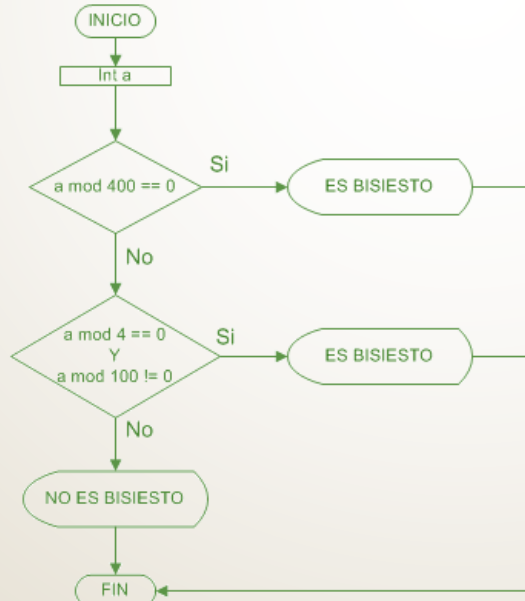


Programación Estructurada

MODULARIDAD: RECURSIVIDAD

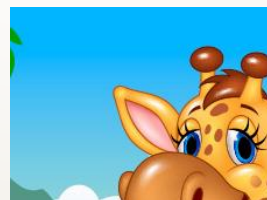
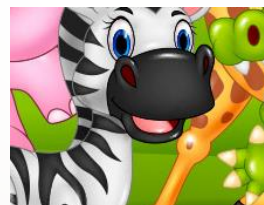
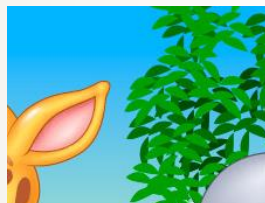
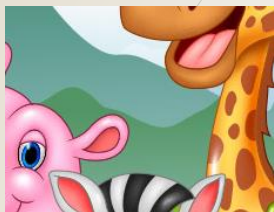


Índice

- Definición de Recursividad
- Razonamiento Recursivo
- Algoritmos Recursivos
 - Funciones Recursivas
 - Procedimientos Recursivos
- Tipos de Recursividad
- Ventajas y Desventajas



Problema: Rompecabezas (1)



Problema: Rompecabezas (2)



Problema: Rompecabezas (3)



Problema: Rompecabezas (4)





Problema: Ordenar cubos (1)

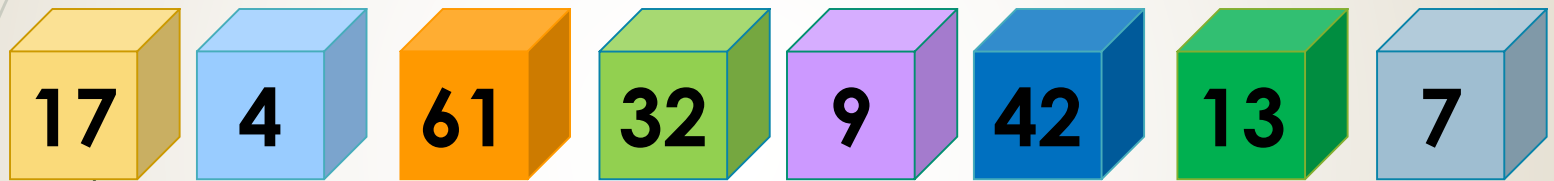
17	4	61	32	9	42	13	7
22	17	98	33	16	5	38	76
45	57	14	30	91	92	58	11
3	48	18	71	77	12	1	66
99	6	29	82	49	25	87	16

Problema: Ordenar cubos (1)

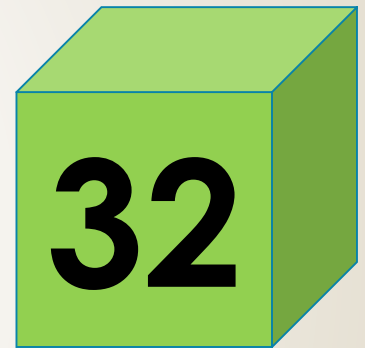
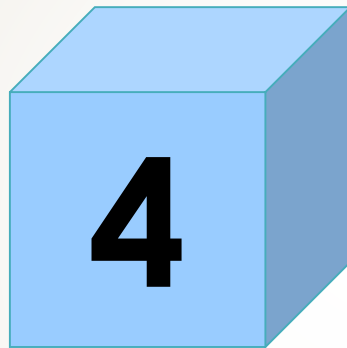
17	4	61	32	9	42	13	7
45	57	14	30	91	92	58	11
99	6	29	82	49	25	87	16



