FERZA REYALDI
09021281924060
4 REG A - UTS GRAFIKA KOMPUTER
BAGIAN A

① Rotasi 45° terhadap titik origin (0,0)

a. misal T adalah matriks 2×3 untuk segitiga diosal

$$T = \begin{bmatrix} X_A & X_B & X_C \\ Y_A & Y_B & Y_C \end{bmatrix}, \quad T' = \begin{bmatrix} \cos 45^\circ & -\sin 45^\circ \\ \sin 45^\circ & \cos 45^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{2} \\ \frac{1}{2}\sqrt{2} & \frac{1}{2}\sqrt{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0-0 & \frac{1}{2}\sqrt{2}-\frac{1}{2}\sqrt{2} & \frac{5}{2}\sqrt{2}-\sqrt{2} \\ 0+0 & \frac{1}{2}\sqrt{2}+\frac{1}{2}\sqrt{2} & \frac{9}{2}\sqrt{2}+\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{3}{2}\sqrt{2} \\ 0 & \sqrt{2} & \frac{7}{2}\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

Jadi, $A'(0,0)$, $B'(0,\sqrt{2})$, $C'(\frac{3}{2}\sqrt{2}, \frac{7}{2}\sqrt{2})$.

b. Rotasi 45° terhadap titik P(-1,-1)

$$T' = \begin{bmatrix} \cos 45^\circ & -\sin 45^\circ \\ \sin 45^\circ & \cos 45^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0-(-1) & 1-(-1) & 5-(-1) \\ 0-(-1) & 1-(-1) & 2-(-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{2} \\ \frac{1}{2}\sqrt{2} & \frac{1}{2}\sqrt{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{2}-\frac{1}{2}\sqrt{2} & \sqrt{2}-\sqrt{2} & 3\sqrt{2}-\frac{3}{2}\sqrt{2} \\ \frac{1}{2}\sqrt{2}+\frac{1}{2}\sqrt{2} & \sqrt{2}+\sqrt{2} & 3\sqrt{2}+\frac{3}{2}\sqrt{2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1+\frac{3}{2}\sqrt{2} \\ -1+\sqrt{2} & -1+2\sqrt{2} & -1+\frac{9}{2}\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

Jadi, $A'(-1, -1+\sqrt{2})$, $B'(-1, -1+2\sqrt{2})$, $C'(-1+\frac{3}{2}\sqrt{2}, -1+\frac{9}{2}\sqrt{2})$.

② Agar titik C tetap saat dilakukan pembesaran, maka titik C harus menjadi pivot.
C pembesaran 2 kali terhadap titik C(5,2)).

misal T matriks semua titik di segitiga.

$$T = \begin{bmatrix} X_A & X_B & X_C \\ Y_A & Y_B & Y_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$T' = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0-5 & 1-5 & 5-5 \\ 0-2 & 1-2 & 2-2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & 5 & 5 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -5 & -4 & 0 \\ -2 & -1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & 5 & 5 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -10-0 & -8-0 & 0+0 \\ 0+(-4) & 0-2 & 0+0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & 5 & 5 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -5 & -3 & 5 \\ -2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Jadi titik-titik setelah pembesar adalah $A'(-5,-2)$, $B'(-3,0)$, $C'(5,2)$.

Date

③ Gradien garis L adalah m dengan titik potong terhadap sumbu Y di (0,b).
Persamaan garis:

$$y-b = m(x-0)$$
$$y = mx + b$$
$$\boxed{c = b}$$

$\boxed{\tan\theta = m}$ c

$$\sin 2\theta = \frac{2\sin\theta\cos\theta}{1} = \frac{2.\sin\theta.\cos\theta}{\sin^2\theta+\cos^2\theta} \times \frac{\frac{1}{\cos^2\theta}}{\frac{1}{\cos^2\theta}} = \frac{2.\frac{\sin\theta}{\cos\theta}}{\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}+\frac{\cos^2\theta}{\cos^2\theta}} = \frac{2\tan\theta}{\tan^2\theta+1} = \frac{2m}{m^2+1}.$$

$$\cos 2\theta = \frac{\cos^2\theta-\sin^2\theta}{1} = \frac{\cos^2\theta-\sin^2\theta}{\cos^2\theta+\sin^2\theta} \times \frac{\frac{1}{\cos^2\theta}}{\frac{1}{\cos^2\theta}} = \frac{1-\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}}{1+\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}} = \frac{1-\tan^2\theta}{\tan^2\theta+1} = \frac{1-m^2}{1+m^2}.$$

Rumus dasar Pencerminan terhadap garis L.
misal ada titik A yang dicerminkan dengan X_A sebagai absis dan Y_A sebagai ordinat.

$$A = \begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} X_A' \\ Y_A' - C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & -\cos 2\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_A \\ Y_A - C \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X_A' \\ Y_A' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1-m^2}{1+m^2} & \frac{2m}{m^2+1} \\ \frac{2m}{m^2+1} & -\frac{1-m^2}{1+m^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_A \\ Y_A - b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix}$$

Untuk mencari jawaban berupa matriks, maka harus diperhatikan setiap proses yang terjadi dan memanfaatkan homogenous coordinates.
sehingga prosesnya adalah:
misal M adalah matrik hasil. maka M = Translasi Akhir • Refleksi • Translasi Awal.

