EST 105 - Exercícios de introdução à teoria das probabilidades[1]

1 (II/2001). Considere dois eventos, $A = \{$atirador A acerta o alvo$\}$ e $B = \{$atirador B acerta o alvo $\}$, com probabilidades $P(A) = 0,51$ e $P(B) = 0,32$. Pede-se, se os atiradores A e B atiram simultaneamente em um alvo, qual é a probabilidade do alvo ser atingido quando os eventos A e B:

a. são independentes?

b. são mutuamente exclusivos?

2 (II/2001). Considere uma moeda viciada de modo que 80% dos lançamentos mostram a face cara. Calcule as seguintes probabilidades:

a. Da face coroa ocorrer pelo menos uma vez em 5 lançamentos desta moeda.

b. De ocorrerem duas caras e uma coroa em 3 lançamentos desta moeda.

3 (II/2001, modificado). Os funcionários de uma empresa são classificados em 10% ótimos, 60% bons e 30% regulares. Um teste é proposto para classificar os funcionários em aprovado ou reprovado. Com base na classificação anterior, foram obtidas as seguintes probabilidades condicionais com o teste:

Classes	ótimos	bons	regulares
% de Aprovados	95	80	10

Pede-se: calcule a probabilidade condicional de um funcionário aprovado no teste pertencer à classe regulares.

4 (lista de 2002). Um teste usado em amostras de sangue de indivíduos com suspeita de dengue indica o resultado correto em 95% dos casos (resultado $+$ indica com dengue e resultado $-$ indica não doente). Suponha que em determinado bairro do RJ tenhamos 10% dos moradores infectados com o vírus da dengue. Calcule a probabilidade condicional,

a. do teste resultar $-$ quando o morador do bairro está com dengue.

b. de um morador testado estar com dengue quando o teste resultar $-$.

5 (I/2002). Assinale **V** se a proposição for totalmente verdadeira e **F** caso contrário.

[1]Das avaliações ou listas de exercícios dos semestres indicados. Contém 38 exercícios em páginas numeradas de 1 a 13.

a.( ) Se A e B são eventos independentes, então $P(A \bigcup B) = P(A) + P(B)$.

b.( ) Para dois eventos quaisquer A e B, com $P(A) = 1/4$, $P(B) = 1/2$ e $P(A/B) = 1/3$, tem-se que $P(A \bigcap B) = 1/8$.

c.( ) Para dois eventos quaisquer A e B, em que $\overline{A} = A^c$ e $\overline{B} = B^c$ são os respectivos complementos dos eventos, tem-se que $P(A^c \bigcap B^c) = 1 - P[(A \bigcup B)]$.

d.( ) Para dois eventos quaisquer A e B, então $P(A \bigcap B^c) = P(B) - P(A \bigcap B)$.

e.( ) Se A e B são dois eventos mutuamente exclusivos então $P(A \bigcap B) = P(A)P(B)$.

f.( ) Se A, B e C são três eventos quaisquer com $P(C) \neq 0$, então $P[(A \bigcup B)/C] = P(A/C) + P(B/C)$.

g.( ) Um espaço amostral finito consiste de três pontos amostrais s_1, s_2 e s_3, com probabilidades dadas respectivamente por $\frac{1}{2}p$, p^2 e p. Neste caso $p = 0,5$.

h.( ) A probabilidade de que João resolva um problema é 1/3 e de que Pedro o resolva é 1/4. Se ambos tentam resolvê-lo independentemente, então a probabilidade de que o problema seja resolvido é 1/2.