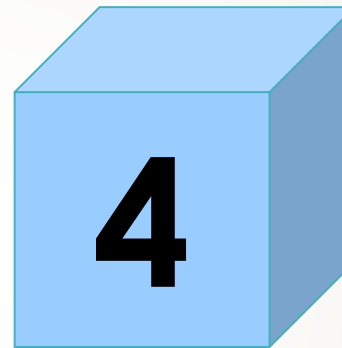
Problema: Ordenar cubos (3)



Problema: Ordenar cubos (4)

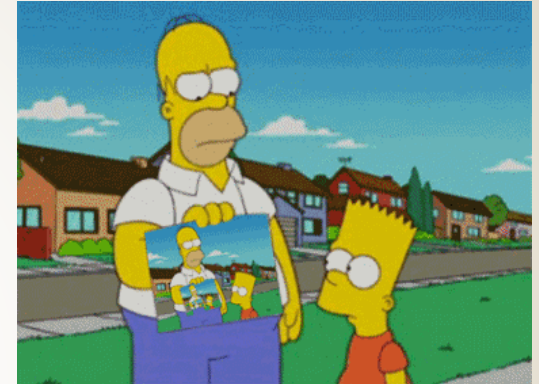


Problema: Ordenar cubos (1)



Recursividad

- Define un concepto en términos del propio concepto.
- Se expresa un concepto complejo en función de las formas más simples del mismo concepto.
- Una definición recursiva es válida si la referencia a sí misma es relativamente más sencilla que el caso considerado.



Razonamiento Recursivo (1)

► Partes del razonamiento recursivo:

- Caso Base: indica el problema o **caso más simple** cuya **resolución** es **directa**.
- Regla Recursiva de Construcción: plantea **versiones más simples del problema** original cuyas soluciones parciales permiten resolver el problema principal.



Razonamiento Recursivo (2)

► Consideraciones

1. la **división sucesiva del problema** original en uno o varios **problemas más pequeños**, del **mismo tipo** que el inicial;
2. la **resolución** de los **problemas más sencillos**, y
3. la **construcción de las soluciones** de los problemas **complejos a partir de las soluciones** de los problemas más sencillos.

Algoritmo Recursivo (1)

► Características

1. el algoritmo debe contener una **llamada a sí mismo**,
2. el problema planteado puede resolverse atacando el mismo **problema** pero **de tamaño menor**,
3. la **reducción del tamaño del problema** permite alcanzar el **caso base**, cuya solución es directa.

Algoritmo Recursivo (2)

- Partes del algoritmo recursivo:
 - iterativa o no recursiva
 - condición de terminación (caso base)
 - recursiva (que reduce el tamaño del problema hasta alcanzar el caso base).
- La parte recursiva y la condición de terminación son obligatorias.
- El caso base siempre debe alcanzarse, sino el algoritmo se invoca indefinidamente.

Algoritmo Recursivo (3)

Factorial: el factorial de un número n se define como el producto de los valores naturales entre 1 y n .

