# Departamento de Matemática - UFV
## MAT 131 - Introdução à Álgebra

---

# RELAÇÕES ENTRE CONJUNTOS

**(1) INCLUSÃO:** $\boxed{A \subset B \Longleftrightarrow (\forall x \in A,\ x \in A \Longrightarrow x \in B)}$

**Atenção:** $\boxed{A \not\subset B \Longleftrightarrow (\exists x \in A,\ x \in A \wedge x \notin B)}$

PROPRIEDADES

| | |
|---|---|
| 1) $\emptyset \subset A, \quad \forall A$ | 2) $A \subset A, \quad \forall A$ |
| 3) $A \subset B$ e $B \subset C \Longrightarrow A \subset C$ | 4) $A \subset B$ e $B \subset A \Longrightarrow A = B$ |

---

**(2) IGUALDADE:** $\boxed{A = B \Longleftrightarrow A \subset B \quad e \quad B \subset A}$

**Atenção:** $\boxed{A \neq B \Longleftrightarrow (A \not\subset B \quad ou \quad B \not\subset A)}$

PROPRIEDADES

| |
|---|
| $A = A, \quad \forall A$ |
| $A = B \Longrightarrow B = A$ |
| $A = B \quad eB = C \Longrightarrow A = C$ |

---

**(3) CONJUNTO DE PARTES:** $\boxed{\mathcal{P}(A) = \{B \subset U : B \subset A\}}$ $\boxed{X \in \mathcal{P}(A) \Longleftrightarrow X \subset A}$

**Atenção:** $\boxed{X \notin \mathcal{P}(A) \Longleftrightarrow X \not\subset A}$

PROPRIEDADES: Para qualquer conjunto $A$, valem:

| | |
|---|---|
| (1) $a \in A \Longleftrightarrow \{a\} \in \mathcal{P}(A)$ | (5) $B \subset A \Longleftrightarrow B \in \mathcal{P}(A)$ |
| (2) $\emptyset \in \mathcal{P}(A)$ | (6) $A \subset B \Longleftrightarrow \mathcal{P}(A) \subset \mathcal{P}(B)$ |
| (3) $A \in \mathcal{P}(A)$ | (7) $\mathcal{P}(A \cap B) = \mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B)$ |
| (4)$\mathcal{P}(\emptyset) = \{\emptyset\}$ | (8) $\mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B) \subset \mathcal{P}(A \cup B)$ |

# OPERAÇÕES ENTRE CONJUNTOS

**(1) UNIÂO:** $A \cup B = \{x \in U : x \in A \quad \text{ou} \quad x \in B\}$ $\quad$ $x \in (A \cup B) \Longleftrightarrow (x \in A \quad \vee \quad x \in B)$

**Atenção:** $x \notin (A \cup B) \Longleftrightarrow (x \notin A \wedge x \notin B)$

PROPRIEDADES

| | | |
|---|---|---|
| (1) $A \cup A = A$ | (2) $A \cup \emptyset = A$ | (3) $A \cup U = U$ |
| (4) $A \cup B = B \cup A$ | (5) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ | (6) $A \subset (A \cup B)$, $B \subset (A \cup B)$ |
| (7) $A \subset B \Longleftrightarrow A \cup B = B$ | (8) $A \subset C\, e B \subset C \Longrightarrow A \cup B \subset C$ | (9) $A \cup B = \emptyset \Longrightarrow A = \emptyset\, e\, B = \emptyset$ |

---

**(2) INTERSEÇÃO:** $A \cap B = \{x \in U : x \in A \quad e \quad x \in B\}$ $\quad$ $x \in (A \cap B) \Longleftrightarrow (x \in A \quad \wedge \quad x \in B)$

**Atenção:** $x \notin (A \cap B) \Longleftrightarrow (x \notin A \vee x \notin B)$

PROPRIEDADES

| | |
|---|---|
| (1) $A \cap A = A$ | (2) $A \cap \emptyset = \emptyset$ |
| (3) $A \cap U = A$ | (4) $A \cap B = B \cap A$ |
| (5) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$ | (6) $(A \cap B) \subset A$; $(A \cap B) \subset B$ |
| (7)$A \subset B \Longleftrightarrow A \cap B = A$ | (8)$A \subset B \Longrightarrow A \cap C \subset B \cap C$ |
| (9) $A \subset C\, e B \subset D \Longrightarrow A \cap B \subset C \cap D$ | |