6 (lista de 2003). Aproximadamente 1 em cada 90 nascimentos registrados são gêmeos, sendo 1/3 dos gêmeos idênticos (um óvulo) e 2/3 fraternos (dois óvulos). Gêmeos idênticos são necessariamente do mesmo sexo e com igual probabilidade para homens e mulheres. Gêmeos fraternos são 1/4 ambos mulheres, 1/4 ambos homens e 1/2 um de cada sexo. Considere os seguintes eventos:
$A = \{$ nascimento de mulheres gêmeas $\}$, $B = \{$ nascimento de gêmeos idênticos $\}$ e $C = \{$ nascimento de gêmeos $\}$. Pede-se:

a. defina o evento $A \cap B \cap C$ em palavras.

b. Calcule $P(A \cap B \cap C)$.

7 (lista de 2003). Sejam eventos A e B pertencentes a um mesmo espaço amostral com $P(A) = 1/3$ e $P(B^c) = 1/4$. Os eventos A e B podem ser mutuamente exclusivos? Explique com base nos axiomas de probabilidade.

8 (lista de 2003). Seja um evento A com $P(A) = p$. Define-se *chance* do evento A o quociente probabilidade de A ocorrer dividido pela probabilidade de A não ocorrer: $\frac{p}{1-p}$. Calcule a probabilidade do time A ser campeão este ano se os especialistas dizem que a chance de ser campeão é de: **a.** "4 para 1" e **b.** "3 para 2".

9 (lista de 2002). Considere um círculo de raio igual a R e um quadrado de lado igual a L. Pede-se, utilize o conceito de probabilidade geométrica.

a. Se o círculo está inscrito ao quadrado, calcule a probabilidade de que um ponto escolhido ao acaso dentro do quadrado também esteja dentro do círculo.

b. Se o círculo está circunscrito ao quadrado, calcule a probabilidade de que um ponto escolhido ao acaso dentro do círculo também esteja dentro do quadrado.

10 (lista de 2002). Considere a escolha aleatória de dois números x e y reais e positivos tais que $0 \leq x, y \leq 2$. Qual é a probabilidade de que o produto seja menor do que 2 com x menor do que y? Isto é, $P\left(\{(x, y) : xy < 2,\ x < y\}\right)$

11 (lista de 2002). Considere a escolha aleatória de dois números x e y reais e positivos tais que $0 \leq x, y \leq 4$. Qual é a probabilidade de que $|x - y| < 1$?

12 (lista de 2002). Dois jogadores A e B disputam um jogo de azar no qual o vencedor recebe um prêmio de 40 moedas de ouro. O vencedor do jogo é aquele que primeiro vencer seis rodadas, sendo que em cada rodada do jogo a probabilidade de vitória é igual para ambos, portanto $P(A) = P(B) = 0,5$ por rodada. Pede-se: Se o jogo foi interrompido quando o jogador A havia vencido 5 rodadas e o B 3 rodadas, como deve ser dividido o prêmio?

13 (II/2002). Na última rodada da 1^a divisão do campeonato brasileiro de futebol do ano 2002, três times "grandes", A, B e C, corriam sério risco de serem rebaixados para a 2^a divisão. Um matemático calculou que $P(A) = P(B) = 0,4$ e $P(C) = 0,5$ eram as probabilidades de rebaixamento. Entretanto ele informava que time A ser rebaixado e time B ser rebaixado eram eventos mutuamente exclusivos. Ele também calculou que $P(A \bigcap C) = P(B \bigcap C) = 0,2$. Com base nestas informações calcule:

a. A probabilidade de rebaixamento de exatamente um dos três times (um e somente um).

b. A probabilidade de rebaixamento de pelo menos um destes três times.

14 (II/2002). Dois eventos A e B pertencentes a um mesmo espaço amostral possuem probabilidades $P(A) = 1/5$ e $P(B) = 1/6$. Se A e B são eventos independentes calcule a probabilidade de ocorrência de pelo menos um dos dois eventos.

15 (II/2002). Itens são inspecionados por uma firma antes de serem enviados aos compradores. Experiência demonstra que 8% dos itens inspecionados apresentam defeito do tipo A, 6% apresentam defeito do tipo B e 2% apresentam ambos os defeitos (A e B). Se um componente aleatoriamente selecionado é inspecionado, qual é a probabilidade dele apresentar **exatamente um** dos dois tipos de defeitos?

