Universidade Federal de Viçosa
Centro de Ciências Exatas
Departamento de Matemática

Gabarito da 4ª Lista de MAT 140 - Cálculo I 2019/II

Gabarito elaborado por Lilian Neves Santa Rosa Valentim - DMA/UFV

---

1. (a) $f'(x) = \ln x + 1$

(b) $f'(x) = e^{2x} + 2\,x\,e^{2x}$

(c) $f'(x) = -\dfrac{\ln x + 1}{x^2 \ln^2 x}$

(d) $f'(x) = \dfrac{\ln x\, tg\, x + x \ln x\, sec^2 x - tg\, x}{\ln^2 x}$

(e) $f'(x) = 3^x \ln 3\, e^x + 3^x e^x$

(f) $f'(x) = e^x \cos x - e^x\, sen\, x$

(g) $f'(x) = e^x\, arcsen\, x + \dfrac{e^x}{\sqrt{1-x^2}}$

(h) $f'(x) = arccos\, x - \dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

(i) $f'(x) = \dfrac{3x^2\sqrt{1-x^2}\, arcsen\, x - x^3 - 1}{\sqrt{1-x^2}\, arcsen^2\, x}$

(j) $f'(x) = 6x\, e^{3x^2+5}$

(k) $f'(x) = \dfrac{e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}}$

(l) $f'(x) = -\dfrac{x^2+2x+4}{x^3+5x^2+4x}$

(m) $f'(x) = 2x\, e^{x^2} - 4x\, sen\,(x^2+4)$

(n) $f'(x) = \dfrac{6x \cos(3x^2-5) - 2\, sen(3x^2-5)}{e^{2x}}$

(o) $f'(x) = \dfrac{\cos x - sen\, x}{sen\, x + \cos x}$

(p) $f'(x) = \dfrac{x}{(x^2+1)\sqrt{\ln(x^2+1)}}$

(q) $f'(x) = 2\,e^{2x}\, arctg\,(3x) + \dfrac{3\,e^{2x}}{1+9x^2}$

(r) $f'(x) = \dfrac{e^{\sqrt{2x+1}}}{\sqrt{2x+1}}$

(s) $f'(x) = \dfrac{x}{(x^2+3)\sqrt{x^2+2}}$

(t) $f'(x) = \cos x\, arcsec\,(3x) + \dfrac{sen\, x}{x\sqrt{9x^2-1}}$

(u) $f'(x) = \dfrac{arcsen\,(x^2)}{x} + \dfrac{2x \ln(2x)}{\sqrt{1-x^4}}$

2. (a) $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{x}{y},\ y \neq 0.$

(b) $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{y+1}{x+1},\ x+1 \neq 0.$

(c) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y - xy\ln y}{x^2+3xy^3},\ x^2+3xy^3 \neq 0.$

(d) $\dfrac{dy}{dx} = 0$

(e) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{-3x^2\, arctg\, y\,(1+y^2)}{x^3 + sen\, y\,(1+y^2)\, e^{\cos y}},\ x^3 + sen\, y\,(1+y^2)\, e^{\cos y} \neq 0$

(f) $\dfrac{dy}{dx} = 2x\, e^{x^2}\, y$

(g) $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{y\, sec^2\,(x+y)}{tg\,(x+y) + y\, sec^2\,(x+y)},\ tg\,(x+y) + y\, sec^2\,(x+y) \neq 0.$

(h) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{e^{\cos x}\, sen\, x}{e^{sen\, y}\cos y},\ e^{sen\, y}\cos y \neq 0.$

3. (a) $y = \dfrac{1}{2}\,x - \dfrac{3}{2}$
   (b) $y = e^{\,2}\,x$
   (c) $x = 1$
   (d) $y = 2$

