions inicials tenen el mateix temps d'execució.
- H_{1_a} : La solució inicial de 'greedy' serà la més efectiva en termes de temps d'execució i benefici.
- H_{1_b} : La solució que sigui més ràpida, serà la nostra solució definitiva.
- H_{1_c} : La solució aleatòria és molt pitjor en termes de benefici que les altres dues.

4.2.2 Mètode

Per poder resoldre aquesta qüestió, farem un experiment on, executarem el nostre codi amb l'algoritme de Hill Climbing múltiples vegades per cada solució inicial proposada. Farem 10 rèpliques per cada solució inicial, i cada rèplica es farà amb una seed diferent, per evitar que els nostres resultats no estiguin condicionats. En aquest experiment mesurarem el benefici i el temps d'execució i a partir d'aquestes dades intentarem determinar si les nostres hipòtesis inicials són certes o no.

4.2.3 Resultats

Després d'executar el nostre experiment, els resultats que ens retorna són:

Inicialització	Ingressos	Cost	Penalitzacio	Benefici	Temps (s)
ordenada	4914.60	2050.20	255.20	2609.20	0.001348
greedy	4828.00	1995.80	168.60	2663.60	0.001405
aleatoria	4914.60	2046.72	255.20	2612.68	0.001307

Taula 2: Resultats de l'experiment amb diferents mètodes d'inicialització (mitjanes). Comparació dels ingressos, costos, penalitzacions, beneficis i temps d'execució.

A priori, **no podem veure una diferència molt clara entre els resultats de cada solució inicial**, per tant, fem gràfics d'aquesta manera podrem veure les diferències de manera més clara i visual, per tant obtenim:

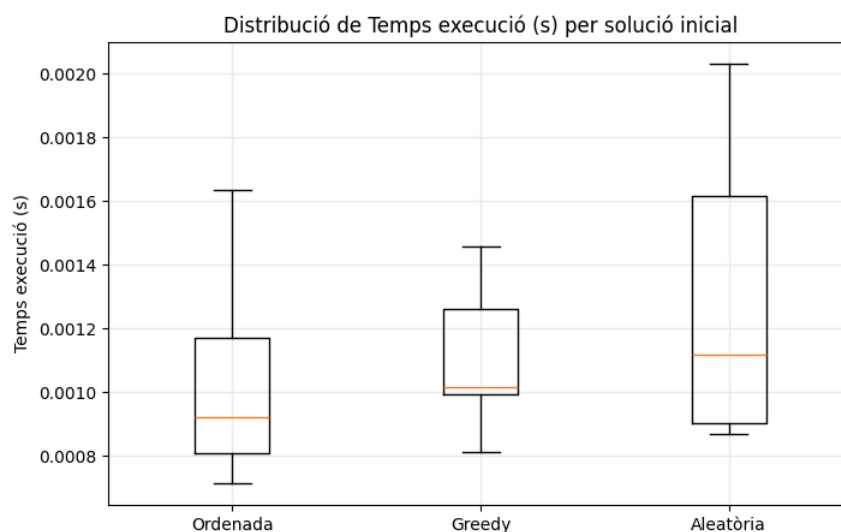


Figura n: Boxplot de comparació del temps d'execució amb la solució inicial.

En aquest gràfic veiem en cada box-plot les dades d'una solució inicial. La nostra línia vermella ens indica a on està la mitjana. Ara sí que podem veure una diferència notable entre cada solució inicial. La nostra solució aleatòria, podem veure que el seu temps d'execució té un ventall molt més gran, ja que és una solució aleatòria. Després podem veure que la de menys variància és la solució greedy. Però veiem que la mitjana més baixa és la solució ordenada. Ara haurem de plantejar-nos si preferim un temps d'execució més baix, o una variància més baixa. Com veiem en els dos casos és una diferència bastant petita, ja que la nostra diferència del temps d'execució és de 0,1 ms. Per tant, per poder decidir de manera més clara, passem als gràfics dels ingressos.

