UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA
DEPARTAMENTO DE INFORMÁTICA
INF332 – Projeto e Análise de Algoritmos

EXERCÍCIOS

1. O seguinte outro algoritmo tem como entrada uma lista L[0..n-1] com n elementos ($n \geq 1$). Considere as comparações (L[i] > b e L[i] < a) como a operação básica do algoritmo. Determine as entradas os tempos (número de vezes que a operação básica é executada) no **melhor** caso e **pior** caso.

```
ALGORITMO1 (L[0..n-1],  n):
    a = L[0]
    b = L[0]
    for i = 1 to n-1 do:
        if L[i] > b :
            b = L[i]
        else:
            if L[i] < a :
                a = L[i]
    return (a, b)
```

A) $n - 1$ e $n^2 - n$
B) n e $n(n - 1)/2$
C) $\log_2 n$ e $n + 1$
D) n-1 e $n(n+1)$
E) n-1 e $2(n-1)$

2. Para uma entrada n (inteiro positivo), determine o número de asteriscos impressos pelo seguinte algoritmo:

```
ALGORITMO2 ( n ):
    if n == 1: print('* * *')
    else:
        for i = 1 to 3 do:
            ALGORITMO(n – 1)
        for i = 1  to 4 do:
            print('*')
```

A) $3^n - 2$
B) $3^n + 2(3^{n-1} - 1)$
C) $3^{n-1} - 1$
D) $2.3^n - 1$
E) $2^n + 3(2^n + 1)$

3. Usando a notação Θ, determine a complexidade do algoritmo:

```
ALGO (n):
    for i = 1 to n:
        for j = 1 to log(i):
            print(i+j)
```

A) $\Theta(n)$
B) $\Theta(n \log n)$
C) $\Theta(\log n)$
D) $\Theta(n^2)$
E) $\Theta(n^2 \log n)$

4. Considere o problema das Torres de Hanói com 4 pinos (A, B, C e D). Elabore um algoritmo recursivo para movimentar n discos do pino A para o pino D (usando os pinos B e C como pinos auxiliares), realizando o menor número de movimentos. Apresente a relação de recorrência e obtenha a fórmula fechada para determinar o número de movimentos realizados pelo algoritmo. Considere o caso de n ser um número par.

A) $3^n - 2$
B) $2(2^{n/2} - 1)$
C) $3.2^{n-1} - 1$
D) $2.3^n - 1$
E) $3(2^{n/2} - 1)$

5. Resolva a seguinte recorrência e determine a função fechada.
$T(n) = 3T(n/3) + n$, para $n>1$,
$T(1) = 1$
Considere n potência de 3.

A) $T(n) = n \log_3 n + n$
B) $T(n) = n^2 \log_3 n + n$
C) $T(n) = n \log_3 n + n^2$
D) $T(n) = n \log_3 n + \log_3 n$
E) $T(n) = n \log_3 n + 3n$

6. Responda Verdadeiro ou Falso.
a) $n \log_2 n \in \Theta(\log_2 n^n)$
b) $n \log_2 n \in \Omega(n^2)$
c) $n^2 + n \log_2 n + n\sqrt{n} \in \Omega(n^2 \log_2 n)$
d) Se $f(n) \in O(g(n))$, então $\lim_{n\to\infty} f(n)/g(n) = 0$
e) Se $f(n) \in \omega(g(n))$, então $f(n) \in O(g(n))$
f) $n^2 \log_2 n \in o(n^2\sqrt{n})$
g) Se $\lim_{n\to\infty} f(n)/g(n) = \infty$, então $f(n) \in \omega(g(n))$

7. Usando limites infinitos, provar:
a) $3^n \in \Omega(2^n)$
b) $(n\text{-}1)! \in o(n!)$

8. Determine a classe de eficiência assintótica (Θ) das seguintes funções recursivas:
a) $T(n) = 2T(n/4) + \sqrt{n}$
b) $T(n) = 16T(n/4) + n^2$
c) $T(n) = 7T(n/3) + n^3$