Universidade Federal de Alagoas
Instituto de Computação

Monitoria de Linguagens Formais, Autômatos e Computabilidade
Professor Leandro Dias

Luana Júlia Nunes Ferreira, Mateus Fernando Felismino da Silva Patriota

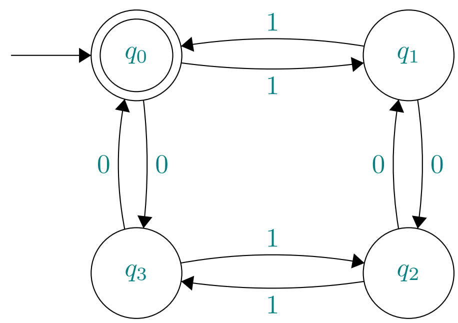
Sumário

1 Linguagens Regulares

1.1 Autômato Finito Determinístico

Questão 1. *Construa um AFD tal que* $L(M) = \{w \mid w \in \{0,1\}^*$ *e possua um número par de ocorrências de 0´s e de 1´s*$\}$.

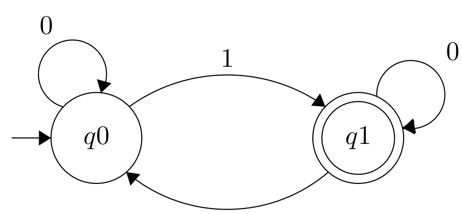
Solução 1. *Uma representação possível é:*



Questão 2. *Construa um AFD que aceite cadeias sequenciais de "abc"em ocorrências pares.*

Solução 2. *O autômato pode ser representado por: todo*

Questão 3. *Para o autômato dado: Dê a definição formal; construa a tabela da função programa; mostre a computação da palavra 00100; que autômato é esse? Que linguagem ele reconhece?*



Solução 3. *Definição formal:* $M = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F)$, *de modo que:*

- $\Sigma = \{0, 1\}$
- $Q = \{q_0, q_1\}$
- $\delta = \{\delta(q_0, 0) = q_0; \delta(q_0, 1) = q_1; \delta(q_1, 0) = q_0; \delta(q_1, 1) = q_0\}$
- $q_0 = q_0$
- $F = \{q_1\}$

Função computação:

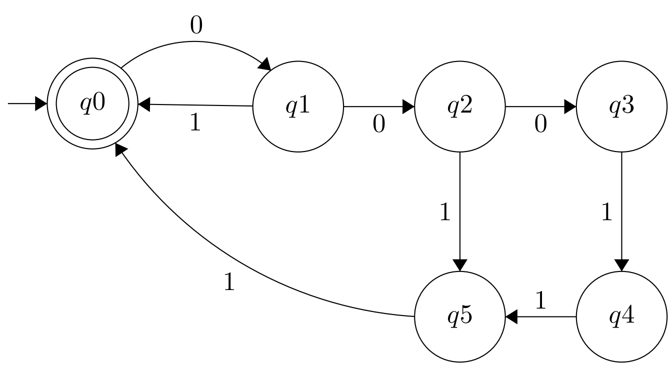
δ	0	1
q_0	q_0	q_1
q_1	q_1	q_0

Computação da palavra $w = 00100$*:*

$$\begin{cases} \delta^*(q_0, 00100) & = \delta^*(\delta(q_0, 0), 0100) & = \delta^*(q_0, 0100) \\ = \delta^*(\delta(q_0, 0), 100) & = \delta^*(q_0, 100) & = \delta^*(\delta(q_0, 1), 00) \\ = \delta^*(q_1, 00) & = \delta^*(\delta(q_1, 0), 0) & = \delta^*(q_1, 0) \\ = \delta^*(\delta(q_1, 0), \epsilon) & = \delta^*(q_1, \epsilon) & = q_1 \end{cases}$$

Esse autômato é um AFD (Autômato Finito Determinístico) e reconhece as linguagens sobre o alfabeto $\{0, 1\}$ *que contenham um número ímpar de 1's.*

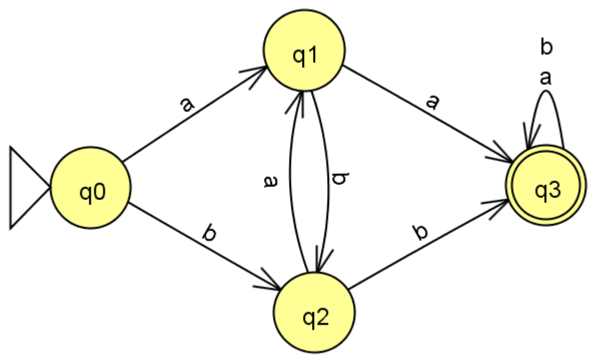
Questão 4. *Para o automato dado: Dê a definição formal; construa a tabela da função programa; mostre a computação da palavra 00100; que autômato é esse? Que linguagem ele reconhece?*



Solução 4.

Questão 5. *Construa um autômato que aceite aa ou bb como subpalavra. Faça a função programa.*

Solução 5. *O autômato pode ser representado por:*



1.2 Autômato Finito Não Determinístico

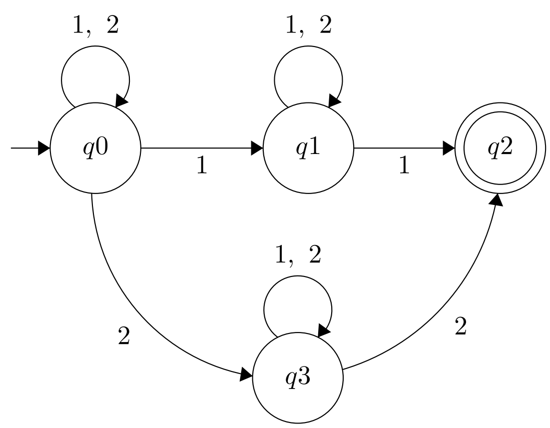
Questão 6. *Construa um autômato que L(M) = { w | w possui número par de 'a' e ímpar de 'b' ou par de 'b' e ímpar de 'a' }*

Solução 6.

Questão 7. *Construa um autômato que L(M) = { w | w o quinto símbolo da direita para a esquerda de w é 'a' }. Compute a palavra 'abaaab'. Ela é aceita pelo autômato?*

Solução 7.

