

Análise Combinatória

Os exercícios a seguir envolvem problemas de contagem que podem ser feitos “à mão”, sem necessidade de implementar programas em computador.

1. Certa prova tem 10 questões de múltipla escolha, cada uma delas com 4 alternativas
 - a) De quantas formas diferentes a prova pode ser respondida, considerando que todas são respondidas?
 - b) Qual a probabilidade de um estudante acertar todas as questões respondendo-as de forma aleatória?
2. Uma sequência de DNA é uma cadeia de letras A, C, G ou T representando os nucleotídeos.
 - a) Quantas sequências diferentes de 6 elementos existem?
 - b) Quantas delas começam com A?
 - c) Quantas começam ou terminam com A?
 - d) Quantas não possuem A?
3. Considere os números de 1 a 50.
 - a) quais são divisíveis por 3?
 - b) quais são divisíveis por 5?
 - d) quais são divisíveis por 3 e por 5?
 - e) quais são divisíveis por 3 ou por 5?
 - c) quais são divisíveis por 3 mas não por 5?
4. Quantos inteiros positivos de 1 a 1000
 - a) são divisíveis por 7?
 - b) são divisíveis por 11?
 - d) são divisíveis por 7 e por 11?
 - e) são divisíveis por 7 ou por 11?
 - c) são divisíveis por 7 mas não por 11?
5. O valor da aposta na mega-sena depende da quantidade de números apostados, conforme tabela a seguir. Analise estes valores e informe se eles são coerentes, justificando.

Números jogados	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Valor da aposta (R\$)	4,50	31,50	126,00	378,00	945,0	2.079,00	4.158,00	7.722,00	13.513,50	22.522,50
6. As placas de identificação de veículos no Mercosul, usadas no Brasil, são da forma ABC12D3. Considerando que as posições com letras podem ter qualquer letra e as com número qualquer número, sem configurações proibidas:
 - a) quantas placas diferentes são possíveis?
 - b) quantas destas possuem o dígito 0?
 - c) existem mais possibilidades sem repetição de caractere ou com algum repetido?
7. Uma chave WEP (*wired equivalent privacy*) para uma rede WiFi é um string de 10, 26 ou 58 dígitos hexadecimais. Quantas chaves diferentes existem?

8. Em um casamento durante a pandemia havia apenas 10 pessoas presentes, incluindo o noivo e a noiva. De quantas formas diferentes um fotógrafo pode arranjar 6 delas em uma fileira para uma foto, se:
 - a) a noiva deve estar na foto?
 - b) a noiva e o noivo devem estar na foto?
 - c) pelo menos um entre o noivo e a noiva devem estar na foto?
9. De quantas formas diferentes podemos acomodar 4 de um grupo de 10 pessoas em uma mesa circular, assumindo que duas formas são equivalentes caso cada pessoa tenha o mesmo vizinho imediatamente à sua direita e à sua esquerda?
10. O nome de uma variável na linguagem C pode conter letras maiúsculas, letras minúsculas, dígitos e *underscore*. Além disso, o primeiro caractere não pode ser um dígito. Se o nome fosse determinado pelos primeiros 8 caracteres, quantas variáveis diferentes poderiam ser nomeadas em C? (Note que um nome pode ter menos que 8 caracteres)
11. Quantas permutações de ABCDEFGH contêm
 - a) o string CD?
 - b) os strings AB e FGH?
 - c) os strings AB, DE e GH?
 - d) os strings ABC e CDE?
 - e) os strings ABC e FBA?
12. Considere um string de 16 bits.
 - a) Quantos existem contendo exatamente 6 bits 1?
 - b) Em quantos desses de 6 bits 1 não existem 1's consecutivos?
(*dica para b: posicione primeiramente os 0's, depois considere as possibilidades para os 1's*)
13. Certa turma de faculdade possui sete homens e nove mulheres. De quantas formas um comitê de cinco membros pode ser formado
 - a) se pelo menos uma mulher deve estar presente?
 - b) se pelo menos uma mulher e pelo menos um homem devem estar presentes?
14. Numa decisão por pênaltis no futebol, cada time escolhe 5 jogadores. Na primeira fase, os times fazem cobranças alternadas e vence aquele que tiver convertido mais gols. A disputa se encerra assim que algum dos times não puder igualar o número de gols do adversário. Se, após as 10 cobranças, a disputa estiver empatada, os times seguem com cobranças alternadas. De quantas formas diferentes a disputa pode terminar já na primeira fase? (*considerando apenas os resultados, sem distinção de jogadores*)
15. Seis computadores devem ser colocados em 3 laboratórios. De quantas formas isso pode ser feito se:
 - a) os computadores e os laboratórios são considerados idênticos?
 - b) se os computadores são considerados idênticos mas os laboratórios não?
 - c) se os laboratórios são considerados idênticos mas os computadores não?
 - d) se os computadores e os laboratórios são considerados distintos?
16. De quantas formas diferentes o personagem de um jogo de vídeo-game tridimensional pode ir da origem $(0, 0, 0)$ ao ponto $(3, 2, 4)$ se cada movimento é um passo unitário na direção positiva de x , y ou z ?
17. De quantas formas 2000 vacinas idênticas podem ser distribuídas em 3 postos de vacinação?
18. Quantas soluções diferentes existem para a equação $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 16$ se x_1, x_2, x_3, x_4 são inteiros
 - a) com $x_i \geq 0$?
 - b) com $x_i \geq i$?