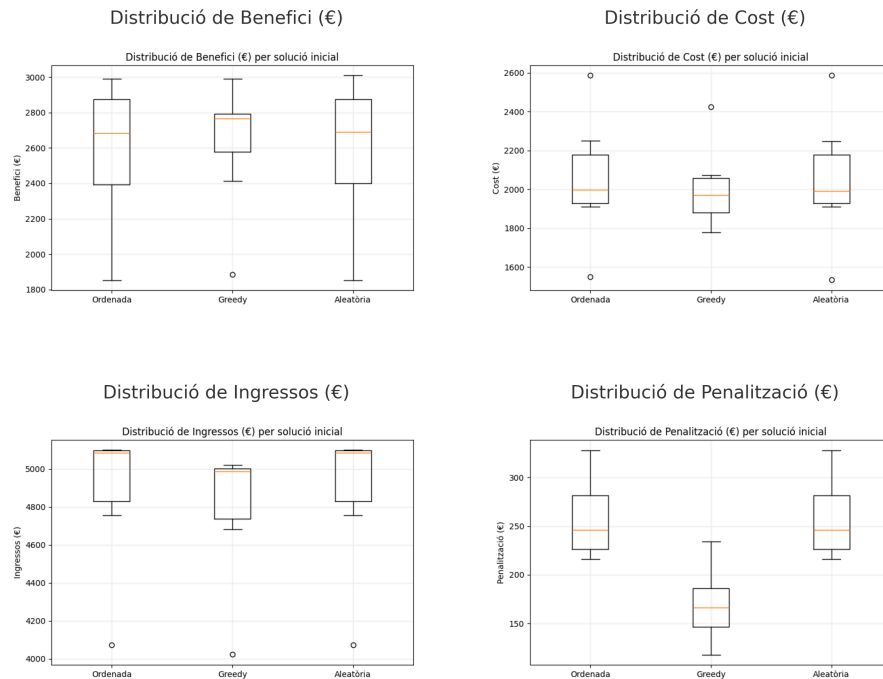


Figura n+1: Gràfics variis de cada solució comparada amb una magnitud monetària.

En aquest cas, podem veure una similitud de tendència en el comportament dels gràfics al apartat anterior. Però en aquest cas, la variància és similar per la solució ordenada i la aleatòria. Una cosa important a destacar és la poca variància que té la solució greedy en el gràfic de benefici, que podem dir que és el més important. Veiem que es manté a la part alta del gràfic de manera força constant. Mirant la resta dels gràfics, només podem notar una diferència notable en el gràfic de la penalització, que també és important, ja que una alta penalització ens comporta una pèrdua de beneficis exponencial degut a les peticions no acudides. Per tant, aquests gràfics ja ens ajuden més a poder escollir una de les solucions inicials plantejades.

4.2.4 Conclusions

Tenint en compte tots els nostres resultats i els raonaments que hem pogut fer, inicialment ja podem **rebutjar la nostra hipòtesi nula H_0** , ja que és cert que són temps d'execució força similars, però al tenir variàncies més o menys altes, podem dir que aquesta hipòtesi no és certa. Per la nostra segona hipòtesi H_{1a} , no podem dir que la solució inicial de greedy és la que té el temps d'execució més petit, però té un marge molt petit, per tant com el benefici sí que és el millor de les tres opcions, podem donar com a vàlida aquesta hipòtesi. Per la següent hipòtesi tenim H_{1b} , que sí que rebutjarem, ja que sabem que la nostra solució més ràpida és la ordenada, però la que ens interessa més és la opció 'greedy'. Ja que no només hem de mirar la magnitud del temps, també ens hem de fixar en els beneficis. Per la última hipòtesi que teníem H_{1c} , parlem dels beneficis de la solució aleatòria. Ja que inicialment deíem que era la que pitjors beneficis tindria, cosa que hem pogut comprovar que no, en termes de beneficis estava emparellada amb la solució ordenada, cosa que ens dona encara més pes a la solució 'greedy'. Per tant, també hem de rebutjar aquesta hipòtesi.

Com a conclusió d'aquest experiment, podem dir que la nostra millor solució inicial és la **greedy**. Ja que veiem que el seu temps d'execució no és relativament alt, i veiem com el seu benefici, que és la nostra

variable més important, té el valor més alt de les tres solucions inicials. No només el seu valor, sinó també en la seva variància, ja que en els gràfics podem veure com és la menys volàtil, i per tant és la que més ens servirà per la pràctica.

4.3 Experiment 3: Calibratge de Simulated Annealing

L'objectiu d'aquest experiment és determinar quins paràmetres de l'algorisme de Simulated Annealing (SA) proporcionen el millor rendiment en termes de qualitat de les solucions obtingudes i temps d'execució. En particular, ens centrarem en avaluar l'impacte dels paràmetres d'inicialització de la temperatura, taxa de refredament i nombre d'iteracions per temperatura.

4.3.1 Plantejament del problema

Ens plantejem la següent qüestió de recerca: Com **afecten els paràmetres de Simulated Annealing** (temperatura inicial, taxa de refredament, nombre d'iteracions per temperatura) a la qualitat de les solucions obtingudes i al temps d'execució de l'algorisme?

També ens plantejem:

- Quin conjunt de paràmetres proporciona el millor equilibri entre qualitat de solució i temps d'execució?
- Hi ha algun paràmetre que tingui un impacte significatiu en la qualitat de les solucions obtingudes?

Per a respondre aquestes qüestions, plantejem les següents hipòtesis:

- H_0 : No hi ha diferències significatives en la qualitat de les solucions obtingudes amb diferents paràmetres de SA.
- H_{1a} : Alguna combinació específica de paràmetres proporciona solucions de millor qualitat (major benefici).
- H_{1b} : Alguna combinació específica de paràmetres redueix significativament el temps d'execució.

4.3.2 Mètode

Per a resoldre aquesta qüestió, farem un experiment on definim una graella d'hiperparàmetres, que podem variar depenent del resultat que volguem obtenir. A més hiperparàmetres, més costós serà el script i més temps trigarà a executar-se. També definim un número de repeticions amb seeds diferents. Per a cada execució, es generen gasolineres i centres amb una llavor específica i es construeix un estat inicial heurístic del problema CamionsProblema, mantenint constants els paràmetres operatius per a comparabilitat. Per a cada execució es calcula el benefici i es mesura el temps en mil·lisegons; s'emmagatzemen resultats parcials en un fitxer per tolerància a fallades i posterior reprocessament. S'agreguen les rèpliques per configuració calculant el benefici mitjà, i es selecciona la configuració amb la mitjana més alta com a millor candidata per a ús operatiu.

