



Otimização Linear 2021/2022

## Relatório do Projeto 1

# Programação do Método Simplex

Ana Almeida 99431

Francisca Coimbra 99528

Francisca Ferreira 98695

Tiago Ferreira 78106

## **Preâmbulo**

A programação linear é um ramo da programação matemática que faz parte dos métodos quantitativos de apoio à tomada de decisão. Normalmente, os problemas de programação matemática dizem respeito à afetação de recursos escassos a usos alternativos de forma a satisfazer um objetivo sujeito a um conjunto de condições ou restrições. A solução que satisfaz simultaneamente a função objetivo e as restrições é chamada a solução ótima do problema. Assim, esta programação é aplicável quando o objetivo e as restrições do problema podem ser traduzidos por funções lineares.

Para este projeto, optámos por usar o Python para programar o Método Simplex. Deste modo, adquirimos novas e melhores competências nesta linguagem de programação através do desenvolvimento de um algoritmo para o método escolhido.

## Introdução ao algoritmo

Em primeiro lugar, criámos um programa para estarmos aptos a implementar o Método Simplex. Assim, recorremos a funções do tipo *Boolean* e colocámos várias escolhas base com a finalidade de podermos realizar o *input*.

A nossa introdução ao Método consistiu na abordagem de verificar se o que é colocado como *input* são dígitos. Seguidamente, fizemos o estudo se o problema é de maximização ou minimização, tendo depois colocado os coeficientes da função a otimizar e o número de restrições. Uma vez que as restrições são inequações, o programa também tem de reconhecer os sinais de desigualdade.

A seguir, tivemos em conta o Critério de Otimalidade e fizemos *print* de todos os resultados que constituem as tabelas. Para uma melhor abordagem, apresentamos em seguida *prints* do nosso programa.

```

7  if __name__ == "__main__":
8
9
10
11     simplex = Simplex()
12
13     def isNotNumber(n: str) -> bool:
14         if(n==''):
15             return False
16
17         elif (n.isnumeric()):
18             return False
19
20         elif (n[0]=='-' and n[1:len(n)].isnumeric()):
21             return False
22
23         elif ( '/' in n):
24
25             if (n[0] == '-' and n[1:n.index('/')].isnumeric() and n[n.index('/')+1:len(n)].isnumeric()):
26                 return False
27
28             elif (n[0:n.index('/')].isnumeric() and n[n.index('/')+1:len(n)].isnumeric()):
29                 return False
30
31             else:
32                 return True
33
34         elif ('.' in n):
35             return False
36
37         else:
38             return True
39

```

```

41     print('Max - M \t Min - m')
42     m = input()
43
44     while (m != 'M' and m != 'm'):
45         print('escolha uma das duas opções M/m')
46         m = input()
47
48     if (m == 'M'):
49         m = 1
50
51     else:
52         m = -1
53
54     z = []
55     variable = []
56     count = 1
57
58     print('escreva os coeficientes da função a otimizar:')
59
60     while True:
61         n = input(f'x{count}:')
62
63         while (isNotNumber(n)):
64             |
65             | print('introduza um valor numerico')
66             | n = input(f'x{count}:')
67
68         if (n==''):
69             z = [float(i)*m for i in z ]
70             print(' ',variable)
71             print('z=',z)
72             count -=1
73             print()
74             print(count)
75             break

```

```

77     else:
78         if('/') in n:
79             n = int(n[0:n.index('/')])/int(n[n.index('/')+1:len(n)])
80
81     z.append(n)
82     variable.append('x'+ str(count))
83     count += 1
84
85
86
87     rest = []
88     sinais = []
89     c_ind = []
90     count2 = 1
91     operation = ['=', '<=', '>=', '<', '>']
92     n_rest = int(input('Numero de restrições:'))
93
94     while (len(rest)<n_rest):
95         print(f'R{count2}:')
96
97         r = []
98
99         for i in range(0,count,1):
100             var = input(f'x{i+1}:')
101
102             while (isNotNumber(var)):
103                 print('introduza um valor numerico')
104                 var = input(f'x{count2}:')
105
106             if('/') in var:
107                 var = int(var[0:var.index('/')])/int(var[var.index('/')+1:len(var)])
108
109             elif (var == ''):
110                 var = 0
111             r.append(var)
112
113     r = [float(i) for i in r ]

```

```

115     print('Escolha um sinal ente: = <= =>')
116     s = input('sinal:')
117
118     while (s not in operation):
119         print('Escolha um sinal ente: = <= =>')
120         s = input('sinal:')
121
122     sinais.append(s)
123
124     b = input(f'b{count2}:')
125
126     while (isNotNumber(b)):
127         print('introdusa um valor numerico')
128         b = input(f'b{count2}:')
129
130     c_ind.append(float(b))
131     print()
132
133     rest.append(r)
134     count2 +=1
135     r = []
136
137     for i in range(0,len(rest),1):
138         print(f'R{i+1}:',rest[i],sinal[s],c_ind[i])
139
140     print()
141     # for i in range(0,len(rest),1):
142     #     rest[i].insert(0,float(0))
143
144     for i in range(0,len(c_ind),1):
145
146         if (c_ind[i] < 0):
147             c_ind[i] *= -1
148             rest[i] = [-1* value for value in rest[i]]
149
150         if (sinal[s] in ['=>','>=']):
151             sinal = '<='

```

```

153     elif(sinal[s] in ['<=','<']):
154         sinal = '=>'
155
156     else:
157         pass
158
159     else:
160         pass
161
162     for i in range(0,len(rest),1):
163         print(f'R{i+1}:',rest[i],sinal[s],c_ind[i])
164
165     # criterio de nao negatividade
166
167     print('\n')
168     print('criterio de nao negatividade das variaveis')
169
170     answer = ''
171
172     for i in range(0,len(variable),1):
173         print(variable[i],':\n 1 - positiva\n 2- ilimitada\n 3- maior que uma constnsnte positiva\n')
174         answer = int(input('Resposta:'))
175
176         while (answer not in [1,2,3]):
177             print('Só pode escolher ente 1, 2 e 3!')
178             answer = int(input('Resposta:'))
179
180         if (answer == 2):
181             variable[i] = 'x'+ str(i)+'+'
182             variable.insert(i+1,'x'+ str(i)+'-')
183             z.insert(i+1,-1*z[i])
184
185         for j in range (0,len(rest),1):
186             rest[j].insert(i+1,-1*rest[j][i])
187
188         if (answer == 3):

```

```

298 # metodo big M
299
300 idx_aVar = []
301
302 for i in range(0, len(variable), 1):
303     if ('a' in variable[i]):
304         idx_aVar.append(i)
305
306 for i in range(0, len(rest), 1):
307     for j in range(0, len(idx_aVar), 1):
308         if (rest[i][idx_aVar[j]] == 1):
309             z = simplex.bigMMet(big_M, z, rest[i])
310
311
312
313
314
315 print('-----\n')
316 print(' ', variable)
317 print('z= ', z)
318
319 for i in range(0, len(rest), 1):
320     print(f'R{i+1}:', rest[i])
321
322 print()
323 print()
324 print('-----\n\n')
325 print()
326 print()
327
328 simplex.objectiveFunction(z)
329
330 for i in range(0, len(rest), 1):
331     simplex.addRest(rest[i])
332
333 simplex.solve()

```

```

224         while (len(rest[j]) < len(z)):
225             rest[j].append(float(0))
226
227         count3 += 1
228
229
230         elif(sinals[i] in ['>=', '>=']):
231             variable.append('f' + str(count3))
232             z.append(float(0))
233             rest[i].append(float(-1))
234
235             for j in range(0, len(sinals), 1):
236                 while (len(rest[j]) < len(z)):
237                     rest[j].append(float(0))
238
239                 count3 += 1
240
241             else:
242                 pass
243
244
245
246
247
248 # introdução das variaveis artificiais
249
250 big_M = simplex.bigM(z, m)
251
252 count3 = 1
253
254 for i in range(0, len(sinals), 1):
255     if(sinals[i] in ['>=', '>=']):
256         variable.append('a' + str(count3))
257         z.append(big_M)
258         rest[i].append(float(1))
259

```

```

188     if (answer == 3):
189         const = input('escreva a constante:')
190
191         while (isNotNumber(const)):
192             print('introdusa um valor numerico')
193             const = input('escreva a constante:')
194
195         if('/') in const:
196             const = int(const[0:const.index('/')])/int(const[const.index('/')+1:len(const)])
197
198         variable[i] = 'x'+'~'+ str(i)
199
200         for j in range (0,len(c_ind),1):
201             c_ind[j] -= rest[j]*const
202
203
204
205
206 #####
207 #                                     Forma Standart                                     #
208 #####
209
210 # introdução das variaveis de folga
211
212
213     count3 = 1
214
215     for i in range(0,len(sinals),1):
216
217         if(sinals[i] in ['<=', '<']):
218             variable.append('f'+ str(count3))
219             z.append(float(0))
220             rest[i].append(float(1))
221
222         for j in range(0,len(sinals),1):