16 (I/2003). Considere que a probabilidade de um equipamento eletrônico falhar dependa da temperatura, de acordo com as seguintes **probabilidades condicionais**,

temperatura (t)	probabilidade de falhar
$t < 5^0C$	0,80
$5^0C \leq t \leq 15^0C$	0,40
$t > 15^0C$	0,10

Também considere que a temperatura no local de operação do equipamento se distribua de acordo com as seguintes probabilidades,

t	$t < 5^0C$	$5^0C \leq t \leq 15^0C$	$t > 15^0C$	total
$P(t)$	0,10	0,50	0,40	1,00

Pede-se: Tendo-se observado uma falha no equipamento, qual é a probabilidade condicional de que ela tenha ocorrido com temperatura superior a 15^0C?

17 (II/2003). Nos itens a seguir assinale (V) se a afirmativa estiver totalmente correta ou (F) caso contrário. Se assinalar (F) indique aonde a afirmativa estiver incorreta.

a.( ) Um espaço amostral de um experimento aleatório é um conjunto finito de elementos equiprováveis.

b.( ) Uma moeda perfeitamente honesta foi lançada 10 vezes e observou-se 8 vezes a face cara. Conclui-se, pelo conceito de probabilidade *a posteriori*, que para esta moeda P(cara)=0,8 ou 80%.

c.( ) Dois eventos são chamados de mutuamente exclusivos quando a probabilidade da ocorrência simultânea destes dois eventos for igual a zero.

d.( ) O conceito clássico ou *a priori* de probabilidade somente pode ser aplicado quando se considera um espaço amostral finito e equiprovável.

e.( ) Um dado e uma moeda (não viciados) são lançados simultaneamente. A probabilidade de ocorrer a face cara na moeda e o número três no dado é inferior a 0,08 ou 8%.

18 (II/2003). Um réu foi a julgamento acusado de homicídio. Numa tentativa de inocentar seu cliente o advogado de defesa alega que ele é esquizofrênico (mentalmente doente) e portanto deve ser tratado e não preso. O advogado se baseia no resultado do exame de tomografia computadorizada (CAT) do réu que acusou atrofia cerebral. Um neurologista especialista em exames CAT informa que 30% dos esquizofrênicos são diagnosticados com atrofia cerebral enquanto que somente 2% dos indivíduos normais recebem o mesmo diagnóstico. Se 1,5% da população são esquizofrênicos, calcule a probabilidade condicional do réu ser um esquizofrênico, dado que seu exame CAT revelou atrofia cerebral?

19 (II/2003). Uma empresa irá pedir concordata se ocorrer o evento A ou se ocorrerem os eventos B e C simultaneamente. Os eventos A e B são mutuamente exclusivos e a probabilidade do evento B aumenta em 100% se o evento C ocorrer. As probabilidades são $P(A) = 0,05$, $P(B) = 0,10$ e $P(C) = 0,30$. Calcule a probabilidade desta empresa pedir concordata.

20 (I/2004). Assinale **V** se a afirmativa for inteiramente verdadeira ou **F** caso contrário. Justifique quando assinalar **F**.

a. (   ) Um matemático calculou que nas decisões de amanhã (18/04/2004) dos campeonatos carioca e mineiro respectivamente, poderão ser campeões Flamengo e Cruzeiro com probabilidade 0,43 ou Flamengo e Atlético com probabilidade 0,27 ou Vasco e Cruzeiro com probabilidade 0,21 ou Vasco e Atlético com probabilidade 0,20.

b. (   ) Em um jogo de azar sorteia-se dois números do conjunto $\{1, 2, 3, \ldots, 9, 10\}$ e portanto há 45 alternativas de sorteio. O apostador escolhe um número do mesmo conjunto e se ele acertar um dos dois sorteados ele ganha o prêmio. Então, pelo conceito clássico pode-se calcular que a probabilidade de ganhar é igual a $0,2$ ou 20%.