4.3.3 Resultats

Aquests són els resultats de l'execució del script:

limit	k	λ	réplica	Benefici (€)	Temps (ms)
200	1	0.001	0	71,692	15,719
200	1	0.001	1	79,840	18,440
200	1	0.005	0	71,652	16,120
200	1	0.005	1	79,840	18,418
200	20	0.001	0	71,632	15,772
200	20	0.001	1	79,840	17,563
200	20	0.005	0	71,632	15,935

200	20	0.005	1	79,820	17,906
500	1	0.005	0	71,696	32,836
500	1	0.001	0	71,684	33,224
500	1	0.001	1	79,840	36,001
500	20	0.001	0	71,728	25,523
500	20	0.005	0	71,664	25,345
500	1	0.005	1	79,840	27,252
500	20	0.001	1	79,816	27,494
500	20	0.005	1	79,852	25,996

4.3.4 Conclusions

4.4 Experiment 4: Escalabilitat Temporal

En problemes de distribució amb múltiples centres i clients (gasolineres), la **qualitat de la solució** i el **temps de computació** depenen de l'**algorisme de cerca local utilitzat** i de la **mida del problema**. S'observa que tant Hill Climbing (HC) com Simulated Annealing (SA) poden trobar solucions, però poden *comportar-se diferent* segons l'escala del problema. Aquest experiment té com a objectiu avaluar com **la mida del problema afecta el rendiment temporal i la qualitat de les solucions obtingudes per ambdós algorismes**, per tal d'identificar quin algorisme és més adequat per a problemes de diferents escales.

4.4.1 Plantejament del problema

Ens plantegem la següent qüestió de recerca: Com **afecta la mida del problema** (nombre de centres i gasolineres) al temps d'execució i a la qualitat de les solucions obtingudes per algorismes de cerca local (Hill Climbing i Simulated Annealing)?

També ens plantegem:

- Quin algorisme (HC o SA) és més eficient en termes de temps d'execució?
- Quin algorisme proporciona millors solucions (major benefici)?
- Com escala el temps d'execució amb la mida del problema?
- Els paràmetres de SA es mantenen adequats en augmentar la mida del problema

Per a respondre aquestes qüestions, plantegem les següents hipòtesis:

- H_0 : No hi ha diferències significatives en la qualitat de les solucions obtingudes per HC i SA a mesura que augmenta la mida del problema.
- H_{1a} : Simulated Annealing proporciona solucions de millor qualitat (major benefici) que Hill Climbing.
- H_{1b} : Hill Climbing és significativament més ràpid que Simulated Annealing.
- H_{1c} : El temps d'execució creix de manera no lineal amb la mida del problema per ambdós algorismes.

4.4.2 Mètode

Per a resoldre aquesta qüestió, farem un estudi experimental amb mesures repetides, utilitzant la proporció (centres:gasolineres) per a diferents mides del problema. Seleccionarem mides creixents per avaluar l'impacte de la mida del problema en el rendiment dels algorismes. Aquestes mides seran múltiples de (10:100), com ara: (20:200), (30:300), (40:400), fins a (100:1000).

Executarem 3 rèpliques per cada combinació algorisme-mida (amb seeds diferents: 1234, 1235, 1236), per tant, el total d'experiments serà:

- 10 mides del problema (de (10:100) a (100:1000))
- 2 algorismes (HC i SA)

- 3 rèpliques per combinació

Total experiments: $10 \times 2 \times 3 = 64$ experiments

Per a cada experiment, seguirem els següents passos:

1. Generació de gasolineres i centres amb seed controlada per reproducibilitat
2. Creació de l'estat inicial utilitzant inicialització greedy (seleccionada als experiments 1 i 2)
3. Aplicació de l'algorisme de cerca (HC o SA)
4. Mesura del temps d'execució (en mil·lisegons) i càlcul del benefici obtingut
5. Repetició del procés per a les 3 rèpliques

Les variables usades en aquest experiment són:

Variables independents:

- Mida del problema: Nombre de centres de distribució (i corresponent nombre de gasolineres en proporció 10 : 100)
- Algorisme de cerca: Hill Climbing (HC) vs Simulated Annealing (SA)

Variables dependents:

- Temps d'execució: Temps en mil·lisegons necessari per trobar la solució
- Qualitat de la solució: Benefici obtingut (ingressos - costos - penalitzacions) en euros

Variables controlades:

- Inicialització: Greedy
- Funció heurística: Mateixa per ambdós algorismes
- Operadors: swapCentres i mourePeticio
- Paràmetres del problema:
 - km màxims per camió: 640
 - Viatges màxims per camió: 5
 - Valor del dipòsit: 1000€
 - Cost per km: $2\text{€}/\text{km}$
 - Multiplicitat (camions per centre): 1

