



Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba

Curso: Análise e Desenvolvimento de Sistemas

Disciplina: Análise de Algoritmos

Docente: José Gomes Lopes Filho

Aluno: André Felipe Ferraz da Silva

Análise Experimental de Algoritmos

Monteiro – PB

2021

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	4
2.	ALGORITMOS	4
2.1.	BUBBLE SORT	4
2.1.1.	IMPLEMENTAÇÃO DO BUBBLE SORT	4
2.2.	INSERTION SORT	4
2.2.1.	IMPLEMENTAÇÃO DO INSERTION SORT	5
2.3.	QUICK SORT	5
2.3.1.	IMPLEMENTAÇÃO DO QUICK SORT	5
2.4.	SELECTION SORT.....	6
2.4.1.	IMPLEMENTAÇÃO DO SELECTION SORT	6
2.5.	MERGE SORT	6
2.5.1.	IMPLEMENTAÇÃO DO MERGE SORT.....	6
3.	ANÁLISE DOS ALGORITMOS.....	7
3.1.	VETORES ORDENADOS	7
3.1.1.	DESEMPENHO BUBBLE SORT	7
3.1.2.	DESEMPENHO INSERTION SORT	8
3.1.3.	DESEMPENHO QUICK SORT	8
3.1.4.	DESEMPENHO SELECTION SORT	9
3.1.5.	DESEMPENHO MERGE SORT	9
3.2.	VETORES ORDENADOS INVERSAMENTE	10
3.2.1.	DESEMPENHO BUBBLE SORT	10
3.2.2.	DESEMPENHO INSERTION SORT	11
3.2.3.	DESEMPENHO QUICK SORT	11
3.2.4.	DESEMPENHO SELECTION SORT	11
3.2.5.	DESEMPENHO MERGE SORT	12
3.3.	VETORES QUASE ORDENADOS	12
3.3.1.	DESEMPENHO BUBBLE SORT	13
3.3.2.	DESEMPENHO INSERTION SORT	13
3.3.3.	DESEMPENHO QUICK SORT	13
3.3.4.	DESEMPENHO SELECTION SORT	14
3.3.5.	DESEMPENHO MERGE SORT	14
3.3.6.	COMPARAÇÃO DOS ALGORITMOS	15
3.4.	VETORES ALEATÓRIOS.....	16
3.4.1.	DESEMPENHO BUBBLE SORT	16
3.4.2.	DESEMPENHO INSERTION SORT	17
3.4.3.	DESEMPENHO QUICK SORT	17

3.4.4.	DESEMPENHO SELECTION SORT	18
3.4.5.	DESEMPENHO MERGE SORT	18
3.4.6.	COMPARAÇÃO DOS ALGORITMOS	18
4.	CONCLUSÃO	20

1. Introdução

Este trabalho consiste em analisar o desempenho de um algoritmo de ordenação através de análises assintóticas, número de comparações de chaves, número de movimentações de registros e tempo total gasto de execução. Para a análise, foram usados vetores inteiros com tamanho: 10, 100, 1.000, 10.000, 100.000 e 1.000.000. Além disso, os vetores foram testados em arranjos ordenados, inversamente ordenados, quase ordenados e aleatórios, sendo testado 1 vez para cada algoritmo em vetores ordenados, 1 vez para cada algoritmo em vetores inversamente ordenados e 14 vezes para cada algoritmo em vetores quase ordenados e aleatórios.

2. Algoritmos

2.1. Bubble Sort

É um algoritmo que percorre várias vezes um mesmo vetor com a intenção de ordená-lo. Seu custo é de $(N + 2)2$ por isso, sua complexidade é $O(n^2)$ no pior e médio caso e $O(n)$ no melhor caso. O método Bubble Sort usado neste trabalho foi um Bubble Sort melhorado.

2.1.1. Implementação do Bubble Sort

```
public void execute(int[] vetor) {
    boolean troca = true;
    trocaChave = 0;
    testeChave = 0;
    iniciar();
    for (int i = 1; (i < vetor.length) && (troca); i++) {
        troca = false;
        for (int j = 0; j < vetor.length - 1; j++) {
            testeChave++;
            if (vetor[j] > vetor[j + 1]) {
                int aux;
                aux = vetor[j];
                vetor[j] = vetor[j + 1];
                vetor[j + 1] = aux;
                troca = true;
                trocaChave+=2;
            }
        }
    }
    finalizar();
}
```

2.2. Insertion Sort

É um algoritmo que, para ordenar um vetor, faz a inserção de um elemento por vez. Este algoritmo é bastante eficiente principalmente em casos pequenos, ele vai ordenando o vetor aos poucos e, ao ordenar aquela parte, introduz mais um elemento do vetor para ordená-lo.

Seu custo é de $\frac{n^2}{2} - \frac{n}{2}$ por isso, sua complexidade é $O(n^2)$ no pior e médio caso e $O(n)$ no

melhor caso.

2.2.1. Implementação do Insertion Sort

```
public int[] execute(int[] v) {
    iniciar();
    testeChave = 0;
    trocaChave = 0;
    for (int i = 1; i < v.length; i++) {
        int aux = v[i];
        int j = i;
        while ((j > 0) && (v[j - 1] > aux)) {
            v[j] = v[j - 1];
            j -= 1;
            trocaChave++;
            testeChave++;
        }
        testeChave++;
        trocaChave++;
        v[j] = aux;
    }
    finalizar();
    return v;
}
```

2.3. Quick Sort

É um algoritmo que, através da fragmentação do vetor e da escolha de um pivô como meta comparativa para fazer a troca de chaves, ordena todas as fragmentações criadas apartir do vetor. Seu custo é de $T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + O(n)$ por isso, utilizando o método mestre, vemos que sua complexidade é $O(n^2)$ no pior caso e $O(n \log n)$ no médio e no melhor caso.

2.3.1. Implementação do Quick Sort

```
public void execute(int[] v, int i, int f) {
    int n = (int) (Math.random() * ((f) - i + 1) + i);
    int pivo = v[n];
    int e = i;
    int d = f;
    while (e <= d) {
        while (e <= f && v[e] < pivo) {
            e++;
            testeChave++;
        }
        testeChave++;
        while (d >= i && v[d] > pivo) {
            d--;
            testeChave++;
        }
        testeChave += 2;
        if (e <= d) {
            int aux = v[e];
            v[e] = v[d];
            v[d] = aux;
            e++;
            d--;
            trocaChave += 2;
        }
    }
    if (e < f)
        execute(v, e, f);
    if (d > i)
        execute(v, i, d);
}
```

2.4. Selection Sort

É um algoritmo baseado em percorrer o vetor a procura do menor elemento da vez e colocá-lo no começo do vetor, o que faz que ele seja muito pouco eficiente. Seu custo é de $\frac{n^2}{2} - \frac{n}{2}$ por isso sua complexidade é $O(n^2)$ no pior, médio e melhor caso.

2.4.1. Implementação do Selection Sort

```
public void execute(int[] vetor, int tamanho) {
    iniciar();
    int i, j, menor, aux;

    for (i = 0; i < tamanho - 1; ++i) {
        menor = i;
        for (j = i + 1; j < tamanho; ++j) {
            testeChave++;
            if (vetor[j] < vetor[menor]) {
                menor = j;
            }
        }
        aux = vetor[i];
        | vetor[i] = vetor[menor];
        vetor[menor] = aux;
        trocaChave+=2;
    }
    finalizar();
}
```

2.5. Merge Sort

É um algoritmo que divide o vetor em várias partes até chegar em um valor mínimo, ele começa a ordenar essas partes e vai juntando ao final todas as partes ordenadas, isso permite que este algoritmo seja bastante efetivo, mas tem um alto consumo de memória. Seu custo é de $T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + O(n)$ por isso, utilizando o método mestre vemos que sua complexidade é sempre $O(n \log n)$ no melhor, médio e no pior caso.