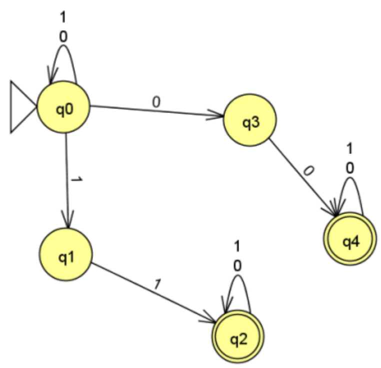
Questão 8. *Para o automato dado: Dê a definição formal; construa a tabela da função programa; mostre a computação da palavra 00100; que autômato é esse? Que linguagem ele reconhece?*



Solução 8. *Aceita cadeias* $\in \{1, 2\}^*$ *tal que o último símbolo na cadeia tenha aparecido anteriormente*

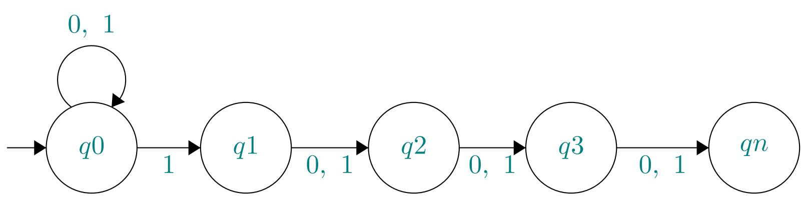
Questão 9. *Construa um AFND tal que* $L(M) = \{w \mid w \in \{0,1\}^*$ *e tenha dois 0's consecutivos ou dois 1's consecutivos*$\}$

Solução 9. *O autômato pode ser representado por:*



Questão 10. *Considerando o alfabeto* $\sum = \{a, b\}$, *construa um autômato finíto não deterministico que admite cadeias em que o termo n-ésimo, a partir da direita, é b.*

Solução 10. *O autômato pode ser representado por:*



1.3 Expressão Regular

Questão 11. *Considerando o alfabeto* $\sum = \{a, b\}$, *escreva uma expressão regular que represente a linguagem:*

(a) que começa com b e termina com uma quantidade indefinida de a, incluindo a palavra vazia;

(b) que começa com a, termina com b e pode conter uma infinidade de letras, exceto a palavra vazia;

(c) que tem sempre um número par de letras a;

(d) que possui aa como subpalavra;

(e) que possui bbb como sufixo;

Solução 11.

Questão 12. *Considerando o alfabeto* $\sum = \{a, b\}$*, descreva que tipo de linguagem cada expressão regular representa.*

(a) ab^*

(b) $(a+b)^*$

(c) $(a+b)^*aa(a+b)^*$

(d) $(a+\varepsilon)(b+ba)^*$

(e) $(a+b)^*(aa+bb)$

Solução 12.

1.4 Gramática Regular

Questão 13. *Dê a definição de Gramática Regular. Com isso, classifique e exemplifique os tipos de gramática regular.*

Solução 13.

Questão 14. *A partir da expressão regular* $w = a(ba)^*$*, determine as regras de produção de sua respectiva gramática linear à direita. Em seguida, exemplifique para a palavra* $w = ababa$.

Solução 14.

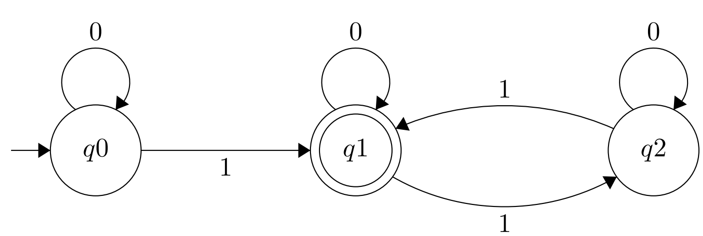
Questão 15. *A partir da expressão regular* $w = 01^*0^*$*, determine as regras de produção de sua respectiva gramática regular. Em seguida, exemplifique para a palavra* $w = 011100$.

Solução 15.

Questão 16. *A partir da expressão regular* $w = (x+y)^*$*, determine as regras de produção de sua respectiva gramática regular. Em seguida, exemplifique para a palavra* $w = xyx$.

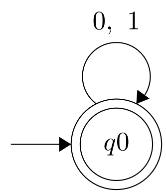
Solução 16.

Questão 17. *Considerando o alfabeto* $\sum = \{0, 1\}$*, construa a gramática regular do seguinte autômato:*



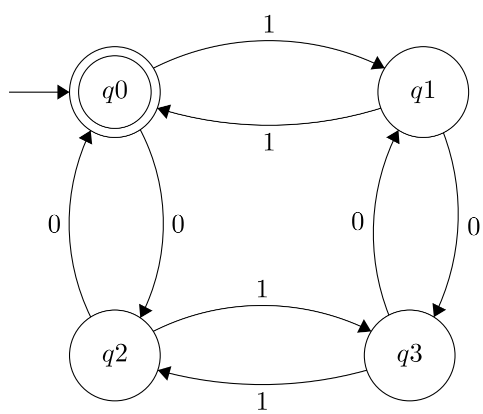
Solução 17.

Questão 18. *Considerando o alfabeto* $\sum = \{0, 1\}$*, construa a gramática regular do seguinte autômato:*



Solução 18.

Questão 19. *Considerando o alfabeto* $\sum = \{0, 1\}$*, construa a gramática regular do seguinte autômato:*



Solução 19.

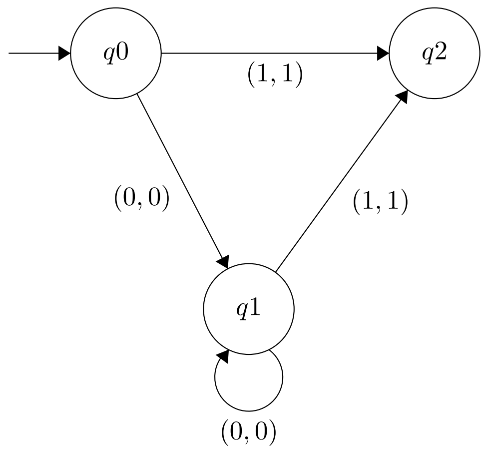
1.5 Autômato Finito com Saída

1.5.1 Máquina de Mealy

Questão 20. *Dê a definição matemática de Máquina de Mealy.*

Solução 20.

Questão 21. *Escreva a definição para a Máquina de Mealy a seguir e calcule a fita de saída para as fitas de entrada abaixo, caso a palavra seja aceita. Por fim, responda: que tipo de tarefa esse autômato desempenha? Dica: lógica booleana.*



(a) 01000

(b) 0000

(c) 1110011

(d) 11

Solução 21.

Questão 22. *Transforme a Máquina de Mealy da questão anterior na sua Máquina de Moore equivalente.*

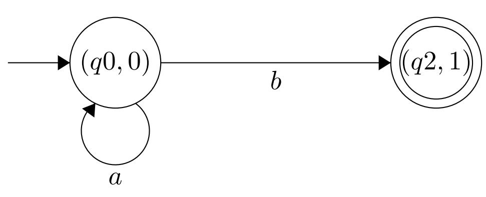
Solução 22.

1.5.2 Máquina de Moore

Questão 23. *Dê a definição matemática de Máquina de Moore.*

Solução 23.

Questão 24. *Escreva a definição para a Máquina de Moore a seguir e calcule a fita de saída para as fitas de entrada abaixo, caso a palavra seja aceita. Por fim, responda: que tipo de tarefa esse autômato desempenha?*



(a) aaab

(b) abab

(c) aa

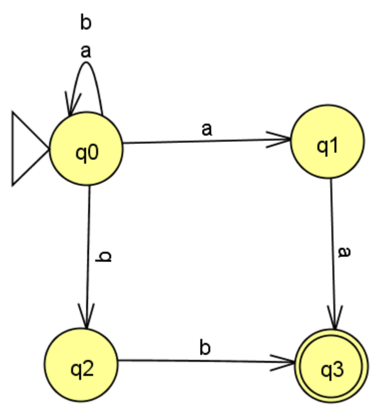
Solução 24.

Questão 25. *Transforme a Máquina de Moore da questão anterior na sua Máquina de Mealy equivalente.*

Solução 25.