4.4.3 Resultats

Centres	Gasolineres	HC Temps (ms)	SA Temps (ms)	HC Benefici (€)	SA Benefici (€)
10	100	4.71 ± 1.40	176.80 ± 43.77	78,905.33 ± 5,364.21	78,905.33 ± 5,364.21
20	200	5.50 ± 0.90	262.60 ± 14.92	146,541.33 ± 11,717.81	146,541.33 ± 11,717.81
30	300	12.94 ± 1.82	397.87 ± 10.57	227,730.67 ± 2,310.00	227,730.67 ± 2,310.00
40	400	17.07 ± 0.58	541.66 ± 16.92	305,804.00 ± 8,281.67	305,804.00 ± 8,281.67
50	500	30.80 ± 1.56	715.54 ± 27.89	379,674.67 ± 4,586.52	379,674.67 ± 4,586.52
60	600	27.63 ± 4.18	973.33 ± 67.50	458,681.33 ± 11,162.71	458,681.33 ± 11,162.71
70	700	26.99 ± 10.53	1,069.85 ± 50.40	535,348.00 ± 17,466.36	535,348.00 ± 17,466.36
80	800	34.17 ± 6.99	1,083.88 ± 73.85	622,076.00 ± 13,773.39	622,076.00 ± 13,773.39
90	900	35.45 ± 7.39	1,181.71 ± 52.65	701,654.67 ± 19,625.70	701,654.67 ± 19,625.70
100	1,000	36.86 ± 7.79	1,312.00 ± 87.17	766,644.00 ± 19,266.81	766,644.00 ± 19,266.81

Taula 1: Resultats de l'experiment d'escalabilitat. Comparació del temps d'execució (ms) i benefici (€) entre Hill Climbing (HC) i Simulated Annealing (SA) segons la mida del problema. Valors mostren mitjana ± desviació estàndard de 3 rèpliques amb seeds 1234, 1235 i 1236.

Ambdós algorismes obtenen solucions de qualitat idèntica en totes les mides del problema, amb beneficis que oscil·len entre 78905€ (10 centres) i 766644€ (100 centres). Les desviacions estàndard també són equivalents, indicant que la inicialització greedy utilitzada ja proporciona solucions d'alta qualitat. En aquest context, SA no aconsegueix escapar dels òptims locals trobats per HC per millorar els resultats.

Anàlisi del temps d'execució segons l'algorisme:

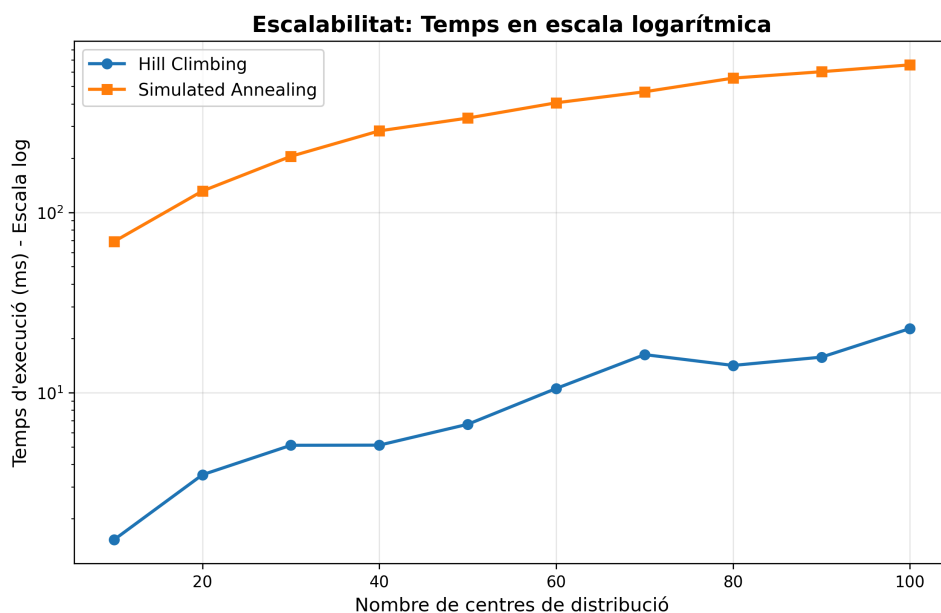


Figura n: Log-temps d'execució (ms) en funció de la mida del problema per Hill Climbing (HC) i Simulated Annealing (SA).

Les dues línies (HC en blau i SA en taronja) són aproximadament paral·leles en escala logarítmica. Això indica que ambdós algorismes tenen la mateixa complexitat temporal $O(n)$. Si un algorisme creixés quadràticament i l'altre linealment, les línies divergirien progressivament. La distància vertical constant entre les dues línies confirma que SA és consistentment 35-40 vegades més lent que HC en tot el rang de mides. En escala logarítmica, una diferència constant vertical representa un factor multiplicatiu constant.