2.5.1. Implementação do Merge Sort

```

/*
 * Método que ordena um vetor de elementos inteiros, utilizando o algoritmo
 * do Merge Sort.
 *
 * @param inicio - Posição inicial do vetor.
 * @param fim - Posição final do vetor.
 * @param vetor - Vetor de números inteiros.
 */
private static void mergeSortRecursivo(int inicio, int fim, int[] vetor) {
    /* Se o início for menor que o fim menos 1, significa que tem elementos
    dentro do vetor. */
    if(inicio < fim - 1) {
        // Guarda a posição do meio do vetor.
        int meio = (inicio + fim) / 2;

        /* Chama este método recursivamente, indicando novas posições do
        início e fim do vetor. */
        mergeSortRecursivo(inicio, meio, vetor);

        /* Chama este método recursivamente, indicando novas posições do
        início e fim do vetor. */
        mergeSortRecursivo(meio, fim, vetor);

        // Chama o método que intercala os elementos do vetor.
        intercala(vetor, inicio, meio, fim);
    }
}

private static void intercala(int[] vetor, int inicio, int meio, int fim) {
    /* Vetor utilizado para guardar os valores ordenados. */
    int novoVetor[] = new int[fim - inicio];
    /* Variável utilizada para guardar a posição do início do vetor. */
    int i = inicio;
    /* Variável utilizada para guardar a posição do meio do vetor. */
    int m = meio;
    /* Variável utilizada para guardar a posição onde os
    valores serão inseridos no novo vetor. */
    int pos = 0;

    /* Enquanto o início não chegar até o meio do vetor, ou o meio do vetor
    não chegar até seu fim, compara os valores entre o início e o meio,
    verificando em qual ordem vai guarda-los ordenado.*/
    while(i < meio && m < fim) {
        /* Se o vetor[i] for menor que o vetor[m], então guarda o valor do
        vetor[i] pois este é menor. */
        testeChave++;
        if(vetor[i] <= vetor[m]) {
            novoVetor[pos] = vetor[i];
            pos = pos + 1;
            i = i + 1;
            trocaChave++;
        } // Senão guarda o valor do vetor[m] pois este é o menor.
        else {
            novoVetor[pos] = vetor[m];
            pos = pos + 1;
            m = m + 1;
            trocaChave++;
        }
    }

    // Adicionar no vetor os elementos que estão entre o início e meio,
    // que ainda não foram adicionados no vetor.
    while(i < meio) {
        novoVetor[pos] = vetor[i];
        pos = pos + 1;
        i = i + 1;
        trocaChave++;
    }

    // Adicionar no vetor os elementos que estão entre o meio e o fim,
    // que ainda não foram adicionados no vetor.
    while(m < fim) {
        novoVetor[pos] = vetor[m];
        pos = pos + 1;
        m = m + 1;
        trocaChave++;
    }

    // Coloca no vetor os valores já ordenados.
    for(pos = 0, i = inicio; i < fim; i++, pos++) {
        vetor[i] = novoVetor[pos];
        trocaChave++;
    }
}

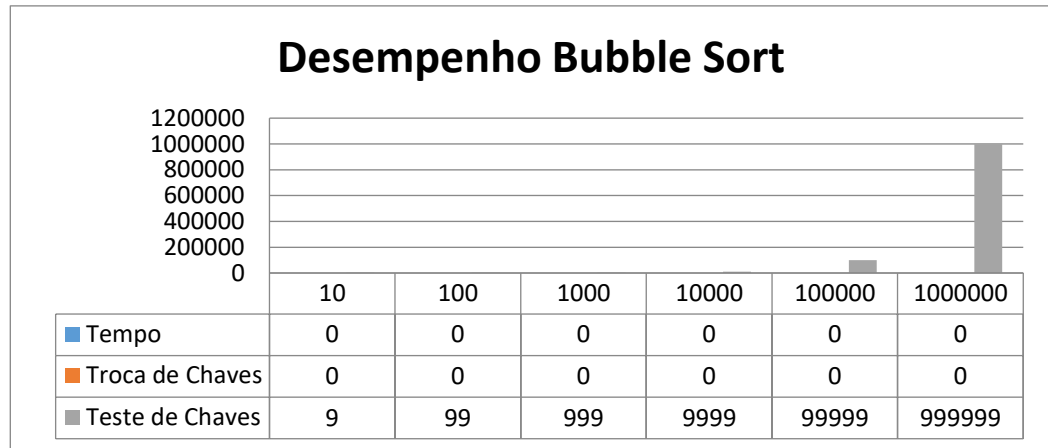
public static void execute(int vetor[], int inicio, int fim) {
    trocaChave = 0;
    testeChave = 0;
    int meio;
    if (inicio < fim) {
        meio = (inicio + fim) / 2;
        mergeSortRecursivo(inicio, meio, vetor);
        mergeSortRecursivo(meio+1, fim, vetor);
        intercala(vetor, inicio, meio, fim);
    }
}

```

3. Análise dos Algoritmos

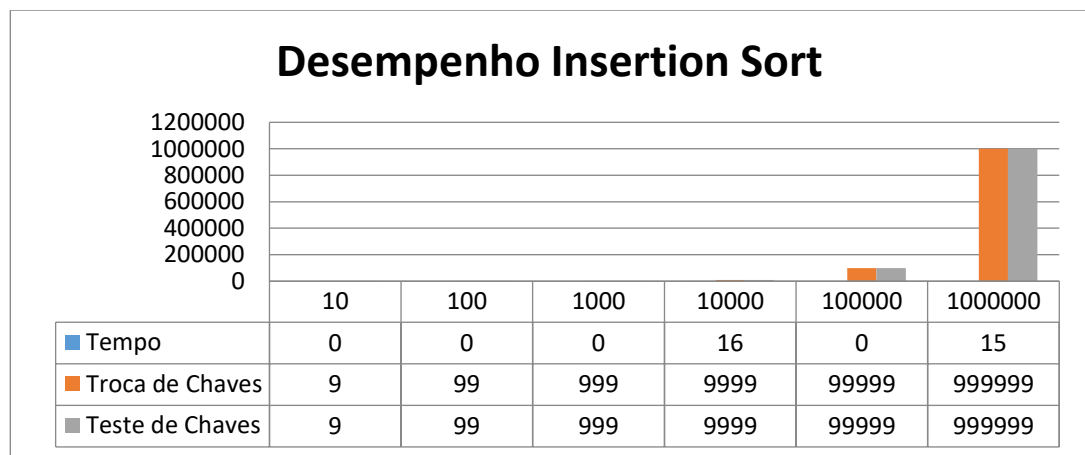
3.1. Vetores Ordenados

3.1.1. Desempenho Bubble Sort



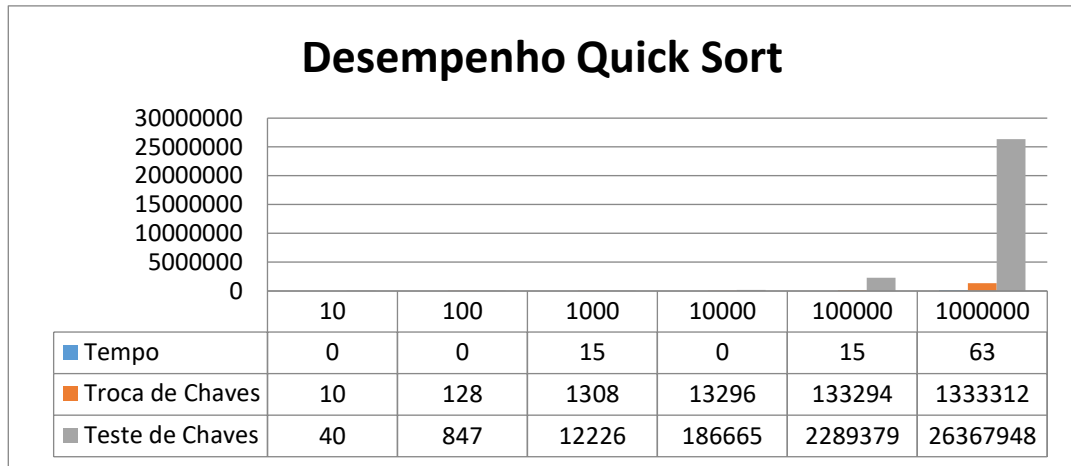
Esse gráfico descreve o desempenho do método Bubble Sort melhorado para ordenar vetores com 10, 100, 1.000, 10.000, 100.000 e 1.000.000 de elementos já ordenados. Usando vetores já ordenados o Bubble Sort melhorado sempre fica com sua taxa de tempo de processamento em 0 milissegundos e seus testes de chaves sempre vão ser o tamanho do vetor – 1.

