

Kamis, 3 September 2020

Nama : Fersa Reyaldi

NIM : 09021281924060

Tugas "Kombinatorial" Struktur Diskrit II

① a) Bilangan genap 2-angka

- Satuan : 5 kemungkinan (0, 2, 4, 6, 8)

- Puluhan : 9 kemungkinan (1-9)

$$\text{Banyak kemungkinan} = 9 \times 5 = 45 //$$

b) Bilangan ganjil 2-angka (setiap angka berbeda)

- Satuan : 5 kemungkinan (1, 3, 5, 7, 9)

- Puluhan : 8 kemungkinan

$$\text{Banyak kemungkinan} = 8 \times 5 = 40 //$$

② 100.000 bilangan bulat positif pertama (mengandung 1 angka 3, 4, dan 5)

Ada 5 digit yang dipenuhi :

- Ada 5 cara meletakkan angka 5 (sisa slot 4)

- Ada 4 cara meletakkan angka 4 (sisa slot 3)

- Ada 3 cara meletakkan angka 3 (sisa slot 2)

- 2 slot sisa dapat diisi angka selain 3, 4, 5 (7 kemungkinan)

$$\text{Banyak kemungkinan} = 5 \times 4 \times 3 \times 7 \times 7 = 2940 //$$

③ Pengurutan 3 huruf dari abcdef

a. Tidak ada huruf berulang : Kemungkinan =  $6 \times 5 \times 4 = 120 //$

b. Boleh berulang : Kemungkinan =  $6 \times 6 \times 6 = 216 //$

c. Boleh berulang & harus terdapat huruf e : Cara menyusun huruf e ada 3 (sisa slot 2)  
2 slot diisi huruf berbeda selain e ( $5 \times 4$ )

$$\text{Kemungkinan} = 3 \times (5 \times 4) = 60 //$$

d. Boleh berulang & harus terdapat huruf e : Kemungkinan = Ruang sampel - Kemungkinan huruf e tidak muncul

$$= (6 \times 6 \times 6) - (5 \times 5 \times 5)$$

$$= 216 - 125$$

$$= 91 //$$

④ Cara pengaturan tempat duduk 4 departemen: (IF 5 orang, TK 4 orang, GL 4 orang, FA 2 orang)

Syarat: Setiap yang satu departemen duduk bersebelahan?

Kemungkinan = Cara menyusun departemen  $\times$  Cara menyusun anggota tiap departemen

$$= (4 \times 3 \times 2 \times 1) \times [(3 \times 2 \times 1) \times (4 \times 3 \times 2 \times 1) \times (4 \times 3 \times 2 \times 1) \times (2 \times 1)]$$

$$= 165.888 //$$



5. Cara mengatur tempat duduk 3 orang dari 4 kursi (syarat: 1 harus duduk di kursi sopir)

$$\text{Kemungkinan} = 3 \times P_2^3 = 3 \times \frac{3!}{(3-2)!} = 3 \times 3! = 18$$

6. Memilih panitia terdiri atas 4 orang (8 orang jurusan matematika, 7 orang jurusan informatika).

Kemungkinan: a) Jika tidak ada batasan jurusan

$$\text{Kemungkinan} = C_4^{12} = \frac{12!}{8!4!} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{4 \cdot 3 \cdot 2} = 495 //$$

b) Harus dari jurusan matematika

$$\text{Kemungkinan} = C_4^5 = \frac{5!}{4!1!} = 5 //$$

c) Harus dari jurusan informatika

$$\text{Kemungkinan} = C_4^7 = \frac{7!}{4!3!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2} = 35 //$$

d) Semua panitia harus dari jurusan yang sama.

$$\text{Kemungkinan} = C_4^5 + C_4^7 = 5 + 35 = 40 //$$

e) 2 orang per jurusan harus mewakili.

$$\text{Kemungkinan} = C_2^5 \times C_2^7 = \frac{5!}{2!2!} \times \frac{7!}{2!5!} = \frac{5 \cdot 4}{2} \times \frac{7 \cdot 6}{2} = 210 //$$

7. Membentuk panitia 9 orang (7 pria, 5 wanita). Syarat: wanita  $\geq 2$ .

$$- 2 \text{ wanita, } 3 \text{ pria} = C_2^5 \times C_3^7 = \frac{5!}{3!2!} \times \frac{7!}{4!3!} = 10 \times 35 = 350$$

$$- 3 \text{ wanita, } 2 \text{ pria} = C_3^5 \times C_2^7 = \frac{5!}{2!3!} \times \frac{7!}{5!2!} = 10 \times 21 = 210$$

$$- 4 \text{ wanita, } 1 \text{ pria} = C_4^5 \times C_1^7 = \frac{5!}{1!4!} \times \frac{7!}{1!6!} = 5 \times 7 = 35$$

$$- 5 \text{ wanita} = C_5^5 = 1$$

$$\text{Total kemungkinan} = 350 + 210 + 35 + 1 = 596 //$$

8. 100 mahasiswa dikirim ke 5 negara (masing-masing negara 20 mahasiswa).

$$\text{Kemungkinan} = \frac{100!}{20!20!20!20!20!} = 2.432.902.008.176.640.000$$

9. String yang dapat dibentuk dari huruf kata "CONGRESS" (syarat: S tidak berdampingan)

Kemungkinan = Ruang sampel - Susunan dimana S berdampingan

$$= \frac{8!}{2!} - 7! = 20.160 - 5.040 = 15.120 //$$



10. Menyusun 4 buku matematika, 3 buku sejarah, 3 buku kimia, 2 buku sosiologi.

a. semua buku yang satu topik berurutan

$$\begin{aligned}\text{kemungkinan} &= \text{Cara menyusun topik} \times \text{Cara menyusun buku per topik} \\ &= 4! \times (4! \times 3! \times 3! \times 2!) \\ &= 41.472 //\end{aligned}$$

b. Susunan bebas

$$\text{kemungkinan} = (4+3+3+2)! = 12! = 479.001.600 //$$

11. Pembagian 100 poin ke 10 soal (poin tiap soal minimal 5 poin).

Andaikan kita tidak menghitung lagi syarat minimal masing-masing soal =  $100 - 5 \times 10 = 50 //$

sehingga sisa 50 poin lagi yang harus di distribusikan.

$$\sim \text{sisa poin} = r = 50.$$

$$\sim \text{soal} = n = 10$$

$$\text{kemungkinan} = C_r^{(n+r-1)} = C_{50}^{10+50-1} = C_{50}^{59} //$$

12. Diketahui :

Banyak jenis buku =  $n = 3$ . (jumlah minimal setiap buku 10).

Banyak buku yang diambil =  $r = 10$

$$\text{Kemungkinan cara memilih 10 buku} = C_r^{n+r-1} = C_{10}^{3+10-1} = C_{10}^{12} = \frac{12!}{10! 2!} = 66 //$$

13. Diketahui

Banyak jenis koin =  $4 = n$ .

Banyak koin yang diambil =  $r = 5$ .

$$\text{Kemungkinan cara memilih 5 koin} = C_r^{n+r-1} = C_5^{4+5-1} = C_5^8 = \frac{8!}{5! 3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 56 //$$

14.  $\sum_{k=0}^n 2^k C_k^n = 3^n.$

Jawab:

Dari persamaan, ambil  $x=1$ .  $y=2$

$$(2+1)^n = \sum_{k=0}^n C_k^n x^{n-k} \cdot y^k$$

$$3^n = \sum_{k=0}^n C_k^n \cdot 2^k \cdot 1^{n-k}$$

$$3^n = \sum_{k=0}^n 2^k C_k^n \quad (\text{terbukti})$$