Por ejemplo: $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1$

Razonamiento recursivo

$$4! = 3! ?$$

$$4! = 3! \times 4$$

$$4! = 6 \times 4 \quad 24$$

$$3! = 2! ?$$

$$3! = 2! \times 3$$

$$3! = 2 \times 3$$

$$2! = 1! ?$$

$$2! = 1! \times 2$$

$$2! = 1 \times 2$$

$$1! = 0! ?$$

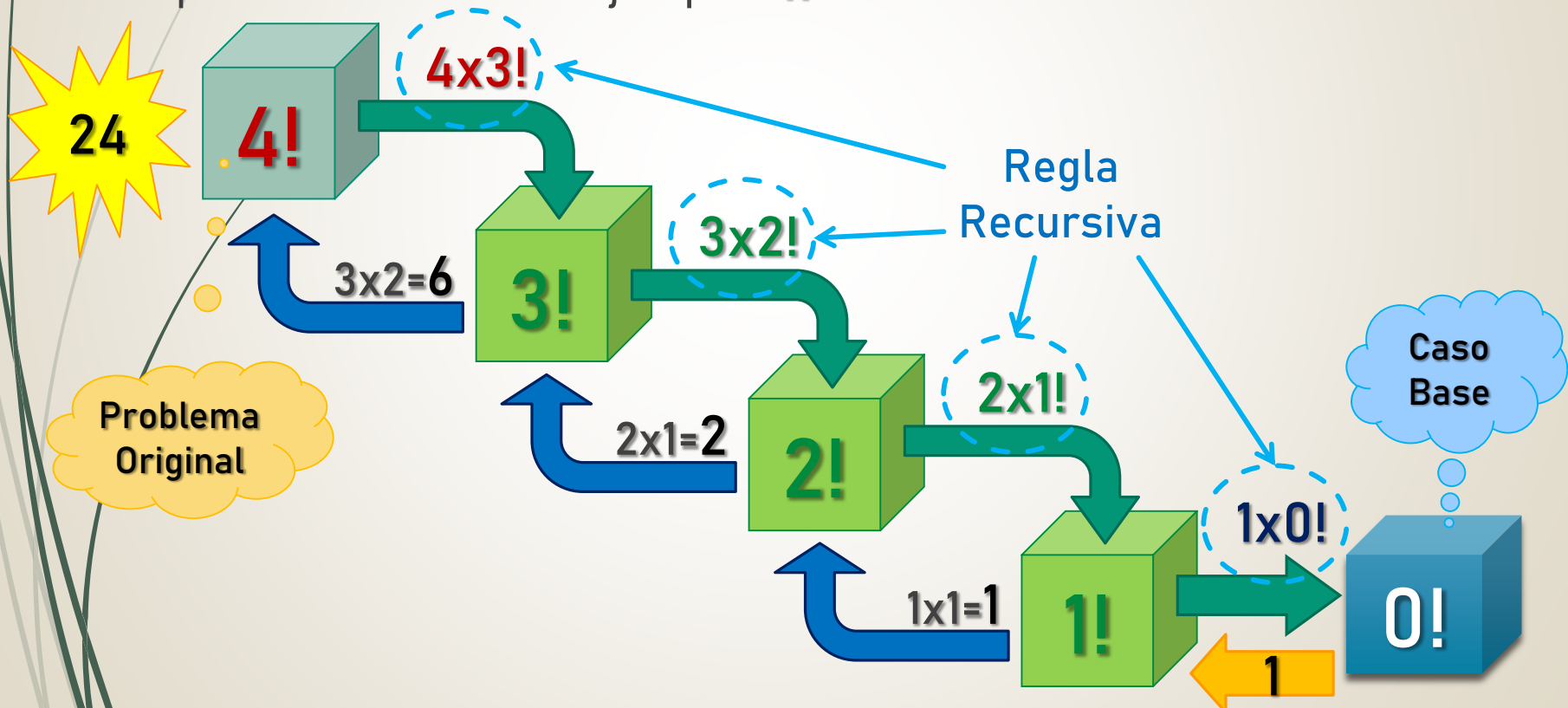
$$1! = 0! \times 1$$

$$1! = 1 \times 1$$

$0! = 1$ caso base

Algoritmo Recursivo (4)

- Problemas recursivos: cálculo del factorial de un número entero positivo o cero. Por ejemplo: **4!**



Funciones Recursivas

- Una función F es recursiva si:
 1. existen ciertos **argumentos**, llamados **valores base**, para los que la función no se refiere a sí misma.
 2. cada vez que la función se refiera a sí misma, el argumento de la función debe **acercarse más al valor base**.



Ejemplo: Factorial

FUNCIÓN Factorial(E num: ENTERO): ENTERO

INICIO

SI num=0 ENTONCES

Factorial \leftarrow 1

Caso Base

SINO

Factorial \leftarrow num * Factorial(num-1)

Regla Recursiva

FINSI

FIN

```
int factorial (int num)
{
    if (num==0)
        return 1;
    else
        return num*factorial(num-1);
}
```


Ejemplo: Potencia (1)

Calcular la potencia mediante recursividad

Por ejemplo: $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$

Razonamiento recursivo

$$2^4 = 2^3 ?$$

$$2^4 = 2^3 \times 2$$

$$2^4 = 8 \times 2$$

16

$$2^3 = 2^2 ?$$

$$2^3 = 2^2 \times 2$$

$$2^3 = 4 \times 2$$

$$2^2 = 2^1 ?$$

$$2^2 = 2^1 \times 2$$

$$2^2 = 2 \times 2$$

$$2^1 = 2^0 ?$$

$$2^1 = 2^0 \times 2$$

$$2^1 = 1 \times 2$$

$2^0 = 1$ caso base



Ejemplo: Potencia (2)

FUNCIÓN Potencia(E a:entero, E b:entero): entero

INICIO

SI $b=0$ ENTONCES

Potencia $\leftarrow 1$

Caso Base

SINO

Potencia $\leftarrow a * \text{Potencia}(a, b-1)$

Regla Recursiva

FINSI

FIN

```
int potencia (int a, int b)
{
    if (b==0)
        return 1;
    else
        return a*potencia(a,b-1);
}
```

Ejemplo: Potencia (3)

El ejemplo 2 ilustra la ejecución de la función recursiva potencia, con argumentos 2 y 4. Puede observarse que con cada llamado, la función se acerca más a los valores base.

