UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA

Departamento de Matemática

PRIMEIRA PROVA - MAT 140 (16-09-2017)

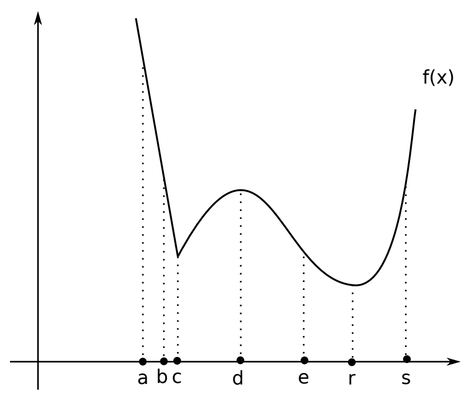
Questão 1: Determine, caso existam, os seguintes limites:

(a) $\lim\limits_{h\to 2} \dfrac{h^3-2h^2+4h-8}{h^2+h-6}$

(c) $\lim\limits_{x\to 3} f(x)$, onde $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1-\sin(x-3)}{\cos(x-3)}, & \text{se} \quad x<3 \\ \dfrac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}, & \text{se} \quad x \geq 3 \end{cases}$

(b) $\lim\limits_{x\to\infty} (\sqrt{x^2-5x} - \sqrt{x^2+5})$

Questão 2: Considerando o gráfico da função f abaixo. Pede-se:



(a) Se $f^{'}(a) = -6$, determinar $f^{'}(b)$.
(b) Verfique se f é derivável em $x = c$.
(c) Determine a equação da reta tangente ao gráfico de f no ponto $(d, f(d))$.
(d) Coloque em ordem crescente $f^{'}(b)$, $f^{'}(r)$, $f^{'}(e)$ e $f^{'}(s)$.

Questão 3: Considere a função f definida por $f\,(x) = \begin{cases} \dfrac{b\,sen\,(x)}{3x} & ,\,se \quad x<0, \\ a\,(x^2-1) & ,\,se \quad 0 \leq x < 2, \\ x+a & ,\,se \quad x \geq 2. \end{cases}$

(a) Determine $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$ e $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$
(b) Determine $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$ e $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)$
(c) Apresente condições sobre $a, b \in \mathbb{R}$ para que f seja contínua em $\mathbb{R}$

Questão 4: Faça o que se pede:

(a) Determine $f'(0)$, caso exista, onde $f(x) = \begin{cases} x^3\,sen(\frac{1}{x}) & \text{se} \quad x \neq 0 \\ 0 & \text{se} \quad x = 0 \end{cases}$

(b) Determine a primeira derivada de $h(x) = \dfrac{x^\pi\,cos(x)}{x^3-4x+1}$.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA

Departamento de Matemática

PRIMEIRA PROVA - MAT 140

Segunda Chamada (22-09-2017)

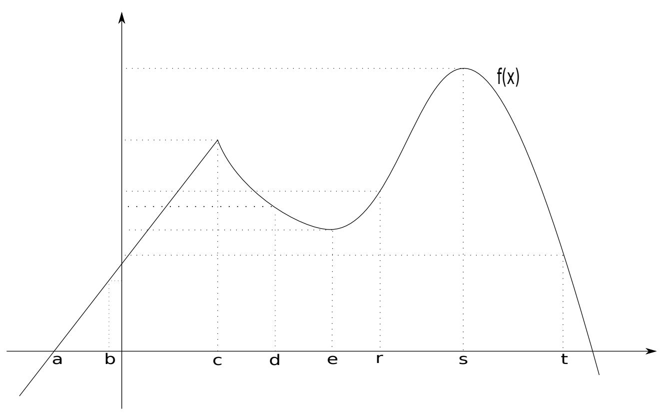
Questão 1: Determine, caso existam, os seguintes limites:

(a) $\lim\limits_{t\to 3} \dfrac{t^4 - 3t^3 + 3t^2 - 9t}{t^2 - t - 6}$

(b) $\lim\limits_{x\to -\infty} (\sqrt{x^2-5} - \sqrt{x^2-5x})$

(c) $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$, onde $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\cos^2(x-2)}{1-\sin(x-2)}, & \text{se} \quad x \leq 2 \\ \\ \dfrac{2\sqrt{x+1} - 2\sqrt{3}}{\sqrt{3}x - 2\sqrt{3}}, & \text{se} \quad x > 2 \end{cases}$

Questão 2: Considerando o gráfico da função f abaixo. Pede-se:



(a) Determinar $f'_-(c)$, em função de a e b.
(b) Verficar se f é derivável em $x = c$.
(c) Determine a equação da reta tangente ao gráfico de f no ponto $(s, f(s))$.
(d) Coloque em ordem decrescente $f'(b)$, $f'(d)$, $f'(e)$, $f'(r)$ e $f'(t)$.