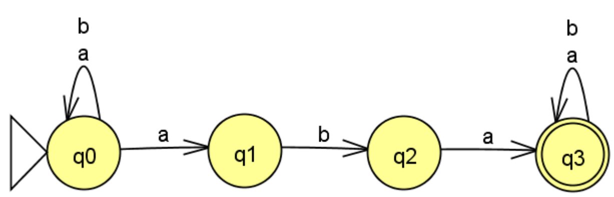
1.6 Conversão de AFND para AFD

Questão 26. *O que este autômato faz? Compute w = 'baaa' e converta para AFD.*



Solução 26.

Questão 27. *O que este autômato faz? Compute w = 'baba' e converta para AFD.*



Solução 27.

2 Linguagens Livres de Contexto

2.1 Autômato com Pilha

Questão 28. *Construa um autômato tal que* $L(M) = \{wcw^r \mid w \in \{0,1\}^*\}$*. Na prática, o que esse autômato reconhece?*

Solução 28.

Questão 29. *Construa um autômato tal que* $L(M) = \{a^n b^m b^c (c = n + m) \mid n >= 0,\ m >= 0 \in \{a, b\}^*\}$*. Exemplo de palavra reconhecida* $a^1 b^1 b^2 = abbb$*.*

Solução 29.

2.2 Árvore de Derivação

Questão 30. *Construa a árvore de derivalção da palavra* W = *x+x*[x-x]* $G = \{\{E\}, \{+, -, *, [.], x\}, P, E\}$ *e* $P = \{E- > E + E|E * E|[E], x\}$*.*

Solução 30.

Questão 31. *A palavra gerada pela árvore é ambigua? Por quê? Se sim, gera a palavra de outra forma diferente da anterir.*

Solução 31.

3 Linguagens Enumeradas e Recursivamente e Sensíveis ao Contexto

3.1 Máquina de Turing

Questão 32. *Defina formalmente a Máquina de Turing; contrua um autômato de exemplo e, em seguida, compute uma palavra de sua escolha.*

Solução 32.

3.2 Hipótese de Church

Questão 33. *Descreva a hipótese Church-Turing.*

Solução 33.

4 Computabilidade

4.1 Cálculo Lambda

Questão 34. *Reduza as expressões a seguir:*

(a) (λ x.2*x + 1) 3

(b) $((\lambda x.(\lambda y.x - y)2) - 1$

(c) ((λ x.λy. – x y) 9) 4

Solução 34. *Reduções:*

(a) $(\lambda x.2 * x + 1)3 = 2 * 3 + 1 = 7$

(b) $((\lambda x.(\lambda y.x - y)2) - 1) = (\lambda y. - 1 - y)2 = -1 - 2 = -3$

(c) $((\lambda x.\lambda y.\text{–}xy)9)4 = \lambda y.\text{–}4y)9 = -4 * 9 = -36$

5 Atividades 2020.1

5.1 Atividade 1

Questão 35. *Estudar autômatos finitos determinísticos. Algumas sugestões de materiais auxiliares:*

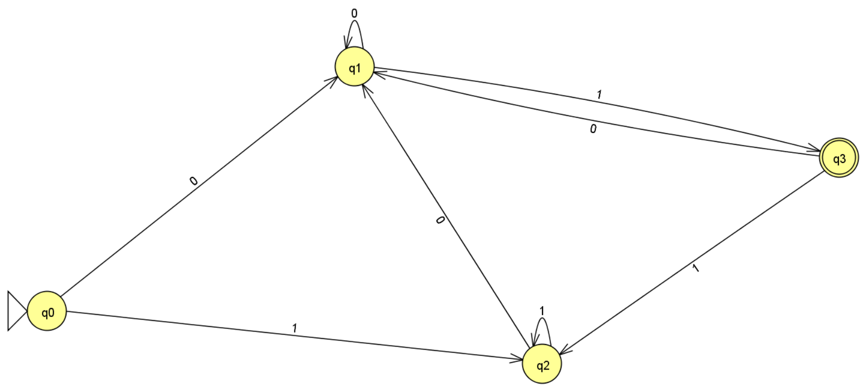
- http://eaulas.usp.br/portal/video.action?idItem=17133
- https://www.cin.ufpe.br/~gcb/tc/tc_automato_finitos.pdf
- http://www2.fct.unesp.br/docentes/dmec/olivete/lfa/arquivos/Apostila.pdf *(página 77)*

Solução 35. *Leitura a cargo do(a) estudante.*

5.2 Atividade 2

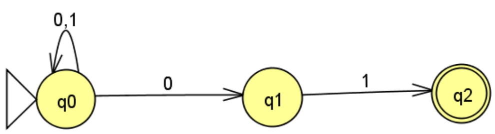
Questão 36. *Faça o Autômato Finito Determinístico (AFD) que aceita a linguagem que contém palavras com sufixo "01".*

Solução 36. *O autômato pode ser representado por:*



Questão 37. *Faça o problema anterior com o Autômato Finito Não Determinístico (AFN).*

Solução 37. *O autômato pode ser representado por:*



Questão 38. *Converta, manualmente, o autômato AFN da questão anterior no AFD, sem usar o JFLAP (você pode usar o JFLAP para comparar com sua resposta).*

Solução 38. *TODO*

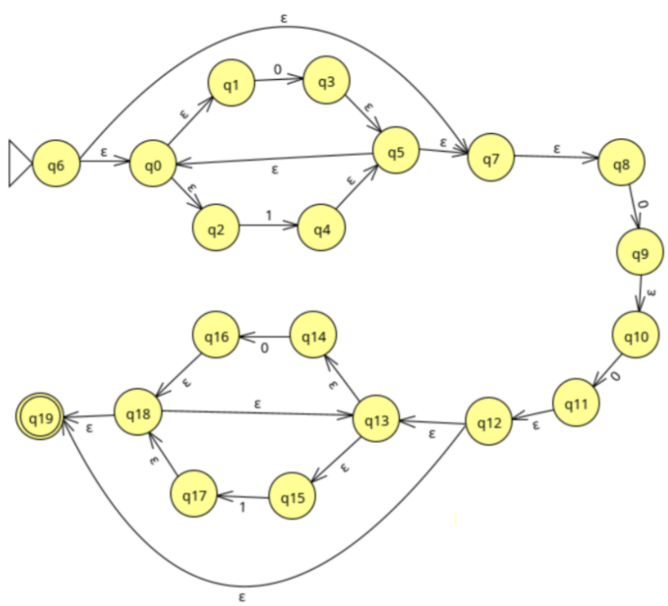
5.3 Atividade 3

Questão 39. *Defina a expressão regular que denota todas as cadeias de 0's e 1's com ao menos dois 0's consecutivos.*

Solução 39. *A Expressão regular é dada por ER* $= (0+1)^*00(0+1)^*$

Questão 40. *Faça o autômato finito equivalente ao exercício 1 acima.*

Solução 40. *Podemos subdividir o autômato em* $r1 = 0; r2 = 1; r3 = (0+1)^*; r4 = (0+1)^*00^*(0+1)^* = r3r1r1r3;$ *Logo, o autômato será definido por:*



Questão 41. *Defina a gramática regular para a linguagem sobre o alfabeto* $\{0, 1\}$*,* $L = \{w \in \Sigma^* | w$ *tem no máximo tamanho* $3\}$*.*