```

```

261         for j in range(0,len(sinals),1):
262
263             while (len(rest[j]) < len(z)):
264                 rest[j].append(float(0))
265
266             count3 += 1
267
268         elif(sinals[i] == '=' ):
269             variable.append('a'+ str(count3))
270             z.append(float(big_M))
271             rest[i].append(float(1))
272
273         for j in range(0,len(sinals),1):
274
275             while (len(rest[j]) < len(z)):
276                 rest[j].append(float(0))
277
278             count3 += 1
279
280         else:
281             pass
282
283     variable.append('b')
284     z.append(float(0))
285
286     for i in range(0,len(c_ind),1):
287         rest[i].append(c_ind[i])
288
289     print('\n\n')
290     print(variable)
291     print(' ',z)
292     for i in range(0,len(rest),1):
293         print(f'R{i+1}:',rest[i])
294
295     print()
296     print()

```

## Desenvolvimento do algoritmo

Vamos agora expor, de forma detalhada, como construímos o algoritmo em linguagem Python. Iremos fazer *print* de todo o processo da linha de comandos e, por fim, analisar o output.

```
class Simplex :

    def __init__(self):
        self.table = []
        self.variabels = []

    def objectiveFunction (self, fo: list):
        self.table.append(fo)

    def addRest (self, sa: list):
        self.table.append(sa)

    def addVariabels (self, variabel: str):
        self.variabels.append(variabel)
```

Começamos por iniciar com uma tabela vazia, a partir da qual vamos adicionar uma linha com a função objetivo (fo). De seguida, colocamos a lista com as restrições (sa). Fizemos também uma função para calcular as variáveis básicas designada *basicVariables*.

```
def basicVariabels (self) -> list:

    basic_variabels = []

    for col in range(len(self.variabels)):

        if (self.table[0][col] == 0):
            value = []

            for line in range(len(self.table)):

                if (line != 0):
                    value.append(self.table[line][col])

                else:
                    pass

            if (sum(value) == 1 and (1 or 0 in value)):
                basic_variabels.append(col)

    return basic_variabels
```



Neste momento, recorreremos à função *getEntryVar*, que é a função que escolhe a variável que entra, isto é, averigua qual o valor máximo da última linha e guarda o seu índice, retornando-o.

```
def getEntryVar (self) -> int:
    fo = []

    for col in range(len(self.table[0])-1):
        fo.append(self.table[0][col])

    c_p = max(fo)
    idx = self.table[0].index(c_p)

    return idx
```

Após estar definida a linha pivotal, procedemos à escolha da variável de saída. É, então, implementada a função *getExitVar*, onde implementamos um algoritmo para prevenir a ocorrência de *cycling*, recorrendo à Regra Lexicográfica.

```
def getExitVar (self, entry_var: int) -> int:
    result = {}
    vidx = []

    for line in range(len(self.table)):

        if (line > 0):

            if (self.table[line][entry_var] > 0):
                division = self.table[line][-1] / self.table[line][entry_var]
                result[line] = division

            else:
                pass

    idx = min(result, key=result.get)

    for line in result.keys():

        if (result[line] == min(result.values())):
            vidx.append(int(line))

    if (len(vidx)==1):
        return idx
```

```

else:
    basicv = self.basicVariavels()
    k = 0

    while (len(vidx)!=1):
        vidx = []

        for line in result.keys():

            if (line > 0):

                if (self.table[line][entry_var] > 0):
                    division = self.table[line][basicv[k]] / self.table[line][entry_var]
                    result[line] = division

                else:
                    pass

            k += 1
            idx = min(result, key=result.get)

            for line in result.keys():

                if (result[line] == min(result.values())):
                    vidx.append(int(line))

        idx = vidx[0]

    return idx

```

A função recebe a variável que entra. Abrimos um dicionário contém dois valores, a chave e o valor associado a esta chave, e ainda uma lista.

No ciclo *for*, temos o objetivo de calcular os rácios. Assim, o *if* imputado serve para garantir que não recorremos à linha 0, onde está o *z* e garante que os elementos não são negativos nem zero. Procedemos à divisão entre o *bbarra* e os elementos da coluna pivotal, este resultado é guardado no dicionário associado a cada linha. De seguida, pretendemos calcular o mínimo, onde recorremos à Regra Lexicográfica.

Implementamos, novamente, um ciclo *for*. Verificamos se existe alguma linha com valor igual ao mínimo e, caso exista, esse valor é colocado com *vidx*. Depois, verificamos se o vetor só tem 1 elemento, para salvaguardar que o mínimo é único. Caso isto aconteça irá retornar o índice da linha pivô.

Tudo isto, irá ocorrer sem que *vidx* for diferente de 1, pois o pretendido é percorrer as colunas e fazer a comparação lexicográfica.

Posto isto, criámos novamente, um ciclo *for*, pois só queremos ver os vetores que estão empatados. Depois, o código segue implementando novamente a condição de não negatividade.

Em *result[line]* entram os valores das colunas. Entretanto, o ciclo vai avançando e passa para a seguinte coluna, depois verifica se o mínimo é único e adiciona ao vetor *idx*. Enquanto o vetor não tem um único elemento (tamanho único) não sai do ciclo. Após sair, o índice é retornado.

A função *calNewPivotLine* executa a nova linha pivot, fazendo, por isso, a divisão entre a linha anterior e o pivô. A função *calNewLine* calcula as novas linhas. Assim, uma vez que a divisão já estava guardada na variável *newpivotline*, resta colocar na lista a soma da linha da tabela anterior com a *resultLine*.

```
def calNewPivotLine (self, entry_var: int, exit_var: int) -> list:
    line = self.table[exit_var]

    pivot = line[entry_var]

    new_pivot_line = [value / pivot for value in line]

    return new_pivot_line
```

```
def calNewLine(self, line: list, entry_var: int, pivotLine: list) -> list:
    pivot = float(line[entry_var] * -1.0)

    resultLine = [value * pivot for value in pivotLine]

    newLine = []

    for col in range(len(resultLine)):
        sumValue = line[col] + resultLine[col]
        newLine.append(sumValue)

    return newLine
```

Decidimos utilizar o Método do Big-M. Inicialmente, procedemos à função *BigM* para gerar um número suficientemente grande, elevando o  $\max(z)$  a 10 e caso o  $\max(z)$  seja igual a 1, este passaria a ser 2, e depois este seria elevado a 10.

```
def bigM(self, z: list, m: int) -> float:
    maxZ = max(z)

    if ( abs(maxZ) == 1):
        maxZ = 2

    big_M = float(-m*maxZ**10)

    return big_M
```

Isto garante que o valor é elevado em relação aos outros coeficientes. Na iteração seguinte, temos uma nova variável, *resultLine*, que é a multiplicação entre o valor mencionado que foi guardado na função anterior. De seguida, foi criado um ciclo que irá percorrer de novo os valores todos da linha elegida pelo Big-M e procedemos à sua soma. Por fim, o valor é mostrado após a compilação e guardado.

```
def bigMet(self, bigM: float, z: list, artVarLine: list) -> list:
    resultLine = [value * bigM for value in artVarLine]

    newZ = []

    for i in range(len(resultLine)):
        sumValue = z[i] - resultLine[i]
        newZ.append(sumValue)

    return newZ
```

Posto isto, definimos o critério de paragem. Temos de verificar se o Critério de Dantzig está satisfeito, ou seja, se cumpre o Critério de Otimalidade. Deste modo, a função *boolean* retorna positivo caso as variáveis da solução sejam positivas e repete todo o processo mencionado até o retorno final ser falso.

```
def dantzigCriterion (self) -> bool:
    positive = list(filter(lambda x: x > 0, self.table[0]))
    return False if len(positive) > 0 else True
```

Criou-se uma função `ShowTable`, para que fossem impressas as sucessivas tabelas do método simplex.

```
def showTable (self):
    max_ = []

    for col in range(len(self.table[0])):
        maxbycol = 0

        for line in range(len(self.table)):
            maxbycol = max(maxbycol, len(f"{self.table[line][col]:.2f}"))

        max_.append(maxbycol)

    for col in range(len(self.variabels)):
        print(' '*(int(max_[col]/8 +1)*8-len(f"{self.variabels[col]}")) + f"{self.variabels[col]}", end = '')

    print(' | '+' '*(int(max_[-1]/8 +1)*8-3) + 'RHS\n')

    for col in range(len(self.table[0])):
        print('-'*int(max_[col]/8 +1)*8, end = '')

    print('---')

    for line in range(len(self.table)):

        if (line == 1):

            for col in range(len(self.table[0])):
                print('-'*int(max_[col]/8 +1)*8, end = '')
            print('---')

            for col in range(len(self.table[0])):

                if ( col == len(self.table[0])-1):
                    print(' |', end='')

                print(' '*(int(max_[col]/8 +1)*8-len(f"{self.table[line][col]:.2f}")) + f"{self.table[line][col]:.2f}", end = '')

            print("\n")
```