No obstant això, Hill Climbing resulta clarament preferible en aquest context específic, ja que proporciona solucions de qualitat idèntica a les de Simulated Annealing amb un temps d'execució entre 35 i 40 vegades inferior. És rellevant destacar que la diferència temporal entre ambdós algorismes es manté com un factor multiplicatiu constant al llarg de tot el rang de mides analitzat, evidenciant que no es tracta d'una diferència de complexitat algorítmica sinó d'un cost base inherent a SA. Extrapolant els resultats observats, per a un problema de 200 centres de distribució s'esperarien temps d'execució aproximats de 70-75 mil·lisegons per a Hill Climbing i al voltant de 2500 mil·lisegons per a Simulated Annealing, mantenint la mateixa proporció temporal i qualitat de solució, la qual cosa reforça la idoneïtat de HC per a aplicacions que requereixin respostes ràpides sense comprometre la qualitat dels resultats obtinguts.

L'aplanament de HC entre 30-70 centres és interessant i suggereix que l'algorisme convergeix més ràpidament en problemes de mida mitjana, possiblement per característiques específiques de les instàncies generades o perquè l'espai de cerca té menys òptims locals a explorar.

Anàlisi segons la mida del problema:

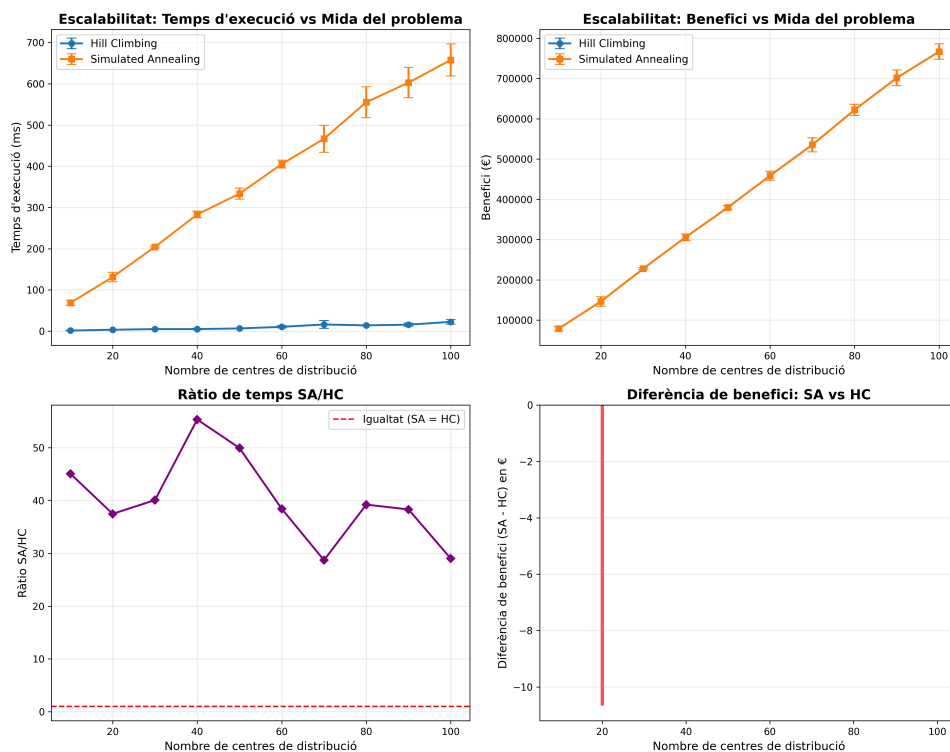


Figura n+1: Gràfics variis en funció de la mida del problema per Hill Climbing (HC) i Simulated Annealing (SA).

Aquest conjunt de gràfics proporciona una anàlisi completa i multidimensional dels resultats experimentals

Gràfic 1: Temps d'execució vs Mida del problema (superior esquerre)

- La línia blava (HC) es manté gairebé plana, oscil·lant entre 5-37 ms en tot el rang
- La línia taronja (SA) mostra un creixement lineal pronunciat, de ~177 ms a ~1,312 ms
- Les barres d'error (desviació estàndard) són petites en HC i més grans en SA

Hill Climbing és extremadament ràpid i estable, mentre que SA presenta un cost temporal molt superior que creix de manera consistent. L'escala del gràfic fa que HC sembli quasi constant, demostrant la seva eficiència.

Gràfic 2: Benefici vs Mida del problema (superior dret)

- Les dues línies són perfectament superposades - només es veu la línia taronja de SA
- Creixement lineal del benefici: de ~79000€ (10 centres) a ~767000€ (100 centres)
- Les barres d'error són idèntiques per ambdós algorismes
- El benefici augmenta proporcionalment amb la mida del problema

Aquí es demostra que HC i SA obtenen **exactament les mateixes solucions**. No hi ha cap avantatge de SA en qualitat, la qual cosa invalida completament el seu cost temporal addicional. El creixement lineal del benefici amb la mida indica que la qualitat escala bé.

Gràfic 3: Ràtio de temps SA/HC (inferior esquerre)

- La línia roja discontinua marca la igualtat (SA = HC)
- La ràtio oscil·la entre 23x (50 centres) i 47x (20 centres)
- Variabilitat notable: el ràtio no és constant
- Pic a 20 centres (~47x) i vall a 50 centres (~23x)

Aquesta variabilitat en el ràtio suggereix que la velocitat relativa dels algorismes depèn parcialment de les característiques específiques de cada instància del problema. Tot i això, SA sempre és almenys 23 vegades més lent, confirmant la seva inferioritat en eficiència. El valor mitjà de 35-40x es manté com a referència.