Solução 41. *Definindo a gramática G = (V, T, P, S). Tal que:*

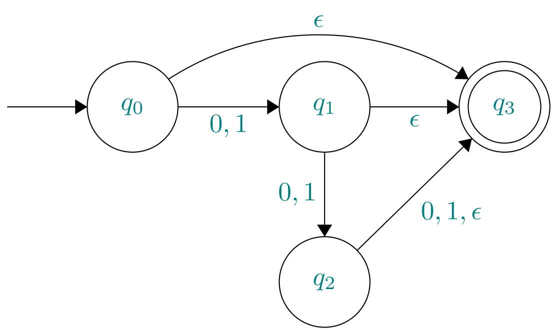
$V = \{A, B\}$;

$T = \{0, 1\}$;

$P = \{S \rightarrow 0A|1A|\epsilon; A \rightarrow 0B|1B|\epsilon; B \rightarrow 0|1|\epsilon\}$;

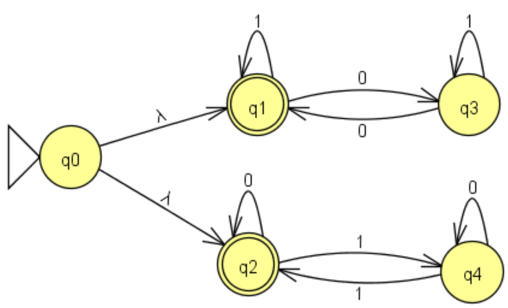
Questão 42. *Construa o autômato equivalente ao exercício acima.*

Solução 42. *O autômato equivalente é dado por:*



Questão 43. *Construa o AFN com movimentos vazios, com alfabeto* $\{0, 1\}$*, que reconheça a linguagem que tenha números pares de 0's ou de 1's.*

Solução 43. *O AFN pode ser representado por:*



5.4 Atividade 4

Questão 44. *Defina a gramática livre de contexto que gere palíndromos. Supondo o alfabeto* $\{a, b\}$*, mostre a derivação de uma palavra. Ex.: aba*

Solução 44. *Definindo a gramática G = (V, T, P, S). Tal que:*

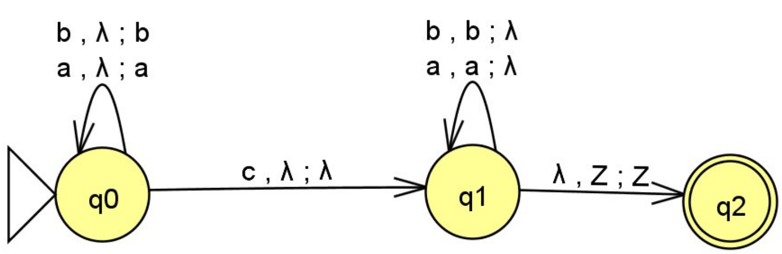
$V = \{S\}$;

$T = \{a, b\}$;

$P = \{S \to \epsilon; S \to a; S \to b; S \to aSa; S \to bSb\}$;

Questão 45. *Faça o autômato com pilha que reconheça a linguagem* $L = wcwR, w \in \{a, b\}^*$ *(R significa reversa). Ex.: abcba.*

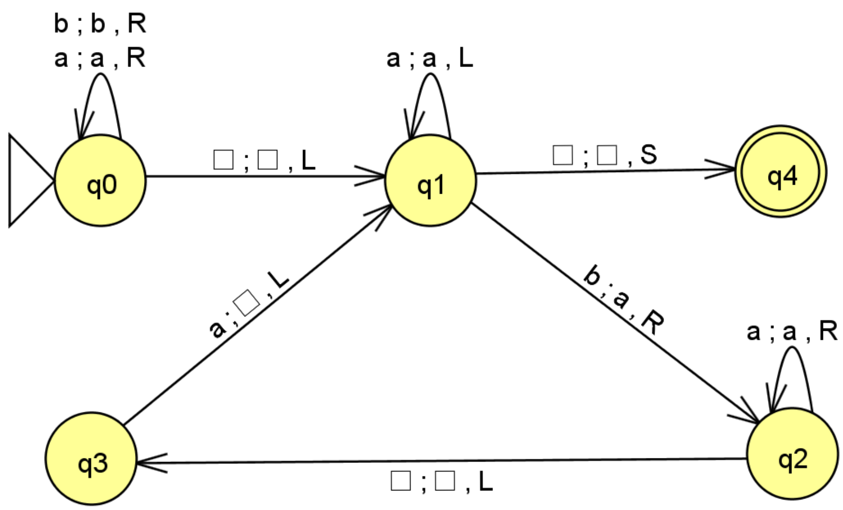
Solução 45. *O autômato com pilha pode ser representado por:*



5.5 Atividade 5

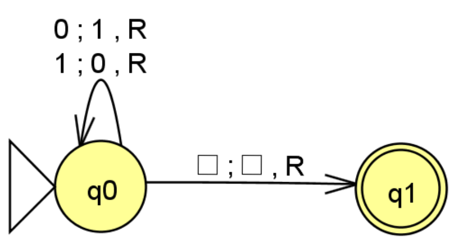
Questão 46. *Faça a máquina de Turing com alfabeto* $\Sigma = \{a, b\}$ *que remova os símbolos b da entrada. Exemplo: ababa* $\rightarrow$ *aaa (sem brancos/vazios, somente a's).*

Solução 46. *A máquina de Turing que resolve o problema pode ser representada por:*



Questão 47. *Faça a máquina de Turing para inverter os bits de uma entrada binária, ou seja, alfabeto* $0, 1$*. Exemplo:* $[0001011] \rightarrow [1110100]$*.*

Solução 47. *A máquina de Turing para inverter os bits de uma entrada binária é representada por:*



5.6 Atividade 6

Questão 48. *Suponha as funções constzero (número zero) , antecessor, id (identidade), $proj_3^3$ (projeção), a função subtração sub: $N_2 \rightarrow N$ pode ser definida usando recursão primitiva:*

- *sub(x,0) = id(x)*
- *sub(x, y + 1) = antecessor o $proj_3^3$(x, y, sub(x, y))*

Determine o valor de sub(2, 3)

Solução 48. *Desenvolvendo as funções, temos:*

$sub(2,3) = antecessor \circ proj_3^3(2,\ 2,\ sub(2,\ 2))$
$= antecessor \circ proj_3^3(2,2,\ antecessor \circ proj_3^3(2,1,\ sub(2,1)))$
$= antecessor \circ proj_3^3(2,2,\ antecessor \circ proj_3^3(2,1,\ antecessor \circ proj_3^3(2,0,\ sub(2,0))))$
$= antecessor \circ proj_3^3(2,2,\ antecessor \circ proj_3^3(2,1,\ antecessor \circ proj_3^3(2,0,\ id(2))))$
$= antecessor \circ proj_3^3(2,2,\ antecessor \circ proj_3^3(2,1,\ antecessor \circ proj_3^3(2,0,2)))$
$= antecessor \circ proj_3^3(2,2,\ antecessor \circ proj_3^3(2,1,\ antecessor(2)))$
$= antecessor \circ proj_3^3(2,2,\ antecessor \circ proj_3^3(2,1,\ 1))$
$= antecessor \circ proj_3^3(2,2,\ antecessor(1))$
$= antecessor \circ proj_3^3(2,2,0)$
$= antecessor(0)$
$= 0$