Em seguida, é feita uma nova tabela, onde os valores da tabela anterior são substituídos pelos valores calculados recentemente. Uma vez mais, caso o retorno na função *boolean* seja positivo, é criado um ciclo para os valores, que são percorridos um a um, não saiam deste até à otimalidade ser satisfeita. Assim, será sempre impressa uma nova tabela atualizada. Isto é o que ocorre nas funções *calculate* e *solve*.

```
def calculate(self):
    entryVar = self.getEntryVar()
    firstExitLine = self.getExitVar(entryVar)
    pivotLine = self.calNewPivotLine(entryVar, firstExitLine)
    self.table[firstExitLine] = pivotLine
    tableCopy = self.table.copy()
    idx = 0

    while idx < len (self.table):

        if (idx != firstExitLine):
            line = tableCopy[idx]
            newLine = self.calNewLine(line, entryVar, pivotline)
            self.table[idx] = newLine

        idx += 1
```

```
def solve(self):
    print('Quadro 0\n')
    self.showTable()
    z = None
    x = []
    vb = []
    v = self.basicVariaveis()

    for col in range(len(v)):
        vb.append(self.variaveis[v[col]])

    print('Base basica:', vb)
    print(f'variavel a sair: {vb[self.getExitVar(self.getEntryVar())-1]}', f'variavel a entrar: {self.variaveis[self.getEntryVar()]}, sep= ' --> ')
    vb.pop(self.getExitVar(self.getEntryVar())-1)
    vb.insert(self.getExitVar(self.getEntryVar())-1, self.variaveis[self.getEntryVar()])
    self.calculate()
    print('_____ \n')
    print('Quadro 1\n')
    self.showTable()

    count = 2

    while not self.dantzigCriterion():
        print('Base basica:', vb)
        print(f'variavel a sair: {vb[self.getExitVar(self.getEntryVar())-1]}', f'variavel a entrar: {self.variaveis[self.getEntryVar()]}, sep= ' --> ')
        vb.pop(self.getExitVar(self.getEntryVar())-1)
        vb.insert(self.getExitVar(self.getEntryVar())-1, self.variaveis[self.getEntryVar()])
        self.calculate()
        print('_____ \n')
        print(f'Quadro {count}\n')
        print()
        self.showTable()
        count += 1

    print('Base basica:', vb)
    z = self.table[0][-1]

    for col in range(len(self.variaveis)):
        if ( self.variaveis[col] in vb):
            x.append(self.table[vb.index(self.variaveis[col])+1][-1])
        else:
            x.append(float(0))

    print('z(x) =', z)
    print('x =', x)
```

## Resolução dos problemas teste

### 1. Input:

```

Max - M          Min - m
M
escreva os coeficientes da função a otimizar (carregue no enter para acabar o ciclo):
x1:1
x2:9
x3:1
x4:
  ['x1', 'x2', 'x3']
z= [1.0, 9.0, 1.0]

Numero de variaveis: 3

Numero de restrições:2
R1:
x1:1
x2:2
x3:3
Escolha um sinal entre: = <= =>
sinal:<=
b1:9

R2:
x1:3
x2:2
x3:2
Escolha um sinal entre: = <= =>
sinal:<=
b2:15

R1: [1.0, 2.0, 3.0] <= 9.0
R2: [3.0, 2.0, 2.0] <= 15.0

R1: [1.0, 2.0, 3.0] <= 9.0
R2: [3.0, 2.0, 2.0] <= 15.0

criterio de nao negatividade das variaveis
x1 :
1 - positiva
2- ilimitada
3- maior que uma constante positiva

Resposta:1
x2 :
1 - positiva

```

```

Resposta:1
x2 :
1 - positiva
2- ilimitada
3- maior que uma constante positiva

Resposta:1
x3 :
1 - positiva
2- ilimitada
3- maior que uma constante positiva

Resposta:1

['x1', 'x2', 'x3', 'f1', 'f2', 'b']
[1.0, 9.0, 1.0, 0.0, 0.0, 0.0]
R1: [1.0, 2.0, 3.0, 1.0, 0.0, 9.0]
R2: [3.0, 2.0, 2.0, 0.0, 1.0, 15.0]

-----

['x1', 'x2', 'x3', 'f1', 'f2', 'b']
z= [1.0, 9.0, 1.0, 0.0, 0.0, 0.0]
R1: [1.0, 2.0, 3.0, 1.0, 0.0, 9.0]
R2: [3.0, 2.0, 2.0, 0.0, 1.0, 15.0]

-----

```

Output:

Quadro 0

x1	x2	x3	f1	f2	RHS
1.00	9.00	1.00	0.00	0.00	0.00
1.00	2.00	3.00	1.00	0.00	9.00

Quadro 1

x1	x2	x3	f1	f2	RHS
-3.50	0.00	-12.50	-4.50	0.00	-40.50
0.50	1.00	1.50	0.50	0.00	4.50
2.00	0.00	-1.00	1.00	1.00	6.00

Base basica: ['x2', 'f2']  
 $z(x) = -40.5$   
 $x = [0.0, 4.5, 0.0, 0.0, 6.0]$   
 PS C:\Users\reymy>

2. Input:

```

Max - M          Min - m
M
escreva os coeficientes da função a otimizar (carregue no enter para acabar o ciclo):
x1:4500
x2:5000
x3:3000
x4:
['x1', 'x2', 'x3']
z= [4500.0, 5000.0, 3000.0]

Numero de variaveis: 3

Numero de restrições:3
R1:
x1:5000
x2:4000
x3:2500
Escolha um sinal entre: = <= =>
sinal:<=
b1:5000

R2:
x1:400
x2:600
x3:300
Escolha um sinal entre: = <= =>
sinal:<=
b2:500

R3:
x1:1
x2:1
x3:1
Escolha um sinal entre: = <= =>
sinal:<=
b3:1

R1: [5000.0, 4000.0, 2500.0] <= 5000.0
R2: [400.0, 600.0, 300.0] <= 500.0
R3: [1.0, 1.0, 1.0] <= 1.0

R1: [5000.0, 4000.0, 2500.0] <= 5000.0
R2: [400.0, 600.0, 300.0] <= 500.0
R3: [1.0, 1.0, 1.0] <= 1.0
  
```



```

criterio de nao negatividade das variaveis
x1 :
  1 - positiva
  2 - ilimitada
  3- maior que uma constante positiva

Resposta:1
x2 :
  1 - positiva
  2 - ilimitada
  3- maior que uma constante positiva

Resposta:1
x3 :
  1 - positiva
  2 - ilimitada
  3- maior que uma constante positiva

Resposta:3
escreva a constante:0.2

['x1', 'x2', 'x3~', 'f1', 'f2', 'f3', 'b']
[4500.0, 5000.0, 3000.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0]
R1: [5000.0, 4000.0, 2500.0, 1.0, 0.0, 0.0, 4999.8]
R2: [400.0, 600.0, 300.0, 0.0, 1.0, 0.0, 499.8]
R3: [1.0, 1.0, 1.0, 0.0, 0.0, 1.0, 0.8]

-----

['x1', 'x2', 'x3~', 'f1', 'f2', 'f3', 'b']
z= [4500.0, 5000.0, 3000.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0]
R1: [5000.0, 4000.0, 2500.0, 1.0, 0.0, 0.0, 4999.8]
R2: [400.0, 600.0, 300.0, 0.0, 1.0, 0.0, 499.8]
R3: [1.0, 1.0, 1.0, 0.0, 0.0, 1.0, 0.8]

-----

```

Output:

```

Quadro 0

      x1      x2      x3~      f1      f2      f3 |      RHS
-----
4500.00 5000.00 3000.00      0.00      0.00      0.00 |      0.00
-----
5000.00 4000.00 2500.00      1.00      0.00      0.00 | 4999.80
400.00  600.00  300.00      0.00      1.00      0.00 |   499.80
1.00    1.00    1.00      0.00      0.00      1.00 |      0.80

Base basica: ['f1', 'f2', 'f3']
variavel a sair: f3 --> variavel a entrar: x2

Quadro 1

      x1      x2      x3~      f1      f2      f3 |      RHS
-----
-500.00   0.00    -2000.00      0.00      0.00    -5000.00 |    -4000.00
-----
1000.00   0.00    -1500.00      1.00      0.00    -4000.00 |    1799.80
-200.00   0.00     -300.00      0.00      1.00     -600.00 |      19.80
1.00    1.00      1.00      0.00      0.00      1.00 |      0.80

Base basica: ['f1', 'f2', 'x2']
z(x) = -4000.0
x = [0.0, 0.8, 0.0, 1799.8000000000002, 19.8000000000001, 0.0]
PS C:\Users\reymy>