c. (   ) Pelo conceito axiomático de probabilidade tem-se que: (i) $P(A) \geq 0$ para qualquer evento A pertencente ao espaço amostral S; (ii) $P(S) = 1$ e (iii) $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ se A e B são dois eventos mutuamente exclusivos pertencentes a S.

d. (   ) Definido um experimento aleatório, tem-se que um espaço amostral associado a este experimento é um conjunto finito e equiprovável de possíveis eventos.

e. (   ) Considere a escolha aleatória de um número real x na reta $[0, 8]$. Ou seja $S = \{x : 0 \leq x \leq 8\}$. Seja o evento $A = \{x : 5 \leq x \leq 7\}$. Pelo conceito geométrico de probabilidade $P(A) = 0,25$.

21 (I/2004). Considere o lançamento de 3 dados perfeitamente simétricos e os seguintes eventos: $A = \{$os 3 dados mostram números pares na face superior$\}$, $B = \{$ os 3 dados mostram pelo menos um número diferente na face superior$\}$. Calcule a probabilidade condicional do evento A dado o evento B. Isto é, calcule a probabilidade de que os três dados mostrem números pares, sabendo-se que eles mostram ou mostrarão pelo menos um número diferente. Dica: Calcule $P(A \bigcap B)$ por $P(A \bigcap B^c)$.

22 (I/2004). Uma universidade possui um total de 50% de professores adjuntos, 30% de assistentes e 20% de professores auxiliares. Quanto ao tempo de serviço, 90% dos adjuntos e 50% dos assistentes possuem 10 ou mais anos, enquanto que 80% dos auxiliares têm **menos do que 10 anos** de serviço. Em uma pesquisa de opinião selecionou-se uma amostra aleatória de 50 professores desta universidade, todos eles com 10 ou mais anos de serviço. Pede-se: qual é o número mais provável de professores auxiliares desta amostra?

23 (I/2004). Considere um jogo de azar no qual dois números são simultaneamente sorteados do conjunto $\{1, 2, 3, \ldots, 10\}$. Calcule a probabilidade de um apostador acertar os dois números sorteados quando ele aposta em 3 números.

24 (II/2004). Nos itens a seguir assinale **V** somente se a afirmativa estiver totalmente correta ou assinale **F** e justifique ou explique ou indique o erro, caso contrário.

a.(   ) No lançamento simultâneo de um dado e uma moeda a probabilidade de sair um número par e a face coroa é igual a 0,25.

b.(   ) Um grupo é formado por 5 homens casados, 3 mulheres casadas, 2 homens solteiros e 2 mulheres solteiras. Sorteia-se duas pessoas do grupo para formarem uma comissão, sem haver possibilidade de repetir a pessoas sorteada, de modo que o primeiro sorteado será o presidente e o segundo o vice. Portanto, como podem ser formadas 132 comissões, a probabilidade de qualquer comissão (fulano como presidente e ciclano como vice) é igual a $1/132 \approx 0,008$.

c.(   ) Eventos mutuamente exclusivos são aqueles que ocorrem de modo independente um do outro.

d.(   ) Probabilidade *a posteriori* ou como frequência relativa é válida somente quando o espaço amostral do experimento é finito.

e.(   ) Considere a escolha aleatória de um ponto dentro de um círculo cujo raio é $r = 4$. Considere que dentro deste círculo há um círculo menor com $r = 2$. Então, pelo conceito de probabilidade geométrica, o ponto escolhido estará também dentro do círculo menor com probabilidade igual a 0,5. DICA: A área de um círculo é igual a πr^2.

