

Universidade Federal de Alagoas  
Instituto de Computação

Redes de Petri - Professor Leandro Dias  
Luana Júlia Nunes Ferreira

Projeto final: Simulação da pandemia de COVID-19 utilizando  
Redes de Petri  
26 de maio de 2021

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>3</b>
1.1	Contexto . . . . .	3
1.2	Modelo SEIR . . . . .	3
1.3	Redes de Petri . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Objetivos</b>	<b>6</b>
<b>3</b>	<b>Simulação</b>	<b>7</b>
3.1	Simulação em Python . . . . .	7
3.2	Simulação no CPN Tools . . . . .	7
<b>4</b>	<b>Resultados</b>	<b>8</b>
<b>5</b>	<b>Discussão e considerações finais</b>	<b>10</b>

# 1 Introdução

## 1.1 Contexto

No dia 30 de janeiro de 2020 a Organização Mundial da Saúde passou a considerar a COVID-19 como uma emergência de saúde pública de interesse internacional [1]. O primeiro surto da doença aconteceu na cidade de Wuhan, na China, mas logo espalhou-se por todos os países. A partir daí, cientistas do mundo inteiro uniram-se para estudar modelos epidemiológicos que ajudassem a compreender a doença causada pela mutação do coronavírus, Sars-CoV-2, buscando encontrar medidas eficientes de combate ao vírus [2].

Nessa perspectiva, foi amplamente utilizado o modelo epidemiológico compartimental SEIR (*Susceptible - Exposed - Infected - Removed*) [3] para estudar a pandemia. A COVID-19 é uma doença infecciosa e contagiosa que paralisou o mundo em poucas semanas. Até o presente momento, mais de 400 mil pessoas já faleceram devido às complicações da infecção por coronavírus apenas no Brasil [4] e mais de 3 milhões no mundo todo [5].

Medidas não-farmacêuticas, como a supressão e a mitigação, demonstraram-se muito eficientes na redução da taxa de reprodução do vírus [6], ou seja, o número de pessoas que cada infectado pode contaminar, e no impacto que a doença poderá ter no corpo humano, diminuindo o agravamento do quadro de saúde do paciente. A aplicação dessas medidas, no entanto, não foi apropriadamente executada no Brasil, pois o *lockdown*, a quarentena e o distanciamento social foram negligenciados pelos cidadãos e por algumas autoridades, causando o colapso do sistema de saúde público e privado em muitas cidades [7].

## 1.2 Modelo SEIR

No universo dos modelos epidemiológicos comportamentais, podemos encontrar o modelo SEIR [3], o qual é baseado em estados. Nesse modelo, um indivíduo encontra-se em apenas um estado por vez, sendo estes:

- $S \rightarrow$  fração de indivíduos suscetíveis, aptos a contrair a doença;
- $E \rightarrow$  fração de indivíduos expostos, infectados mas não infecciosos;
- $I \rightarrow$  fração de indivíduos infecciosos, capazes de transmitir a doença;
- $R \rightarrow$  fração de indivíduos recuperados e/ou removidos;

Como os valores dessas frações estão normalizados em relação a população total  $N$ , temos que:

$$S + E + I + R = 1 \quad (1)$$

Além disso, são considerados que a taxa de mortalidade é igual a taxa de natalidade  $\mu$ , o período latente médio para a doença é  $1/\alpha$  e o período infeccioso médio é  $1/\gamma = 1/14$ , visto que o período de incubação do vírus é de aproximadamente 14 dias [2]. Entretanto, esse modelo preditivo pressupõe que os indivíduos recuperados adquirem imunidade permanente ao vírus, hipótese que já foi descartada pelos cientistas [8].

Daí, temos que:

$$S(t) = S(0)e^{\frac{-R_0(R(t)-R(0))}{N}} \quad (2)$$

onde,

- $S(0)$ : nº inicial de pessoas suscetíveis;
- $R(0)$ : nº inicial de pessoas removidas/recuperadas;
- $N$ : constância da população;
- $R_0$ : número de reprodução básico;
- $S(t)$ : nº de indivíduos suscetíveis em função do tempo;
- $R(t)$ : nº de indivíduos removidos/recuperados em função do tempo.

