

Regressão Linear Múltipla Aplicada à Estimativa da Carga Térmica de Aquecimento

Fernando Andrade Lima Tavares

3 de Junho de 2025

1 Introdução

Este relatório apresenta a análise do conjunto de dados de eficiência energética de edifícios e a aplicação de regressão linear múltipla para prever a carga térmica de aquecimento (*Heating Load*). A análise inclui a descrição do dataset, a formulação do problema de mínimos quadrados e a interpretação dos resultados gerados pelo modelo.

2 Descrição do Dataset

O dataset contém 768 amostras, cada uma representando um edifício simulado com diferentes características construtivas. O objetivo do conjunto de dados é modelar a demanda térmica para aquecimento, com base em variáveis físicas e arquitetônicas.

Os atributos considerados são:

- X1: **Compacidade Relativa** - Mede a eficiência térmica do edifício.
- X2: **Área Superficial** - Influencia a troca de calor com o ambiente.
- X3: **Área das Paredes** - Relacionada à retenção de calor.
- X4: **Área do Telhado** - Impacta na absorção de calor.
- X5: **Altura Total** - Pode afetar a circulação de ar e a dispersão de calor.
- X6: **Orientação** - Determina a exposição ao sol.
- X7: **Área de Vidros** - Influencia o ganho/perda de calor.
- X8: **Distribuição da Área de Vidros** - Define a localização dos vidros no edifício.

Esses atributos constituem as variáveis independentes (vetor X), e o objetivo é prever a variável dependente y , correspondente à carga térmica de aquecimento.

3 Formulação do Problema de Mínimos Quadrados

A regressão linear múltipla busca encontrar um vetor de coeficientes β tal que a função de custo (ou erro) quadrático médio entre as previsões \hat{y} e os valores reais y seja minimizada. A função objetivo é definida por:

$$F(\beta) = \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^m (y_i - x_i^\top \beta)^2 = \frac{1}{2m} \|y - X\beta\|^2 \quad (1)$$

Onde:

- m é o número de amostras.
- x_i^\top é o vetor linha correspondente à i -ésima observação de atributos.
- X é a matriz de dados com dimensão $m \times n$.
- y é o vetor de saídas reais, com dimensão $m \times 1$.
- $\hat{y} = X\beta$ representa o vetor de previsões do modelo.

Para encontrar os coeficientes β que minimizam a função de custo, derivamos $F(\beta)$ em relação a β :

$$\nabla_\beta F(\beta) = \frac{1}{2m} \nabla_\beta (y - X\beta)^\top (y - X\beta) \quad (2)$$

$$= \frac{1}{2m} [-2X^\top (y - X\beta)] \quad (3)$$

$$= -\frac{1}{m} X^\top (y - X\beta) \quad (4)$$

Igualando o gradiente a zero, obtemos a condição de mínimo:

$$X^\top X\beta = X^\top y \quad (5)$$

Assumindo que $X^\top X$ é inversível, a solução analítica (chamada de equação normal) é dada por:

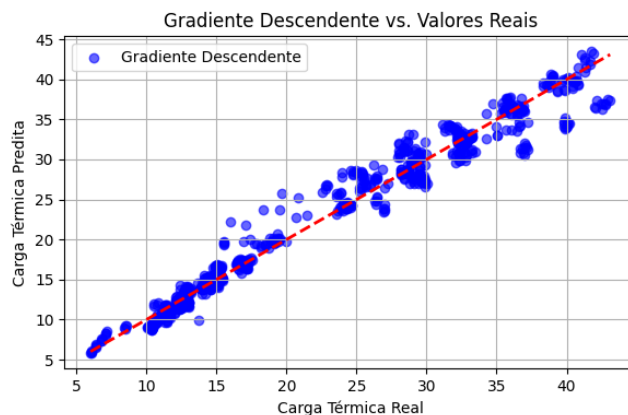
$$\beta = (X^\top X)^{-1} X^\top y \quad (6)$$

No código, optou-se por utilizar o *SGDRegressor* da biblioteca *scikit-learn*, que aproxima a solução por meio do método de Gradiente Descendente Estocástico (SGD), ajustando os coeficientes β iterativamente com base em amostras individuais. Essa abordagem é eficiente para grandes conjuntos de dados e pode ser combinada com técnicas de regularização.

4 Análise dos Resultados

A predição da **carga térmica de aquecimento** foi comparada aos valores reais por meio de um gráfico de dispersão. A linha vermelha representa a relação ideal onde $\hat{y} = y$. Observa-se:

Figure 1: Gráfico de dispersão entre os valores reais da carga térmica e as predições do modelo (SGDRegressor).



O modelo apresenta uma distribuição ajustada em torno da reta ideal, indicando que as predições acompanham satisfatoriamente os valores reais observados. A métrica quantitativa utilizada para avaliar o desempenho foi o Erro Médio Quadrático (MSE), que mede a média dos quadrados dos erros entre as predições e os valores reais, fornecendo uma indicação da precisão do modelo.

5 Conclusão

A regressão linear múltipla demonstrou desempenho satisfatório na tarefa de prever a demanda térmica de aquecimento dos edifícios, capturando relações lineares relevantes entre os atributos estruturais.

6 Referências

- **Scikit-learn:** Pedregosa, F., Varoquaux, G., Gramfort, A., et al. (2011). *Scikit-learn: Machine Learning in Python*. Journal of Machine Learning Research, 12, 2825–2830. Disponível em: <https://scikit-learn.org/>
- **Dataset - Energy Efficiency:** Tsanas, A., & Xifara, A. (2022). *Energy Efficiency Data Set*. Disponível no Kaggle: <https://www.kaggle.com/datasets/ujjwalchowdhury/energy-efficiency-data-set>

- **Fundamentos de Regressão Linear:** Hastie, T., Tibshirani, R., & Friedman, J. (2009). *The Elements of Statistical Learning*. Springer. Disponível em: <https://web.stanford.edu/~hastie/ElemStatLearn/>