

PROVA 1 - MAT 241

Hugo Marinho

2021

- TRANSCREVA AS EQUAÇÕES DA QUESTÃO PARA A FOLHA DE RESOLUÇÃO
- IDENTIFIQUE COM CLAREZA QUAL QUESTÃO VOCÊ ESTÁ RESOLVENDO
- ENVIE A PROVA EM UM ÚNICO ARQUIVO E EM PDF
- JUSTIFIQUE BEM SUAS RESPOSTAS
- AO TRANSFORMAR SUA PROVA EM PDF CERTIFIQUE-SE DE QUE ESTÁ LEGÍVEL

1. 40 pontos - Em cada item faça o que se pede:

a) 10 pontos - Determine a área do triângulo formado por estes pontos $A = (1, 3, 2)$, $B = (5, 3, 2)$ e $C = (2, 2, 2)$

b) 10 pontos - Seja \vec{u} um vetor ortogonal a \vec{v} e \vec{w} . Sabendo-se que \vec{v} e \vec{w} formam um ângulo de 30° e que $\|\vec{u}\| = 3$, $\|\vec{v}\| = 5$ e $\|\vec{w}\| = 2$. Calcule $\langle \vec{u}, \vec{v} \times \vec{w} \rangle$

c) 10 pontos - Sejam $\vec{u} = (k, 2, 1)$ e $\vec{v} = (1, 1, -2)$. Sabendo-se que o ângulo entre \vec{u} e \vec{v} é agudo, determine o valor de k de modo que a área do triângulo formado por \vec{u} e \vec{v} seja $\sqrt{57}$.

d) 10 pontos - Determine a posição relativa entre as retas:

$$r: \frac{x-2}{4} = \frac{y+3}{3} = z-1 \quad s: \begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = -3 - t \\ z = 1 + 3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

2. 20 pontos - Determine um plano α , de tal forma que, α forma um ângulo de 30° com o plano $x=2$, forma 60° com o plano xz e contenha o ponto $A = (3, 2, 1)$. Considere também que a norma do vetor normal de α seja igual a 8.

3. 20 pontos - Considere a seguinte esfera:

$$S : x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 2y - 4z = -2$$

Determine um plano tangente a essa esfera e que seja perpendicular à reta $r : \frac{x-2}{3} = \frac{y+2}{2} = z-4$

4. 20 pontos - Considere os planos $\alpha : x + y + z = 2$ e $\beta : x - 2y - z = 1$.

a) Determine a reta r dada pela interseção dos planos.

b) Escreva a equação da esfera que tem centro no ponto da reta r quando $t = 1$ e é tangente à reta $s : x - 1 = y + 1 = z - 2$

DICA SHOW: Se queremos calcular a distância de um ponto P_0 do espaço até uma reta r , utilizamos a seguinte fórmula

$$d(P, r) = \frac{\|P_0 \vec{P}_r \times \vec{v}_r\|}{\|\vec{v}_r\|}$$

Onde P_r é um ponto qualquer da reta r e \vec{v}_r é o vetor diretor da reta r .

Para encontrar o plano da sua vida você precisa de um vetor normal e um ponto