Universidade Federal de Viçosa
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

2^o TESTE DE GEOMETRIA ANALÍTICA E ÁLGEBRA LINEAR - 2021/I

Profa. Lana Mara Rodrigues dos Santos

MATRÍCULA: 102026

1. Seja $V = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x > 0\}$ um espaço vetorial com as seguintes operações de adição e multiplicação:

   (i) $(x_1, y_1) + (x_2, y_2) = (x_1x_2, y_1 + y_2)$
   (ii) $\alpha(x, y) = (x^\alpha, \alpha y)$

   Considere as seguintes afirmações:

   (I) O vetor $(1, 0)$ é o elemento neutro de V.
   (II) O vetor simétrico de $(2, 1)$ é o vetor $(-2, -1)$.
   (III) A equação $x(1, 1) + y(2, 1) = (1, 0)$ tem única solução.

   Estão corretas:
   (a) I e II
   (b) II e III
   (c) I e III
   (d) todas
   (e) não sei

2. Sejam V um espaço vetorial de dimensão 5, com U, W subespaços de V, ambos de dimensão 3, e definimos o subespaço $U - V = \{v = u - w : u \in U, w \in W\}$. Considere as afirmações:

   (I) O maior valor possível para $\dim(U \cap W)$ é 3.
   (II) $U - U = \{\mathbf{0}\}$.
   (III) Se $\dim(U \cap W) = 1$, então existe uma base de V com vetores que estão em $U + W$.

   Estão corretas:
   (a) I e II
   (b) II e III
   (c) I e III
   (d) todas
   (e) não sei

3. Sejam $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + 2y = 0, x + z = 0\}$ e $W = [(0, 1, 2)]$, então $U + W =$

   (a) $\{(x, y, y), x, y \in \mathbb{R}\}$
   (b) $\{(x, y, 2y), x, y \in \mathbb{R}\}$
   (c) $\{(x, y, -2x), y \in \mathbb{R}\}$
   (d) $\{(x, y, -y), x, y \in \mathbb{R}\}$
   (e) não sei

4. Sejam $u = (1, 0, 1)$, $v = (b, 1, 1)$ e $w = (2, 1, a)$, em que $a, b \in \mathbb{R}$. Se w é combinação linear de u e v, então $a + b =$

   (a) 3
   (b) 2
   (c) 1
   (d) 0
   (e) não sei

5. Seja o subespaço $W = [(1, -1, 2), (1, 2, -1)]$, então pertence a W:

   (a) $(4, 3, -1)$
   (b) $(2, -5, 1)$
   (c) $(3, 5, 4)$
   (d) $(-2, 3, -5)$
   (e) não sei

6. Sejam $B = \{u, v\}$ e $C = \{-u + v, u\}$ bases de um espaço vetorial V. Se $[u + 2v]_C = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$, então $a + b =$

(a) 5

(b) 4

(c) 3

(d) 2

(e) não sei

7. Sejam as afirmações a respeito de um operador linear T sobre um espaço vetorial V com $u, v \in V$.

   (I) Se T é injetora e $\{u, v\}$ é linearmente independente, então $\{T(u), T(v)\}$ é linearmente independente.

   (II) Sejam u, v não nulos, se $T(u) = 2u$ e $T(v) = v$, então $\{T(u), T(v)\}$ é linearmente independente.

   Está correto o que se afirma em:

   (a) Nenhuma

   (b) I

   (c) II

   (d) I e II

   (e) não sei

8. Seja T um operador do $\mathbb{R}^2$. Se $T(1,0) = (2,-1)$ e $T(1,1) = (1,-1)$, então $T(2,1) =$

   (a) $(3,-1)$

   (b) $(2,1)$

   (c) $(3,-2)$

   (d) $(2,0)$

   (e) não sei

9. Seja $T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^2$, uma transformação linear tal que $T(x,y,z,t) = (x+2y, x-y+z)$. O núcleo de T é:

   (a) $N(T) = \{(-2y, y, 3y, t), y, t \in \mathbb{R}\}$

   (b) $N(T) = \{(2y, y, -y, t), y, t \in \mathbb{R}\}$

   (c) $N(T) = \{(-2y, y, 3y, 0), y \in \mathbb{R}\}$

   (d) $N(T) = \{(2y, y, -y, 0), y \in \mathbb{R}\}$

   (e) não sei

10. Sejam $T : P_2(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^2$, uma transformação linear tal que $T(a+bx+cx^2) = (a+b, a-c)$ e a matriz $[T]_C^B$ (matriz de T da base B para a base C), em que $B = \{1, x, -x^2\}$ e $C = \{(1,1), (-1,0)\}$. A **segunda** coluna de $[T]_C^B$ é igual a:

    (a) $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$

    (b) $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$

    (c) $\begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$

    (d) $\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$

    (e) não sei