

## RELAÇÕES ENTRE CONJUNTOS

(1) INCLUSÃO:  $A \subset B \iff (\forall x \in A, x \in A \implies x \in B)$

Atenção:  $A \not\subset B \iff (\exists x \in A, x \in A \wedge x \notin B)$

PROPRIEDADES

1) $\emptyset \subset A, \forall A$	2) $A \subset A, \forall A$
3) $A \subset B \text{ e } B \subset C \implies A \subset C$	4) $A \subset B \text{ e } B \subset A \implies A = B$

(2) IGUALDADE:  $A = B \iff A \subset B \text{ e } B \subset A$

Atenção:  $A \neq B \iff (A \not\subset B \text{ ou } B \not\subset A)$

PROPRIEDADES

$A = A, \forall A$
$A = B \implies B = A$
$A = B \text{ e } B = C \implies A = C$

(3) CONJUNTO DE PARTES:  $\mathcal{P}(A) = \{B \subset U : B \subset A\}$

$X \in \mathcal{P}(A) \iff X \subset A$

Atenção:  $X \notin \mathcal{P}(A) \iff X \not\subset A$

PROPRIEDADES: Para qualquer conjunto  $A$ , valem:

(1) $a \in A \iff \{a\} \in \mathcal{P}(A)$	(5) $B \subset A \iff B \in \mathcal{P}(A)$
(2) $\emptyset \in \mathcal{P}(A)$	(6) $A \subset B \iff \mathcal{P}(A) \subset \mathcal{P}(B)$
(3) $A \in \mathcal{P}(A)$	(7) $\mathcal{P}(A \cap B) = \mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B)$
(4) $\mathcal{P}(\emptyset) = \{\emptyset\}$	(8) $\mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B) \subset \mathcal{P}(A \cup B)$

# OPERAÇÕES ENTRE CONJUNTOS

(1) UNIÃO:  $A \cup B = \{x \in U : x \in A \text{ ou } x \in B\}$   $x \in (A \cup B) \iff (x \in A \vee x \in B)$

Atenção:  $x \notin (A \cup B) \iff (x \notin A \wedge x \notin B)$

## PROPRIEDADES

(1) $A \cup A = A$	(2) $A \cup \emptyset = A$	(3) $A \cup U = U$
(4) $A \cup B = B \cup A$	(5) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$	(6) $A \subset (A \cup B), B \subset (A \cup B)$
(7) $A \subset B \iff A \cup B = B$	(8) $A \subset C \text{ e } B \subset C \implies A \cup B \subset C$	(9) $A \cup B = \emptyset \implies A = \emptyset \text{ e } B = \emptyset$

(2) INTERSEÇÃO:  $A \cap B = \{x \in U : x \in A \text{ e } x \in B\}$   $x \in (A \cap B) \iff (x \in A \wedge x \in B)$

Atenção:  $x \notin (A \cap B) \iff (x \notin A \vee x \notin B)$

## PROPRIEDADES

(1) $A \cap A = A$	(2) $A \cap \emptyset = \emptyset$
(3) $A \cap U = A$	(4) $A \cap B = B \cap A$
(5) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$	(6) $(A \cap B) \subset A; (A \cap B) \subset B$
(7) $A \subset B \iff A \cap B = A$	(8) $A \subset B \implies A \cap C \subset B \cap C$
(9) $A \subset C \text{ e } B \subset D \implies A \cap B \subset C \cap D$	

## PROPRIEDADES ADICIONAIS

(1) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$	(2) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
(3) $A \cap (A \cup B) = A$	(4) $A \cup (A \cap B) = A$

(3) DIFERENÇA:  $A - B = \{x \in U : x \in A \text{ e } x \notin B\}$   $x \in (A - B) \iff (x \in A \wedge x \notin B)$

Atenção:  $x \notin (A - B) \iff (x \notin A \vee x \in B)$

## PROPRIEDADES

(1) $A - A = \emptyset$	(2) $A - \emptyset = A$
(3) $\emptyset - A = \emptyset$	(4) $A - B \neq B - A$
(5) $A \cap (B - C) = (A \cap B) - (A \cap C)$	(6) $(A - B) \subset A$
(7) $A \subset B \implies (A - C) \subset (B - C)$	(8) $A \subset B \iff A - B = \emptyset$
(9) $B \cap (A - B) = \emptyset$	(10) $A \cap B = \emptyset \iff A - B = A$

**(4) COMPLEMENTAR:**

$$\mathcal{C}_B^A = \{x \in U : x \in (B - A)\}$$

$$\mathcal{C}_U^A = A^c = \{x \in U : x \notin A\}$$

**Atenção:**

$$x \notin \mathcal{C}_B^A \iff (x \notin B \vee x \in A)$$

$$x \notin A^c \iff x \in A$$

**PROPRIEDADES**

Para $A \subset B$			Para $A \subset U$	
(1) $\mathcal{C}_B^{\mathcal{C}_B^A} = A$	(5) $A \cup \mathcal{C}_B^A = B$		(1) $(A^c)^c = A$	(5) $(A \cup A^c) = U$
(2) $\mathcal{C}_A^A = \emptyset$	(6) $\mathcal{C}_B^A \subset B$		(2) $(A \cap A^c) = \emptyset$	(6) $U^c = \emptyset$
(3) $\mathcal{C}_A^\emptyset = A$	(7) $B - A = B \cap \mathcal{C}_B^A$		(3) $(\emptyset)^c = U$	(7) $A \subset B \iff B^c \subset A^c$
(4) $A \cap \mathcal{C}_B^A = \emptyset$	(8) $\mathcal{C}_B^{A \cap C} = \mathcal{C}_B^A \cup \mathcal{C}_B^C$		(4) $(A - B) = A \cap B^c$	(8) $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$ $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$

**(5) DIFERENÇA SIMÉTRICA:**

$$A \Delta B = \{x \in U : x \in (A \cup B) \text{ e } x \notin (A \cap B)\}$$

$$A \Delta B = \{x \in U : x \in (A - B) \text{ ou } x \in (B - A)\}$$

$$x \in (A \Delta B) \iff x \in [(A \cup B) - (A \cap B)] \iff (x \in A \text{ ou } x \in B) \text{ e } (x \in A^c \text{ ou } x \in B^c)$$

**Atenção:**

$$x \notin (A \Delta B) \iff x \notin [(A \cup B) - (A \cap B)] \iff (x \notin A \text{ e } x \notin B) \text{ ou } (x \in A \text{ e } x \in B)$$

**PROPRIEDADES**

(1) $A \Delta B = \emptyset$	(4) $(A \Delta B) \Delta C = A \Delta (B \Delta C)$
(2) $A \Delta \emptyset = A$	(5) $(A \Delta B) \cap C = (A \cap C) \Delta (B \cap C)$ $(A \cup C) \Delta (B \cup C) \subset (A \Delta B) \cup C$
(3) $A \Delta B = B \Delta A$	(6) $(A \Delta B) \cup (B \Delta C) = (A \cup B \cup C) - (A \cap B \cap C)$

**NÚMERO DE ELEMENTOS DE UM CONJUNTO****PROPRIEDADES**

1. Se  $A \cap B = \emptyset$ , então  $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$ ;
2.  $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$ ;
3.  $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ ;
4.  $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$ ;
5. Se  $n(A) = k$ , então  $n[\mathcal{P}(A)] = 2^k$ .