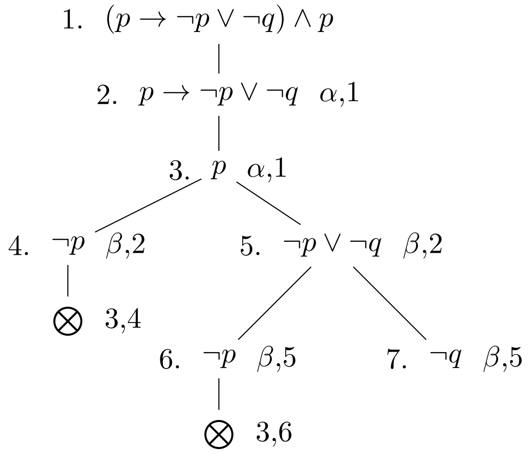
Ejemplos de tableaux anotados

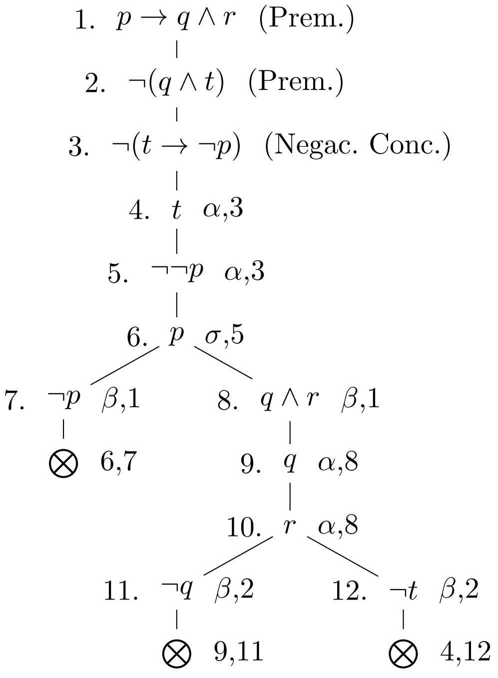
1. Lógica proposicional

Satisfacibilidad. Comenzamos con un tableau para comprobar si la fórmula $(p \to \neg p \vee \neg q) \wedge p$ es satisfacible:



Como el tableau es abierto, la fórmula es satisfacible. A partir de los literales de la rama abierta definimos una interpretación σ que satisface $(p \to \neg p \vee \neg q) \wedge p$: $\sigma(p) = 1$, $\sigma(q) = 0$.

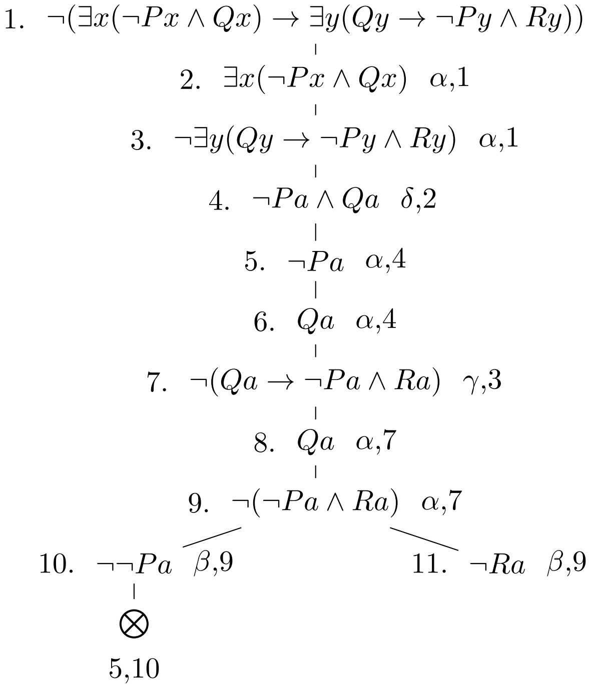
Consecuencia lógica. Comprobamos $\{p \to q \wedge r,\ \neg(q \wedge t)\} \models t \to \neg p$ haciendo el tableau de las premisas y la negación de la conclusión.



Obtenemos un tableau cerrado, por tanto la conclusión es consecuencia lógica de las premisas.