25 (II/2004). Sejam X, Y e Z, 3 tipos de riscos associados a um investimento financeiro. Em uma análise de riscos, X, Y e Z são considerados eventos de um espaço amostral, cujas probabilidades são informadas na tabela a seguir.

Eventos	Probabilidades		Eventos	Probabilidades
X	0,35		X e Y	0,10
Y	0,20		X e Z	0,05
Z	0,15		Y e Z	0,06
			X e Y e Z	0,02

Pede-se: calcule as probabilidades dos eventos A, B e C, definidos a seguir:

$$\begin{aligned} \text{A} &= \{\textbf{Pelo menos um} \text{ dos eventos X, Y, Z}\}, \\ \text{B} &= \{\textbf{Exatamente dois} \text{ dos eventos X, Y, Z }\}, \\ \text{C} &= \{\textbf{Nenhum} \text{ dos eventos X, Y, Z}\}, \end{aligned}$$

26 (II/2004). Em uma grande empresa 60% do total de funcionários são do sexo masculino (homens). Sabe-se também que 10% dos homens e 25% dos funcionários do sexo feminino (mulheres), trabalham no setor de recursos humanos desta empresa. Pede-se: Se aleatoriamente for selecionado um funcionário do setor de recursos humanos, qual é a probabilidade condicional de que seja uma mulher?

27 (II/2004). Considere os eventos A e C definidos a seguir, com $\overline{A}$ e $\overline{C}$ os respectivos eventos complementares:

$$A = \{ \text{ o indivíduo é um fumante } \} \quad \text{e} \quad C = \{ \text{ o indivíduo desenvolve câncer } \}.$$

Assuma que as probabilidades associadas aos 4 eventos relacionados são conforme a seguir,

Evento	Probabilidade
$A \cap C$	0,15
$A \cap \overline{C}$	0,25
$\overline{A} \cap C$	0,10
$\overline{A} \cap \overline{C}$	0,50

Será que os dados anteriores sugerem uma relação entre o hábito de fumar e o desenvolvimento de câncer? Uma alternativa para se tentar responder esta questão é comparar duas probabilidades condicionais de interesse. Pede-se:

a. Calcule a probabilidade condicional de se desenvolver câncer dado que é fumante.

b. Calcule a probabilidade condicional de se desenvolver câncer dado que NÃO é fumante.

28 (I/2005). Em um procedimento de controle de qualidade amostra-se aleatoriamente 3 peças de caixas com 20 peças. Se a amostra revelar uma ou mais peças defeituosas então a caixa é separada e todas as 20 peças são rigorosamente inspecionadas, o que é denominado inspeção 100%. Calcule a probabilidade de haver inspeção 100% quando uma caixa contém 8 peças defeituosas.

29 (I/2005). Três eventos A, B e C são mutuamente independentes e ocorrem com probabilidades 1/8, 1/4 e 1/2, respectivamente. Se um e somente um destes eventos ocorreu, calcule a probabilidade condicional de ter sido o evento A.

30 (I/2005). Numa espécie de inseto sabe-se que a população é formada por 70% de fêmeas e 30% de machos. Sabe-se também que 90% das fêmeas e 60% dos machos são estéreis. Calcule:

a. A probabilidade de se amostrar aleatoriamente um inseto não estéril desta espécie.

b. Quantos insetos devem ser amostrados para que se obtenha pelo menos 5 insetos não estéreis.

31 (I/2006). DEPUTADOS ACUSADOS DE CORRUPÇÃO. Na tabela abaixo estão indicados os nomes de 8 deputados que foram cassados, renunciaram ou que enfrenta processo, com respectivos partidos políticos. Outros 11 deputados acusados: 1 do PFL, 2 do PL, 2 do PP, 5 do PT e 1 do PTB, foram absolvidos das acusações (Fonte: Jornal Correio Braziliense, Brasília, 12 de julho de 2006).

