Matrices

Sea un sistema lineal de la forma.

$$\begin{aligned} A_{11}x_1 + A_{12}x_2 + \cdots + A_{1n}x_n &= y_1 \\ A_{21}x_1 + A_{22}x_2 + \cdots + A_{2n}x_n &= y_2 \\ \vdots \quad + \quad \vdots \quad + \quad + \vdots &= \vdots \\ A_{m1}x_1 + A_{m2}x_2 + \cdots + A_{mn}x_n &= y_m \end{aligned} \tag{1}$$

Este se lo puede expresar en forma matricial.

$$\mathbb{AX} = \mathbb{Y} \tag{2}$$

Donde,

$$\mathbb{A} = \begin{bmatrix} A_{11} & \cdot & A_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ A_{m1} & \cdot & A_{mn} \end{bmatrix}$$

Es la matriz de $coeficientes$ del sistema. Donde cada A_{ij}, $i = 1, ..., m$ y $j = 1, ...n$. Creando asi una matriz $m\ x\ n$ sobre algun cuerpo K.

$$\mathbb{X} = \begin{bmatrix} X_1 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix}$$

Es la matriz de n x 1 de incognitas. Finalmente,

$$\mathbb{Y} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ \vdots \\ Y_m \end{bmatrix}$$

1. Operaciones Elementales

Para poder resolver este sistema lineal en forma matricial es importante considerar las siguientes operaciones elementales fila en una matriz n x m, sobre el cuerpo K.

- Multiplicacion de una fila de A por un escalar no nulo c.
- Remplazo de la r-ésima fila de A por la fila r más c veces la fila s, donde c es cualquier escalar no nulo y r ≠ s
- Intercambio de dos filas de A.

Estas operaciones pueden ser expresadas en terminos de funciones e, asociada a cada matris m x n A. Estas funciones se las puede describir en la siguiente forma.

- $e(A_{ij}) = A_{ij}$ si $i \neq r$, $e(A_{ij} = c \cdot A_{rj}$
- Remplazo de la r-ésima fila de A por la fila r más c veces la fila s, donde c es cualquier escalar no nulo y r $\neq$ s
- Intercambio de dos filas de A.