4. $g'(0) = \dfrac{1}{18}$

5. $h'(0) = -\dfrac{1}{9}$

6. $f'''\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = -3$

7. (a) $f^{\,(n)}(x) = (-1)^{\,n}\,n!\,x^{\,-(n+1)}$ e $f^{\,(n)}(2) = \dfrac{(-1)^{\,n}\,n!}{2^{\,n+1}}$.
   (b) $f^{\,(n)}(x) = 2^{\,n}\,e^{\,2x}$ e $f^{\,(n)}(1) = 2^{\,n}\,e^{\,2}$.
   (c) $\begin{cases} f^{\,(2n)}(x) &= (-1)^n\,sen\,x \\ f^{\,(2n+1)}(x) &= (-1)^n\,cos\,x \end{cases}$ e $f^{\,(50)}(0) = 0$.
   (d) $\begin{cases} f^{\,(2n+1)}(x) &= (-1)^{n+1}\,2^{\,2n}\,sen\,(2x) \\ f^{\,(2n+2)}(x) &= (-1)^{n+1}\,2^{\,2n+1}\,cos\,(2x) \end{cases}$ e $f^{\,(10)}(0) = -2^{\,9}$.

8. (a) e
   (b) $e^{\,3}$
   (c) $e^{\,-1}$
   (d) e
   (e) $e^{\,-\frac{9}{7}}$
   (f) $e^{\,2}$
   (g) $e^{\,20}$

9. (a) f é crescente em $(-\infty,-1]$ e $[1,+\infty)$. f é decrescente em $[-1,0)$ e $(0,1]$.
   (b) f é crescente para todo $x \in \mathbb{R}$.
   (c) f é crescente em $[1,+\infty)$. f é decrescente $(-\infty,0)$ e $(0,1]$.
   (d) f é crescente em $[1,+\infty)$. f é decrescente em $(-\infty,0)$ e $(0,1]$.
   (e) f é crescente em $(-\infty,1]$. f é decrescente em $[1,+\infty)$.
   (f) f é crescente em $(-\infty,-1]$ e $[1,+\infty)$. f é decrescente em $[-1,0)$ e $(0,1]$.

10.

11. (a) f é côncava para cima em $(1,+\infty)$ e côncava para baixo em $(-\infty,1)$. $(1,e^{-2})$ é ponto de inflexão de f.

(b) f é côncava para cima em $(-\sqrt{3},0)$ e $(\sqrt{3},+\infty)$ e côncava para baixo em $(-\infty,-\sqrt{3})$ e $(0,\sqrt{3})$. $\left(-\sqrt{3},-\dfrac{\sqrt{3}}{4}\right)$, $(0,0)$ e $\left(\sqrt{3},\dfrac{\sqrt{3}}{4}\right)$ são pontos de inflexão de f.

(c) f é côncava para cima em $(0,+\infty)$ e côncava para baixo em $(-\infty,0)$. f não tem ponto de inflexão.

(d) f é côncava para cima em $(0,+\infty)$.

(e) f é côncava para cima em todo seu domínio.

(f) f é côncava para cima em $(-\pi,0)$ e $(\pi,2\pi)$ e côncava para baixo em $(-2\pi,-\pi)$ e $(0,\pi)$. $(-\pi,-\pi-1)$, $(0,0)$ e $(\pi,\pi-1)$ são pontos de inflexão de f.

12. (a) (i) f é crescente em $[-1,0]$ e $[1,+\infty)$ e é decrescente em $(-\infty,-1]$ e $[0,1]$.

(ii) O valor máximo local de f é 1 e ocorre em $x=0$ e o valor mínimo local de f é 2 e ocorre em $x=-1$ e $x=1$.

(iii) f é côncava para baixo em $\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{3},\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)$ e é côncava para cima $\left(-\infty,-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)$ e $\left(\dfrac{\sqrt{3}}{3},\infty\right)$. Os pontos de inflexão de f são $\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{3},\dfrac{22}{9}\right)$ e $\left(\dfrac{\sqrt{3}}{3},\dfrac{22}{9}\right)$

(b) (i) f é crescente em $\left[0,\dfrac{\pi}{4}\right]$ e $\left[\dfrac{5\pi}{4},2\pi\right]$ e é decrescente em $\left[\dfrac{\pi}{4},\dfrac{5\pi}{4}\right]$.

(ii) O valor máximo local de f é $\sqrt{2}$ e ocorre em $x=\dfrac{\pi}{4}$ e o valor mínimo local de f é $-\sqrt{2}$ e ocorre em $x=\dfrac{5\pi}{4}$.