Sendo  $\beta$  a taxa de contato em função do tempo  $\beta = \beta(t)$ , obtemos o seguinte conjunto de equações diferenciais:

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = \mu - \beta(t)SI - \mu S \\ \frac{dE}{dt} = \beta(t)SI - (\mu + \alpha)E \\ \frac{dI}{dt} = \alpha E - (\mu + \gamma)I \end{cases} \quad (3)$$

Quando  $\beta = \beta_0 = cte.$ , então:

$$R_0 = \frac{\beta_0 \alpha}{(\mu + \alpha)(\mu + \gamma)} \quad (4)$$

Formalizando matematicamente, temos que o modelo é definido por uma quádrupla, de modo que:

$$\begin{aligned} (S(t), E(t), I(t), R(t)) \in \{ (S, E, I, R) \in [0, 1]^4 : \\ 0 \leq S \leq 1; 0 \leq E \leq 1; 0 \leq I \leq 1; 0 \leq R \leq 1; \\ S + E + I + R = 1 \} \end{aligned} \quad (5)$$

Daí, é possível inferir que quando o modelo atinge o valor  $(S, E, I, R) = (1, 0, 0, 0)$ , temos o estado de equilíbrio livre da doença.

O modelo SEIR, apesar de ter sido bastante útil nos comitês científicos de combate à pandemia em todo o mundo, é falho no quesito imunidade permanente, além de não tratar possíveis mutações.

### 1.3 Redes de Petri

As Redes de Petri são uma ferramenta gráfica e matemática que referem-se a uma rede utilizada para modelar vários sistemas, tais quais sistemas distribuídos, sistemas probabilísticos, protocolos, redes de computadores etc. Constitui-se basicamente de um conjunto de estados alcançáveis e transições geridos por um conjunto de regras [9]. A Rede de Petri é formalmente descrita como uma tupla da forma:

$$CPN = (P, T, A, \Sigma, V, e, G, E, I) \quad (6)$$

onde os termos da tupla representam:

- P: conjunto finito de estados alcançáveis
- T: conjunto finito de transições possíveis
- A: conjunto finito de arcos (direcionados)
- $\Sigma$ : conjunto finito de colour-sets (tipos de variáveis)
- V: conjunto finito de variáveis
- e: função colour-set
- G: função de guarda
- E: função expressão de arco

- I: função de inicialização

Observa-se que os conjuntos P e T são disjuntos, pois um estado não pode ser uma transição e vice-versa.

O uso de simulação de uma Rede de Petri em um fluxo de trabalho de um hospital mostrou um diagrama 62,3% mais eficiente no tempo de espera de pacientes com COVID-19 [10]. Sendo assim, são excelentes alternativas para o gerenciamento de unidades hospitalares. Além disso, o uso de Redes de Petri estocásticas combinadas com ferramentas de desenvolvimento mobile puderam monitorar a disponibilidade de leitos hospitalares para os pacientes com COVID-19 no Brasil baseando-se no Protocolo de Manchester [11].

## 2 Objetivos

Neste projeto propõe-se a modelagem com Redes de Petri do processo infeccioso do coronavírus em um ser humano utilizando a ferramenta CPN Tools e com base em algumas modificações do modelo epidemiológico SEIR.