3.1.2. Desempenho Insertion Sort



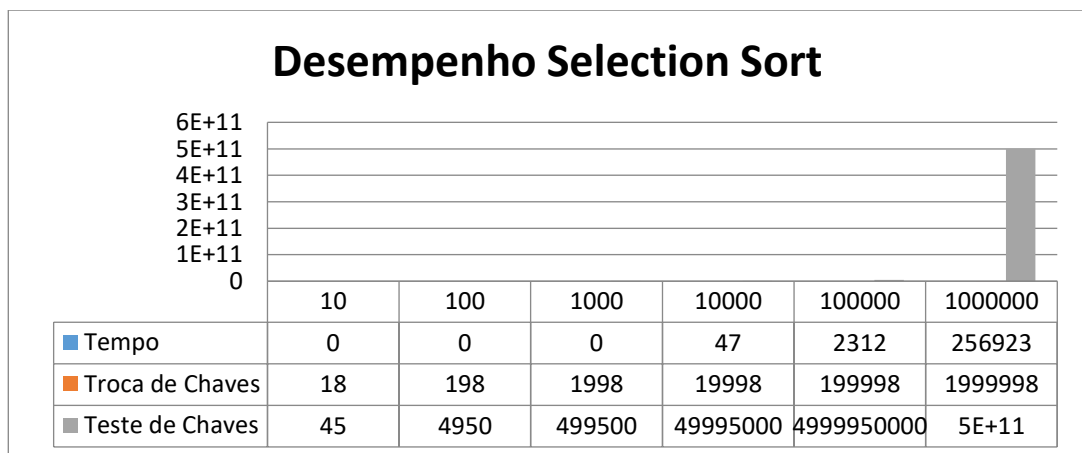
Esse gráfico descreve o desempenho do método Insertion Sort para ordenar vetores com 10, 100, 1.000, 10.000, 100.000 e 1.000.000 de elementos já ordenados. Usando vetores já ordenados o Insertion Sort mantém sua taxa de tempo de processamento abaixo de 20 milissegundos, seus testes e suas trocas de chaves sempre vão ser o tamanho do vetor – 1.

3.1.3. Desempenho Quick Sort



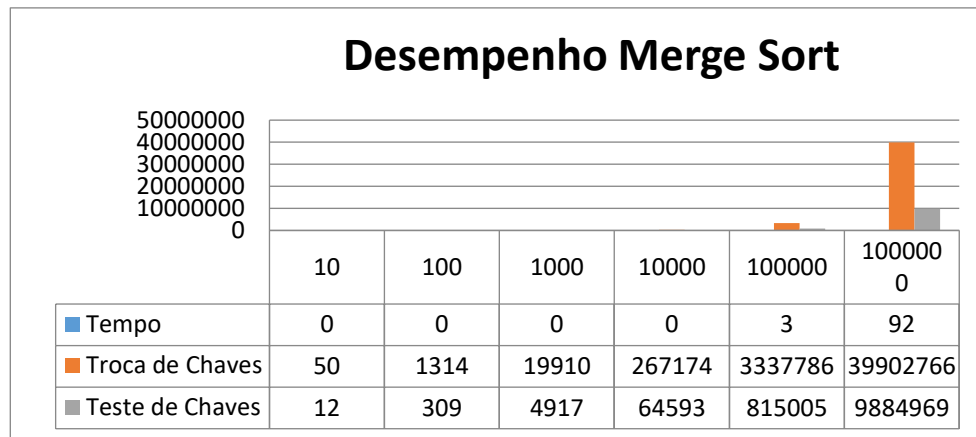
Esse gráfico descreve o desempenho do método Quick Sort para ordenar vetores com 10, 100, 1.000, 10.000, 100.000 e 1.000.000 de elementos já ordenados. Este método de ordenação, mesmo usando vetores já ordenados, realiza muitas trocas e testes de chaves, mas isso não afeta muito em seu tempo de processamento, isso se dá pelo fato de que o Quick Sort trabalha fragmentando o vetor.

3.1.4. Desempenho Selection Sort



Esse gráfico descreve o desempenho do método Selection Sort para ordenar vetores com 10, 100, 1.000, 10.000, 100.000 e 1.000.000 de elementos já ordenados. Dos métodos de ordenação usados em vetores ordenados, o Selection Sort foi o que teve o pior desempenho disparado, pois ele, em qualquer situação, sempre vai ser $O(N^2)$. Só apresentou baixo tempo de processamento para entradas pequenas mas, mesmo assim, ele realiza trocas desnecessárias.

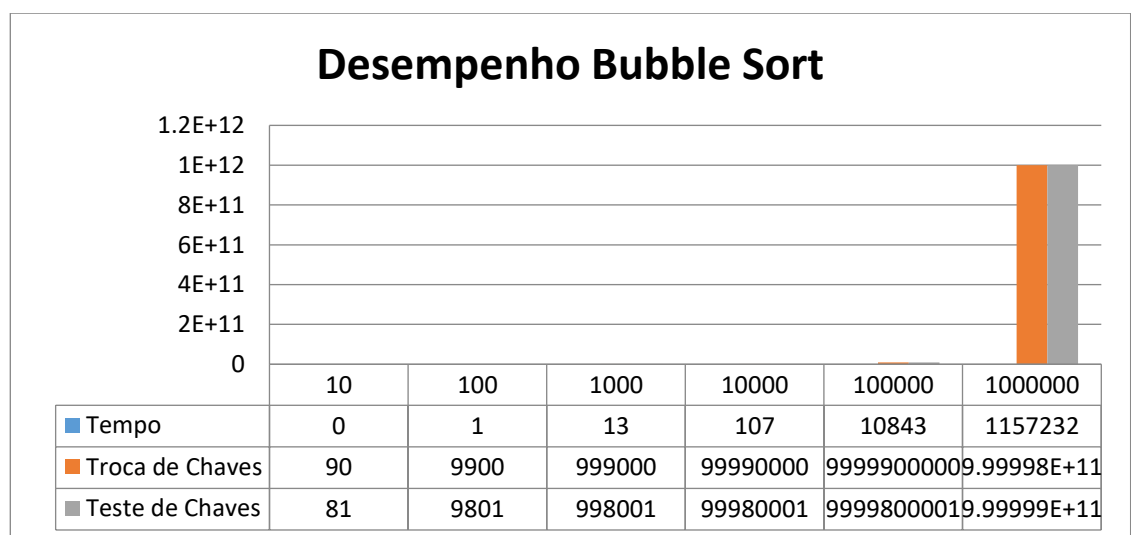
3.1.5. Desempenho Merge Sort



Esse gráfico descreve o desempenho do método Merge Sort para ordenar vetores com 10, 100, 1.000, 10.000, 100.000 e 1.000.000 de elementos já ordenados. O Merge Sort se mostrou um algoritmo que realiza muitas trocas de chaves (Mesmo com o vetor já ordenado) seu tempo de processamento é relativamente baixo, quase se aproximando do tempo do Quick Sort.