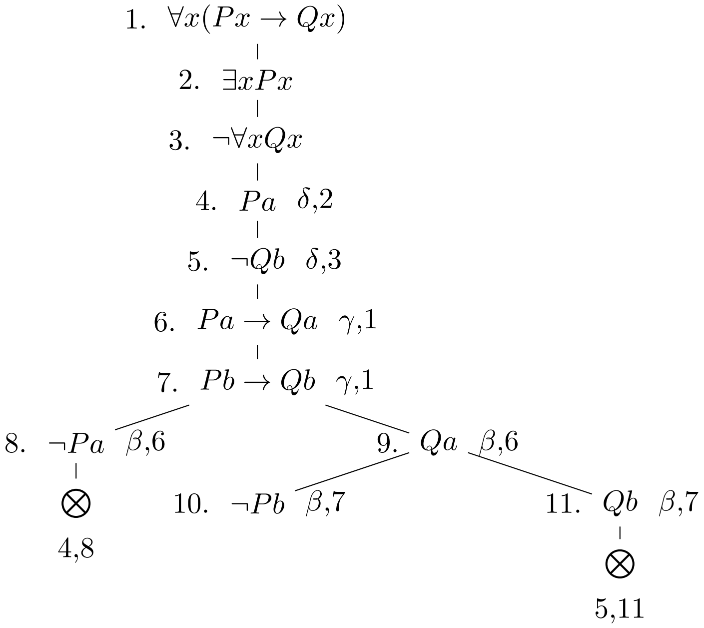
2. Lógica de predicados

Validez. Comprobamos si la fórmula $\exists x(\neg Px \wedge Qx) \to \exists y(Qy \to \neg Py \wedge Ry)$ es válida haciendo el tableau de la negación.



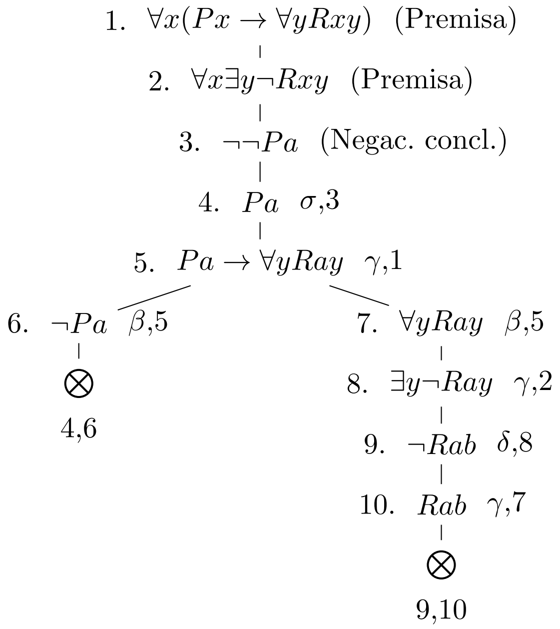
La rama de la derecha queda abierta, por lo que la fórmula inicial es satisfacible. Por tanto, $\exists x(\neg Px \wedge Qx) \to \exists y(Qy \to \neg Py \wedge Ry)$ no es válida. Podemos construir una estructura $\mathcal{M} = \langle \mathcal{D}, \mathcal{I} \rangle$ que la hace falsa: $\mathcal{D} = \{1\}$, $\mathcal{I}(a) = 1$, $\mathcal{I}(Q) = \{1\}$, $\mathcal{I}(P) = \mathcal{I}(R) = \varnothing$.

Satisfacibilidad. Nos preguntamos si el conjunto $\{\forall x(Px \to Qx),\ \exists xPx,\ \neg\forall xQx\}$ es satisfacible. Hacemos su tableau.



El tableau es abierto, por lo que el conjunto propuesto es satisfacible. La rama abierta está formada por los nodos 1–7 y 9–10. Su literales son $\{Pa, \neg Qb, Qa, \neg Pb\}$. Definimos la estructura $\mathcal{M} = \langle \mathcal{D}, \mathcal{I} \rangle$ con $\mathcal{D} = \{1, 2\}$, $\mathcal{I}(a) = 1$, $\mathcal{I}(b) = 2$, $\mathcal{I}(P) = \{1\}$ y $\mathcal{I}(Q) = \{1\}$. Se puede comprobar que $\mathcal{M} = \langle \mathcal{D}, \mathcal{I} \rangle$ satisface el conjunto de fórmulas propuesto.

Consecuencia lógica. Para comprobar $\forall x(Px \rightarrow \forall yRxy)$, $\forall x\exists y\neg Rxy \models \neg Pa$ debemos hacer el tableau de las dos premisas y la negación de la conclusión.



Dado que el tableau es cerrado, se verifica la relación de consecuencia lógica propuesta.