



Exercícios: Classificação de Problemas, NP-Compleitude

1. Indique se as afirmativas a seguir são verdadeiras ou falsas e justifique suas respostas.
 - a) Se $X \in P$ e existe um problema $Y \in \text{NP-Completo}$ tal que $Y \alpha_p X$, então $X \in \text{NP-Completo}$.
(α_p : redução em tempo polinomial).
 - b) O problema SAT é NP-Completo (SAT: satisfabilidade).
 - c) Se $X \in \text{NP}$, então $\text{SAT} \alpha_p X$.
 - d) Se $X \in \text{NP}$, então $X \alpha_p \text{SAT}$.
 - e) Se $X \in \text{NP-Difícil}$ e $X \in \text{NP}$, então $X \in \text{NP-Completo}$.
 - f) Se X e Y são problemas NP-Completo, então $X \alpha_p Y$ e $Y \alpha_p X$.
 - g) Paulo achou um problema $X \in \text{NP-Completo}$ tal que $X \alpha_p Y$ e concluiu que $Y \in \text{NP-Difícil}$.
 - h) Se $X \in \text{NP-Completo}$, então $X \in \text{NP-Difícil}$.
2. Sejam Y e Z são dois problemas que não necessariamente estão na classe NP, $X \in \text{NP-Completo}$, $Y \alpha_p X$ e $X \alpha_p Z$. Indique se as afirmativas a seguir são verdadeiras ou falsas e justifique suas respostas.
 - a) $Z \in \text{NP-Completo}$
 - b) $Z \in \text{NP-Difícil}$
 - c) $Y \in \text{NP-Completo}$
 - d) $Y \in \text{NP-Difícil}$
 - e) $X \alpha_p \text{SAT}$.
3. Prove que: X é NP-Difícil se e somente se $\text{SAT} \alpha_p X$.
4. Prove que: Se $X \in \text{NP-difícil}$, $X \alpha_p Y$, $Y \alpha_p Z$ e se existe um algoritmo não determinístico que resolve Z em tempo $O(n^2)$, então $Z \in \text{NP-Completo}$.
5. Sejam P_1 e P_2 dois problemas em NP.
Prove que, se P_1 é NP-Completo e $P_1 \alpha_p P_2$, então P_2 é NP-Completo.
6. Prove que, se X é NP-Difícil e $X \alpha_p Y$, então Y é NP-Difícil.