(iii) f é côncava para baixo em $\left(0,\dfrac{3\pi}{4}\right)$ e $\left(\dfrac{7\pi}{4},2\pi\right)$ e é côncava para cima $\left(\dfrac{3\pi}{4},\dfrac{7\pi}{4}\right)$. Os pontos de inflexão de f são $\left(\dfrac{3\pi}{4},0\right)$ e $\left(\dfrac{7\pi}{4},0\right)$.

(c) (i) f é crescente em $\left[-\dfrac{1}{3}\,ln\,2,+\infty\right)$ e e é decrescente em $\left(-\infty,-\dfrac{1}{3}\,ln\,2\right]$.

(ii) O valor mínimo global de f é $2^{-\frac{2}{3}}+2^{\frac{1}{3}}$ e ocorre em $x=-\dfrac{1}{3}\,ln\,2$. Não existe ponto de máximo local.

(iii) f é côncava para cima em todo seu domínio. Não existem pontos de inflexão.

(d) (i) f é crescente em $(0,e^2]$ e e é decrescente em $[e^2,+\infty)$.

(ii) O valor máximo local de f é $\dfrac{2}{e}$ e ocorre em $x=e^2$. Não existe ponto de mínimo local.

(iii) f é côncava para cima em $(e^{\frac{8}{3}},+\infty)$ e é côncava para baixo em $(0,e^{\frac{8}{3}})$. $\left(e^{\frac{8}{3}},-\dfrac{8}{3}\,e^{-\frac{4}{3}}\right)$ é ponto de inflexão de f.

13. (a)
- $D(f)=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.
- Interseções: $(0,0)$.
- Assíntota vertical: $x=-1$ e assíntota horizontal: $y=1$.
- f não possui pontos críticos.
- f é crescente em $(-\infty,-1)$ e $(-1,+\infty)$.
- f não possui extremos relativos.
- f é côncava para cima em $(\infty,-1)$ e é côncava para baixo em $(-1,+\infty)$.
- Não existe ponto de inflexão.

(b)
- $D(f)=\mathbb{R}\setminus\{-3,3\}$.

- Interseções: $(0, 0)$.
- Assíntotas verticais: $x = -3$ e $x = 3$ e assíntota horizontal: $y = 0$.
- f não possui pontos críticos.
- f é crescente em $(-\infty, -3)$, $(-3, 3)$ e $(3, +\infty)$.
- f não possui extremos relativos.
- f é côncava para cima em $(0, 3)$ e $(3, +\infty)$ e é côncava para baixo em $(-\infty, -3)$ e $(-3, 0)$.
- $(0, 0)$ é ponto de inflexão de f.

(c)
- $D(f) = \mathbb{R}^*$.
- Interseções: $(\sqrt[3]{2}, 0)$.
- Assíntota vertical: $x = 0$. Não existe assíntota horizontal.
- $(-1, 3)$ é ponto crítico de f.
- f é crescente em $(-1, 0)$ e $(0, +\infty)$ e é decrescente em $(-\infty, -1)$.
- $(-1, 3)$ é ponto de mínimo relativo de f.
- f é côncava para cima em $(-\infty, 0)$ e $(\sqrt[3]{2}, +\infty)$ e é côncava para baixo em $(0, \sqrt[3]{2})$.
- $(\sqrt[3]{2}, 0)$ é ponto de inflexão de f.

(d)
- $D(f) = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.
- Interseções: $(-4, 0)$, $(0, 4)$ e $(4, 0)$.
- Assíntota vertical: $x = 2$. Assíntota horizontal: $y = -1$.
- $\left(8, -\dfrac{4}{3}\right)$ é ponto crítico de f.
- f é crescente em $(-\infty, 2)$ e $(8, +\infty)$ e é decrescente em $(2, 8)$.
- $\left(8, -\dfrac{4}{3}\right)$ é ponto de mínimo relativo de f.
- f é côncava para cima em $(-\infty, 2)$ e $(2, 11)$ e é côncava para baixo em $(11, +\infty)$.
- $\left(11, -\dfrac{35}{27}\right)$ é ponto de inflexão de f.