	Partido				
Resultado	PL	PMDB	PP	PT	PTB
cassado	-	-	P.C.	J.D.	R.J.
renunciou	V.C.N. / B.R.	J.B.	-	P.R.	-
enfrenta processo	-	-	J.A.	-	-

Nomes: P.C.- Pedro Corrêa, J.D.- José Dirceu, R.J.- Roberto Jefferson, V.C.N.- Valdemar Costa Neto, B.R.- Bispo Rodrigues, J.B.- José Borba, P.R.- Paulo Rocha e J.A.- José Anene.
Pede-se: Se aleatoriamente for sorteado um nome entre os 19 deputados acusados de corrupção,

a. Qual é a probabilidade de que ele seja filiado ao PT ou PL?

b. Qual é a probabilidade condicional de que ele seja do PL, dado que é um dos que renunciaram?

c. Qual é a probabilidade de que ele não tenha sido cassado e não enfrenta processo?

32 (I/2006). Um paciente está doente de uma entre 3 alternativas de doenças, A, B ou C, com probabilidades respectivamente iguais a 0,60; 0,30 e 0,10. Um exame laboratorial fornece resultado positivo $(+)$ para indicar paciente doente ou negativo $(-)$ para não doente de acordo com as seguintes probabilidades condicionais: Resultado positivo para 25% dos doentes com A, positivo para 70% dos doentes com B e positivo para 85% dos doentes com C.

a. Se o paciente realizar o exame laboratorial, qual é a probabilidade do teste resultar positivo $(+)$?

b. Qual é a probabilidade condicional do paciente estar com a doença C, dado que o resultado do exame laboratorial foi negativo $(-)$?

33 (I/2006). Tenta-se abrir uma porta escolhendo-se aleatoriamente uma chave de um chaveiro que contém n chaves e somente uma delas é a correta (consegue abrir). Qual é a probabilidade de se conseguir abrir a porta somente na $k-$ésima tentativa:

a. quando se descarta a chave usada após cada tentativa mal sucedida (amostragem sem reposição);

b. quando não se procede da maneira anterior, isto é, quando a mesma chave pode ser testada mais do que uma vez (amostragem com reposição).

c. Calcule as duas probabilidades anteriores para $n = 10$ e $k = 5$.

34 (clássico problema dos aniversários apresentado em diversos textos). Considere um grupo com n pessoas ($2 \leq n \leq 365$) e calcule a probabilidade de pelo menos duas fazerem aniversário no mesmo dia (em anos iguais ou não). Assuma um ano

com 365 dias de nascimentos equiprováveis. Verifique as probabilidades quando $n = 10, 20, 30$. DICA: calcule pelo complemento.

35 (II/2006). Considere que um veículo tenha se acidentado e sejam os seguintes eventos: $F = \{$ o freio foi a causa do acidente $\}$ e $C = \{$ a causa do acidente foi atribuída ao freio $\}$. Sabe-se que $0,04$ é a probabilidade do acidente ter sido causado pelo freio e também que a probabilidade condicional do acidente ser corretamente atribuído ao freio é igual a $0,82$ e a probabilidade condicional de ser incorretamente atribuída ao freio é $0,03$. Pede-se:

a. Calcule a probabilidade da causa do acidente ser atribuída ao freio.

b. Calcule a probabilidade condicional do acidente atribuído ao freio ser realmente devido ao freio.

36 (I/2007). Suponha que em uma partida de tênis entre os jogadores A e B, com rankings a e b respectivamente, que as probabilidades de vitórias sejam,

$$P(A) = \frac{b}{a+b} \qquad \text{e} \qquad P(B) = \frac{a}{a+b}$$

Por exemplo, se A é o 5^o do ranking e B é o 11^o então, $P(A) = 11/16 = 0,6875$ e $P(B) = 5/16 = 0,3125$. Em 2007 os dois jogos das semifinais do torneio Roland Garros estavam conforme a tabela a seguir,

Jogo	Jogador A (ranking) × Jogador B (ranking)
1	Federer (1) × Davydenko (4)
2	Nadal (2) × Djokovic (6)

Os vencedores dos jogos 1 e 2 se enfrentam no jogo final e o vencedor do jogo final é o campeão de 2007. Pede-se: calcule as probabilidades de cada semifinalista ser o campeão. DICA: faça um diagrama em árvore.