O modelo proposto é o SEIRS ((*Susceptible - Exposed - Infected - Recovered - Susceptible*)), onde a imunização é temporária para os indivíduos recuperados, os quais tornam-se suscetíveis à infecção após um breve período de tempo. Em virtude dessa modificação, temos as seguintes equações diferenciais:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dS}{dt} = \mu - \beta(t)SI - \mu S \\ \frac{dE}{dt} = \beta(t)SI - (\mu + \alpha)E \\ \frac{dI}{dt} = \alpha E - (\mu + \gamma)I \\ \frac{dR}{dt} = \gamma I - \mu R \end{array} \right. \quad (7)$$

A partir dessa simulação, deseja-se compreender:

1. a porcentagem de indivíduos que eventualmente será infectada;
2. como o vírus é espalhado entre os indivíduos;
3. qual a porcentagem de indivíduos que virá a óbito;
4. qual o tempo médio de imunização temporária após a cura;
5. qual a porcentagem de indivíduos que ficarão curados;

## 3 Simulação

### 3.1 Simulação em Python

O código em Python para simular as equações diferenciais descritas em (7) encontra-se em <https://github.com/ferreiraluana/SEIRS-petri>. A principal função do modelo é:

```
def model(S,t):  
  
    S0 = 1000000  
    mi = 0.0001422  
    R0 = 2.1  
    N = 2200000  
    gamma = 14  
    alpha = 14  
  
    S = 1000000  
    E = 90  
    I = 15  
    R = 10  
  
    dsdt = mi - beta(t)*S*I-mi*S  
    dEdt = beta(t)*S*I-(mi+alpha)*E  
    dIdt = alpha*E-(mi+gamma)*I  
    dRdt = gamma*I- mi*R  
  
    dzdt = [dsdt,dEdt,dIdt,dRdt]  
  
    return dzdt
```

### 3.2 Simulação no CPN Tools

A partir do *dataset* obtido por essa função, foi utilizada a função *odeint* da biblioteca *scipy.integrate* da seguinte forma:

```
z = odeint(model,state,t)
```

A partir dos valores numéricos obtidos, foi possível realizar a modelagem no *CPN Tools*, conforme demonstrado na figura (1):

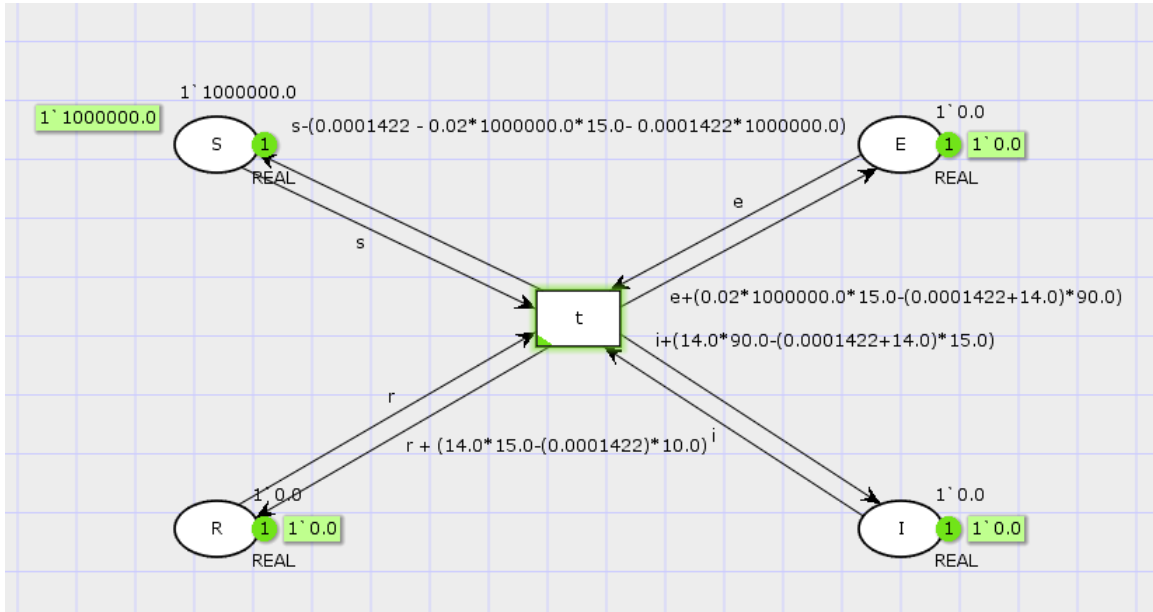


Figura 1: Modelo SEIRS no CPN Tools

## 4 Resultados

Os resultados obtidos na simulação também foram plotados para fins de esclarecimento:

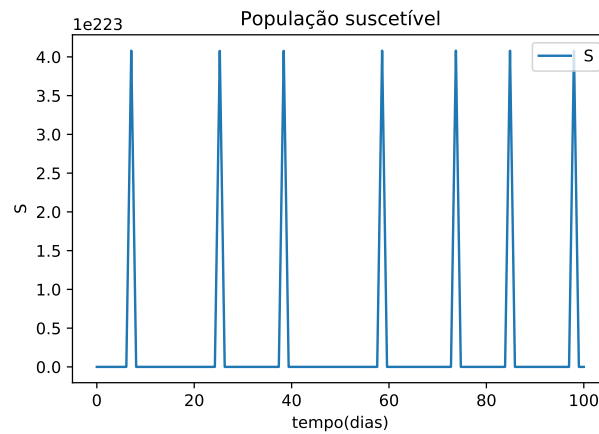


Figura 2: População suscetível ao longo do tempo



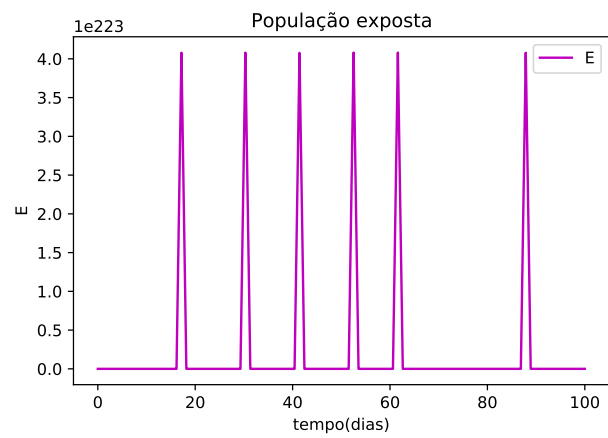


Figura 3: População exposta ao longo do tempo

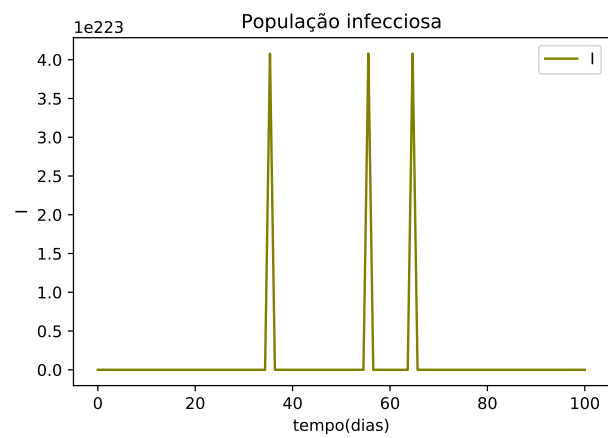


Figura 4: População infecciosa ao longo do tempo

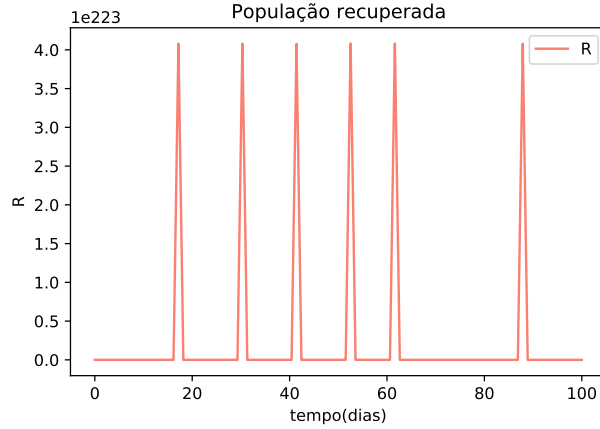


Figura 5: População recuperada ao longo do tempo

## 5 Discussão e considerações finais

Da modelagem em CPN Tools, observamos com mais clareza a velocidade de contágio e espalhamento da doença infecciosa, pois em apenas alguns passos, boa parte da população já está em contato com o vírus. As figuras (2), (3), (4) e (5) mostram que rapidamente a população recuperada pode adoecer novamente, a infecção espalha-se rapidamente e a quase totalidade de uma população será eventualmente infectada.