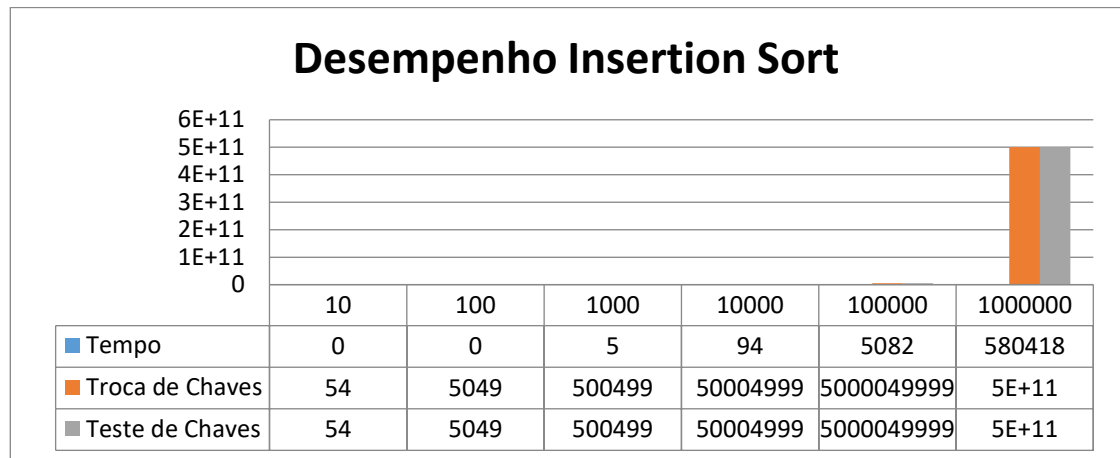
3.2. Vetores Ordenados Inversamente

3.2.1. Desempenho Bubble Sort



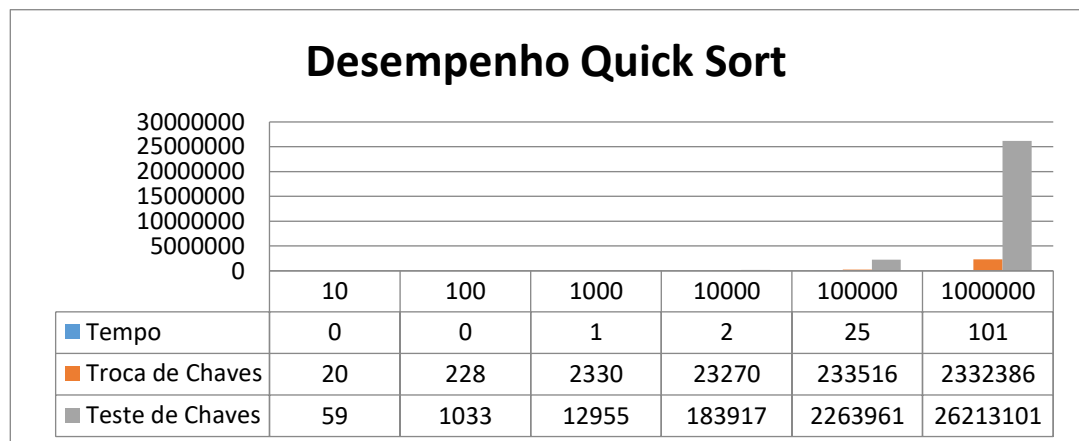
Esse gráfico descreve o desempenho do método Bubble Sort para ordenar vetores com 10, 100, 1.000, 10.000, 100.000 e 1.000.000 de elementos ordenados inversamente. Por os vetores estarem inversamente ordenados, o Bubble Sort sempre entrava em seu pior caso, que é $O(N^2)$. Tanto seu tempo de processamento, seus testes de chaves e trocas de chaves alcançaram números altíssimos, sendo muito inviável usar este método de ordenação para este tipo de problema.

3.2.2. Desempenho Insertion Sort



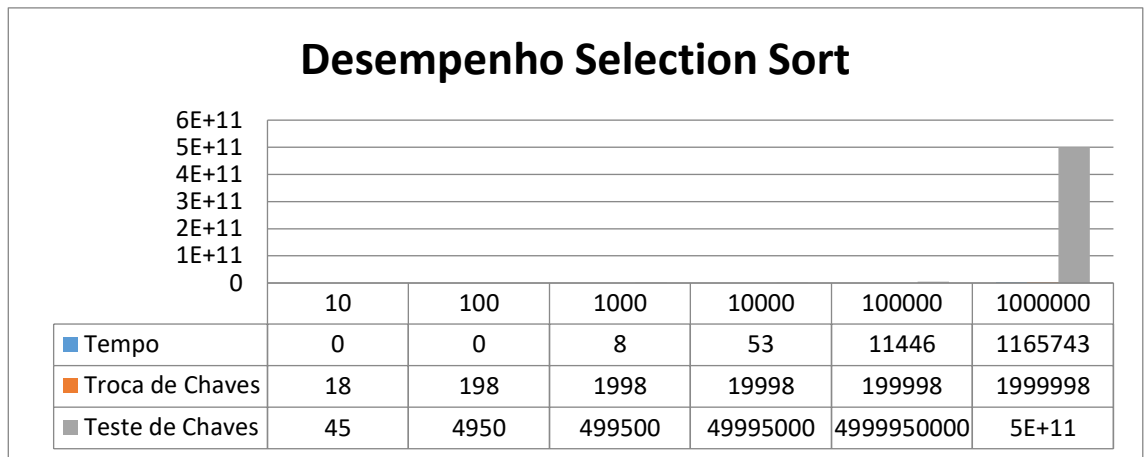
Esse gráfico descreve o desempenho do método Insertion Sort para ordenar vetores com 10, 100, 1.000, 10.000, 100.000 e 1.000.000 de elementos ordenados inversamente. A mesma coisa que acontece com o Bubble Sort acontece aqui, sempre entra em seu pior caso ($O(N^2)$), mas o Insertion Sort ainda se saiu melhor que o algoritmo anterior, cortando seu tempo de processamento quase pela metade.

3.2.3. Desempenho Quick Sort



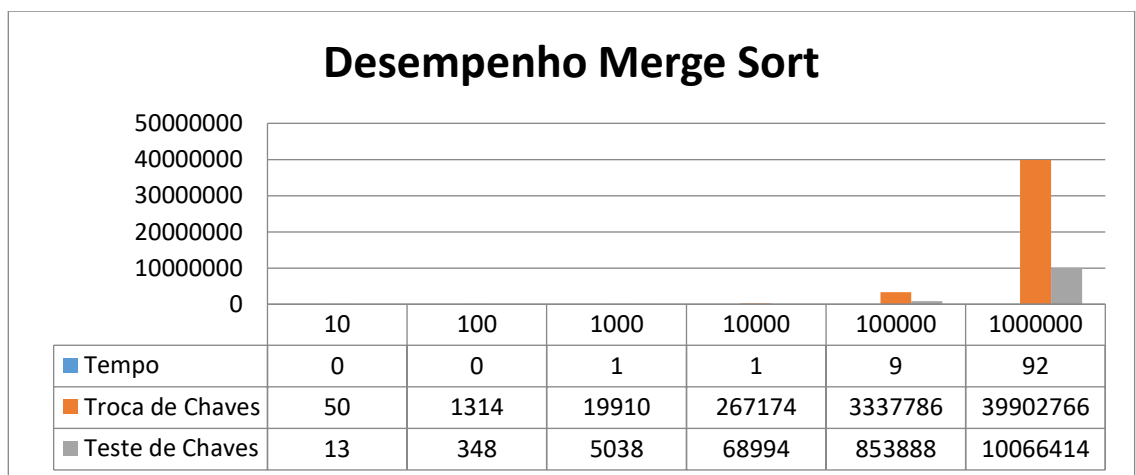
Esse gráfico descreve o desempenho do método Quick Sort para ordenar vetores com 10, 100, 1.000, 10.000, 100.000 e 1.000.000 de elementos ordenados inversamente. Comparando com o vetor já ordenado, este método de ordenação teve um leve crescimento em seu tempo de processamento.

3.2.4. Desempenho Selection Sort



Esse gráfico descreve o desempenho do método Selection Sort para ordenar vetores com 10, 100, 1.000, 10.000, 100.000 e 1.000.000 de elementos ordenados inversamente. Não há muito o que falar do Selection Sort, ele sempre terá a mesma quantidade de troca e teste de chaves, apenas seu tempo de processamento que é mudado e, como vemos aqui, seu tempo teve um grande aumento, seu tempo é quase equivalente ao do Bubble Sort.