```

### 3. Input:

```

Max - M          Min - m
M
escreva os coeficientes da função a otimizar (carregue no enter para acabar o ciclo):
x1:0
x2:0
x3:0
x4:0
x5:-1
x6:
['x1', 'x2', 'x3', 'x4', 'x5']
z= [0.0, 0.0, 0.0, 0.0, -1.0]

Numero de variáveis: 5

Numero de restrições:5
R1:
x1:3
x2:-2
x3:-4
x4:6
x5:-1
Escolha um sinal entre: = <= =>
sinal:<=
b1:0

R2:
x1:-4
x2:2
x3:-1
x4:-8
x5:-1
Escolha um sinal entre: = <= =>
sinal:<=
b2:0

R3:
x1:0
x2:-3
x3:-2
x4:-1
x5:-1
Escolha um sinal entre: = <= =>
sinal:<=
b3:0

R4:
x1:1
x2:1
x3:1
x4:1
x5:0
Escolha um sinal entre: = <= =>
sinal:<=
b4:1

R5:
x1:-1
x2:-1
x3:-1
x4:1
x5:0
Escolha um sinal entre: = <= =>
sinal:<=
b5:-1

R1: [3.0, -2.0, -4.0, 6.0, -1.0] <= 0.0
R2: [-4.0, 2.0, -1.0, -8.0, -1.0] <= 0.0
R3: [0.0, -3.0, -2.0, -1.0, -1.0] <= 0.0
R4: [1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 0.0] <= 1.0
R5: [-1.0, -1.0, -1.0, 1.0, 0.0] <= -1.0

R1: [3.0, -2.0, -4.0, 6.0, -1.0] <= 0.0
R2: [-4.0, 2.0, -1.0, -8.0, -1.0] <= 0.0
R3: [0.0, -3.0, -2.0, -1.0, -1.0] <= 0.0
R4: [1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 0.0] <= 1.0
R5: [1.0, 1.0, 1.0, -1.0, -0.0] => 1.0

critério de não negatividade das variáveis
x1 :
1 - positiva
2 - ilimitada
3 - maior que uma constante positiva

Resposta:1
x2 :
1 - positiva
2 - ilimitada
3 - maior que uma constante positiva

```

```

Resposta:1
x3 :
1 - positiva
2 - ilimitada
3- maior que uma constante positiva

Resposta:1
x4 :
1 - positiva
2 - ilimitada
3- maior que uma constante positiva

Resposta:1
x5 :
1 - positiva
2 - ilimitada
3- maior que uma constante positiva

Resposta:2

['x1', 'x2', 'x3', 'x4', 'x5+', 'x5-', 'f1', 'f2', 'f3', 'f4', 'f5', 'a1', 'b']
[0.0, 0.0, 0.0, 0.0, -1.0, 1.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, -1024.0, 0.0]
R1: [3.0, -2.0, -4.0, 6.0, -1.0, 1.0, 1.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0]
R2: [-4.0, 2.0, -1.0, -8.0, -1.0, 1.0, 0.0, 1.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0]
R3: [0.0, -3.0, -2.0, -1.0, -1.0, 1.0, 0.0, 0.0, 1.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0]
R4: [1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 0.0, -0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 1.0, 0.0, 0.0, 1.0]
R5: [1.0, 1.0, 1.0, -1.0, -0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, -1.0, 1.0, 1.0]

-----

['x1', 'x2', 'x3', 'x4', 'x5+', 'x5-', 'f1', 'f2', 'f3', 'f4', 'f5', 'a1', 'b']
z= [1024.0, 1024.0, 1024.0, -1024.0, -1.0, 1.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, -1024.0, 0.0, 1024.0]
R1: [3.0, -2.0, -4.0, 6.0, -1.0, 1.0, 1.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0]
R2: [-4.0, 2.0, -1.0, -8.0, -1.0, 1.0, 0.0, 1.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0]
R3: [0.0, -3.0, -2.0, -1.0, -1.0, 1.0, 0.0, 0.0, 1.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0]
R4: [1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 0.0, -0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 1.0, 0.0, 0.0, 1.0]
R5: [1.0, 1.0, 1.0, -1.0, -0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, -1.0, 1.0, 1.0]

-----

```

Output:

Quadro 0												
x1	x2	x3	x4	x5+	x5-	f1	f2	f3	f4	f5	a1	RHS
1024.00	1024.00	1024.00	-1024.00	-1.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-1024.00	0.00	1024.00
3.00	-2.00	-4.00	6.00	-1.00	1.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-4.00	2.00	-1.00	-8.00	-1.00	1.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	-3.00	-2.00	-1.00	-1.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00
1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	-0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00
1.00	1.00	1.00	-1.00	-0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-1.00	1.00	1.00
Base basica: ['f1', 'f2', 'f3', 'f4', 'a1'] variavel a sair: f1 --> variavel a entrar: x1												
Quadro 1												
x1	x2	x3	x4	x5+	x5-	f1	f2	f3	f4	f5	a1	RHS
0.00	1706.67	2389.33	-3072.00	340.33	-340.33	-341.33	0.00	0.00	0.00	-1024.00	0.00	1024.00
1.00	-0.67	-1.33	2.00	-0.33	0.33	0.33	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	-0.67	-6.33	0.00	-2.33	2.33	1.33	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	-3.00	-2.00	-1.00	-1.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	1.67	2.33	-1.00	0.33	-0.33	-0.33	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00
0.00	1.67	2.33	-3.00	0.33	-0.33	-0.33	0.00	0.00	0.00	-1.00	1.00	1.00
Base basica: ['x1', 'f2', 'f3', 'f4', 'a1'] variavel a sair: a1 --> variavel a entrar: x3												

Quadro 2												
x1	x2	x3	x4	x5+	x5-	f1	f2	f3	f4	f5	a1	RHS
0.00	0.00	0.00	0.00	-1.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-1024.00	0.00
1.00	0.29	0.00	0.29	-0.14	0.14	0.14	0.00	0.00	0.00	-0.57	0.57	0.57
0.00	3.86	0.00	-8.14	-1.43	1.43	0.43	1.00	0.00	0.00	-2.71	2.71	2.71
0.00	-1.57	0.00	-3.57	-0.71	0.71	-0.29	0.00	1.00	0.00	-0.86	0.86	0.86
0.00	0.00	0.00	2.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	1.00	-1.00	0.00
0.00	0.71	1.00	-1.29	0.14	-0.14	-0.14	0.00	0.00	0.00	-0.43	0.43	0.43
Base basica: ['x1', 'f2', 'f3', 'f4', 'x3'] variavel a sair: f3 --> variavel a entrar: x5-												
Quadro 3												
x1	x2	x3	x4	x5+	x5-	f1	f2	f3	f4	f5	a1	RHS
0.00	2.20	0.00	5.00	0.00	0.00	0.40	0.00	-1.40	0.00	1.20	-1025.20	-1.20
1.00	0.60	0.00	1.00	0.00	0.00	0.20	0.00	-0.20	0.00	-0.40	0.40	0.40
0.00	7.00	0.00	-1.00	0.00	0.00	1.00	1.00	-2.00	0.00	-1.00	1.00	1.00
0.00	-2.20	0.00	-5.00	-1.00	1.00	-0.40	0.00	1.40	0.00	-1.20	1.20	1.20
0.00	0.00	0.00	2.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	1.00	-1.00	0.00
0.00	0.40	1.00	-2.00	0.00	0.00	-0.20	0.00	0.20	0.00	-0.60	0.60	0.60
Base basica: ['x1', 'f2', 'x5-', 'f4', 'x3'] variavel a sair: f4 --> variavel a entrar: x4												
Quadro 4												
x1	x2	x3	x4	x5+	x5-	f1	f2	f3	f4	f5	a1	RHS
0.00	2.20	0.00	0.00	0.00	0.00	0.40	0.00	-1.40	-2.50	-1.30	-1022.70	-1.20
1.00	0.60	0.00	0.00	0.00	0.00	0.20	0.00	-0.20	-0.50	-0.90	0.90	0.40
0.00	7.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	1.00	-2.00	0.50	-0.50	0.50	1.00
0.00	-2.20	0.00	0.00	-1.00	1.00	-0.40	0.00	1.40	2.50	1.30	-1.30	1.20
0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.50	0.50	-0.50	0.00
0.00	0.40	1.00	0.00	0.00	0.00	-0.20	0.00	0.20	1.00	0.40	-0.40	0.60
Base basica: ['x1', 'f2', 'x5-', 'x4', 'x3'] variavel a sair: f2 --> variavel a entrar: x2												
Quadro 5												
x1	x2	x3	x4	x5+	x5-	f1	f2	f3	f4	f5	a1	RHS
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.09	-0.31	-0.77	-2.66	-1.14	-1022.86	-1.51
1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.11	-0.09	-0.03	-0.54	-0.86	0.86	0.31
0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.14	0.14	-0.29	0.07	-0.07	0.07	0.14
0.00	0.00	0.00	0.00	-1.00	1.00	-0.09	0.31	0.77	2.66	1.14	-1.14	1.51
0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.50	0.50	-0.50	0.00
0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	-0.26	-0.06	0.31	0.97	0.43	-0.43	0.54
Base basica: ['x1', 'x2', 'x5-', 'x4', 'x3'] variavel a sair: x2 --> variavel a entrar: f1												

x1	x2	x3	x4	x5+	x5-	f1	f2	f3	f4	f5	a1	RES
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.09	-0.31	-0.77	-2.66	-1.14	-1022.86	-1.51
1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.11	-0.09	-0.03	-0.54	-0.86	0.86	0.31
0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.14	0.14	-0.29	0.07	-0.07	0.07	0.14
0.00	0.00	0.00	0.00	-1.00	1.00	-0.09	0.31	0.77	2.66	1.14	-1.14	1.51
0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.50	0.50	-0.50	0.00
0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	-0.26	-0.06	0.31	0.97	0.43	-0.43	0.54

