

一、多重選擇題

1. 答案：(A)(D)(E)

解析：(A) 不受外力，質心動量不變： $\vec{p}_{CM} = m_1 \vec{v}_1$

$$(B) \vec{v}_{CM} = \frac{m_1 \vec{v}_1}{m_1 + m_2} \quad m_1 \text{ 對質心的相對速度 } \vec{v}_1 - \vec{v}_{CM} = \frac{m_2 \vec{v}_1}{m_1 + m_2}$$

$$(C) |\vec{v}_{1c}| = |\vec{v}_1 - \vec{v}_c| = \frac{m_2}{m_1 + m_2} v_1$$

$$|\vec{v}_{2c}| = |\vec{v}_2 - \vec{v}_c| = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_1$$

$$\therefore \left| \frac{\vec{v}_{1c}}{v_{2c}} \right| = \frac{m_2}{m_1}$$

(D) 兩物相對於質心之動量和

$$= \vec{p}_{1CM} + \vec{p}_{2CM} = m_1 (\vec{v}_1 - \vec{v}_{CM}) + m_2 (\vec{v}_2 - \vec{v}_{CM})$$

$$= m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 - (m_1 + m_2) \vec{v}_{CM} = 0$$

$$\therefore \vec{p}_{1CM} = -\vec{p}_{2CM}$$

$$(E) \text{碰撞前後質心速度不變, } v_{CM} = \frac{m_1 \vec{v}_1}{m_1 + m_2}$$

2. 答案：(C)(D)

解析：(B) 斜拋物體之質心必受重力作用，才會有加速度。

$$(C) \text{各質點對質心之動量和} = m_1 \vec{v}_{1CM} + m_2 \vec{v}_{2CM} + \dots$$

$$= m_1 (\vec{v}_1 - \vec{v}_{CM}) + m_2 (\vec{v}_2 - \vec{v}_{CM}) + \dots$$

$$= (m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \dots) - (m_1 + m_2 + \dots) \vec{v}_{CM}$$

$$= \sum_{i=1}^n \vec{p}_i - \vec{p}_{CM}$$

$$= 0$$

(D) 爆炸後在碎片未擊中任何其他物件前，質心之加速度仍保持為 $g \downarrow$ 。

(E) 碰撞力為系統之內力，不影響質心之動量。

3. 答案：(C)(D)(E)

解析：(A)(B) 系統不受外力，質心速度不變。

$$\vec{v}_{CM} = \frac{2 \times 3 (\uparrow) + 2 \times 4 (\rightarrow)}{2 + 2}$$

$$= \frac{3}{2} (\uparrow) + \frac{4}{2} (\rightarrow)$$

$$\Rightarrow |\vec{v}_{CM}| = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{4}{2}\right)^2}$$

$$= 2.5 \text{ (m/s)}$$

(C)(D) 系統不受外力，碰撞前後總動量不變。

$$\vec{p} = 2 \times 3 (\uparrow) + 2 \times 4 (\rightarrow)$$

$$= 6 (\uparrow) + 8 (\rightarrow)$$

$$|\vec{p}| = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \text{ (kg} \cdot \text{m/s)}$$

(E) 系統不受外力，質心加速度為零。

4. 答案：(A)(D)

解析：(A) $\begin{cases} \text{對 A: } 3g - T = 3a \cdots \cdots \text{①} \\ \text{對 B: } T - 2g = 2a \cdots \cdots \text{②} \end{cases}$

由①、②兩式可得

$$a = \frac{1}{5}g = 2 \text{ (m/s}^2\text{)}, T = 24 \text{ (N)}$$

(B) 令向上為正，質心加速度

$$\begin{aligned} a_{CM} &= \frac{3 \times (-2) + 2 \times 2}{3+2} \\ &= -\frac{2}{5} \text{ (m/s}^2\text{, 向下)} \end{aligned}$$

(C) $t = 1 \text{ s}$ ：

$$\begin{aligned} \text{A 物體位移 } y_1 &= \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 1^2 \\ &= 1 \text{ (m)} < 1.5 \text{ (m)} \end{aligned}$$

故 A 物體尚未落地

$$\text{質心速度 } v_{CM} = a_{CM}t = \left(-\frac{2}{5}\right) \times 1 = -\frac{2}{5} \text{ (m/s, 向下)}$$

系統的總動量等於質心動量

$$p_{CM} = (m_A + m_B) v_{CM} = (3+2) \times \left(-\frac{2}{5}\right) = -2 \text{ (kg} \cdot \text{m/s)}$$

(D) $t = 1 \text{ s}$ 時，系統的質心位移

$$y_{CM} = \frac{1}{2}a_{CM}t^2 = \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} \times 1^2 = \frac{1}{5} \text{ (m)}$$

(E) 系統所受淨力和

= 質心所受外力

$$= (3+2) a_{CM} = 2 \text{ (N)}$$

5. 答案：(B)(E)

解析：(A) 觀眾對地為靜止，為慣性參考坐標，沒有假想力。

(B) 人突然下蹲，質心有向下的加速度， $mg - N = ma_{CM}$ ，故磅秤顯示體重 N ， $N < mg$ 。

(D) $v_{CM} = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$ ，兩物反向等速，但質量不一定相同，質心速度未必靜止。

6. 答案：(B)(D)(E)

解析：(A) 質心運動軌跡與內力無關，它只受外力影響而改變。

$$(C) \vec{a}_c = \frac{\vec{m}_1 a_1 + m_2 a_2 + \cdots}{m_1 + m_2 + \cdots} \neq \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \cdots$$

7. 答案：(A)(C)(E)

解析：設每個立方體質量為 m ，其質心坐標分別為

$$\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right), \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right), \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right), \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$$

系統的質心坐標 (x, y, z) 為

$$\begin{aligned} (x, y, z) &= \frac{m\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) + m\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) + m\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right) + m\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)}{m+m+m+m} \\ &= \left(\frac{3}{4}, 1, \frac{3}{4}\right) \end{aligned}$$