TRABALHO 2- CONJUNTOS

**1- Considere o conjunto $U = \{x \in N : 0 < x \leq 10\}$ e os subconjuntos $A = \{x \in U :$ x é primo$\}$, $B = \{x \in U :$ x é um quadrado perfeito$\}$ e $C = \{x \in U :$ x é ímpar$\}$. Determinar o conjunto $X = (A \cap B)^c - (B \cup C)^c$ .**

$U = \{x \in N / 0 < x \leq 10\} = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$

$A = \{ x \in U /$ x é primo$\} = \{2,3,5,7\}$

$B = \{ x \in U /$ x é quadrado perfeito$\} = \{1,4,9\}$

$C = \{ x \in U /$ x é ímpar$) = \{1,3,5,7,9\}$

$A \cap B = \{1\}$ // $( A \cap B )^c = U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$

$B \cup C=\{1,3,4,5,7,9\}$ // $(B \cup C)^c = \{2,6,8,10\}$

$X = (A \cap B)^c - (B \cup C)^c$

$X= U - \{2,6,8,10\}$

$X=\{1,3,4,5,7,9\}$

**2- Se A, B, C, D são conjuntos tais que $C \subset A^c$ , $A \subset B^c$ , e $C \cup D = D$.**
**Simplificar: $[(A^c \cup B^c ) \cap (C^c \cup D^c )] \cup [([(C \cup B) \cap A] \cup C^c ) \cap B]$**

$[(A^c \cup B^c ) \cap (C^c \cup D^c )] \cup [([(C \cup B) \cap A] \cup C^c ) \cap B]$

$[(A^c \cup B^c ) \cap (C^c \cup D^c )] \cup [((C \cup B) \cup C^c ) \cap (A \cup C^c ) \cap B]$:distributiva

$[(A^c \cup B^c ) \cap (C^c \cup D^c )] \cup [((C \cup C^c ) \cup B) \cap (A \cup C^c ) \cap B]$:associativa

$[(A^c \cup B^c ) \cap (C^c \cup D^c )] \cup [((U ) \cup B) \cap (A \cup C^c ) \cap B]$:negação

$[(A^c \cup B^c ) \cap (C^c \cup D^c )] \cup [(B) \cap (A \cup C^c ) \cap B]$:elemento neutro

$[(A^c \cup B^c ) \cap (C^c \cup D^c )] \cup [(A \cup C^c ) \cap B \cap B]$:associativa

$[(A^c \cup B^c ) \cap (C^c \cup D^c )] \cup [(A \cup C^c ) \cap B]$: idempotência

$[(A^c \cup B^c ) \cap (C^c \cup D^c )] \cup [(A \cap B ) \cup (C^c \cap B)]$:distributiva

$[(A \cap B )^c \cap (C^c \cup D^c )] \cup [(A \cap B ) \cup (C^c \cap B)]$:lei de morgan

$[ (C^c \cup D^c) \cap (A \cap B )^c] \cup (A \cap B ) \cup (C^c \cap B])$:associativa

$(C^c \cup D^c) \cup (A \cap B ) \cup (C^c \cap B)$: absorção

$D^c \cup (A \cap B) \cup C^c \cup (C^c \cap B)$:associativa

$D^c \cup (A \cap B) \cup C^c$ :absorção

$D^c \cup C^c \cup (A \cap B)$ :associativa

$(D \cap C)^c \cup (A \cap B)$:lei de morgan

Como o enunciado nos informa que $A \subset B^c$ , então $A \cap B = \emptyset$. Visto que seja um $x \in A \longrightarrow x \notin B$, ou seja, A não tem elementos comuns com B porque o $x \in A$ implica que $x \notin B$. Então:

$(D \cap C)^c \cup (\emptyset)$

$(D \cap C)^c$ :elemento neutro

Como o enunciado nos informa que $C \cup D = D$, então

$(D^c \cup C^c)$: lei de morgan dos conjuntos

$((C \cup D)^c \cup C^c)$ : $C \cup D = D$ pelo enunciado

$((C^c \cap D^c) \cup C^c)$ : lei de morgan

$((D^c \cap C^c) \cup C^c)$ : comutativa

$C^c$ : absorção

**3- Demonstrar a seguinte afirmação: Se $(A \cup B) \subset [B^c - (A - B)]$, então $A = \emptyset$ e $B = \emptyset$.]**

$(A \cup B) \subset [B^c - (A - B)] \longrightarrow A = \emptyset$ e $B = \emptyset$

$(A \cup B) \subset [B^c - (A - B)]$

$(A \cup B) \subset [B^c - (A \cap B^c)]$: propriedade do complementar $(A - B) = A \cap B^c$

$(A \cup B) \subset [B^c \cap (A \cap B^c)^c]$: propriedade do complementar $(A - B) = A \cap B^c$

$(A \cup B) \subset [B^c \cap (A^c \cup B)]$ : lei de morgan

$(A \cup B) \subset [(B^c \cap A^c) \cup (B^c \cap B)]$:distributiva

$(A \cup B) \subset [(B^c \cup A^c) \cap (\emptyset)]$: negação

$(A \cup B) \subset [\emptyset]$:elemento neutro

$(A \cup B) \subset [\emptyset]$

Como o conjunto vazio, representado por $\emptyset$, tem como único subconjunto ele mesmo, a única forma de $(A \cup B)$ estar contido em $\emptyset$ é se $(A \cup B) = \emptyset$. Logo, concluímos que $A = \emptyset$ e $B = \emptyset$, provando $(A \cup B) \subset [B^c - (A - B)] \longrightarrow A = \emptyset$ e $B = \emptyset$.

**4- Demonstrar, usando definições(usando elementos), que $P[(A \cap B) \cup C)] = P(A \cup C) \cap P(B \cup C)$**

$P[(A \cap B) \cup C)] = P(A \cup C) \cap P(B \cup C)$

$(\subset)$ $P[(A \cap B) \cup C)] \subset P(A \cup C) \cap P(B \cup C)$

Seja $X \in P[(A \cap B) \cup C)]$, por definição temos que:

$X \subset [(A \cap B) \cup C)]$

$X \subset [(A \cup C) \cap (B \cup C)]$:distributiva

Se X está contido na interseção de A e B, então ele está contido em ambos conjuntos, com isso:

$X \subset (A \cup C)$ e $X \subset (B \cup C)$

$P(A \cup C) \cap P(B \cup C)$ : por definição

$P[(A \cap B) \cup C)] \longrightarrow P(A \cup C) \cap P(B \cup C)$

$(\supset)$ $P(A \cup C) \cap P(B \cup C) \subset P[(A \cap B) \cup C)]$

Seja $X \in P(A \cup C) \cap P(B \cup C)$, por definição temos que:

$X \subset (A \cup C)$ e $X \subset (B \cup C)$

Se X está contido em $(A \cup C)$ e em $(B \cup C)$, ele estará contido da interseção desses dois conjuntos porque por definição de interseção $A \cap B$ tal que $x \in A$ e $x \in B$. Então:

$X \subset [(A \cup C) \cap (B \cup C)]$

$X \subset [(A \cap B) \cup C)]$: distributiva

$X \in P[(A \cap B) \cup C)]$: por definição

$P(A \cup C) \cap P(B \cup C) \longrightarrow P[(A \cap B) \cup C)]$

Portando, provando que $P[(A \cap B) \cup C)] \subset P(A \cup C) \cap P(B \cup C)$ e $P(A \cup C) \cap P(B \cup C) \subset P[(A \cap B) \cup C)]$, é possível afirmar que $P[(A \cap B) \cup C)] = P(A \cup C) \cap P(B \cup C)$