3.2.5. Desempenho Merge Sort



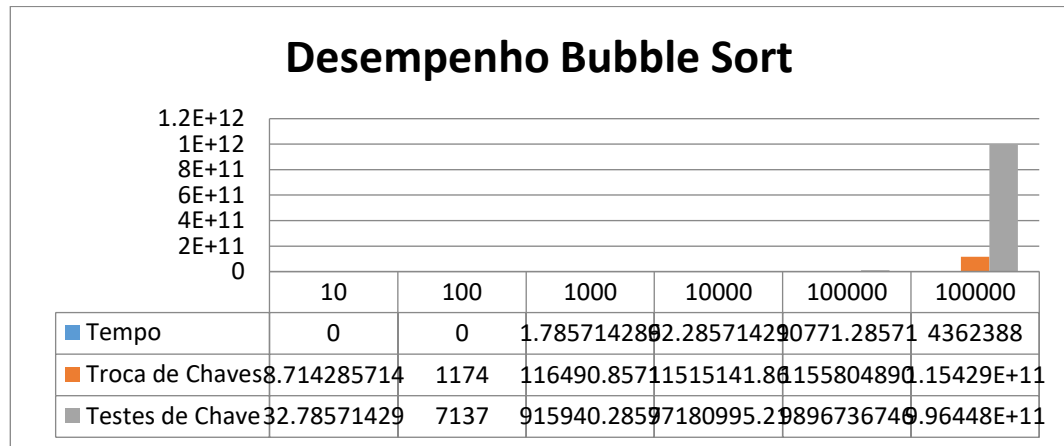
Esse gráfico descreve o desempenho do método Merge Sort para ordenar vetores com 10, 100, 1.000, 10.000, 100.000 e 1.000.000 de elementos ordenados inversamente. O Merge Sort mantém a mesma quantidade de trocas de chaves, mesmo com um número alto de troca de chaves ele teve um tempo de processamento melhor que o do Quick Sort.

3.3. Vetores Quase Ordenados

Para esta análise, foi usado o mesmo vetor para todos os métodos de ordenação (5), os métodos foram rodados 14 vezes, o que significa que foram testados 14 tipos de vetores quase ordenados. O que será apresentado é a média do tempo, troca de chaves e teste de chaves

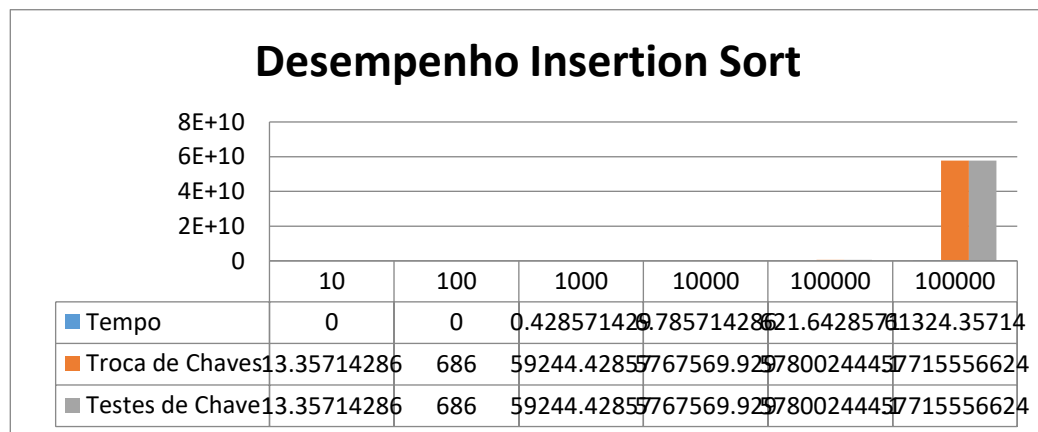
desses 14 vetores.

3.3.1. Desempenho Bubble Sort



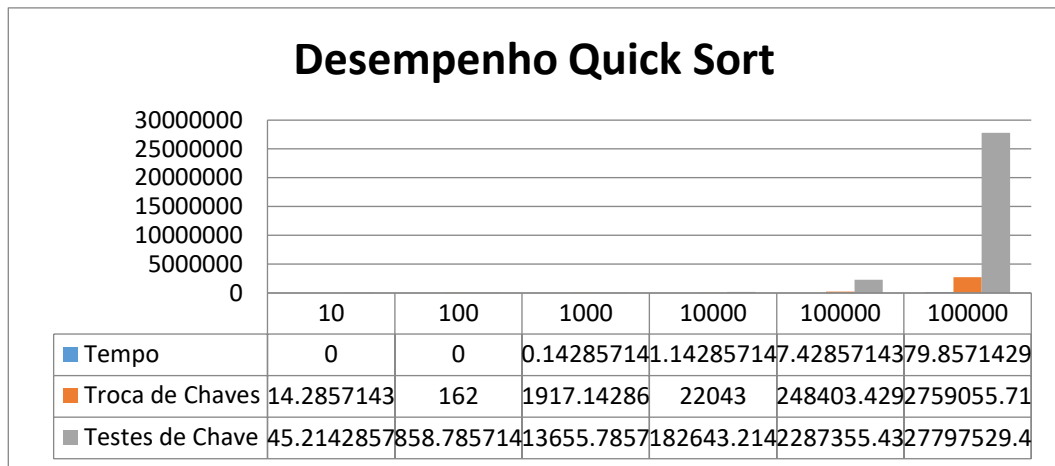
O Bubble Sort, como de se esperando, apresentou números bons para entradas pequenas e pssimos números para entradas grandes, mesmo com 10% por cento do vetor desorganizado, o Bubble Sort leva muito tempo e faz muitos teste de chaves para poder ordenar os números.

3.3.2. Desempenho Insertion Sort



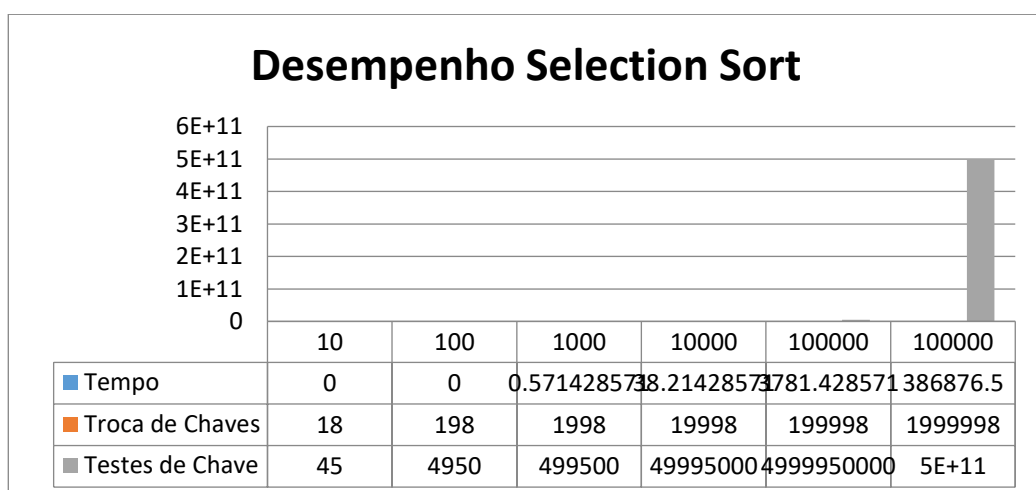
O Insertion Sort continua se saindo melhor que o Bubble Sort, ficando atrás apenas em vetores de tamanho 10. Com vetores grandes seu tempo, trocas e testes de chaves aumentam muito, ficando inviável de se usar para esses problemas.