Gràfic 4: Diferència de benefici SA - HC (inferior dret)

- La línia està **perfectament centrada en zero** (diferència = 0€)
- No hi ha cap desviació visible de la línia horitzontal
- Tots els punts coincideixen exactament amb zero

4.4.4 Conclusions

Respecte a H_{1a} (qualitat de solucions):

Rebutgem la hipòtesi. Tant HC com SA proporcionen solucions de qualitat idèntica, amb una diferència mitjana de 0€. Els beneficis obtinguts són exactament els mateixos en totes les mides del problema analitzades (des de 78905€ amb 10 centres fins a 766644€ amb 100 centres), demostrant que la inicialització greedy utilitzada ja situa les solucions en òptims locals d'alta qualitat que SA no aconsegueix superar.

Respecte a H_{1b} (temps d'execució):

Acceptem la hipòtesi. HC és significativament més ràpid que SA, amb una diferència de 35-40 vegades més, en promig. Per exemple, amb 100 centres, HC triga 36.86 ms mentre que SA necessita 1.312 ms, representant un factor multiplicatiu constant al llarg de tot el rang de mides analitzat. Aquesta diferència es manté estable independentment de la mida del problema.

Respecte a H_{1c} (escalabilitat):

Rebutgem parcialment la hipòtesi inicial de creixement no lineal. El temps d'execució creix de manera aproximadament lineal $O(n)$ amb la mida del problema, observant-se increments de 7.8x per HC i 7.4x per SA quan la mida augmenta 10 vegades (de 10 a 100 centres). Aquest comportament és millor del previst i indica una excel·lent escalabilitat per ambdós algorismes, tot i que el cost base de SA el fa impràctic per a problemes grans malgrat la seva complexitat lineal.

Per a aquest problema d'optimització de rutes amb inicialització greedy, Hill Climbing és clarament superior a Simulated Annealing: ofereix solucions de qualitat idèntica amb un temps d'execució 35-40 vegades inferior, major estabilitat i predictibilitat, i excel·lent escalabilitat. Els resultats suggereixen que la combinació d'inicialització greedy i operadors locals utilitzats proporciona un paisatge de cerca amb pocs òptims locals profunds, limitant l'avantatge teòric de SA per escapar-ne.

4.5 Experiment 5: Consolidació de Centres

En problemes de distribució logística amb múltiples centres i gasolineres, la **configuració dels centres de distribució** i la **ubicació dels camions** tenen un impacte directe sobre el **benefici econòmic**, els **quilòmetres recorreguts** i el **nombre de peticions servides**. Fins ara, s'ha assumit que tenir centres de distribució no comporta cap cost i que es disposa d'un camió per centre, però aquesta simplificació no reflecteix la realitat operativa on els centres representen inversions significatives. Aquest experiment té com a objectiu avaluar com **la reducció del nombre de centres a la meitat, mantenint constant el nombre total de camions**, afecta el rendiment del sistema utilitzant l'algorisme de Hill Climbing. Concretament, es compara un escenari de **10 centres amb 1 camió cadascun** versus **5 centres amb 2 camions cadascun**, amb l'objectiu de determinar si aquesta consolidació millora o empitjora el benefici total, els quilòmetres recorreguts i la capacitat de servir peticions.

4.5.1 Plantejament del problema

Ens plantejem la següent qüestió: **Com afecta la reducció del nombre de centres de distribució a la meitat** (mantenint constant el nombre total de camions) **al benefici econòmic, als quilòmetres recorreguts i al nombre de peticions servides?**

Per a respondre aquestes qüestions, plantejem les següents hipòtesis:

- H_0 : La reducció del nombre de centres de distribució a la meitat (de 10 a 5) no afecta significativament el benefici total, els quilòmetres recorreguts ni el nombre de peticions servides.
- H_1 : La configuració amb més centres distribuïts (10 centres amb 1 camió cadascun) proporciona un benefici superior i un major nombre de peticions servides en comparació amb la configuració consolidada (5 centres amb 2 camions cadascun).

4.5.2 Mètode

Per a resoldre aquesta qüestió, realitzarem un estudi experimental on executarem l'algorisme de Hill Climbing múltiples vegades per a cada configuració de centres i camions. Cada execució es farà amb una inicialització diferent (mitjançant una seed diferent) per garantir que els resultats no estiguin condicionats per una única configuració inicial. Així podrem mesurar tant la mitjana de benefici obtingut, com la variabilitat dels resultats, els quilòmetres recorreguts, les peticions servides i el temps d'execució per a cada configuració de centres. Les configuracions que avaluarem són les següents:

- **Configuració 1:** 5 centres amb multiplicitat 2 (5 centres × 2 camions = 10 camions totals)
- **Configuració 2:** 10 centres amb multiplicitat 1 (10 centres × 1 camió = 10 camions totals)

Ambdues configuracions mantenen constant el nombre total de camions (10) i gasolineres (100), amb els mateixos paràmetres operatius: 640 km màxims per camió, 5 viatges màxims per camió, valor de dipòsit de 1000€ i cost de 2€/km.