PROPRIEDADES ADICIONAIS

| | |
|---|---|
| (1) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ | (2) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ |
| (3) $A \cap (A \cup B) = A$ | (4) $A \cup (A \cap B) = A$ |

---

**(3) DIFERENÇA:** $A - B = \{x \in U : x \in A \quad e \quad x \notin B\}$ $\quad$ $x \in (A - B) \Longleftrightarrow (x \in A \quad \wedge \quad x \notin B)$

**Atenção:** $x \notin (A - B) \Longleftrightarrow (x \notin A \vee x \in B)$

PROPRIEDADES

| | |
|---|---|
| (1) $A - A = \emptyset$ | (2) $A - \emptyset = A$ |
| (3) $\emptyset - A = \emptyset$ | (4) $A - B \neq B - A$ |
| (5) $A \cap (B - C) = (A \cap B) - (A \cap C)$ | (6) $(A - B) \subset A$ |
| (7) $A \subset B \Longrightarrow (A - C) \subset (B - C)$ | (8) $A \subset B \Longleftrightarrow A - B = \emptyset$ |
| (9) $B \cap (A - B) = \emptyset$ | (10) $A \cap B = \emptyset \Longleftrightarrow A - B = A$ |

**(4) COMPLEMENTAR:** $\boxed{\mathcal{C}_B^A = \{x \in U : x \in (B - A)\}}$ $\boxed{\mathcal{C}_U^A = A^c = \{x \in U : x \notin A\}}$

**Atenção:** $\boxed{x \notin \mathcal{C}_B^A \iff (x \notin B \vee x \in A)}$ $\boxed{x \notin A^c \iff x \in A}$

PROPRIEDADES

| Para $A \subset B$ | | | Para $A \subset U$ | |
|---|---|---|---|---|
| (1) $\mathcal{C}_B^{\mathcal{C}_B^A} = A$ | (5) $A \cup \mathcal{C}_B^A = B$ | | (1) $(A^c)^c = A$ | (5) $(A \cup A^c) = U$ |
| (2)$\mathcal{C}_A^A = \emptyset$ | (6) $\mathcal{C}_B^A \subset B$ | | (2) $(A \cap A^c) = \emptyset$ | (6) $U^c = \emptyset$ |
| (3) $\mathcal{C}_A^{\emptyset} = A$ | (7) $B - A = B \cap \mathcal{C}_B^A$ | | (3) $(\emptyset)^c = U$ | (7) $A \subset B \iff B^c \subset A^c$ |
| (4) $A \cap \mathcal{C}_B^A = \emptyset$ | (8) $\mathcal{C}_B^{A \cap C} = \mathcal{C}_B^A \cup \mathcal{C}_B^C$ | | (4) $(A - B) = A \cap B^c$ | (8) $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$<br>$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$ |

---

**(5) DIFERENÇA SIMÉTRICA:** $\boxed{A \triangle B = \{x \in U : x \in (A \cup B) \,\mathrm{e}\, x \notin (A \cap B)\}}$

$\boxed{A \triangle B = \{x \in U : x \in (A - B) \,\mathrm{ou}\, x \in (B - A)\}}$

$$\boxed{x \in (A \triangle B) \iff x \in [(A \cup B) - (A \cap B)] \iff (x \in A \,\mathrm{ou}\, x \in B) \,\mathrm{e}\, (x \in A^c \,\mathrm{ou}\, x \in B^c)}$$

**Atenção:** $\boxed{x \notin (A \triangle B) \iff x \notin [(A \cup B) - (A \cap B)] \iff (x \notin A \,\mathrm{e}\, x \notin B) \,\mathrm{ou}\, (x \in A \,\mathrm{e}\, x \in B)}$

PROPRIEDADES

| | |
|---|---|
| (1) $A \triangle B = \emptyset$ | (4) $(A \triangle B) \triangle C = A \triangle (B \triangle C)$ |
| (2)$A \triangle \emptyset = A$ | (5) $(A \triangle B) \cap C = (A \cap C) \triangle (B \cap C)$<br>$(A \cup C) \triangle (B \cup C) \subset (A \triangle B) \cup C$ |
| (3) $A \triangle B = B \triangle A$ | (6) $(A \triangle B) \cup (B \triangle C) = (A \cup B \cup C) - (A \cap B \cap C)$ |

# NÚMERO DE ELEMENTOS DE UM CONJUNTO

PROPRIEDADES

1. Se $A \cap B = \emptyset$, então $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$;
2. $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$;
3. $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$;
4. $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$;
5. Se $n(A) = k$, então $n[\mathcal{P}(A)] = 2^k$.