

1ª PROVA DE GEOMETRIA ANALÍTICA E ÁLGEBRA LINEAR - 2021/I

*Profa. Lana Mara Rodrigues dos Santos*

MATRÍCULA: 102026

---

1. (16 pontos) Determine a matriz inversa da matriz  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  por meio de operações elementares.

*Atenção: Exiba as operações elementares utilizadas no processo.*

2. (14 pontos) Seja  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -2 & -3 \end{bmatrix}$ .

- (a) (4 pontos) Calcule  $\det A_{31}$  (ou seja, calcule o determinante da matriz obtida com eliminação da terceira linha e da primeira coluna de  $A$ ).
- (b) (10 pontos) Use o resultado obtido no item (a) para calcular o determinante da matriz  $A$  usando o **Desenvolvimento de Laplace**.

3. (16 pontos) Seja  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ .

- (a) Determine a matriz  $AA^T - 2I$ , em que  $I$  é a matriz identidade.
- (b) Determine uma fatoração LU da matriz  $A$ .

4. (20 pontos) Seja  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ .

- (a) (8 pontos) Determine uma matriz ampliada **escalonada** do sistema  $Ax = 0$  (matriz nula).

Use os conceitos de **posto e nulidade** para classificar o sistema quanto ao número de soluções.

- (b) (8 pontos) Determine o conjunto solução de  $Ax = 0$  (usando o Método de eliminação de Gauss).
- (c) (4 pontos) Determine uma solução não nula do sistema  $Ax = 0$ .

5. (14 pontos) Um avião de combate a incêndios florestais transporta três tipos de produtos  $A$ ,  $B$  e  $C$ . Uma tonelada de  $A$  combate uma área de incêndio de 1 ha (hectare), 1 tonelada de  $B$  combate uma área de incêndio de 1.5 ha e uma tonelada de  $C$  combate uma área de incêndio de 2.5 ha. Para apagar uma área de incêndio de 12 ha, o avião transportou 6 toneladas dos produtos.
- (a) (2 pontos) Escreva o sistema linear associado ao problema de combate ao incêndio considerando  $x, y$  e  $z$  as quantidades transportadas no avião dos produtos  $A, B$  e  $C$ , respectivamente.
- (b) (4 pontos) Resolva o sistema linear obtido no item (a).
- (c) (4 pontos) Determine todas as possíveis quantidades  $x, y$  e  $z$  transportadas de cada produto  $A, B$  e  $C$  para o combate ao incêndio.
- (d) (4 pontos) Se uma tonelada de  $A$  custa R\$ 1.000,00, uma tonelada de  $B$  custa R\$ 2.000,00 e uma tonelada de  $C$  custa R\$ 3.000,00, determine as quantidades  $x, y$  e  $z$  transportadas dos produtos  $A, B$  e  $C$  que forneçam o menor custo.
6. (20 pontos) Verifique se as afirmações são verdadeiras ou falsas. Justifique!
- (a) Seja  $B$  uma matriz quadrada de ordem 3. Se  $\det B = -2$  e  $C = 2B^{-1}(B^T)^2$ , então  $\det C = 8$ .
- (b) Seja  $A$  uma matriz quadrada e  $I$  é a matriz identidade. Se existe um vetor  $u \neq 0$  tal que  $(A - 2I)u = 0$ , então  $A^2u = 4u$ .
- (c) Seja uma matriz quadrada invertível e  $I$  a a matriz identidade. Se  $A^{-1} = A - I$ , então  $A^2 = A + I$ .
- (d) Seja  $A$  uma matriz quadrada de ordem 2. Se  $A.A = 0$  (matriz nula), então  $A = 0$ .