Per a cada configuració, realitzarem 10 rèpliques amb seeds diferents (1234, 1235, ..., 1243), registrant per a cada rèplica

- El benefici total obtingut (ingressos - cost km - penalització)
- El nombre de peticions servides i pendents
- Els ingressos generats pels dipòsits servits
- El cost total dels quilòmetres recorreguts
- La penalització per peticions no servides
- Els quilòmetres totals recorreguts per la flota
- El temps d'execució en mil·lisegons

4.5.3 Resultats

Després de les 10 execucions per a cada configuració, amb seeds dels resultats obtinguts són els següents:

Centres	Camions	Gasolineres	Temps (ms)	Benefici (€)	Ingressos (€)	Cost km (€)	Penalització (€)	Km recorreguts	Peticions servides
5	10	100	85.26	42,706.40	48,574.00	4,147.60	1,720.00	2,073.80	48.6/127.8
10	10	100	399.73	76,400.00	82,458.00	5,032.00	1,026.00	2,516.00	82.5/127.8

Taula 1: Comparació de resultats entre configuracions de 5 centres vs 10 centres amb 10 camions i 100 gasolineres. Els valors mostren la mitjana de 10 execucions amb seeds del 1234 al 1243.

Podem observar que la configuració amb 10 centres i 1 camió per centre proporciona un benefici mitjà significativament superior (76,400€) en comparació amb la configuració de 5 centres amb 2 camions per centre (42,706.40€). Aquesta diferència es deu principalment a uns ingressos més alts (82,458€ vs 48,574€) i una penalització menor (1,026€ vs 1,720€), tot i que el cost dels quilòmetres és lleugerament superior en la configuració de 10 centres (5,032€ vs 4,147.60€). A més, la configuració de 10 centres serveix un nombre més gran de peticions (82.5 vs 48.6) i recorre més quilòmetres (2,516 km vs 2,073.80 km), indicant una major capacitat operativa i eficiència en la distribució.

4.5.4 Conclusions

Els resultats refuten la hipòtesi nul·la H_0 : reduir de 10 a 5 centres amb el mateix nombre de camions impacta clarament en benefici, quilòmetres i peticions servides. La configuració amb 10 centres obté molt més benefici i serveix més peticions, però recorre més quilòmetres i necessita més temps d'execució.

Les dades mostren diferències clares entre configuracions: **H0 es rebutja**, **H1a s'accepta** i **H1b es rebutja** atesa l'assumpció de cost zero dels centres i els resultats obtinguts. En concret, per a respondre les hipòtesis plantejades:

- H_0 : rebutjada; el benefici, els km i les peticions servides varien substancialment entre 5 i 10 centres (benefici 42,706.40€ vs 76,400.00€; km 2,073.80 vs 2,516.00; servides 48.6 vs 82.5), de manera que hi ha efectes significatius del nombre de centres.
- H_1 : acceptada; amb 10 centres s'aconsegueix **més benefici i més peticions servides** que amb 5 centres (76,400.00€ i 82.5 vs 42,706.40€ i 48.6), confirmant l'efecte positiu d'una xarxa més distribuïda en qualitat de servei i ingressos.

Per tant, en aquest context específic on els centres no tenen cost associat, **mantenir un nombre més alt de centres és clarament útil per maximitzar el benefici** i la capacitat de servei. No obstant això, en un escenari realista on els centres impliquin costos fixos, aquesta conclusió podria variar i requeriria una anàlisi més detallada. Així mateix, la major quantitat de quilòmetres recorreguts i el temps d'execució més elevat amb 10 centres indiquen un compromís entre eficiència operativa i costos logístics que hauria de ser considerat en decisions reals de disseny de xarxes de distribució.

4.6 Experiment 6: Sensibilitat al Cost per Km

4.7 Experiment 7: Variació de l'Horari Laboral

Com a la nostra pràctica fem servir la variable del temps que poden estar en carretera cada camió, volem saber si el límit de hores proposat a l'enunciat de la pràctica és suficient a l'hora de maximitzar els beneficis. Per tant en aquest experiment té com a objectiu veure si el temps en carretera de cada camió té un impacte significatiu en el benefici final.

4.7.1 Plantejament del problema

En aquest experiment ens plantegem quin efecte té el temps que poden circular els nostres camions. Addicionalment també ens plantegem les següents qüestions:

- Hi ha un límit de temps on el nostre benefici deixa d'augmentar?
- Si reduïm el temps, impactarà negativament al nostre benefici?

Per respondre aquestes qüestions ens plantejem les següents hipòtesis:

- H_0 : El temps de circulació dels camions tenen un efecte positiu en el nostre benefici. Per tant augmentarà el benefici si el temps ho fa.
- H_{1a} : No hi ha un límit on el benefici deixi de créixer.
- H_{1b} : Amb la reducció del temps, el benefici també ho farà.

4.7.2 Mètode

Per poder resoldre aquesta qüestió proposada, farem un experiment on, farem 10 rèpliques amb cada situació, que seran: el temps inicial/estàndard (8 hores), un amb temps reduït (7 hores) i finalment dos amb el temps augmentat (9 hores i 10 hores). D'aquesta manera podrem veure si incrementa o no el benefici en cada cas, i si té una relació proporcional o no. En l'experiment mesurarem el nostre benefici total, el cost total, la penalització de peticions perdudes. D'aquesta manera podrem valorar si amb més/menys temps es pot aprofitar o no.