Questão 3: Considere a função f definida por $f(x) = \begin{cases} \dfrac{3a\, sen\,(x)}{4x} & , se \quad x < 0, \\ b\,(x^2+3) & , se \quad 0 \leq x < 2, \\ x - b & , se \quad x \geq 2. \end{cases}$

(a) Determine $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$ e $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$
(b) Determine $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$ e $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)$
(c) Apresente condições sobre $a, b \in \mathbb{R}$ para que f seja contínua em $\mathbb{R}$

Questão 4: Faça o que se pede:

(a) Determine $f'(0)$, caso exista, onde $f(x) = \begin{cases} (x-2)^3 \cos(\frac{x^2+7}{x-2}) & \text{se} \quad x \neq 2 \\ \\ 0 & \text{se} \quad x = 2 \end{cases}$

(b) Determine a primeira derivada de $h(x) = \dfrac{\cos(x) + x^{\sqrt{2}+1}}{\sin(x) - (\sqrt{x})^{\pi}}$.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA

Departamento de Matemática

SEGUNDA PROVA - MAT 140 (21-10-2017)

Questão 1: Nos próximos itens, faça o que se pede:
(a) Considerando a equação $y.x.sen\,(y) = 2$. Determine y'.
(b) Seja f uma função inversível e derivável em um ponto $x_0 \in Dom(f)$ com $f^{'}(x_0) \neq 0$ e $f(x_0) = y_0$. Verifique que $(f^{-1})^{'}(y_0) = \dfrac{1}{f'[f^{-1}(y_0)]}$.

Lembre-se que por f ser inversível vale $(f \circ f^{-1})(y) = y$ e $(f^{-1} \circ f)(x) = x$

(c) Para $f\,(x) = x^2 - 5x + 7$, tem-se $f(2) = f(3) = 1$. Note que definindo $f : [\frac{5}{2}, +\infty) \longrightarrow [\frac{3}{4}, +\infty)$ ou $f : (-\infty, \frac{5}{2}] \longrightarrow [\frac{3}{4}, +\infty)$ temos uma bijeção. Determine a derivada da inversa de cada uma das bijeções acima no ponto $y_0 = 1$.

Questão 2: Seja f uma função contínua em $[-2, 6]$ tal que $f\,(-2) = 1, f\,(-1) = 2, f\,(1) = f\,(3) = f\,(5) = 0, f\,(4) = 3, f\,(2) = f\,(6) = -2$. E cuja análise de sinal da 1ª e 2ª derivadas é dado no quadro abaixo

Intervalo	$(-2,-1)$	$(-1,1)$	$(1,2)$	$(2,3)$	$(3,4)$	$(4,5)$	$(5,6)$
f'	$+$	$-$	$-$	$+$	$+$	$-$	$-$
f''	$-$	$-$	$+$	$+$	$-$	$+$	$+$

(a) Com base nas informações do quadro acima, responda:
f é crescente no(s) intervalo(s):______________________________
f é descrescente no(s) intervalo(s):____________________________
f tem máximo em:____________________________________
f tem mínimo em:____________________________________

(b) Em vista do estudo de sinal do quadro acima, complete as informações abaixo:
f é côncava para cima no(s) intervalo(s):________________________
f é côncava para baixo no(s) intervalo(s):_______________________
Os pontos de inflexão de f são:______________________________

(c) Esboce o gráfico de f.

Questão 3: Se $f(x) = x^{tg(x)} - \ln(sen^2(x)) + \arctan(\dfrac{x}{x+1})$. Determine $f^{'}(x)$.

Questão 4: Uma partícula $P = (x, y)$ se desloca ao longo da parábola $y = x^2$ no primeiro quadrante, de modo que sua coordenada x (medida em metros) aumenta a uma taxa constante de $10m/s$. Seja θ o ângulo de inclinação da reta L que passa por P e a origem de coordenadas. Pede-se:

(a) Desenhe a parábola e a reta mencionada no enunciado.
(b) Escreva a tangente do ângulo θ como função de x.
(c) Determine a taxa de variação do ângulo de inclinação θ, quando $x = 3m$.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA
Departamento de Matemática
SEGUNDA PROVA - MAT 140
Segunda Chamada (27-10-2017)

Questão 1: Nos próximos itens, faça o que se pede:

(a) Determine a equação da reta tangente ao gráfico da função, no ponto $(1, \frac{\pi}{2})$, definida implicitamente pela equação $yx\sin(y) = \dfrac{\pi}{2}$.
(b) Seja f uma função inversível e derivável em um ponto $x_0 \in Dom(f)$ com $f'(x_0) \neq 0$ e $f(x_0) = y_0$. Verifique que $(f^{-1})'(y_0) = \dfrac{1}{f'(f^{-1}(y_0))}$.