3.3.3. Desempenho Quick Sort



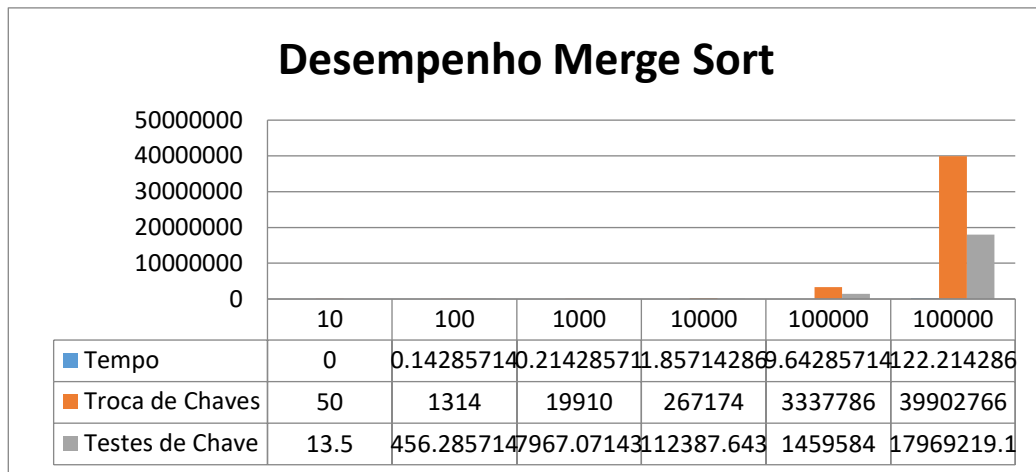
O Quick Sort é o que apresenta os melhores resultados no quesito tempo de processamento, ele ainda continua apresentando um número de teste de chaves bem alto, mas nada que o comprometa.

3.3.4. Desempenho Selection Sort



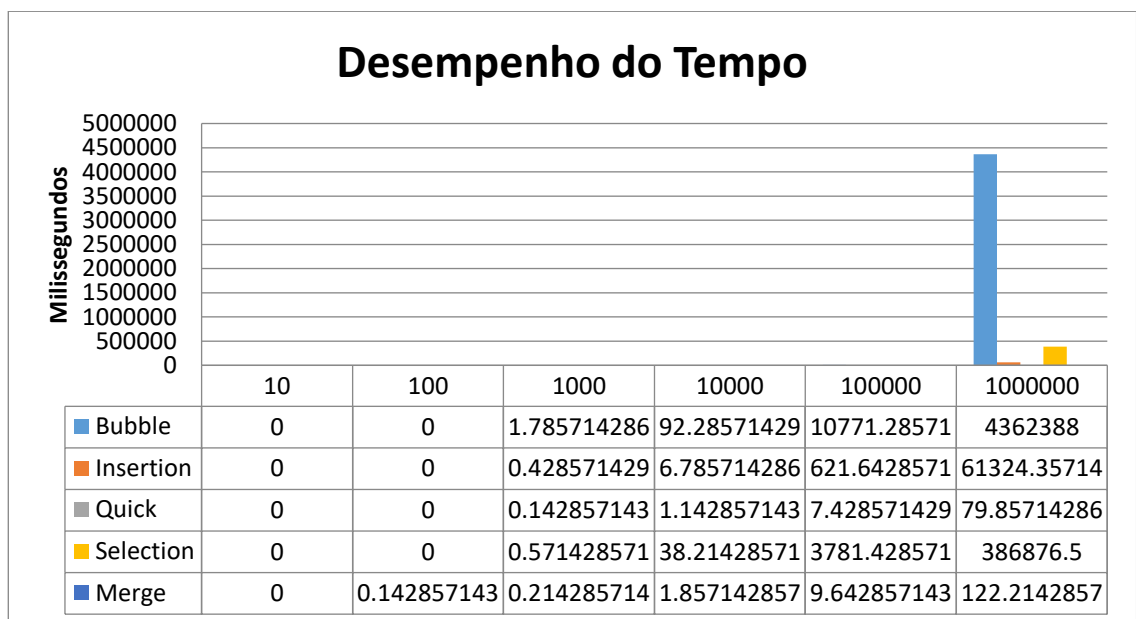
Todos os seus casos são $O(N^2)$. O algoritmo apresentou ser mais eficaz que o Bubble Sort para vetores de tamanho grande.

3.3.5. Desempenho Merge Sort

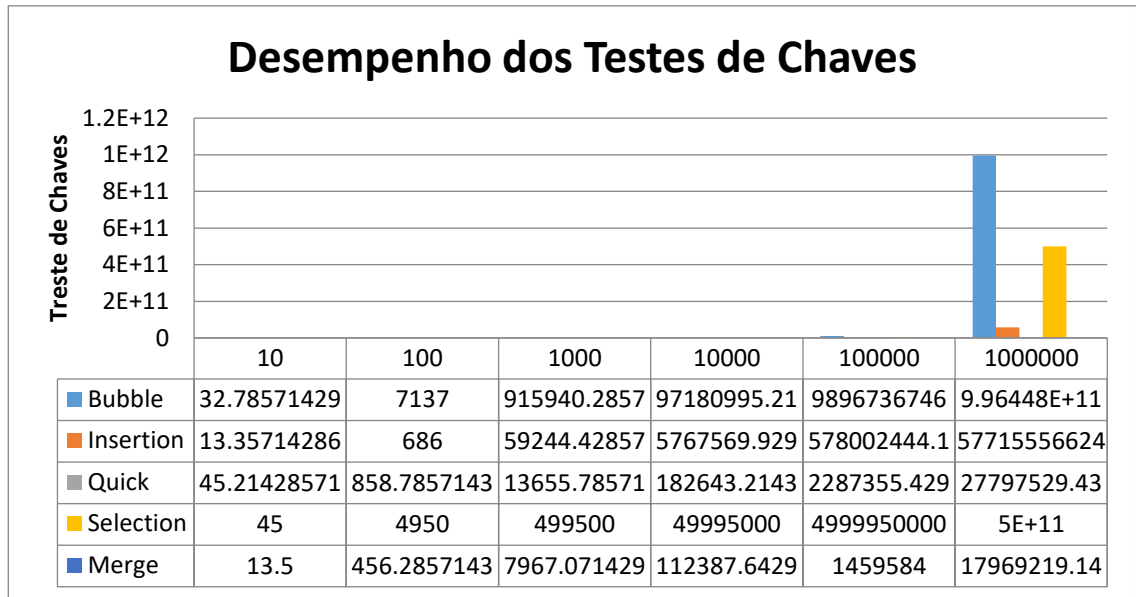


Realiza menos teste de chaves que o Quick Sort, mas realiza mais trocas de chaves, seu tempo é um pouco maior que o do Quick Sort. Sua troca de chaves é fixa para cada tamanho de vetor.