5.7 Atividade 7

Questão 49. *Faça as seguintes reduções:*

- $((\lambda n.2n)7)$
- $(\lambda x.(x^2 - 2x + 5))2$
- $(\lambda x.((\lambda y.(xy))a))b$
- $(\lambda x.(\lambda y.(xy)))(\lambda y.x)$

Solução 49. *Reduções:*

- $((\lambda n.2n)7) = (2 * 7) = 14$
- $(\lambda x.(x^2 - 2x + 5))2 = (2^2 - 2 * 2 + 5) = 5$
- $(\lambda x.((\lambda y.(xy))a))b = ((\lambda y.(by))a) = ba$
- $(\lambda x.(\lambda y.(xy)))(\lambda y.x) = \lambda y.(\lambda y.xy) = \lambda y.x$

5.8 Atividade 8

Questão 50. *Explique com suas palavras o que você entende por computabilidade.*

Solução 50. *Computabilidade está relacionada ao estudo de problemas e à resolução destes através de dado algoritmo em tempo determinado.*

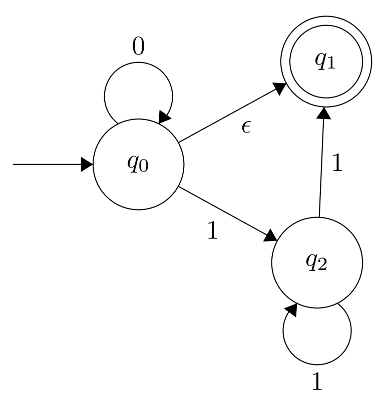
Questão 51. *Explique com suas palavras o que você entende por princípio da redução.*

Solução 51. *O princípio da redução é uma forma de solucionar problemas utilizando recursividade. Ou seja, é realizado a divisão de um problema menores partes, até que cada um desses pequenos pedaços/problemas possua uma solução conhecida.*

6 Avaliações Anteriores

6.1 Avaliação 01 - 2020.1

Questão 52. *Que tipo de autômato é ilustrado na figura abaixo? Que linguagem ele reconhece? Mostre a definição formal. Mostre a computação da palavra* $w = 0111$. *A palavra é aceita?*



Solução 52. *O autômato ilustrado nessa figura é um autômato não-determinístico com movimentos vazios. Esse autômato reconhece as seguintes linguagens: palavras vazias, palavras com sufixo* 11 *e prefixo ou* 0 *ou vazio. Além disso, nunca haverá* 0 *precedido de* 1.

- *Definição formal:* $M = (\{0,1\}, \{q_0, q_1, q_2\}, \delta, q_0, \{q_1\})$
- *Computação vazia da palavra* $w = 0111$*:*
  - $\delta^*(\{q_0\}, 0111) = \delta_\epsilon(\{r | r \in \delta(s,1) \ e \ s \in \delta*(\{q_0\}, 011)\})$

- $\delta^*(\{q_0\}, 011) = \delta_\epsilon(\{r | r \in \delta(s, 1) \ e \ s \in \delta * (\{q_0\}, 01)\})$
- $\delta^*(\{q_0\}, 01) = \delta_\epsilon(\{r | r \in \delta(s, 1) \ e \ s \in \delta * (\{q_0\}, 0)\})$
- $\delta^*(\{q_0\}, 0) = \delta_\epsilon(\{r | r \in \delta(s, 0) \ e \ s \in \delta * (\{q_0\}, \epsilon)\})$

- *Sabendo que:*
  - $\delta^*(\{q_0\}, \epsilon) = \delta_\epsilon(\{q_0\}) = \{q_0, q_1\}$
  - $\delta^*(\{q_0\}, 0) = \{q_0, q_1\}$
  - $\delta^*(\{q_0\}, 01) = \{q_0, q_2\}$
  - $\delta^*(\{q_0\}, 011) = \{q_1, q_2\}$

- *A computação da palavra* 0111 *é* $\delta^*(\{q_0\}, 0111) = \{q_1, q_2\}$ *e a palavra é aceita.*

Questão 53. *Construa o autômato finito não determinístico equivalente ao da figura acima (questão anterior). Mostre os passos da conversão.*

Solução 53. *A máquina de estados é:* $M_2 = (\{0, 1\}, \{q_0, q_1, q_2\}, \delta_3, q_0, \{q_1\})$. *A função computação pode ser representada da seguinte forma:*

δ_1	0	1	ε
q_0	$\{q_0\}$	$\{q_2\}$	$\{q_1\}$
q_1			
q_2		$\{q_1, q_2\}$	

Daí, $M_3 = M_{2n} = (\{0, 1\}, \{q_0, q_1, q_2\}, \delta_{2n}, q_0, F_n)$. *A computação da palavra vazia é* $F_n = \{q_0, q_1, q_2\}$.

- $\delta_\epsilon(q_0) = \{q_0, q_1\}$
- $\delta_\epsilon(q_1) = \{q_1\}$
- $\delta_\epsilon(q_2) = \{q_2\}$

Função δ_n*:*

- $\delta_n(\{q_0\}, \epsilon) = \{q_0, q_1\}$
- $\delta_n(\{q_1\}, \epsilon) = \{q_1\}$
- $\delta_n(\{q_2\}, \epsilon) = \{q_2\}$

Computação:

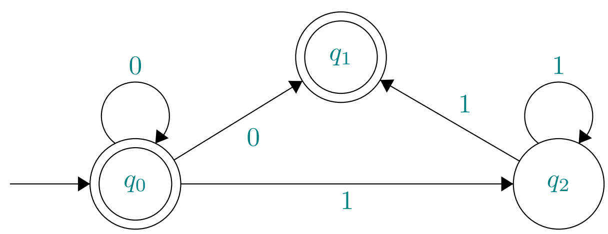
- $\delta_n(q0, 0) = \delta_3(\{q_0\}, 0) = \delta_\epsilon(\{r | r \in \delta(s, 0) \ e \ s \in \delta(\{q_0\}, \epsilon)\}) = \{q_0, q_1\}$

- $\delta_n(q_0, 1) = \delta_3(\{q_0\}, 1) = \delta_\epsilon(\{r | r \in \delta(s, 1) \ e \ s \in \delta(\{q_0\}, \epsilon)\}) = \{q_2\}$
- $\delta_n(q_1, 0) = \delta_3(\{q_1\}, 0) = \delta_\epsilon(\{r | r \in \delta(s, 0) \ e \ s \in \delta(\{q_1\}, \epsilon)\}) = indefinido$
- $\delta_n(q_1, 1) = \delta_3(\{q_1\}, 1) = \delta_\epsilon(\{r | r \in \delta(s, 1) \ e \ s \in \delta(\{q_1\}, \epsilon)\}) = indefinido$
- $\delta_n(q_2, 0) = \delta_3(\{q_2\}, 0) = \delta_\epsilon(\{r | r \in \delta(s, 0) \ e \ s \in \delta(\{q_2\}, \epsilon)\}) = indefinido$
- $\delta_n(q_2, 1) = \delta_3(\{q_2\}, 1) = \delta_\epsilon(\{r | r \in \epsilon(s, 1) \ e \ s \in \delta * (\{q_2\}, \epsilon)\}) = \{q_1, q_2\}$

Função computação:

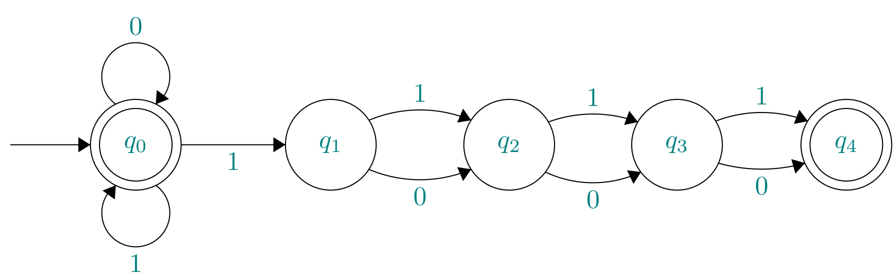
δ_3	0	1
q_0	$\{q_0, q_0\}$	$\{q_2\}$
q_1		
q_2		$\{q_1, q_2\}$

Representação do autômato:



Questão 54. *Construa o autômato finito, definição formal e o diagrama, com* $\Sigma = \{0, 1\}$*, que aceita palavras que tem 1 na quarta posição da direita para a esquerda da palavra.*

Solução 54. *Representação do autômato:*



Função Computação:

δ_2	0	1
q_0	$\{q_0\}$	$\{q_0,q_1\}$
q_1	$\{q_2\}$	$\{q_2\}$
q_2	$\{q_3\}$	$\{q_3\}$
q_3	$\{q_4\}$	$\{q_4\}$
q_4		

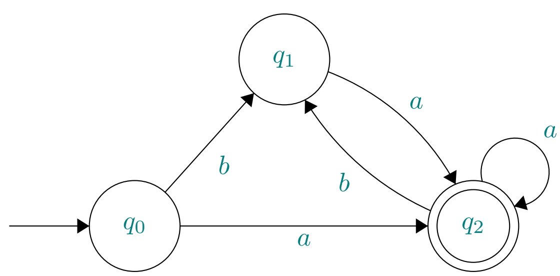
Definição formal: $M_2 = (\{0,1\}, \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}, \delta_2, q_0, \{q_5\})$

Questão 55. *Construa o autômato finito, com alfabeto* $\Sigma = \{a, b\}$*, que reconheça a linguagem em que qualquer ocorrência de b é imediatamente sucedida por a.*

Solução 55. *Função computação:*

δ	a	b
q_0	q_2	q_1
q_1	q_2	
q_2	q_2	q_1

Representação do autômato:

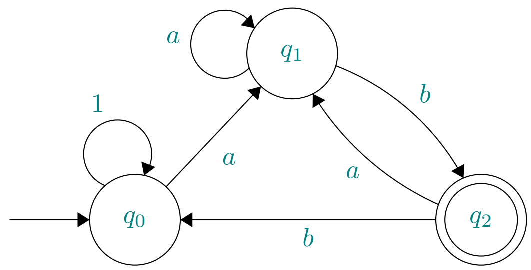


Questão 56. *Desenvolva autômatos finitos determinísticos que reconheçam as seguintes linguagens sobre* $\Sigma = \{a, b\}$*:*

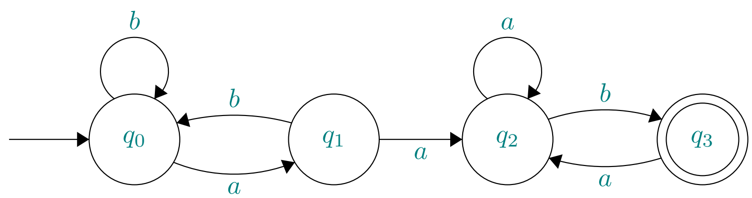
(a) $\{w|$ *o sufixo de w é ab*$\}$.

(b) $\{w|w$ *possui aa como subpalavra*$\}$.

Solução 56. *(a) Representação do autônomo:*



(b) Representação do autômato:



Questão 57. *Descreva a linguagem gerada pelas seguintes expressões regulares:*

(a) $(ab + b)^*$

(b) $a^*(c + b)$

(c) $a(b + c)^*$

(d) $(a + \epsilon)(b + c)^*$

Solução 57. *Linguagem gerada:*

(a) $(ab + b)^*$*: Todas as palavras sobre ab,b, onde a ocorrência de a é sempre sucedida por b.*

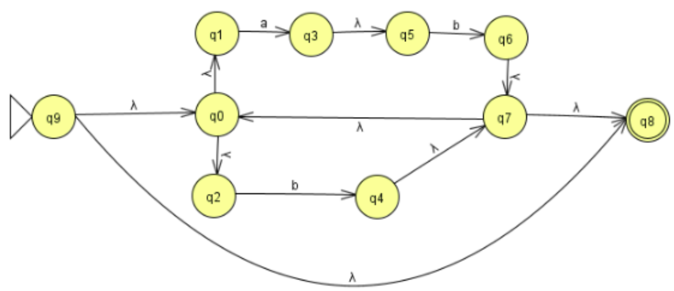
(b) $a^*(c + b)$*: Todas as palavras acabando exatamente com um b ou um c, e sempre começando com vazio, um a, ou uma sequência de a's.*

(c) $a(b+c)^*$*: Todas as palavras começam por a seguido de vazio ou sequências de b ou c ou de ambas intercaladas.*

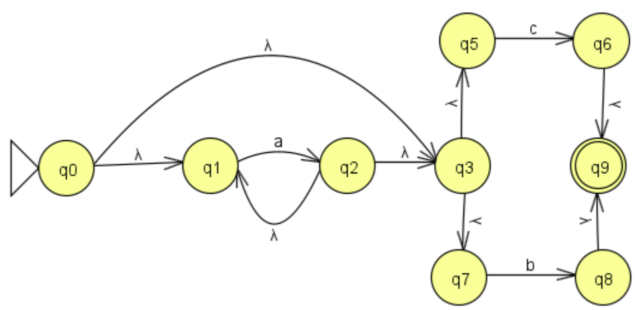
(d) $(a+\epsilon)(b+c)^*$*: Todas as palavras podem começar com vazio ou a, seguido de vazio ou sequências de b ou c ou de ambas intercaladas.*

Questão 58. *Faça o autômato para os itens a) e b) acima.*

Solução 58. *(a) Representação do autômato:*



(b) Representação do autômato:



Questão 59. *Defina a gramática G que gera a linguagem* $L = \{w|w$ *é palavra de* $a(ab)^*\}$. *Mostre os passos da derivação para palavra w=aabab.*

Solução 59. *A gramática regular é* $G = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, P, S)$, *tal que P é:*

- $S \Rightarrow aA$
- $A \Rightarrow aB \, | \epsilon$
- $B \Rightarrow bA$

Temos que:

- $G = \{V, T, P, S\}$:
- $V = \{S, A, B\}$
- $T = \{a, b\}$
- $P = \{S \Rightarrow aA; A \Rightarrow aB|\epsilon; B \Rightarrow bA\}$
- $S = \{S\}$

Derivação para a palavra aabab:

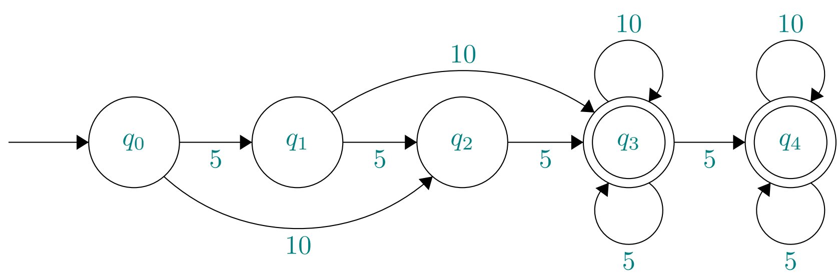
- $S \cdots S \to aA$
- $aA \cdots A \to aB$
- $aaB \cdots B \to bA$
- $aabA \cdots A \to aB$
- $aabaB \cdots B \to bA$
- $aababA \cdots A \to \epsilon$
- $aabab$

Questão 60. *Explique com suas palavras o que significa computação no contexto dos autômatos estudados.*

Solução 60. *A computação tenta compreender as definições e propriedades dos modelos matemáticos como as linguagens, os autômatos e as gramáticas. Além disso, a computação estuda as máquinas abstratas com vários modelos, cada um com diferentes habilidades e limitações, a computação é responsável por descrever precisamente o poder computacional de cada máquina.*

Questão 61. *Suponha uma máquina que venda dois tipos de doces, um que custa $R\$0,15$ e outro que custa $R\$0,20$. Suponha que a máquina aceita somente moedas de $R\$0,05$ e de $R\$0,10$. Suponha, ainda, que a máquina não dá troco. Faça o autômato finito que modele o funcionamento da máquina.*

Solução 61. *Representação do autômato:*



6.2 Avaliação 02 - 2020.1

Questão 62. *Faça o autômato com pilha que reconheça a linguagem* $L = \{0^m 1^n | m \leq n\}$*.Mostre um exemplo de computação incluindo a pilha.*

Solução 62. *Definindo a gramática em L1, temos a tupla G = (V, T, P, S). Tal que:*

V: conjunto finito de variáveis ou não-terminais;

T: conjunto finito de símbolos terminais disjunto do conjunto V;

P: conjunto com regras de produção;

S: simbolo inicial distinguido de V;

Onde:

$V = \{S\}$;

$T = \{0, 1\}$;

$P = \{S \to \epsilon; S \to 1; S \to 0S1; S \to S1\}$;

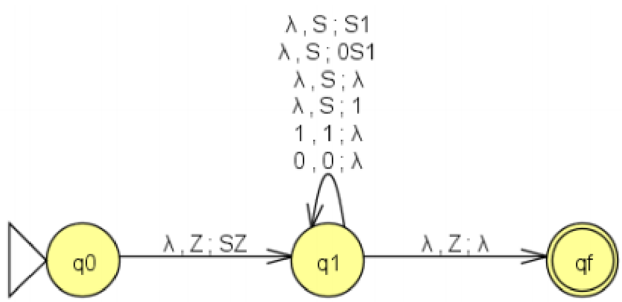
O autômato com pilha pode ser definido pela tupla $M = (\Sigma, Q, \Gamma, q_0, F, \Delta)$. *Logo em M1, temos:* $M1 = (\Sigma, Q, \delta, q_0, \{q_f\}, \Delta)$.

$\Sigma = \{0, 1\}$;

$Q = \{q_0, q_1, q_f\}$;

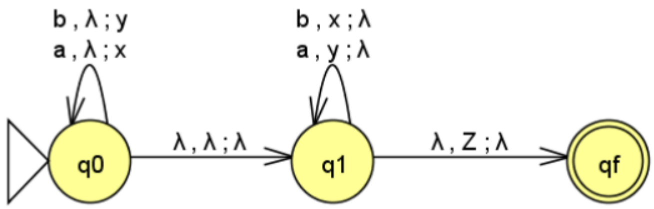
$\Delta = \{0, 1, S, Z\}$;

Podemos representar o autômato por:



Questão 63. *Faça o autômato com pilha que reconheça a linguagem que tenha o mesmo número de as e bs. Mostre um exemplo de computação incluindo a pilha.*

Solução 63. *Podemos representar o autômato por:*



O autômato com pilha pode ser definido pela tupla $M = (\Sigma, Q, \Gamma, q_0, F, \Delta)$. Logo em M2, temos: $M2 = (\Sigma, Q, \delta, q_0, \{q_f\}, \Delta)$.

$\Sigma = \{a, b\}$;

$Q = \{q_0, q_1, q_f\}$;

$\Delta = \{a, b, x, y, Z\}$;

Questão 64. *Defina a gramática livre de contexto, incluíndo as regras de produção, que gera $L2 = \{wcw^R, w \in \{a, b, c\}^*\}$. Mostre a derivação da palavra $w = abcba$. Mostre a árvore de derivação.Existe outra árvore possível? Se sim, mostre pelo menos mais uma árvore. O que significa isso?*

Solução 64. *Definindo a gramática livre de contexto em L2, temos a tupla G2 = (V, T, P, S). Tal que:*

$V = \{S\}$;

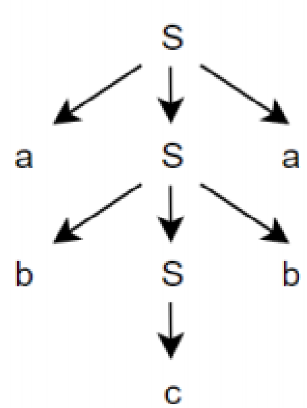
$T = \{0, 1\}$;

$P = \{S \to aSa; S \to bSb; S \to cSc; S \to c\}$;

Derivando a palavra abcba:

- $S \to aSa$
- $aSa \to abSba$
- $abSba \to abcba$

A árvore de derivação é definida por:



Existe apenas uma árvore de derivação possível. Podemos concluir que a linguagem livre de contexto não é ambígua.

Questão 65. *Defina a gramática livre de contexto, incluindo as regras de produção, que gera expressões algébricas com alfabeto* $\{x, y, +, -, *, /, (,)\}$. *Mostre a derivação da palavra* $w = (x + y)^* x/(y - x)^* y$. *Mostre a árvore de derivação. Existe outra árvore possível? Se sim, mostre pelo menos mais uma árvore. O que significa isso?*

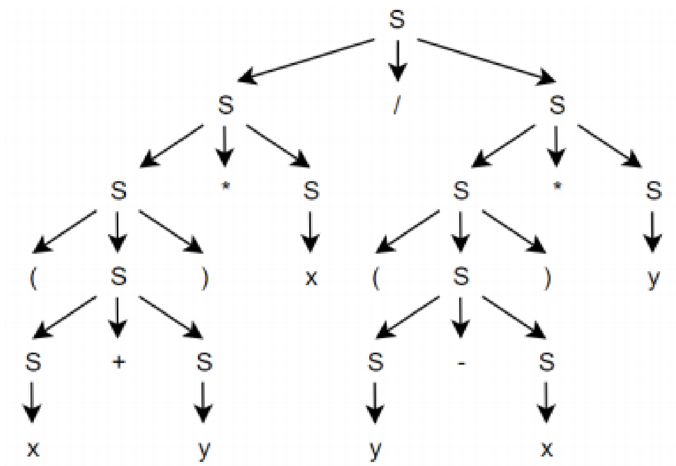
Solução 65. *Definindo a gramática livre de contexto, temos a tupla G3 = (V, T, P, S). Tal que:* $G3 = (\{S\}, \{x, y, +, -, *, /, (,)\}, P, S)$.