Potencia(2,4)

a	b	b=0	potencia
2	4	FALSO	?

Potencia(2,3)

a	b	b=0	potencia
2	3	FALSO	?

Potencia(2,2)

a	b	b=0	potencia
2	2	FALSO	?

Potencia(2,1)

a	b	b=0	potencia
2	1	FALSO	?

Potencia(2,0)

a	b	b=0	potencia
2	0	V	1

Potencia(2,4)

a	b	b=0	potencia
2	4	FALSO	2*8

16

Finaliza Potencia(2,3)

a	b	b=0	potencia
2	3	FALSO	2*4

Finaliza Potencia(2,2)

a	b	b=0	potencia
2	2	FALSO	2*2

Finaliza Potencia(2,1)

a	b	b=0	potencia
2	1	FALSO	2*1

Finaliza Potencia(2,0)

a	b	b=0	potencia
2	0	V	1

Una vez que se alcanzan los valores base, se obtiene la solución directa y el valor de la función se retorna a cada llamado anterior, calculándose así el valor final.

Procedimientos Recursivos

- Un procedimiento P es recursivo si:
 1. incluye un cierto criterio, llamado **caso base**, por el que el procedimiento no se llama a sí mismo.
 2. cada vez que el procedimiento se llame a sí mismo (directa o indirectamente), debe estar **más cerca del caso base**.

Ejemplo: Procedimiento recursivo



PROCEDIMIENTO Mostrar_Numeros (E limite: entero)

INICIO

SI limite=1 ENTONCES
 ESCRIBIR limite

Caso Base

SINO

 Mostrar_Numeros(limite-1)
 ESCRIBIR limite

Regla Recursiva

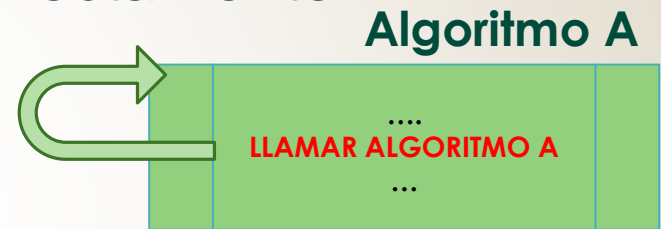
FINSI

FIN

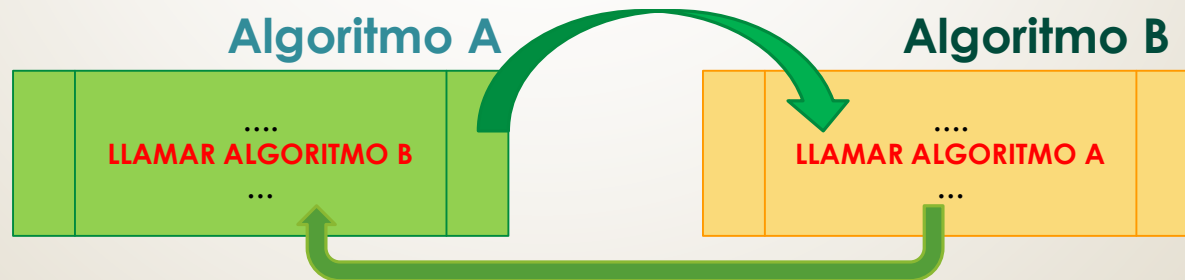
```
void mostrar_numeros (int limite)
{
    if (limite==1)
        cout << limite << endl;
    else
        { mostrar_numeros(limite-1);
          cout << limite << endl; }
}
```

Tipos de Recursividad

- Recursividad Directa (simple): un algoritmo se invoca a sí mismo una o más veces directamente.



- Recursividad Indirecta (mutua): un algoritmo *A* invoca a otro algoritmo *B* y éste a su vez invoca al algoritmo *A*.



