( ) S T Q Q S S D ___/___/___

T2 - MAT 135 - LUÍSA DE SOUZA FERREIRA - 102026

(1) I - $(1,0)+(x_1,y_1) = (1\times 1, 0+y_1) = (x_1, y_1)$ ✓

III - $x(1,1) + y(2,1) = (1,0)$

$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ x + y = 0 \end{cases} \rightarrow \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{array}\right] \underset{L_2 \leftarrow -L_1 + L_2}{\sim} \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \end{array}\right] \therefore \begin{cases} x + 2y = 1 & \therefore x = 1 \\ -y = 1 \therefore y = 1 \end{cases}$

Sim, só tem uma solução ✓

letra A

II - $u + v = 0 \rightarrow$ simétrico, $(2,1)+(-2,-1) = (-4, 0)$ X

(2) I - V

letra A

II - $U - U = \{0\}$ Sim, porque o conjunto é o mesmo! $(x_1, y_1, z_1) - (x_1, y_1, z_1) =$
$= (x_1 - x_1, y_1 - y_1, z_1 - z_1) = (0,0,0)$ ✓

III - F ? (não faz sentido) X $\dim(U+V) \leq 3$ $\dim V = 5$, não pode ser base de V!

(3) $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x + 2y = 0, x + z = 0\}$ e $W = [(0,1,2)]$, então $U + W$ =
$\hookrightarrow x = -2y$ $\hookrightarrow z = -x = 2y$

$U = \{(x, y, -x)$, $x \in \mathbb{R}\}$ e $W = \{(0, y, 2y)$, $x \in \mathbb{R}\}$
$U + V = (x, -x/2, -x) + (0, x, 2x) = (x, x/2, x)$, $x \in \mathbb{R}$

letra B $\rightarrow (x,y,z) + (0, y, 2y)$ (ÚNICA QUE FEZ SENTIDO, SEM TEMPO)!

(4) $w = x\,u + y.v$

$(2,1,a) = x(1,0,1) + y(b,1,1)$

$\begin{cases} x + y.b = 2 \therefore x + b = 2 \rightarrow x = 2 - b \\ 0 + y = 1 \therefore y = 1 \\ x + y = a \end{cases}$

$\hookrightarrow 2 - b + 1 = a$

$a + b = 3$ //

letra A

__/__/__ S T Q Q S S D

5) a) $(4,3,-1)$

$a(4,3,-1)+b(1,-1,2)+c(1,2,-1)=0$

$\begin{cases} 4a+b+c=0 \\ 3a-b+2c=0 \\ -a+2b-c=0 \end{cases} = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{matrix} 4 & 1 \\ 3 & -1 \\ -1 & 2 \end{matrix}$

$det = 4-2+6-1-16+3$

$det = -6$

$\hookrightarrow det \neq 0$, única solução trivial, então NÃO pertence a W, porque não é combinação linear

b) $(2,-5,1)$

$a(2,-5,1)+b(1,-1,2)+c(1,2,-1)=0$

$\begin{cases} 2a+b+c=0 \\ -5a-b+2c=0 \\ a+2b-c=0 \end{cases} \therefore \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -5 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{matrix} 2 & 1 \\ -5 & 1 \\ 1 & 2 \end{matrix}$

$det = \cancel{+2}\cancel{+2}-10\cancel{+1}-8\cancel{-8}$

$det = -18 \neq 0$, única solução trivial $\notin W$

c) $(3,5,4)$

$a(3,5,4)+b(1,-1,2)+c(1,2,-1)=0$

$\begin{cases} 3a+b+c=0 \\ 5a-b+2c=0 \\ 4a+2b-c=0 \end{cases} \therefore \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 5 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{matrix} 3 & 1 \\ 5 & -1 \\ 4 & 2 \end{matrix}$

$det = 3+8+10+4-12+5$

$det = 18 \neq 0$, única solução é trivial $\notin W$

d) $(-2,3,-5)$

$a(-2,3,-5)+b(1,-1,2)+c(1,2,-1)=0$

$\begin{cases} -2a+b+c=0 \\ 3a-b+2c=0 \\ -5a+2b-c=0 \end{cases} \begin{bmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ -5 & 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{matrix} -2 & 1 \\ 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{matrix}$

$det = -2-10+6-5+8+3$

$det = 0$, logo, o sistema possue múltiplas soluções, então $(-2,3,5)$ é combinação linear de $(1,-1,2)$ e $(1,2,-1)$ e pertence a W!

Letra D

S T Q Q S S D   ___/___/___

(6) $[u+2v]_C = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$, $B = \{u, v\}$

$u + 2v = a(-u+v) + b.u$

$a = 2$ $a + b = 5$

$b = 3$ $-2u + 2v + 3u = u + 2v$

letra A

(7) I - T é injetora, Ker T = {0} ; letra B

{u, v} é LI {T(u), T(v)} V

{(1,0), (0,1)} , NÃO ACHEI CONTRAEXEMPLO, SEMPRE

$T: (x,y) \mapsto (2x+2y)$ é injetora porque só dá (0,0) se x=0 e y=0

{Tv, Tu} = {(2, 2), (4,4)} o que é LD (errado!)

II. Não necessariamente porque se u for linearmente dependente de v ou vice-versa, {T(u), T(v)} = {2u, v} é LD!

F!

(8) $(2,1) = (1,0) + (1,1)$

$T(2,1) = T(1,0) + T(1,1)$

$T(2,1) = (2,-1) + (1,-1) = (3,-2)$

letra C

(9) Ker T = { v ∈ $\mathbb{R}^4$ / Tv = 0 }

$\begin{cases} x + 2y = 0 \\ x - y + z = 0 \end{cases}$ ∴ $2y = x$ ∴ $2y - y + z = 0$

$z = -y$

Ker T = {(2y, y, -y, 0) y ∈ $\mathbb{R}$ }

letra D

___/___/___

S T Q Q S S

10- $T(1) = (1,1)$

$T(x) = (-1,0)$ combinação linear

$T(-x^2) = 0$

$0 + 1x + 0x^2 = (0+1, 0-0) = (1,0)$ (2ª coluna)

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

letra A//