Base basica: ['x1', 'x2', 'x5-', 'x4', 'x3']  
variavel a sair: x2 --> variavel a entrar: f1

Quadro 6

x1	x2	x3	x4	x5+	x5-	f1	f2	f3	f4	f5	a1	RES
0.00	-0.60	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.40	-0.60	-2.70	-1.10	-1022.90	-1.60
1.00	-0.80	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.20	0.20	-0.60	-0.80	0.80	0.20
0.00	7.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	1.00	-2.00	0.50	-0.50	0.50	1.00
0.00	0.60	0.00	0.00	-1.00	1.00	0.00	0.40	0.60	2.70	1.10	-1.10	1.60
0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.50	0.50	-0.50	0.00
0.00	1.80	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.20	-0.20	1.10	0.30	-0.30	0.80

Base basica: ['x1', 'f1', 'x5-', 'x4', 'x3']  
z(x) = -1.6000000000000005  
x = [0.19999999999999996, 0.0, 0.8000000000000003, 0.0, 0.0, 1.6000000000000005, 1.0000000000000007, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0]  
PS C:\Users\reympy>

#### 4. Input:

```

Max - M          Min - m
M
escreva os coeficientes da função a otimizar (carregue no enter para acabar o ciclo):
x1:1
x2:-2
x3:1
x4:
['x1', 'x2', 'x3']
z= [1.0, -2.0, 1.0]

Numero de variaveis: 3

Numero de restrições:3
R1:
x1:1
x2:2
x3:1
Escolha um sinal entre: = <= =>
sinal:<=
b1:12

R2:
x1:2
x2:1
x3:-1
Escolha um sinal entre: = <= =>
sinal:<=
b2:6

R3:
x1:-1
x2:3
x3:0
Escolha um sinal entre: = <= =>
sinal:<=
b3:9

R1: [1.0, 2.0, 1.0] <= 12.0
R2: [2.0, 1.0, -1.0] <= 6.0
R3: [-1.0, 3.0, 0.0] <= 9.0

R1: [1.0, 2.0, 1.0] <= 12.0
R2: [2.0, 1.0, -1.0] <= 6.0
R3: [-1.0, 3.0, 0.0] <= 9.0

```

```

criterio de nao negatividade das variaveis
x1 :
1 - positiva
2 - ilimitada
3- maior que uma constante positiva

```

```

Resposta:1
x2 :
1 - positiva
2 - ilimitada
3- maior que uma constante positiva

```

```

Resposta:1
x3 :
1 - positiva
2 - ilimitada
3- maior que uma constante positiva

```

```

Resposta:1

```

```

['x1', 'x2', 'x3', 'f1', 'f2', 'f3', 'b']
[1.0, -2.0, 1.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0]
R1: [1.0, 2.0, 1.0, 1.0, 0.0, 0.0, 12.0]
R2: [2.0, 1.0, -1.0, 0.0, 1.0, 0.0, 6.0]
R3: [-1.0, 3.0, 0.0, 0.0, 0.0, 1.0, 9.0]

```

```

-----

['x1', 'x2', 'x3', 'f1', 'f2', 'f3', 'b']
z= [1.0, -2.0, 1.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0]
R1: [1.0, 2.0, 1.0, 1.0, 0.0, 0.0, 12.0]
R2: [2.0, 1.0, -1.0, 0.0, 1.0, 0.0, 6.0]
R3: [-1.0, 3.0, 0.0, 0.0, 0.0, 1.0, 9.0]

```

Output:

Quadro 0							
x1	x2	x3	f1	f2	f3		RHS
1.00	-2.00	1.00	0.00	0.00	0.00		0.00
1.00	2.00	1.00	1.00	0.00	0.00		12.00
2.00	1.00	-1.00	0.00	1.00	0.00		6.00
-1.00	3.00	0.00	0.00	0.00	1.00		9.00
Base basica: ['f1', 'f2', 'f3'] variavel a sair: f2 --> variavel a entrar: x1							
Quadro 1							
x1	x2	x3	f1	f2	f3		RHS
0.00	-2.50	1.50	0.00	-0.50	0.00		-3.00
0.00	1.50	1.50	1.00	-0.50	0.00		9.00
1.00	0.50	-0.50	0.00	0.50	0.00		3.00
0.00	3.50	-0.50	0.00	0.50	1.00		12.00
Base basica: ['f1', 'x1', 'f3'] variavel a sair: f1 --> variavel a entrar: x3							
Quadro 2							
x1	x2	x3	f1	f2	f3		RHS
0.00	-4.00	0.00	-1.00	0.00	0.00		-12.00
2.00	1.00	-1.00	0.00	1.00	0.00		6.00
-1.00	3.00	0.00	0.00	0.00	1.00		9.00
Base basica: ['f1', 'f2', 'f3'] variavel a sair: f2 --> variavel a entrar: x1							

## 5. Input:

```

Max - M      Min - m
M
escreva os coeficientes da função a otimizar (carregue no enter para acabar o ciclo):
x1:2
x2:1
x3:5
x4:-3
x5:
  ['x1', 'x2', 'x3', 'x4']
z= [2.0, 1.0, 5.0, -3.0]

Numero de variaveis: 4

Numero de restrições:3
R1:
x1:1
x2:2
x3:4
x4:-1
Escolha um sinal entre: = <= =>
sinal:<=
b1:6

R2:
x1:2
x2:3
x3:-1
x4:1
Escolha um sinal entre: = <= =>
sinal:<=
b2:12

R3:
x1:1
x2:0
x3:1
x4:1
Escolha um sinal entre: = <= =>
sinal:<=
b3:4

R1: [1.0, 2.0, 4.0, -1.0] <= 6.0
R2: [2.0, 3.0, -1.0, 1.0] <= 12.0
R3: [1.0, 0.0, 1.0, 1.0] <= 4.0

```

```

R1: [1.0, 2.0, 4.0, -1.0] <= 6.0
R2: [2.0, 3.0, -1.0, 1.0] <= 12.0
R3: [1.0, 0.0, 1.0, 1.0] <= 4.0

```

```

criterio de nao negatividade das variaveis
x1 :
  1 - positiva
  2- ilimitada
  3- maior que uma constante positiva

```

```

Resposta:1
x2 :
  1 - positiva
  2- ilimitada
  3- maior que uma constante positiva

```

```

Resposta:1
x3 :
  1 - positiva
  2- ilimitada
  3- maior que uma constante positiva

```

```

Resposta:1
x4 :
  1 - positiva
  2- ilimitada
  3- maior que uma constante positiva

```

```

Resposta:1

```

```

['x1', 'x2', 'x3', 'x4', 'f1', 'f2', 'f3', 'b']
[2.0, 1.0, 5.0, -3.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0]
R1: [1.0, 2.0, 4.0, -1.0, 1.0, 0.0, 0.0, 6.0]
R2: [2.0, 3.0, -1.0, 1.0, 0.0, 1.0, 0.0, 12.0]
R3: [1.0, 0.0, 1.0, 1.0, 0.0, 0.0, 1.0, 4.0]

```

```

['x1', 'x2', 'x3', 'x4', 'f1', 'f2', 'f3', 'b']
z= [2.0, 1.0, 5.0, -3.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0]
R1: [1.0, 2.0, 4.0, -1.0, 1.0, 0.0, 0.0, 6.0]
R2: [2.0, 3.0, -1.0, 1.0, 0.0, 1.0, 0.0, 12.0]
R3: [1.0, 0.0, 1.0, 1.0, 0.0, 0.0, 1.0, 4.0]

```

Output:

```

Quadro 0
      x1      x2      x3      x4      f1      f2      f3 |      RHS
-----
      2.00     1.00     5.00    -3.00     0.00     0.00     0.00 |     0.00
-----
      1.00     2.00     4.00    -1.00     1.00     0.00     0.00 |     6.00
      2.00     3.00    -1.00     1.00     0.00     1.00     0.00 |    12.00
      1.00     0.00     1.00     1.00     0.00     0.00     1.00 |     4.00

Base basica: ['f1', 'f2', 'f3']
variavel a sair: f1 --> variavel a entrar: x3

Quadro 1
      x1      x2      x3      x4      f1      f2      f3 |      RHS
-----
      0.75    -1.50     0.00    -1.75    -1.25     0.00     0.00 |    -7.50
-----
      0.25     0.50     1.00    -0.25     0.25     0.00     0.00 |     1.50
      2.25     3.50     0.00     0.75     0.25     1.00     0.00 |    13.50
      0.75    -0.50     0.00     1.25    -0.25     0.00     1.00 |     2.50

Base basica: ['x3', 'f2', 'f3']
variavel a sair: f3 --> variavel a entrar: x1

Quadro 2
      x1      x2      x3      x4      f1      f2      f3 |      RHS
-----
      0.00    -1.00     0.00    -3.00    -1.00     0.00    -1.00 |   -10.00
-----
      0.00     0.67     1.00    -0.67     0.33     0.00    -0.33 |     0.67
      0.00     5.00     0.00    -3.00     1.00     1.00    -3.00 |     6.00
      1.00    -0.67     0.00     1.67    -0.33     0.00     1.33 |     3.33

Base basica: ['x3', 'f2', 'x1']
z(x) = -10.0
x = [3.3333333333333335, 0.0, 0.6666666666666666, 0.0, 0.0, 6.0, 0.0]
PS C:\Users\reymy>