> $P = \{S \to S + S; S \to S - S; S \to S * S; S \to S/S; S \to (S); S \to x; S \to y; \};$

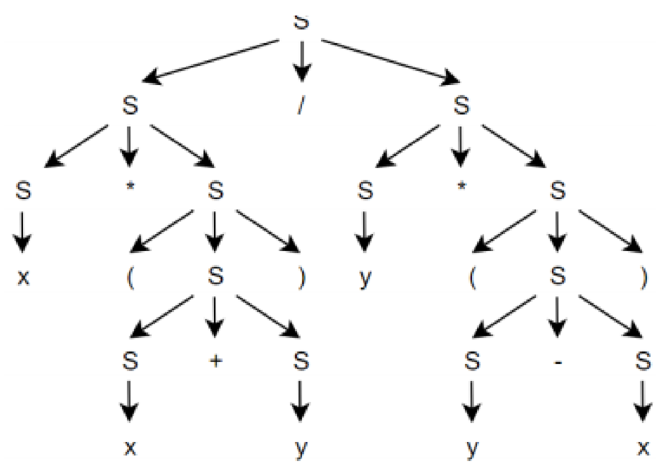
*Derivando a palavra (x+y)*x/(y-x)*y:*

- $S \to S/S$
- $S/S \to S * S/S$
- $S * S \to S * S/S * S$
- $S * S/S * S \to (S) * S/S * S$
- $(S) * S/S * S \to (S) * S/(S) * S$
- $(S) * S/(S) * S \to (S + S) * S/(S) * S$
- $(S + S) * S/(S) * S \to (S + S) * S/(S - S) * S$
- $(S + S) * S/(S - S) * S \to (x + S) * S/(S - S) * S$
- $(x + S) * S/(S - S) * S \to (x + y) * x/(S - S) * S$
- $(x + y) * x/(S - S) * S \to (x + y) * x/(y - S) * S$
- $(x + y) * x/(y - S) * S \to (x + y) * x/(y - x) * S$
- $(x + y) * x/(y - x) * S \to (x + y) * x/(y - x) * y$

A árvore de derivação é definida por:



A árvore de derivação não é única, temos também:



Logo, a gramática livre de contexto é ambígua.

Questão 66. *O que faz a máquina de Turing da Figura 1? Mostre a definição formal e uma computação, incluindo a fita.*

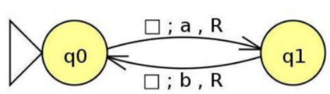


Figura 1

Solução 66. *A máquina de turing dada escreve palavras com a's e b's intercalados.*

Pode ser definida formalmente pela tupla: $M = (\{\}, \{q_0, q_1\}, \delta, q_0, \{\}, \{a, b\}, \beta, b)$

Questão 67. *O que faz a máquina de Turing da Figura 2? Mostre a definição formal, a computação da palavra aba, incluindo a fita.*

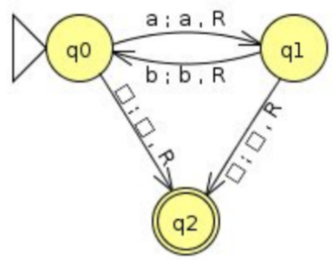


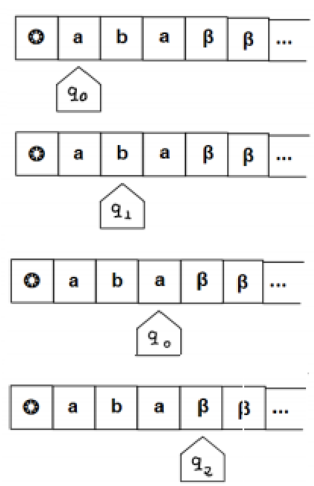
Figura 2

Solução 67. *A máquina de turing dada aceita palavras vazias, com a ou a's e bs's intercalados. Pode ser definida formalmente pela tupla:* $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, \beta, F)$;

Onde: $M = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \beta, \{q_2\})$

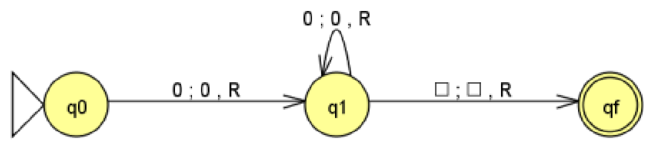
Computando a palavra aba:

$\delta(q_0, a) = (q_1, a, R)$
$\delta(q_1, b) = (q_0, b, R)$
$\delta(q_0, a) = (q_1, a, R)$
$\delta(q_1, \beta) = (q_2, \beta, R)$



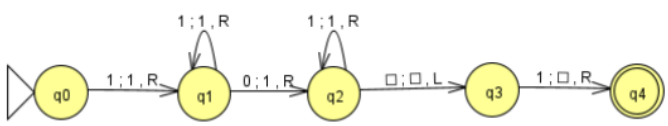
Questão 68. *Faça a máquina de Turing que reconheça palavras na linguagem* $L = 00^*$*, onde* $\sum = \{0, 1\}$.

Solução 68. *A máquina de turing pode ser definida pela tupla:*
$M = (\{0, 1\}, \{q_0, q_1, q_f\}, \delta, q_0, \{q_f\}, \{0\}, \beta, b)$



Questão 69. *Faça a máquina de Turing que realize soma de números representados por quantidade de uns. Por exemplo, 2=11, 5=11111, etc. Os dois operandos são separados por um zero. Exemplo: 2+3=110111=11111.*

Solução 69. *O autômato pode ser definido pela tupla:*
$M = (\{0, 1\}, \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}, \delta, q_0, \{q_4\}, \{1\}, \beta, b)$.
Assim, temos o autômato:



Questão 70. *Explique a diferença entre:*

(a) Gramática irrestrita e gramática sensível ao contexto;

(b) Máquina de Turing como reconhecedor de linguagens recursivamente enumeráveis e de linguagens sensíveis ao contexto.

Solução 70. *(a) A gramática irrestrita gera o conjunto das linguagens recursivamente enumeráveis, logo suas regras de produção não possuem restrições. O formalismo reconhecedor equivalente à gramática irrestrita é a Máquina de Turing. - A gramática sensível ao contexto gera o conjunto das linguagens sensíveis ao contexto, suas regras de produção possuem restrições e essas restrições estão ligadas a um contexto, este pode ser definido como um elemento associado ao domínio das regras de produção que possui mais de um elemento em conjunto, podendo ser uma sequência de variáveis e/ou terminais que possuem derivações de tamanho maior ou igual a esta sequência. O formalismo reconhecedor equivalente à gramática sensível ao contexto é a Máquina de Turing com fita limitada.*

(b) *A principal diferença entre as duas ocorre no fato de que para uma Linguagem Recursivamente Enumerável a fita é ilimitada, enquanto que para uma Linguagem Sensível ao Contexto ela possui restrição no limite de sua fita. Além disso, a LRE é gerada por uma gramática Irrestrita e tem 3 destinos possíveis: parar e aceitar a palavra, parar e recusar a palavra ou entrar em um loop infinito, no qual não será possível dizer se a palavra é aceita ou não. A Linguagem Sensível ao Contexto está contida na Linguagem Recursivamente Enumerável e, como já dito anteriormente, tem tamanho limitado e sempre irá parar, aceitando ou rejeitando a palavra*