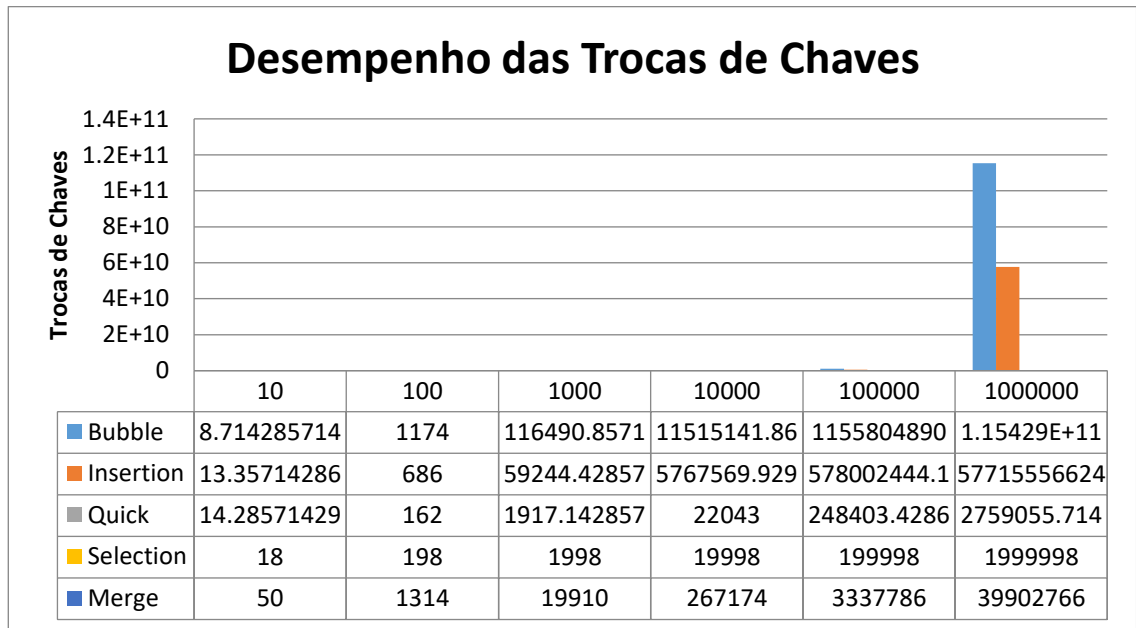
3.3.6. Comparação dos Algoritmos



Quadro 1 – Desempenho do Tempo dos Algoritmos



Quadro 2 – Desempenho dos Testes de Chaves dos Algoritmos

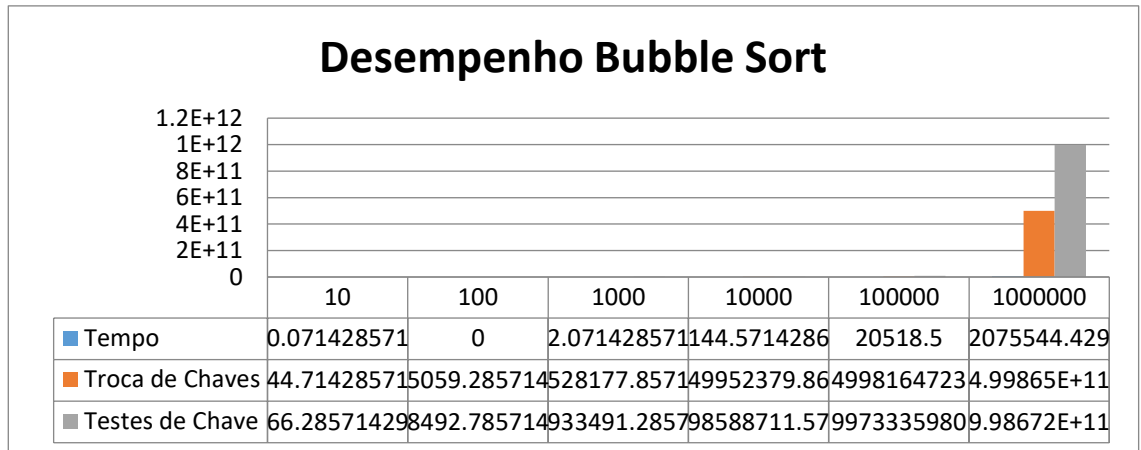


Quadro 3 – Desempenho das Trocas de Chaves dos Algoritmos

3.4. Vetores Aleatórios

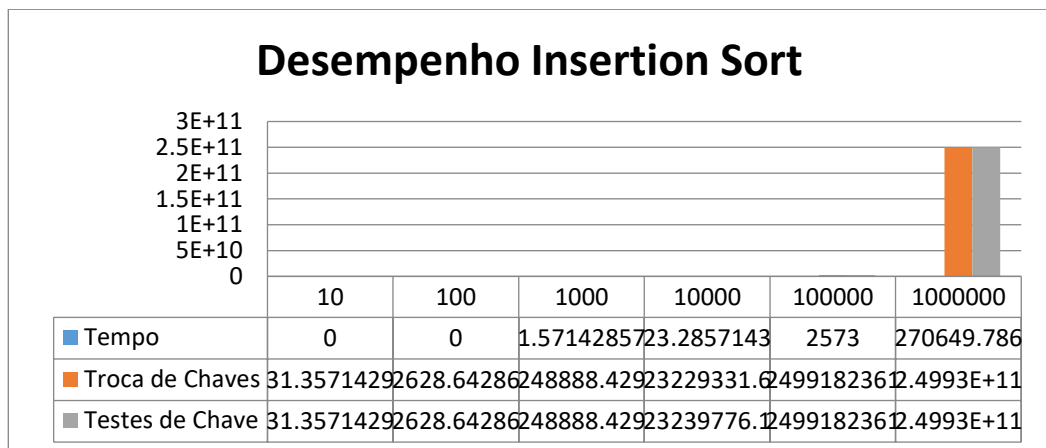
Para está análise, foi usado o mesmo vetor para todos os métodos de ordenação (5), os métodos foram rodados 14 vezes, o que significa que foram testados 14 tipos de vetores quase ordenados. O que será apresentado é a média do tempo, troca de chaves e teste de chaves desses 14 vetores.

3.4.1. Desempenho Bubble Sort



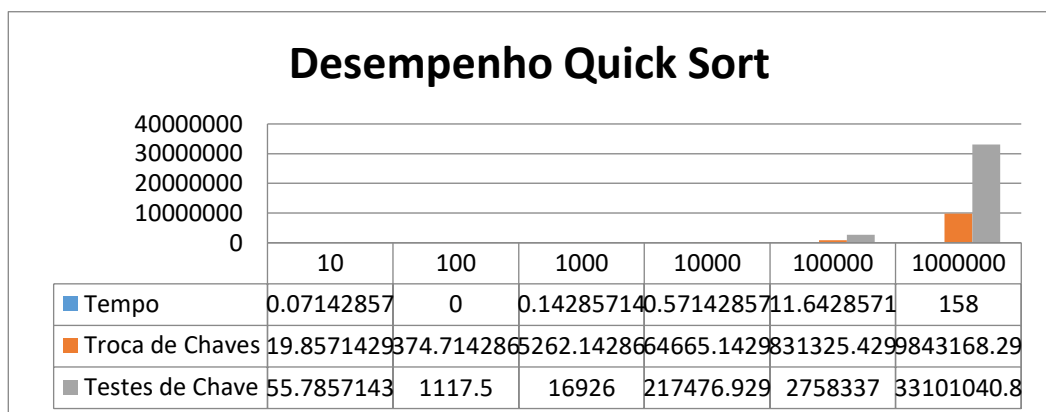
Com valores aleatórios no vetor o Bubble Sort continuou como o pior algoritmo para tratar vetores deste tipo, com seu tempo de processamento chegando à quase 35 minutos e inumeros testes e trocas de chaves.

3.4.2. Desempenho Insertion Sort



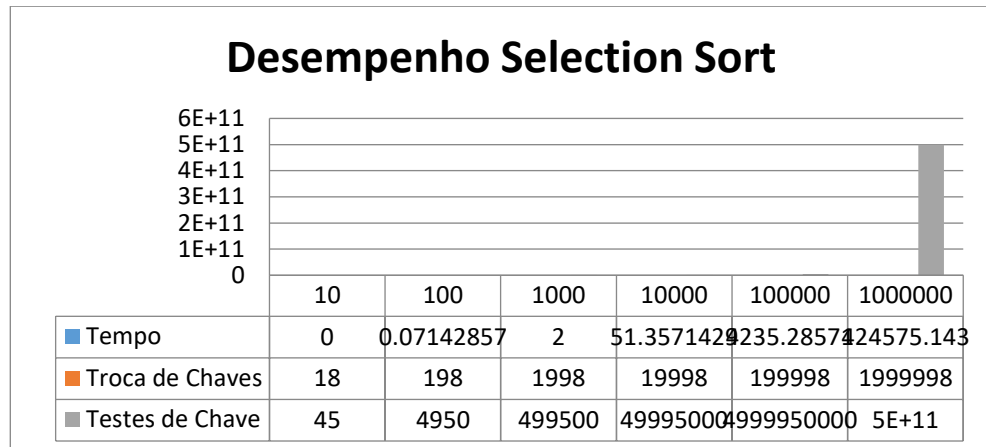
O Insertion Sort se sai bem melhor que o algoritmo de ordenação anterior, seu tempo pra ordenar um vetor com um milhão de elementos fica na casa dos 4 minutos.