```



## 6. Input:

```

Max - M          Min - m
m
escreva os coeficientes da função a otimizar (carregue no enter para acabar o ciclo):
x1:3
x2:-1
x3:
  ['x1', 'x2']
z= [-3.0, 1.0]

Numero de variáveis: 2

Numero de restrições:4
R1:
x1:1
x2:-3
Escolha um sinal entre: = <= =>
sinal:>=
b1:-3

R2:
x1:2
x2:1
Escolha um sinal entre: = <= =>
sinal:>=
b2:-2

R3:
x1:2
x2:1
Escolha um sinal entre: = <= =>
sinal:<=
b3:8

R4:
x1:4
x2:-1
Escolha um sinal entre: = <= =>
sinal:<=
b4:16

R1: [1.0, -3.0] >= -3.0
R2: [2.0, 1.0] >= -2.0
R3: [2.0, 1.0] <= 8.0
R4: [4.0, -1.0] <= 16.0

```

```

R1: [-1.0, 3.0] <= 3.0
R2: [-2.0, -1.0] <= 2.0
R3: [2.0, 1.0] <= 8.0
R4: [4.0, -1.0] <= 16.0

critério de não negatividade das variáveis
x1 :
  1 - positiva
  2 - ilimitada
  3 - maior que uma constante positiva

Resposta:2
x2 :
  1 - positiva
  2 - ilimitada
  3 - maior que uma constante positiva

Resposta:2

['x1+', 'x1-', 'x2+', 'x2-', 'f1', 'f2', 'f3', 'f4', 'b']
[-3.0, 3.0, 1.0, -1.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0]
R1: [-1.0, 1.0, 3.0, -3.0, 1.0, 0.0, 0.0, 0.0, 3.0]
R2: [-2.0, 2.0, -1.0, 1.0, 0.0, 1.0, 0.0, 0.0, 2.0]
R3: [2.0, -2.0, 1.0, -1.0, 0.0, 0.0, 1.0, 0.0, 8.0]
R4: [4.0, -4.0, -1.0, 1.0, 0.0, 0.0, 0.0, 1.0, 16.0]

-----

['x1+', 'x1-', 'x2+', 'x2-', 'f1', 'f2', 'f3', 'f4', 'b']
z= [-3.0, 3.0, 1.0, -1.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0]
R1: [-1.0, 1.0, 3.0, -3.0, 1.0, 0.0, 0.0, 0.0, 3.0]
R2: [-2.0, 2.0, -1.0, 1.0, 0.0, 1.0, 0.0, 0.0, 2.0]
R3: [2.0, -2.0, 1.0, -1.0, 0.0, 0.0, 1.0, 0.0, 8.0]
R4: [4.0, -4.0, -1.0, 1.0, 0.0, 0.0, 0.0, 1.0, 16.0]

```

Output:

```

Quadro 0
      x1+   x1-   x2+   x2-   f1   f2   f3   f4   |   RHS
-----
-3.00  3.00   1.00 -1.00  0.00  0.00  0.00  0.00 |  0.00
-----
-1.00  1.00   3.00 -3.00  1.00  0.00  0.00  0.00 |  3.00
-2.00  2.00  -1.00  1.00  0.00  1.00  0.00  0.00 |  2.00
 2.00 -2.00   1.00 -1.00  0.00  0.00  1.00  0.00 |  8.00
 4.00 -4.00  -1.00  1.00  0.00  0.00  0.00  1.00 | 16.00

Base basica: ['f1', 'f2', 'f3', 'f4']
variavel a sair: f2 --> variavel a entrar: x1-

Quadro 1
      x1+   x1-   x2+   x2-   f1   f2   f3   f4   |   RHS
-----
 0.00  0.00   2.50 -2.50  0.00 -1.50  0.00  0.00 | -3.00
-----
 0.00  0.00   3.50 -3.50  1.00 -0.50  0.00  0.00 |  2.00
-1.00  1.00  -0.50  0.50  0.00  0.50  0.00  0.00 |  1.00
 0.00  0.00   0.00  0.00  0.00  1.00  1.00  0.00 | 10.00
 0.00  0.00  -3.00  3.00  0.00  2.00  0.00  1.00 | 20.00

Base basica: ['f1', 'x1-', 'f3', 'f4']
variavel a sair: f1 --> variavel a entrar: x2+

Quadro 2
      x1+   x1-   x2+   x2-   f1   f2   f3   f4   |   RHS
-----
 0.00  0.00   0.00  0.00 -0.71 -1.14  0.00  0.00 | -4.43
-----
 0.00  0.00   1.00 -1.00  0.29 -0.14  0.00  0.00 |  0.57
-1.00  1.00   0.00  0.00  0.14  0.43  0.00  0.00 |  1.29
 0.00  0.00   0.00  0.00  0.00  1.00  1.00  0.00 | 10.00
 0.00  0.00   0.00  0.00  0.86  1.57  0.00  1.00 | 21.71

Base basica: ['x2+', 'x1-', 'f3', 'f4']
z(x) = -4.428571428571429
x = [0.0, 1.2857142857142856, 0.5714285714285714, 0.0, 0.0, 0.0, 10.0, 21.714285714285715]
PS C:\Users\reymy>

```

## 7. Input:

```

Max - M          Min - m
M
escreva os coeficientes da função a otimizar (carregue no enter para acabar o ciclo):
x1:-3
x2:2
x3:-1
x4:1
x5:
['x1', 'x2', 'x3', 'x4']
z= [-3.0, 2.0, -1.0, 1.0]

Numero de variaveis: 4

Numero de restrições:3
R1:
x1:2
x2:-3
x3:-1
x4:1
Escolha um sinal entre: = <= =>
sinal:<=
b1:8

R2:
x1:-1
x2:2
x3:2
x4:-3
Escolha um sinal entre: = <= =>
sinal:<=
b2:10

R3:
x1:-1
x2:1
x3:-4
x4:1
Escolha um sinal entre: = <= =>
sinal:<=
b3:3

R1: [2.0, -3.0, -1.0, 1.0] <= 8.0
R2: [-1.0, 2.0, 2.0, -3.0] <= 10.0
R3: [-1.0, 1.0, -4.0, 1.0] <= 3.0

```

```

R1: [2.0, -3.0, -1.0, 1.0] <= 8.0
R2: [-1.0, 2.0, 2.0, -3.0] <= 10.0
R3: [-1.0, 1.0, -4.0, 1.0] <= 3.0

criterio de nao negatividade das variaveis
x1 :
1 - positiva
2- ilimitada
3- maior que uma constante positiva

Resposta:1
x2 :
1 - positiva
2- ilimitada
3- maior que uma constante positiva

Resposta:1
x3 :
1 - positiva
2- ilimitada
3- maior que uma constante positiva

Resposta:1
x4 :
1 - positiva
2- ilimitada
3- maior que uma constante positiva

Resposta:1

['x1', 'x2', 'x3', 'x4', 'f1', 'f2', 'f3', 'b']
[-3.0, 2.0, -1.0, 1.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0]
R1: [2.0, -3.0, -1.0, 1.0, 1.0, 0.0, 0.0, 8.0]
R2: [-1.0, 2.0, 2.0, -3.0, 0.0, 1.0, 0.0, 10.0]
R3: [-1.0, 1.0, -4.0, 1.0, 0.0, 0.0, 1.0, 3.0]

```

```

-----
['x1', 'x2', 'x3', 'x4', 'f1', 'f2', 'f3', 'b']
z= [-3.0, 2.0, -1.0, 1.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0]
R1: [2.0, -3.0, -1.0, 1.0, 1.0, 0.0, 0.0, 8.0]
R2: [-1.0, 2.0, 2.0, -3.0, 0.0, 1.0, 0.0, 10.0]
R3: [-1.0, 1.0, -4.0, 1.0, 0.0, 0.0, 1.0, 3.0]

```

Output:

Quadro 0

x1	x2	x3	x4	f1	f2	f3		RHS
-3.00	2.00	-1.00	1.00	0.00	0.00	0.00		0.00
2.00	-3.00	-1.00	1.00	1.00	0.00	0.00		8.00
-1.00	2.00	2.00	-3.00	0.00	1.00	0.00		10.00
-1.00	1.00	-4.00	1.00	0.00	0.00	1.00		3.00

