1. Sejam os pontos $u = (0,1,1), v = (1,1,0)$ e $w = (-1,1,0)$.

   (a) Calcule a distância entre u e o plano π gerado por v e w.

   (b) Determine a equação vetorial da reta que passa por u e é paralela ao vetor v.

2. Seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ uma transformação linear definida por $T(x,y,z) = (2x - y, 3y, 2z)$.

   (a) Determine a dimensão e uma base para cada subespaço de T.

   (b) (8 pontos) T é diagonalizável? Justifique sua resposta.

   Em caso afirmativo, determine uma base do $\mathbb{R}^3$ de autovetores de T.

3. Sejam em $P_2(\mathbb{R})$, o produto interno dado por $\langle p(x), q(x)\rangle = \int_0^1 p(x)q(x)\mathrm{d}x$.

   (a) Utilize o algoritmo de Gram-Schmidt para obter uma base ortogonal de $P_2(\mathbb{R})$, a partir da base $\{1, x, x^2\}$

   (b) Determine o ângulo entre e $u(x) = 1 + x$ e $v(x) = x - x^2$.

   (c) Seja $W = [1 - x, x + x^2]$. Obtenha uma base ortogonal para $W^\perp$, o complemento ortogonal de W.

4. Seja em $\mathbb{R}^3$ o produto interno $\langle (x,y,z), (a,b,c)\rangle = xa + xc + za + yb - zb - yc + 3zc$. Calcule a distância entre os pontos $A = (1,0,0)$, $B = (0,0,1)$.

5. Considere em $\mathbb{R}^3$ o produto interno usual. Classifique a quádrica de equação

$$x^2 + 4y^2 + 2z^2 - 4xy + 2\sqrt{5}x + \sqrt{5}y = 0$$

   Use diagonalização da forma quádrica para obter uma equação sem termos mistos e sem termos lineares.

6. Verifique se as afirmações são verdadeiras ou falsas. Justifique sua resposta.

   (a) A fórmula $\langle (x,y,z), (a,b,c)\rangle = xa + 2yb + zc - xb - ya + yc + zb$ define um produto interno em $\mathbb{R}^3$.

   (b) Seja V um espaço vetorial munido de um produto interno e $u, v \in V$. Então $\|u + v\| = \|u - v\|$ se, e somente se, $u \perp v$.

   (c) Em $M_2(\mathbb{R})$, se o produto interno é dado por $\left\langle \begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \right\rangle = ax + 2by + 2cz + tw$, então o ângulo entre $\begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix}$ e $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ é $\pi/3$.

   (d) Seja V um espaço vetorial de dimensão 2 e $B = \{u_1, u_2\}$ uma base ortonormal de V. Sejam $u, v \in V$, se $[v]_B = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ e $[u]_B = \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix}$, então $\langle u, v\rangle = ac + db$.