3.4.3. Desempenho Quick Sort



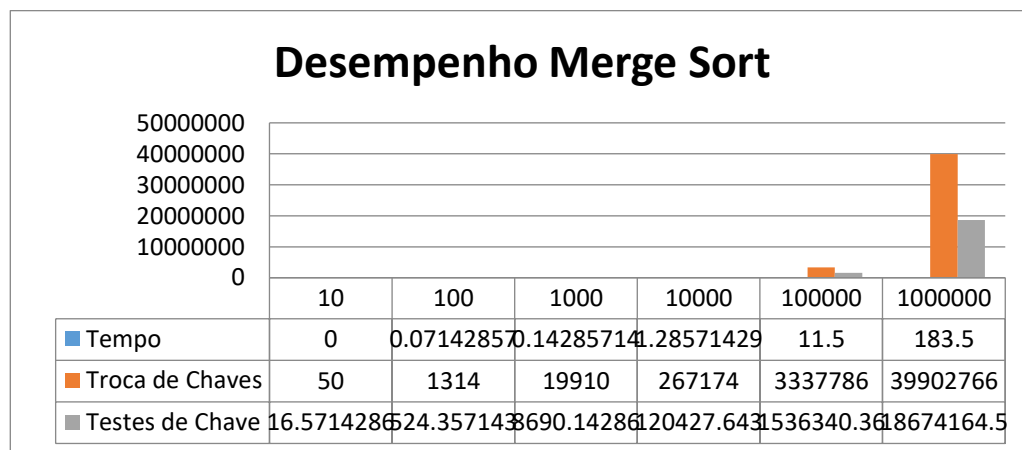
Continua apresentando números satisfatórios, tendo numeros de tempos superiores a 10 milisegundo apartir de vetores de 100 mil elementos.

3.4.4. Desempenho Selection Sort



É característica do Selection Sort ter resultados até que bons para vetores pequenos e resultados ruins para grandes vetores, e aqui, não teve um resultado diferente.

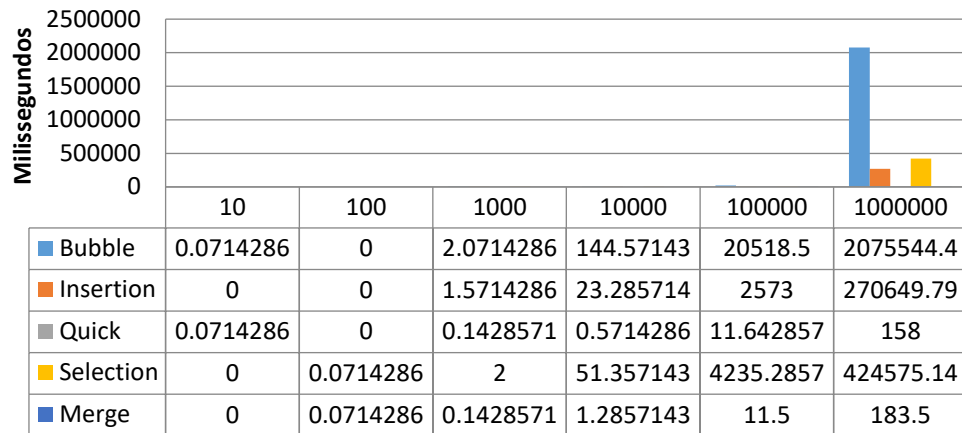
3.4.5. Desempenho Merge Sort



O Merge Sort continua se saindo muito bem, mesmo sendo um algoritmo recursivo, seu tempo com vetores grandes não aumenta tanto assim.

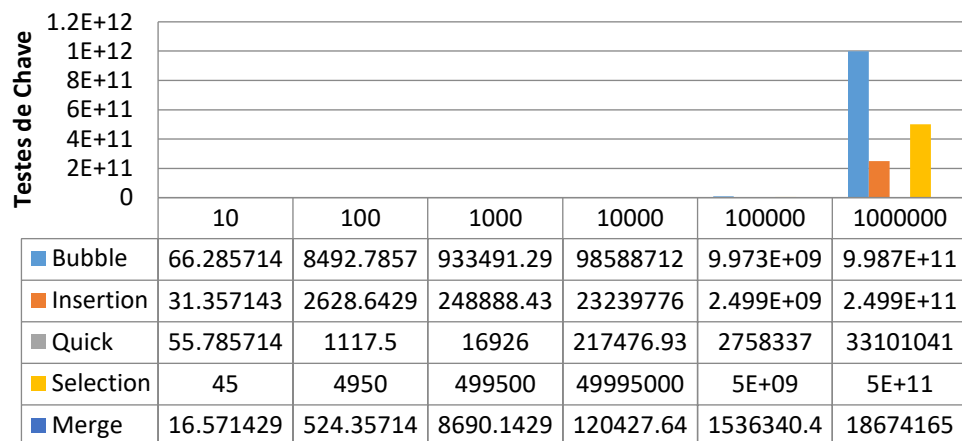
3.4.6. Comparação dos Algoritmos

Desempenho do Tempo



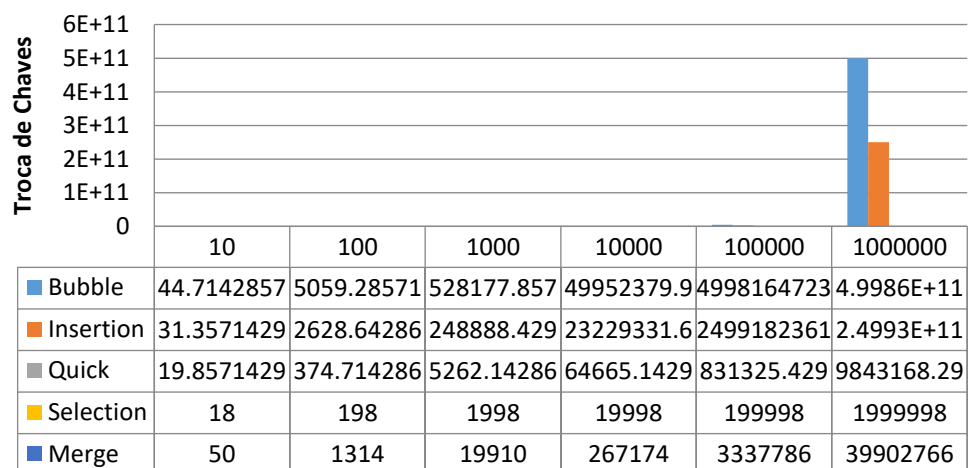
Quadro 1 – Desempenho do Tempo dos Algoritmos

Desempenho Teste de Chaves



Quadro 2 – Desempenho dos Testes de Chaves dos Algoritmos

Desempenho Troca de Chave



Quadro 3 – Desempenho das Trocas de Chaves dos Algoritmos

4. Conclusão

Tanto o Quick Sort quanto o Merge Sort são ótimos algoritmos de ordenação, alcançando tempos baixos para ordenar vetores de grande porte, sendo o Quick o maior realizador de testes chaves entre os dois e o Merge o que realiza mais trocas (Pelo fato de não reconhecer se um vetor já está ordenado). Já os outros três algoritmos apresentaram números bons para pequenos vetores, mas com grandes vetores eles não se saíram tão bem, sendo o Bubble Sort o pior entre eles, seguido do Selection Sort e o Insertion Sort.

Comparando todos os algoritmos, o tempo de cada um para vetores pequenos é igual ou quase equivalente, já a partir de 100 mil elementos em um vetor os números começam a ter uma diferença gritante entre o Quick e Merge com os outros três algoritmos, não que o tempo dos dois não aumente, teve sim um aumento de tempo, mas não tão alto quanto os outros três, o aumento é mínimo.

Portanto, pelos dados apresentados neste estudo, o Quick e o Merge Sort são algoritmos bons para se trabalhar tanto com vetores grandes quanto com vetores pequenos, já os outros três só são viáveis de serem usados para vetores pequenos.