Base basica: ['f1', 'f2', 'f3']  
variavel a sair: f3 --> variavel a entrar: x2

Quadro 1

x1	x2	x3	x4	f1	f2	f3		RHS
-1.00	0.00	7.00	-1.00	0.00	0.00	-2.00		-6.00
-1.00	0.00	-13.00	4.00	1.00	0.00	3.00		17.00
1.00	0.00	10.00	-5.00	0.00	1.00	-2.00		4.00
-1.00	1.00	-4.00	1.00	0.00	0.00	1.00		3.00

Base basica: ['f1', 'f2', 'x2']  
variavel a sair: f2 --> variavel a entrar: x3

Quadro 2

x1	x2	x3	x4	f1	f2	f3		RHS
-1.70	0.00	0.00	2.50	0.00	-0.70	-0.60		-8.80
0.30	0.00	0.00	-2.50	1.00	1.30	0.40		22.20
0.10	0.00	1.00	-0.50	0.00	0.10	-0.20		0.40
-0.60	1.00	0.00	-1.00	0.00	0.40	0.20		4.60

Base basica: ['f1', 'x3', 'x2']

Traceback (most recent call last):

File "c:\Users\rey\OneDrive\Área de Trabalho\Simplex\iniciarSimplex.py", line 380, in <module>

simplex.solve()

File "c:\Users\rey\OneDrive\Área de Trabalho\Simplex\simplex.py", line 234, in solve

print(f'variavel a sair: {vb[self.getExitVar(self.getEntryVar()-1)]}, f'variavel a entrar: {self.variabels[self.getEntryVar()]}, sep= ' --> ')

File "c:\Users\rey\OneDrive\Área de Trabalho\Simplex\simplex.py", line 67, in getExitVar

idx = min(result, key=result.get)

ValueError: min() arg is an empty sequence

PS C:\Users\rey>

## 8. Input:

```

Max - M      Min - m
m
escreva os coeficientes da função a otimizar (carregue no enter para acabar o ciclo):
x1:-3/4
x2:20
x3:-1/2
x4:6
x5:
['x1', 'x2', 'x3', 'x4']
z= [0.75, -20.0, 0.5, -6.0]

Numero de variaveis: 4

Numero de restrições:3
R1:
x1:1/4
x2:-8
x3:-1
x4:9
Escolha um sinal entre: = <= =>
sinal:<=
b1:0

R2:
x1:1/2
x2:-12
x3:-1/2
x4:3
Escolha um sinal entre: = <= =>
sinal:<=
b2:0

R3:
x1:0
x2:0
x3:1
x4:0
Escolha um sinal entre: = <= =>
sinal:<=
b3:1

R1: [0.25, -8.0, -1.0, 9.0] <= 0.0
R2: [0.5, -12.0, -0.5, 3.0] <= 0.0
R3: [0.0, 0.0, 1.0, 0.0] <= 1.0

```

```

R1: [0.25, -8.0, -1.0, 9.0] <= 0.0
R2: [0.5, -12.0, -0.5, 3.0] <= 0.0
R3: [0.0, 0.0, 1.0, 0.0] <= 1.0

criterio de nao negatividade das variaveis
x1 :
1 - positiva
2 - ilimitada
3- maior que uma constante positiva

Resposta:1
x2 :
1 - positiva
2 - ilimitada
3- maior que uma constante positiva

Resposta:1
x3 :
1 - positiva
2 - ilimitada
3- maior que uma constante positiva

Resposta:1
x4 :
1 - positiva
2 - ilimitada
3- maior que uma constante positiva

Resposta:1

['x1', 'x2', 'x3', 'x4', 'f1', 'f2', 'f3', 'b']
[0.75, -20.0, 0.5, -6.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0]
R1: [0.25, -8.0, -1.0, 9.0, 1.0, 0.0, 0.0, 0.0]
R2: [0.5, -12.0, -0.5, 3.0, 0.0, 1.0, 0.0, 0.0]
R3: [0.0, 0.0, 1.0, 0.0, 0.0, 0.0, 1.0, 1.0]

```

## Output

Quadro 0

x1	x2	x3	x4	f1	f2	f3	RHS
0.75	-20.00	0.50	-6.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.25	-8.00	-1.00	9.00	1.00	0.00	0.00	0.00
0.50	-12.00	-0.50	3.00	0.00	1.00	0.00	0.00
0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	1.00	1.00

Base basica: ['f1', 'f2', 'f3']  
variavel a sair: f2 --> variavel a entrar: x1

Quadro 1

x1	x2	x3	x4	f1	f2	f3		RHS
0.00	-2.00	1.25	-10.50	0.00	-1.50	0.00		0.00
0.00	-2.00	-0.75	7.50	1.00	-0.50	0.00		0.00
1.00	-24.00	-1.00	6.00	0.00	2.00	0.00		0.00
0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	1.00		1.00

Base basica: ['f1', 'x1', 'f3']  
variavel a sair: f3 --> variavel a entrar: x3

---

Quadro 2

x1	x2	x3	x4	f1	f2	f3		RHS
0.00	-2.00	0.00	-10.50	0.00	-1.50	-1.25		-1.25
0.00	-2.00	0.00	7.50	1.00	-0.50	0.75		0.75
1.00	-24.00	0.00	6.00	0.00	2.00	1.00		1.00
0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	1.00		1.00

Base basica: ['f1', 'x1', 'x3']  
z(x) = -1.25  
x = [1.0, 0.0, 1.0, 0.0, 0.75, 0.0, 0.0]  
PS C:\Users\reymy>

## 9. Input:

```

Max - M      Min - m
m
escreva os coeficientes da função a otimizar (carregue no enter para acabar o ciclo):
x1:-2
x2:2
x3:1
x4:1
x5:
['x1', 'x2', 'x3', 'x4']
z= [2.0, -2.0, -1.0, -1.0]

Numero de variaveis: 4

Numero de restrições:3
R1:
x1:1
x2:2
x3:1
x4:1
Escolha um sinal entre: = <= =>
sinal:<=
b1:2

R2:
x1:1
x2:-1
x3:1
x4:2
Escolha um sinal entre: = <= =>
sinal:>=
b2:3

R3:
x1:2
x2:-1
x3:1
x4:0
Escolha um sinal entre: = <= =>
sinal:>=
b3:2

R1: [1.0, 2.0, 1.0, 1.0] <= 2.0
R2: [1.0, -1.0, 1.0, 2.0] >= 3.0
R3: [2.0, -1.0, 1.0, 0.0] >= 2.0

```

```

R1: [1.0, 2.0, 1.0, 1.0] <= 2.0
R2: [1.0, -1.0, 1.0, 2.0] >= 3.0
R3: [2.0, -1.0, 1.0, 0.0] >= 2.0

critério de não negatividade das variáveis
x1 :
1 - positiva
2 - ilimitada
3 - maior que uma constante positiva

Resposta:1
x2 :
1 - positiva
2 - ilimitada
3 - maior que uma constante positiva

Resposta:1
x3 :
1 - positiva
2 - ilimitada
3 - maior que uma constante positiva

Resposta:1
x4 :
1 - positiva
2 - ilimitada
3 - maior que uma constante positiva

Resposta:1

['x1', 'x2', 'x3', 'x4', 'f1', 'f2', 'f3', 'a1', 'a2', 'b']
[2.0, -2.0, -1.0, -1.0, 0.0, 0.0, 0.0, 1024.0, 1024.0, 0.0]
R1: [1.0, 2.0, 1.0, 1.0, 1.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 2.0]
R2: [1.0, -1.0, 1.0, 2.0, 0.0, -1.0, 0.0, 1.0, 0.0, 3.0]
R3: [2.0, -1.0, 1.0, 0.0, 0.0, 0.0, -1.0, 0.0, 1.0, 2.0]

```

## Output:

Quadro 0

x1	x2	x3	x4	f1	f2	f3	a1	a2		RHS
-3070.00	2046.00	-2049.00	-2049.00	0.00	1024.00	1024.00	0.00	0.00		-5120.00
1.00	2.00	1.00	1.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00		2.00
1.00	-1.00	1.00	2.00	0.00	-1.00	0.00	1.00	0.00		3.00
2.00	-1.00	1.00	0.00	0.00	0.00	-1.00	0.00	1.00		2.00

Base básica: ['f1', 'a1', 'a2']  
variável a sair: f1 --> variável a entrar: x2

Quadro 1

x1	x2	x3	x4	f1	f2	f3	a1	a2		RHS
-4093.00	0.00	-3072.00	-3072.00	-1023.00	1024.00	1024.00	0.00	0.00		-7166.00
0.50	1.00	0.50	0.50	0.50	0.00	0.00	0.00	0.00		1.00
1.50	0.00	1.50	2.50	0.50	-1.00	0.00	1.00	0.00		4.00
2.50	0.00	1.50	0.50	0.50	0.00	-1.00	0.00	1.00		3.00

