RETO 4 – Métodos Numéricos

Diciembre 2019

Antonio Ferreras Extremo

B.3. Razonar si es correcto:

La cota teórica:

$$|\text{error}(J)| = \mathrm{O}(h^{m+1}), \qquad h = \frac{b-a}{J}$$

daría, en la escala logarítmica anterior, una pendiente de -10.

Atendiendo a la notación de Landau, por ejemplo[1], la cota superior asintótica definida implica que:

$$\mathrm{O}(h^{m+1}) \rightarrow \forall J > J_0 \quad : \quad 0 \leq |\text{error}(J)| \leq c|h^{m+1}|$$

Si identificamos los elementos de la fórmula anterior:

$$|\text{error}(J)| = |\mathrm{Q}(J) - I|$$

$$c|h^{m+1}| = c \cdot (b-a) \cdot J^{-(m+1)}$$

Tomando logaritmos a los dos miembros:

$$\log(|\mathrm{Q}(J) - I| \leq \log\left(c \cdot (b-a) \cdot J^{-(m+1)}\right) = -(m+1) \cdot \log(J) + C$$

Y podemos aproximar el valor de la integral por $Q(70)$ e identificar con los valores obtenidos de nuestra gráfica en logarítmicas:

$$\log(|\mathrm{Q}(J) - I| \cong \ \log(|\mathrm{Q}(J) - Q(70)| = \ -10.5064 \cdot J + C_0$$

Con lo que comprobamos que SI es compatible con el valor de la pendiente de $m + 1 = 10$ de la cota a partir de un J_0 determinado:

$$-10.5064 \cdot \log(J) + C_0 < \ -10 \cdot \log(J) + C \qquad \forall J > J_0$$

[1] https://es.wikipedia.org/wiki/Cota_superior_asint%C3%B3tica