Uma possível continuação desse trabalho seria introduzir a presença de mutações conforme a taxa de contato varie ao longo do tempo, além de uma porcentagem crescente no tempo de imunizações induzidas pela vacinação.

## Referências

- [1] Fairoza Amira Binti Hamzah, Lau. Cher Han, Hafeez Nazri, Ligot. Dominic Vincent, Guanhua Lee, Tan. Cheng Liang, Shaib. Mohammad Khursani Bin Mohd, Zaidon. Umami Hasanah Binti, Abdullah. Adina Binti, Chung. Ming Hong, and et al. Coronatracker: World-wide covid-19 outbreak data analysis and prediction. Mar 2020.
- [2] Krerley Oliveira. Adriano Barbosa. Bruno Pimentel. Fernanda Matias. Francisco Moura. Marcelo Lyra. Rafael Nóbrega. Sérgio Lira. Thales Vieira. Xu Yang et al. Dashboard covid-19. universidade federal de alagoas, 2020.
- [3] Michael Lingzhi Li. Hamza Tazi Bouardi. Omar Skali Lami. Nikolaos Trichakis. Thomas Trikalinos. Mohammad Fazel Zarandi and Dimitris Bertsimas. Overview of delphi model v3 - covidanalytics, July 2020.
- [4] BBC. Covid-19: Brasil tem mais de 2,6 mil mortes em 24h, e total ultrapassa 406 mil óbitos. <https://www.bbc.com/portuguese/brasil-51713943>, Abril 2021.
- [5] BBC. Covid map: Coronavirus cases, deaths, vaccinations by country. <https://www.bbc.com/news/world-51235105>, Maio 2021.
- [6] Ferguson. Neil, Laydon. Daniel, Nedjati-Gilani. Gemma, Imai. Natsuko, Ainslie. Kylie, Baguelin. Marc, Bhatia. Sangeeta, Boonyasiri. Adhiratha, Cucunubá. Zulma, and Cuomo-Dannenburg. Gina et al. Report 9: Impact of non-pharmaceutical interventions (npis) to reduce covid19 mortality and healthcare demand. *Imperial College London*, 10(77482):491–497, 2020.
- [7] BBC. Manaus virou capital mundial da covid-19 e lockdown é única alternativa, diz pesquisador. <https://www.bbc.com/portuguese/brasil-55681527>, Janeiro 2021.
- [8] Fundação Oswaldo Cruz. Reinfecção por covid-19 pode vir acompanhada de sintomas mais fortes. <https://portal.fiocruz.br/noticia/reinfeccao-por-covid-19-pode-vir-acompanhada-de-sintomas-mais-fortes-0>, Abril 2021.

- [9] Tadao Murata. Petri nets: Properties, analysis and applications. *Proceedings of the IEEE*, 77(4):541–580, 1989.
- [10] Masoomeh Zeinalnezhad, Abdoulmohammad Gholamzadeh Chofreh, Feybi Ariani Goni, Jiří Jaromír Klemes, and Emelia Sari. Simulation and improvement of patients’ workflow in heart clinics during covid-19 pandemic using timed coloured petri nets. *International Journal of Environmental Research and Public Health*, 17(22):8577, 2020.
- [11] Paulo Rodrigues de Souza, Diego Rodrigues Andrade Simão, Alice Ramalho Tavares, Anielle Rodrigues da Silva, Anna Zarife Feres Micheletti, Anne Lara Moreira Gomes, Danielle Ruas, Eduarda Luiza Loschi de Araújo Santos, Fernanda Vasconcelos Pacheco, and Gabriela et al. Raposo. Direcionasus: Mobile applications and stochastic timed petri nets for referral of patients and dimensioning hospital beds for health services.