Base básica: ['x2', 'a1', 'a2']  
Traceback (most recent call last):  
File "c:\Users\rey\OneDrive\Área de Trabalho\Simplex\iniciarSimplex.py", line 380, in <module>  
simplex.solve()  
File "c:\Users\rey\OneDrive\Área de Trabalho\Simplex\simplex.py", line 234, in solve  
print(f'variável a sair: {v0[self.getExitVar(self.getEntryVar()-1)]}', f'variável a entrar: {self.variables[self.getEntryVar()]})', sep=' --> ')  
File "c:\Users\rey\OneDrive\Área de Trabalho\Simplex\simplex.py", line 67, in getExitVar  
idx = min(result, key=result.get)  
ValueError: min() arg is an empty sequence  
PS C:\Users\rey>

## 10. Input:

```

Max - M          Min - m
M
escreva os coeficientes da função a otimizar (carregue no enter para acabar o ciclo):
x1:4
x2:5
x3:-3
x4:
  ['x1', 'x2', 'x3']
z= [4.0, 5.0, -3.0]

Numero de variaveis: 3

Numero de restrições:3
R1:
x1:1
x2:1
x3:1
Escolha um sinal entre: = <= =>
sinal:=
b1:10

R2:
x1:1
x2:-1
x3:0
Escolha um sinal entre: = <= =>
sinal:>=
b2:1

R3:
x1:1
x2:3
x3:1
Escolha um sinal entre: = <= =>
sinal:<=
b3:14

R1: [1.0, 1.0, 1.0] = 10.0
R2: [1.0, -1.0, 0.0] >= 1.0
R3: [1.0, 3.0, 1.0] <= 14.0

R1: [1.0, 1.0, 1.0] = 10.0
R2: [1.0, -1.0, 0.0] >= 1.0
R3: [1.0, 3.0, 1.0] <= 14.0

```

```

critério de não negatividade das variáveis
x1 :
  1 - positiva
  2 - ilimitada
  3 - maior que uma constante positiva

Resposta:1
x2 :
  1 - positiva
  2 - ilimitada
  3 - maior que uma constante positiva

Resposta:1
x3 :
  1 - positiva
  2 - ilimitada
  3 - maior que uma constante positiva

Resposta:1

['x1', 'x2', 'x3', 'f1', 'f2', 'a1', 'a2', 'b']
[4.0, 5.0, -3.0, 0.0, 0.0, -9765625.0, -9765625.0, 0.0]
R1: [1.0, 1.0, 1.0, 0.0, 0.0, 1.0, 0.0, 10.0]
R2: [1.0, -1.0, 0.0, -1.0, 0.0, 0.0, 1.0, 1.0]
R3: [1.0, 3.0, 1.0, 0.0, 1.0, 0.0, 0.0, 14.0]

-----

['x1', 'x2', 'x3', 'f1', 'f2', 'a1', 'a2', 'b']
z= [19531254.0, 5.0, 9765622.0, -9765625.0, 0.0, 0.0, 0.0, 107421875.0]
R1: [1.0, 1.0, 1.0, 0.0, 0.0, 1.0, 0.0, 10.0]
R2: [1.0, -1.0, 0.0, -1.0, 0.0, 0.0, 1.0, 1.0]
R3: [1.0, 3.0, 1.0, 0.0, 1.0, 0.0, 0.0, 14.0]

```



Output:

Quadro 0

	x1	x2	x3	f1	f2	a1	a2		RHS
	19531254.00	5.00	9765622.00	-9765625.00	0.00	0.00	0.00		107421875.00
	1.00	1.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00		10.00
	1.00	-1.00	0.00	-1.00	0.00	0.00	1.00		1.00
	1.00	3.00	1.00	0.00	1.00	0.00	0.00		14.00

Base basica: ['f2', 'a1', 'a2']  
variavel a sair: a1 --> variavel a entrar: x1

Quadro 1

	x1	x2	x3	f1	f2	a1	a2		RHS
	0.00	19531259.00	9765622.00	9765629.00	0.00	0.00	-19531254.00		87890621.00
	0.00	2.00	1.00	1.00	0.00	1.00	-1.00		9.00
	1.00	-1.00	0.00	-1.00	0.00	0.00	1.00		1.00
	1.00	0.00	0.25	-0.75	0.25	0.00	0.75		4.25
	0.00	1.00	0.25	0.25	0.25	0.00	-0.25		3.25

Base basica: ['f2', 'x1', 'x2']  
variavel a sair: f2 --> variavel a entrar: f1

Quadro 3

	x1	x2	x3	f1	f2	a1	a2		RHS
	0.00	0.00	-7.00	0.00	-0.50	-9765628.50	-9765625.00		-42.00
	0.00	0.00	1.00	1.00	-1.00	2.00	-1.00		5.00
	1.00	0.00	1.00	0.00	-0.50	1.50	0.00		8.00
	0.00	1.00	0.00	0.00	0.50	-0.50	0.00		2.00

Base basica: ['f1', 'x1', 'x2']  
z(x) = -42.0  
x = [8.0, 2.0, 0.0, 5.0, 0.0, 0.0, 0.0]  
PS C:\Users\reymy>

11. Input:

```

Max - M          Min - m
M
escreva os coeficientes da função a otimizar (carregue no enter para acabar o ciclo):
x1:5
x2:-2
x3:1
x4:
  ['x1', 'x2', 'x3']
z= [5.0, -2.0, 1.0]

Numero de variaveis: 3

Numero de restrições:2
R1:
x1:2
x2:4
x3:1
Escolha um sinal entre: = <= =>
sinal:<=
b1:6

R2:
x1:2
x2:1
x3:3
Escolha um sinal entre: = <= =>
sinal:>=
b2:2

R1: [2.0, 4.0, 1.0] <= 6.0
R2: [2.0, 1.0, 3.0] >= 2.0

R1: [2.0, 4.0, 1.0] <= 6.0
R2: [2.0, 1.0, 3.0] >= 2.0

criterio de nao negatividade das variaveis
x1 :
1 - positiva
2- ilimitada
3- maior que uma constante positiva

Resposta:1
x2 :
1 - positiva
2- ilimitada
3- maior que uma constante positiva

Resposta:1
x3 :
1 - positiva
2- ilimitada
3- maior que uma constante positiva

Resposta:2

['x1', 'x2', 'x3+', 'x3-', 'f1', 'f2', 'a1', 'b']
[5.0, -2.0, 1.0, -1.0, 0.0, 0.0, -9765625.0, 0.0]
R1: [2.0, 4.0, 1.0, -1.0, 1.0, 0.0, 0.0, 6.0]
R2: [2.0, 1.0, 3.0, -3.0, 0.0, -1.0, 1.0, 2.0]

-----

['x1', 'x2', 'x3+', 'x3-', 'f1', 'f2', 'a1', 'b']
z= [19531255.0, 9765623.0, 29296876.0, -29296876.0, 0.0, -9765625.0, 0.0, 19531250.0]
R1: [2.0, 4.0, 1.0, -1.0, 1.0, 0.0, 0.0, 6.0]
R2: [2.0, 1.0, 3.0, -3.0, 0.0, -1.0, 1.0, 2.0]

```

## Output:

Quadro 0								
x1	x2	x3+	x3-	f1	f2	a1		RHS
19531255.00	9765623.00	29296876.00	-29296876.00	0.00	-9765625.00	0.00		19531250.00
2.00	4.00	1.00	-1.00	1.00	0.00	0.00		6.00
2.00	1.00	3.00	-3.00	0.00	-1.00	1.00		2.00
Base basica: ['f1', 'a1'] variavel a sair: a1 --> variavel a entrar: x3+								
Quadro 1								
x1	x2	x3+	x3-	f1	f2	a1		RHS
4.33	-2.33	0.00	0.00	0.00	0.33	-9765625.33		-0.67
1.33	3.67	0.00	0.00	1.00	0.33	-0.33		5.33
0.67	0.33	1.00	-1.00	0.00	-0.33	0.33		0.67
Base basica: ['f1', 'x3+'] variavel a sair: x3+ --> variavel a entrar: x1								

```

Quadro 2

      x1      x2      x3+      x3-      f1      f2      a1 | RHS
-----
0.00  -4.50  -6.50   6.50   0.00   2.50  -9765627.50 | -5.00
-----
0.00   3.00  -2.00   2.00   1.00   1.00   -1.00 |  4.00
1.00   0.50   1.50  -1.50   0.00  -0.50    0.50 |  1.00

Base basica: ['f1', 'x1']
variavel a sair: f1 --> variavel a entrar: x3-

Quadro 3

      x1      x2      x3+      x3-      f1      f2      a1 | RHS
-----
0.00  -14.25   0.00   0.00  -3.25  -0.75  -9765624.25 | -18.00
-----
0.00   1.50  -1.00   1.00   0.50   0.50   -0.50 |  2.00
1.00   2.75   0.00   0.00   0.75   0.25   -0.25 |  4.00

Base basica: ['x3-', 'x1']
z(x) = -18.00000000745058
x = [3.9999999999999996, 0.0, 0.0, 1.9999999999999998, 0.0, 0.0, 0.0]
PS C:\Users\reymy>

```