37 (II/2007). Uma pesquisa de mercado quanto à intenção de compra dos consumidores, mostrou que: 50% comprariam o produto do tipo A, 30% comprariam o produto do tipo B, 25% comprariam o produto do tipo C, 15% comprariam os produtos tipos A e B, $12,5\%$ comprariam os produtos tipos A e C, 10% comprariam os produtos tipos B e C, e, 2% comprariam os produtos tipos A, B e C. Seja X a variável aleatória discreta que represente o número de tipos de produtos que o consumidor estaria intencionado a comprar. Pede-se: calcule o percentual de consumidores intencionados a não comprar nenhum dos 3 tipos de produtos.

38 (II/2007). Do total de um tipo de medicamento encontrado no comércio, 80% são originais e legalizados, 15% são originais porém contrabandeados de outros países e 5% são falsificados no país. Se um doente realizar o tratamento com o medicamento original e legalizado considera-se probabilidade condicional igual a $0,95$ dele se curar, enquanto que se ele utilizar o medicamento original e contrabandeado a probabilidade é de apenas $0,50$, pois o medicamento é transportado em condições inadequadas. Se o doente utilizar o medicamento falsificado, além de nunca se curar ele ainda pode agravar a doença. Pede-se: Se um doente realizou o tratamento com o medicamento comprado todo de uma única vez, ou seja, de um mesmo tipo de procedência, e verificou-se que ele não se curou, calcule a probabilidade condicional de que tenha utilizado o medicamento falsificado.

RESPOSTAS

1. a. $\approx 0,667$ **b.** $0,83$

2. a. $\approx 0,672$ **b.** $\approx 0,384$

3. $\frac{0,03}{0,605} \approx 0,0496$ ou $4,96\%$

4. a. $0,05$ **b.** $1/172 \approx 0,006$

5. a.(F) b.(F) c.(V) d.(F) e.(F) f.(F) g.(V) h.(V)

6. a. mulheres gêmeas idênticas **b.** $1/540 \approx 0,19\%$

7. Não. $P(A \cup B) \leq 1 \quad \Rightarrow \quad P(A \cap B) \geq 1/12$

8. a. $0,80$ ou 80% **b.** $0,60$ ou 60%

9. a. $\dfrac{\pi}{4} \approx 0,79$ **b.** $\dfrac{2}{\pi} \approx 0,64$

10. $\dfrac{1 + ln2}{4} \approx 0,423$

11. $\dfrac{7}{16} = 0,4375$

12. na proporção 7:1, 35 moedas para A e 5 moedas para B

13. a. $P(A \cap \overline{B} \cap \overline{C}) + P(\overline{A} \cap B \cap \overline{C}) + P(\overline{A} \cap \overline{B} \cap C) = 0,2 + 0,2 + 0,1 = 0,5$
b. $P(A \cup B \cup C) = 0,9$

14. $P(A \cup B) = \frac{1}{3}$

15. $P(A \cap \overline{B}) + P(\overline{A} \cap B) = 0,06 + 0,04 = 0,1$

16. $P(t > 15^0C/\mathrm{F}) = \frac{1}{8} = 0,125 \quad : \quad P(\mathrm{F}) = 0,32$

17. **a.**(F) conjunto finito e equiprováveis **b.**(F) 10 vezes é pouco para conceito a posteriori e P(cara)=0,5 pois a moeda é honesta. **c.**(V) **d.**(V) **e.**(F) inferior.