Lembrar que $(f \circ f^{-1})(y) = y$ e $(f^{-1} \circ f)(x) = x$

(c) Para $f(x) = \sqrt{x^2 + 16} + 2x$, sabe-se que f restrita ao intervalo $(0, +\infty)$ é inversível e que $f(0) = 4$, $f(3) = 11$. Determine a derivada da função inversa de f nos pontos $y_0 = 4$ e $y_0 = 11$.

Questão 2: Seja f uma função contínua em $[-2, 6]$ tal que $f(-2) = 1, f(-1) = -2, f(1) = f(3) = f(5) = 0, f(4) = -3, f(2) = f(6) = 2$. E cuja análise de sinal da 1ª e 2ª derivadas é dado no quadro abaixo

Intervalo	$(-2,-1)$	$(-1,1)$	$(1,2)$	$(2,3)$	$(3,4)$	$(4,5)$	$(5,6)$
f'	$-$	$+$	$+$	$-$	$-$	$+$	$+$
f''	$-$	$-$	$+$	$+$	$-$	$+$	$-$

(a) Determine os intervalos onde f é crescente, f é decrescente. Adicionalmente, determine os pontos de máximo e mínimo local, caso existam.
(b) Determine o(s) intervalo(s) de concavidade da função f e o(s) ponto(s) de inflexão do gráfico de f, caso existam.
(c) Esboce o gráfico de f.

Questão 3: Se $f(x) = x^{sec(x)} - \ln(cos^2(x)) + \arctan(\dfrac{x-1}{x+1})$. Determine $f'(x)$.

Questão 4: Uma partícula $P = (x, y)$ se movimenta ao longo da curva $y^2 = x$ no primeiro quadrante, de modo que sua coordenada x (medida em metros) aumenta a uma taxa constante de $5m/s$. Seja T o triângulo retângulo definido pela origem de coordenadas, o ponto P e a projeção de P sobre o eixo X. Pede-se:

(a) Desenhe a curva $(y^2 = x)$ mencionada no enunciado.
(b) Escreva em função de x e y a área do triângulo T.
(c) Determine a taxa de variação da área do triângulo T, quando $x = 4m$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA

Departamento de Matemática

TERCEIRA PROVA - MAT 140 (25-11-2017)

Questão 1: Faça o que se pede em cada item:

(a) Calcular o valor de $A = \displaystyle\int_0^{\pi} sen^2\left(\frac{x}{4}\right)\cos\left(\frac{x}{4}\right)\,dx.$

(b) Determinar $\displaystyle\int \cos(\ln(x))dx.$

(c) Determinar $\displaystyle\int \frac{2x-5}{\sqrt{4-(x-2)^2}}\,dx$

(d) Resolver a integral $\displaystyle\int \left(\frac{7x^2+2x+4}{x^3-8}\right)dx$

Questão 2: Seja R a região do plano, limitada por $y = 4 - x^2$, o eixo x e pela reta $y = -x + 2$. Pede-se:

(a) Esboçar e deixar hachurada a região R.
(b) Calcular a área da região R dada.

Questão 3: Para construir um depósito todo em concreto, de base quadrada, paredes verticais e sem teto, uma construtora enviou um camião com concreto pronto. Independente da espesura das paredes e da base, a área lateral e a área da base do depósito somam Am^2. Determine as dimensões do depósito que dão volume máximo.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA
Departamento de Matemática
TERCEIRA PROVA - MAT 140
Segunda Chamada (01-12-2017)

Questão 1: Faça o que se pede em cada item:

(a) Encontrar o valor da integral definida $\displaystyle\int_{-4}^{4} \left|x^2 + x - 6\right| dx.$

(b) Determinar $\displaystyle\int sen(\ln(x))dx.$

(c) Determinar $\displaystyle\int \frac{5x-2}{\sqrt{4-(x+2)^2}}\,dx$

(d) Resolver a integral $\displaystyle\int \left(\frac{3x^2+2x+4}{x^3+2x^2+2x+4}\right) dx$

Questão 2: Seja R a região do plano localizada no primeiro quadrante, limitada por $y = x^2 - 16$ e pelas retas $y = -\dfrac{x}{2} + 2$ e $y = \dfrac{x}{2} + 2$. Pede-se:

(a) Esboçar e deixar hachurada a região R.
(b) Calcular a área da região R dada.

Questão 3: Uma janela tem formato retangular com um semicírculo no topo, conforme mostra a figura abaixo. Se o perímetro da janela é Pm. Determine as dimensões da janela de área máxima.