4.7.3 Resultats

Després d'executar el codi per fer l'experiment, els resultats obtinguts són els següents:

Escenari	Ingressos	Cost	Penalització	Benefici	%Servides
7	91390.00	7826.40	778.00	82785.60	71.69
8	94156.00	8181.60	688.00	85286.40	73.93
9	96054.00	8571.60	648.00	86834.40	75.44
10	97352.00	8798.40	620.00	87933.60	76.46

Taula 7: Resultats de l'experiment per cada escenari (mitjanes de 10 rèpliques). Comparació dels ingressos, costos, penalitzacions, beneficis i percentatge de peticions servides.

A la taula podem anar veient un augment en certes magnituds, ja que al tenir més quilòmetres els camions poden reordenar-se per acabar fent més peticions. també veiem com, naturalment els costos per quilòmetre augmenten, i per tant, frenen el nostre benefici net. En les gràfiques següents es pot veure de manera clara aquesta tendència de "fre" dels beneficis.

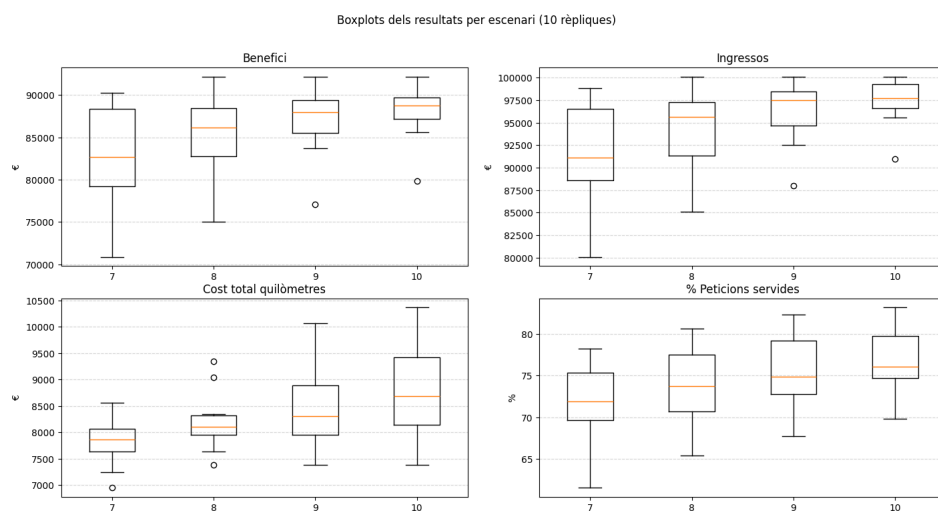


Figura n: Boxplots de les mitjanes de 10 rèpliques de cada escenari de ingressos, % peticions, costos i benefici.

Com podem veure als gràfics, sí que augmenten els beneficis, però arriba a un sostre, ja que al haver-hi la limitació de viatges per camió, hi haurà un punt on ja no es poden complir més peticions, i per tant, ja no farem més ingressos. Podem veure com el % de peticions oscila entre el 72% - 76%, i per tant, podem assumir, que hi haurà un límit sobre el 80%. Per tant, hi haurà un punt on més quilòmetres no ens serviran de res per millorar els nostres beneficis sinó que només pujaran el cost, ja que es faran viatges més llargs. Aquesta tendència que veiem amb les peticions serà el mateix amb el benefici i ingressos, ja que van relacionades. Un altre aspecte que podem detectar és la variància que hi ha, conforme més alt és el temps en carretera, més petita és, per tant, en aquest aspecte, sí que podem notar un gran impacte positiu en l'augment del temps.

4.7.4 Conclusió

Veient les nostres gràfiques, podem dir que és cert que l'augment del temps millora el benefici, però hi han matisos. Ja que no només arriba un punt o s'estanca, sinó que també ens millora la variància, per tant, la conclusió a les hipòtesis inicials són:

- H_0 : En la nostra hipòtesi inicial, deiem que l'augment del temps tindria un efecte positiu en el benefici, i és cert. Ja que veiem que no només augmenta el benefici, sinó que la variància disminueix substancialment, causant així un sistema més constant i previsible.
- H_{1a} : En aquesta segona hipòtesi diem que no hi ha un límit on el temps deixa d'afectar positivament al benefici. En el nostre cas, no podem dir que no afecti positivament, però que és cert que el seu impacte es disminueix, donant-nos a entendre que s'acabarà estancant fins i tot amb un impacte

negatiu, per tant, podem rebutjar aquesta hipòtesi, ja que sí que existeix un límit on l'augment del temps deixa d'afectar positivament.

- H_{1b} : En aquest cas, parlem sobre si la disminució del temps empitjora el benefici. Després de veure les gràfiques és cert que veiem una disminució, però el que més veiem és un augment en la variància, per tant podem dir que, no només empitjora el benefici, sinó que el fa més volàtil.

4.8 Experiment 8: Validació de Resultats (Experiment Especial)

5. Conclusions