Ventajas y Desventajas

➤ Ventajas

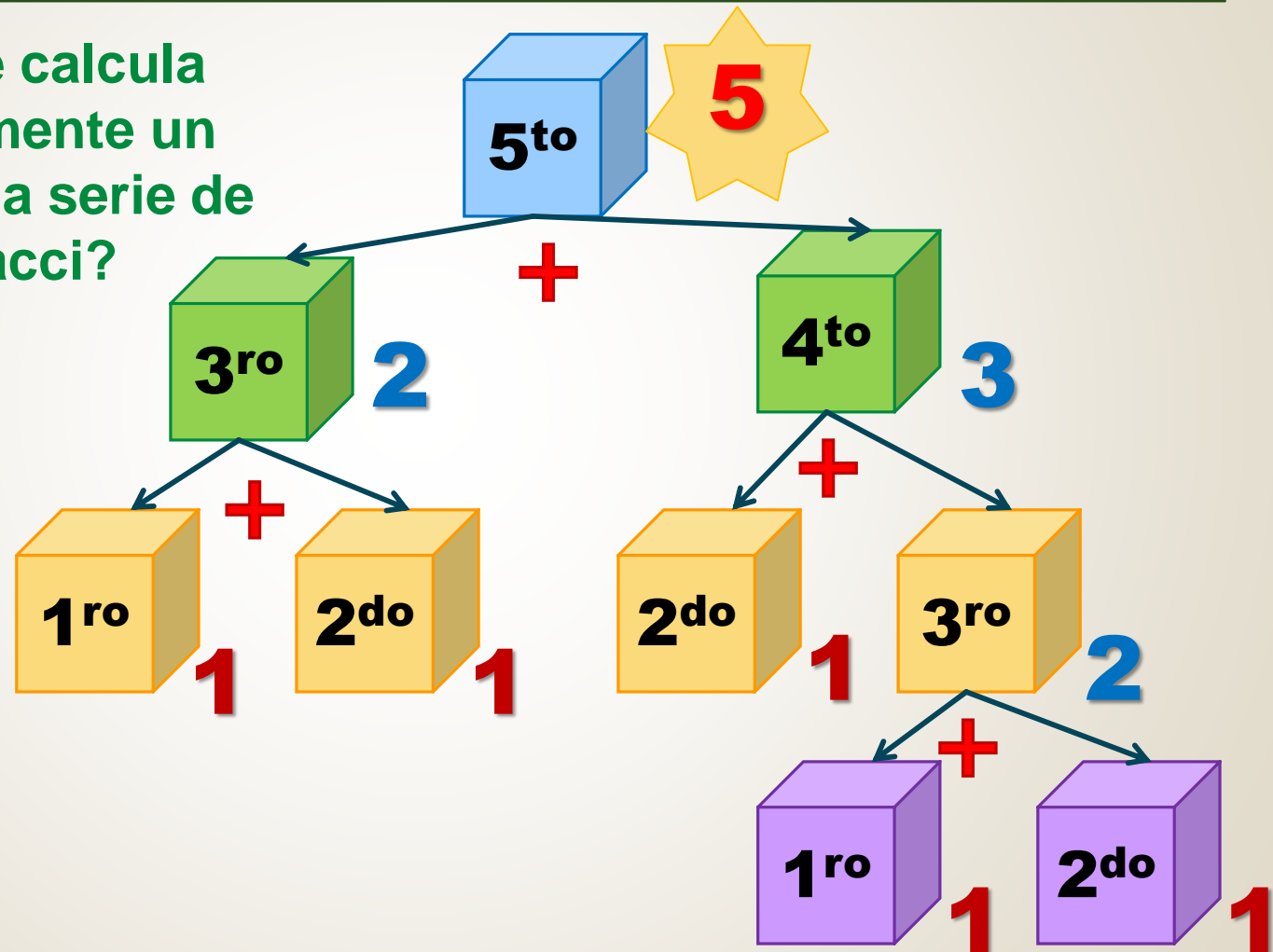
- Fácil comprensión
- Fácil comprobación
- Solución sencilla a problemas de naturaleza recursiva (versiones iterativas complicadas).

➤ Desventajas

- Las soluciones recursivas, en general, son menos eficientes que las iterativas (consumo de memoria)

Serie de Fibonacci

¿Cómo se calcula
recursivamente un
término de la serie de
Fibonacci?



Bibliografía

- Sznajdleder, Pablo Augusto. Algoritmos a fondo. Alfaomega. 2012.
- López Román, Leobardo. Programación estructurada y orientada a objetos. Alfaomega. 2011.
- De Giusti, Armando *et al.* Algoritmos, datos y programas, conceptos básicos. Editorial Exacta, 1998.
- Joyanes Aguilar, Luis. Fundamentos de Programación. Mc Graw Hill. 1996.
- Joyanes Aguilar, Luis. Programación en Turbo Pascal. Mc Graw Hill. 1990.