(e)
- $D(f) = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x \leq -2 \text{ ou } x \geq 2\}$.
- Interseções: $(-2, 0)$ e $(0, 2.)$
- Não existem assíntotas verticais e horizontais.
- $(-2, 0)$ e $(2, 0)$ são pontos críticos de f.
- f é crescente em $(2, +\infty)$ e é decrescente em $(-\infty, -2)$.
- f não possui extremos relativos.
- f é côncava para baixo em $(-\infty, -2)$ e $(2, +\infty)$.
- Não existe ponto de inflexão.

(f)
- $D(f) = \mathbb{R}$.
- Interseção: $(0, 1)$.
- Não existem assíntotas verticais. $y = 0$ é assíntota horizontal ao gráfico de f.
- $(0, 1)$ é ponto crítico de f.
- f é crescente em $(-\infty, 0)$ e é decrescente em $(0, +\infty)$.
- $(0, 1)$ é máximo global de f.
- f é côncava para cima em $\left(-\infty, -\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$ e $\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}, +\infty\right)$ e é côcava para baixo em $\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2}, \dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$.
- $\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2}, e^{-\frac{1}{2}}\right)$ $\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2}, e^{-\frac{1}{2}}\right)$ são pontos de inflexão de f.

(g)
- $D(f) = \mathbb{R}^*$.
- Interseções: pelo Teorema do Valor Intermediário, o gráfico f intersecta o eixo x em $c \in \left[-\dfrac{3}{2}, -1\right]$.
- $x = 0$ é aasíntota vertical ao gráfico de f. Não existem assíntotas horizontais.
- $(1, 1)$ é ponto crítico de f.
- f é crescente em $(-\infty, 0)$ e $(1, +\infty)$ e é decrescente em $(0, 1)$.
- $(1, 1)$ é mínimo relativo de f.
- f é côncava para cima em $(-\infty, 0)$ e $(0, 3)$ e é côncava para baixo em $(3, +\infty)$.
- $\left(3, \dfrac{25}{9}\right)$ é ponto de inflexão de f.

14. (a) f é crescente em $(-\infty, -5]$, $[-4, 0)$ e $(0, +\infty)$ e onde é decrescente em $[-5, -4]$.

(b) a reta tangente ao gráfico de f é horizontal em $x = -4$ e $x = -\dfrac{3}{2}$.

(c) $(-5, 2)$ é ponto de máximo relativo de f e $(-4, 1)$ é ponto de mínimo relativo de f.

(d) f é côncava para cima em $(-\infty, -5)$, $(-5, -3)$ e $\left(-\dfrac{3}{2}, 0\right)$ e é côncava para baixo em $\left(-3, -\dfrac{3}{2}\right)$ e $(0, +\infty)$.

(e) $(-3, 3)$ e $\left(-\dfrac{3}{2}, 4\right)$ são pontos de inflexão de f.

(f) $x = 0$ é assíntota vertical e $y = 0$ é assíntota horizontal ao gráfico de f.

(g)

15. **Sugestão:** Aplique os teoremas do valor intermediário e de Rolle.

16. **Sugestão:** Aplique o teorema do valor médio.

17. **Sugestão:** Aplique o teorema do valor médio.

18.

19. $-\dfrac{3\sqrt{5}}{10}m/s$

20. $90\ Km/h$

21. $\dfrac{4}{100\pi}m/min$

22. $15\pi cm^2/min$

23. $40\pi\ m^2/min$

24. $1,764m/s$; $0,564m/s$

25. $9375\pi cm^3/min$

26. $1/2\pi\ dm/min$

27. $0,84\ dm/min$

28. $-\dfrac{172}{17}Km/h$

29. $3480\pi m/min$

30. $-\dfrac{5000\pi}{9}cm^3/min$

31. $1,112m/s$

32. $\dfrac{300}{\sqrt{82538}}\ m/min$

33. $19,6m/s$

34. $\dfrac{32\pi}{270}Km/s$

35. $\dfrac{16}{125}rad/s$