Universidade Federal de Viçosa
Departamento de Matemática

3º Teste de Geometria Analítica e Álgebra Linear - 2021/I

Profa. Lana Mara Rodrigues dos Santos

Matrícula: 102026

1. Seja o produto interno em $P_1(\mathbb{R})$ (espaço vetorial dos polinômios de grau menor ou igual a 1) definido por:

$$\langle p(x), q(x)\rangle = p(0)q(0) + p(1)q(1)$$

Se $p(x) = -x+2$ e $q(x) = x-1$, então $\dfrac{\langle p(x), q(x)\rangle}{\|q(x)\|^2} =$

(a) 2
(b) 1
(c) -2
(d) 0
(e) não sei

2. Seja r a reta definida pela interseção dos planos $x+y-z=0$ e $x-y-1=0$. Se $\pi : ax+by+cz-1=0$ é a equação do plano que passa por $A=(1,0,-1)$ e contém a reta r, então $b =$

(a) 2
(b) 1
(c) -1
(d) 0
(e) não sei

3. Sejam as retas $r : X = (1,0,-1) + \alpha(0,2,-1)$, $\alpha \in \mathbb{R}$ e $s : X = (0,0,-2) + \beta(1,-2,2)$, $\beta \in \mathbb{R}$. Então r e s são retas:

(a) reversas (ortogonais)
(b) reversas (não ortogonais)
(c) concorrentes (perpendiculares)
(d) concorrentes (não perpendiculares)
(e) não sei

4. Sejam V um espaço vetorial munido de produto interno e u, v, w vetores **distintos e não nulos** de V. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $u \perp v$, então $\{u, u+v\}$ não pode ser ortogonal.
(II) Se $u \perp v$ e $v \perp w$, então $u \perp w$.
(III) Se $w \perp u$ e $w \perp v$, então $w \perp (u+v)$.

Está correto o que se afirma em:

(a) I e II
(b) I e III
(c) II e III
(d) Todas
(e) não sei

5. Dado $B = \{v_1 = (1,1,0), v_2 = (1,0,1), v_3 = (0,1,1)\}$, base ordenada de $\mathbb{R}^3$, seja $C = \{u_1, u_2, u_3\}$ a base de $\mathbb{R}^3$ obtida de B pelo processo de Gram-Schmidt. A **segunda** coordenada de u_2 é:

(a) 1
(b) 1/2
(c) 0
(d) $-1/2$
(e) não sei

6. Seja $y = ax+b$ a equação da reta que melhor se ajusta aos pontos $(0,0), (1,2), (-1,-1)$ no sentido de mínimos quadrados. Então $a+b =$

(a) 1/3
(b) 11/6
(c) 7/6
(d) 3/2
(e) não sei

7. Seja a matriz $A = (a_{ij})$ de ordem 2 com autovetores $(1, 0)$ e $(-2, 1)$ associados, respectivamente, aos autovalores $\lambda = -1$ e $\lambda = 1$. Então $a_{22} =$
   (a) -4
   (b) -1
   (c) 0
   (d) 1
   (e) não sei

8. Seja a matriz A de ordem 2 com autovetores $\lambda_1 = -1$ e $\lambda_2 = 2$. Se $B = A^3 - 2A^2$, então B é diagonalizável e a soma dos autovalores de B é:
   (a) -4
   (b) -3
   (c) 4
   (d) 2
   (e) não sei

9. Seja a reta $r : ax + by + c = 0$, em que a, b, c são constantes reais não todas nulas. Considere T o operador do $\mathbb{R}^2$ tal que $T(x, y) = proj_r(x, y)$ (isto é, $T(x, y)$ é a projeção ortogonal de um vetor $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ sobre a reta r). É correto afirmar que:
   (a) T tem dois autovalores distintos.
   (b) T não tem autovalores.
   (c) O número de autovalores de T depende de a, b, c.
   (d) T tem apenas um autovalor.
   (e) não sei

10. Seja C o conjunto de pontos que satisfazem a equação $ax^2 + 2bxy + cy^2 = 0$, em que $a, b, c \neq 0$. Se os autovalores de $A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$ são $\lambda_1 = -1$ e $\lambda_2 = 4$, então C é:
    (a) uma elipse
    (b) uma hipérbole
    (c) uma parábola
    (d) um par de retas concorrentes
    (e) não sei