18. $\approx$ 0,186

19. $P\left[A \bigcup (B \bigcap C)\right] = 0,05 + 0,30.0,20 = 0,11$

20. **a.** **(F)** pois $0,43 + 0,27 + 0,21 + 0,20 = 1,11 > 1$. **b.** **(V)** **c.** **(V)** **d.** **(F)** S pode não ser finito e equiprovável **e.** **(V)**

21. $P(A) = 27/216$, $P(B) = 1 - P(B^c) = 210/216$ e $P(A \bigcap B) = P(A) - P(A \bigcap B^c) = 27/216 - 3/216 = 24/216$ então $P(A/B) = 24/210 = 4/35 \approx 0,1143$

22. $P(\text{auxiliar}/ \geq 10) = 0,0625 \Longrightarrow$ número mais provável $= 0,0625 \times 50 = 3,125$ ou $\approx$ 3 a 4 professores.

23. Seja $P = P($ acertar os dois números sorteados $)$, três soluções para o problema são: (1^a) seja A_i o evento acertar o i-ésimo número sorteado, então $P = P(A_1 \cap A_2) = P(A_1)P(A_2/A_1) = 3/10 \;\; 2/9 = 1/15$; ($2^a$) pelo conceito clássico e sob o ponto de vista do apostador $P = \frac{N_f}{N_t} = \frac{\binom{2}{2}\binom{8}{1}}{\binom{10}{3}} = 8/120 = 1/15$; ($3^a$) pelo conceito clássico e sob o ponto de vista do sorteador $P = \frac{N_f}{N_t} = \frac{\binom{3}{2}\binom{7}{0}}{\binom{10}{2}} = 3/45 = 1/15$. Portanto a probabilidade é igual a $1/15 \approx 0,067$

24. a.(V) b.(V) c.(F) eventos mutuamente exclusivos são dependentes, pois se um ocorre o outro não ocorre d.(F) qualquer S para *a posteriori*, requer somente n "grande" e prob. *a priori* requer S finito e equiprovável e.(F) $\pi 2^2/\pi 4^2 = 0,25$

25. $P(A) = P(X \cup Y \cup Z) = 0,51$; $P(B) = P(X \cap Y \cap Z^c) + P(X \cap Y^c \cap Z) + P(X^c \cap Y \cap Z) = 0,15$; $P(C) = P(X^c \cap Y^c \cap Z^c) = 1 - P(A) = 0,49$. Um diagrama de Venn facilita a solução

26. Sejam os eventos: $R = \{$recursos humanos$\}$ e $M = \{$mulher$\}$. Pela fórmula de Bayes $P(M/R) = 0,10/0,16 = 0,625$

27. **a.** $P(C/A) = 0,375$ **b.** $P(C/\overline{A}) \approx 0,167$

28. $920/1140 \approx 0,81$ ou 81%

29. $P(A/E) = \frac{3}{31} \approx 0,097$ com $P(E) = P(A \cap B^c \cap C^c) + P(A^c \cap B \cap C^c) + P(A^c \cap B^c \cap C) = \frac{31}{64}$.

30. **a.** $0,19$ **b.** $n \geq 5/0,19 \approx 26,32$

31. **a.** 11/19 **b.** 1/2 **c.** 15/19

32. **a.** 0,445 **b.** $\approx$ 0,027

33. **a.** $1/n$ **b.** $\left(\frac{(n-1)}{n}\right)^{k-1}\frac{1}{n}$ **c.** 0,1 e 0,06561

34. $p = 1 - \dfrac{\prod_{k=1}^{n-1}(365-k)}{365^{n-1}}$, $p \approx 0,1169$; $\approx 0,4114$; $\approx 0,7063$; para $n = 10, 20, 30$ respectivamente.

35. **a.** 0,0616 **b.** $\approx$ 0,5325

36. P(Federer)=4/7; P(Nadal)= 3/10; P(Davydenko)=2/25 e P(Djokovic)=17/350

37. $30,5\%$

38. $0,303$