$$\text{Translasi Awal} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -b \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \text{Refleksi} = \begin{bmatrix} \frac{1-m^2}{1+m^2} & \frac{2m}{m^2+1} & 0 \\ \frac{2m}{m^2+1} & \frac{m^2-1}{1+m^2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Translasi Akhir} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & b \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & b \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1-m^2}{1+m^2} & \frac{2m}{m^2+1} & 0 \\ \frac{2m}{m^2+1} & \frac{m^2-1}{1+m^2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -b \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1-m^2}{1+m^2} & \frac{2m}{m^2+1} & 0 \\ \frac{2m}{m^2+1} & \frac{m^2-1}{1+m^2} & b \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -b \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Date

$$= \begin{bmatrix} \frac{1-m^2}{1+m^2} & \frac{2m}{m^2+1} & \frac{-2bm}{m^2+1} \\ \frac{2m}{m^2+1} & \frac{m^2-1}{m^2+1} & \left(\frac{m^2-1}{m^2+1}\right)(-b)+b \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\frac{m^2-1}{m^2+1}(-b)+b = -b\left(\frac{m^2-1}{m^2+1}\right)+b\left(\frac{m^2+1}{m^2+1}\right)$$

$$= b\left(\frac{-m^2+1+m^2+1}{m^2+1}\right)$$

$$= \frac{2b}{m^2+1} //$$

$$M = \begin{bmatrix} \frac{1-m^2}{1+m^2} & \frac{2m}{1+m^2} & \frac{-2bm}{m^2+1} \\ \frac{2m}{1+m^2} & \frac{m^2-1}{1+m^2} & \frac{2b}{m^2+1} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} //$$

(4) $I = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$

$$R(\theta) = R(45^\circ) = \begin{bmatrix} \cos 45^\circ & -\sin 45^\circ \\ \sin 45^\circ & \cos 45^\circ \end{bmatrix}$$

$$T_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & I_x \\ 0 & 1 & I_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{2} & 0 \\ \frac{1}{2}\sqrt{2} & \frac{1}{2}\sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Titik semua segitiga = $M = \begin{bmatrix} x_A & x_B & x_C \\ y_A & y_B & y_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

Homogenous coordinates.

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Jika translasi dulu baru rotasi

$M_1' = R \cdot T \cdot M$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{2} & 0 \\ \frac{1}{2}\sqrt{2} & \frac{1}{2}\sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{2} & 0 \\ \frac{1}{2}\sqrt{2} & \frac{1}{2}\sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \sqrt{2} & 0 & \frac{1}{2}\sqrt{2} \\ \sqrt{2} & 2\sqrt{2} & \frac{3}{2}\sqrt{2} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Jadi titik $A'(\sqrt{2}, \sqrt{2})$, $B'(0, 2\sqrt{2})$, $C'(\frac{1}{2}\sqrt{2}, \frac{3}{2}\sqrt{2})$

Jika rotasi dulu, baru translasi

$M_2' = T \cdot R \cdot M$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{2} & 0 \\ \frac{1}{2}\sqrt{2} & \frac{1}{2}\sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{2} & 0 \\ \frac{1}{2}\sqrt{2} & \frac{1}{2}\sqrt{2} & \sqrt{2} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{2}+1 & 1-\frac{1}{2}\sqrt{2} & 1 \\ \frac{1}{2}\sqrt{2} & \frac{1}{2}\sqrt{2} & \sqrt{2} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Jadi titik $A'(\frac{1}{2}\sqrt{2}+1, \frac{1}{2}\sqrt{2})$, $B'(1-\frac{1}{2}\sqrt{2}, \frac{1}{2}\sqrt{2})$, $C'(1, \sqrt{2})$

Kesimpulannya urutan penting dikarenakan perbedaan urutan menyebabkan perbedaan hasil bayangan segitiga ABC.

OKEY

(5) $S(s_x, s_y) = \begin{bmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s & 0 & 0 \\ 0 & s & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

karena $s_x = s_y$, maka saya simbolkan dengan s.

$$R(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos n\pi & -\sin n\pi \\ \sin n\pi & \cos n\pi \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos n\pi & -\sin n\pi & 0 \\ \sin n\pi & \cos n\pi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Jika rotasi dulu baru dilatasi (scaling)

$$M_1 = \begin{bmatrix} s & 0 & 0 \\ 0 & s & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos n\pi & -\sin n\pi & 0 \\ \sin n\pi & \cos n\pi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} s.\cos n\pi & -s.\sin n\pi & 0 \\ s.\sin n\pi & s.\cos n\pi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Jika dilatasi (scaling) dulu baru rotasi.

$$M_2 = \begin{bmatrix} \cos n\pi & -\sin n\pi & 0 \\ \sin n\pi & \cos n\pi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s & 0 & 0 \\ 0 & s & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} s.\cos n\pi & -s.\sin n\pi & 0 \\ s.\sin n\pi & s.\cos n\pi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$M_1 = M_2$, maka rotasi dan dilatasi bersifat komutatif ketika $s_x = s_y$ dan $\theta = n\pi$.
(Terbukti).

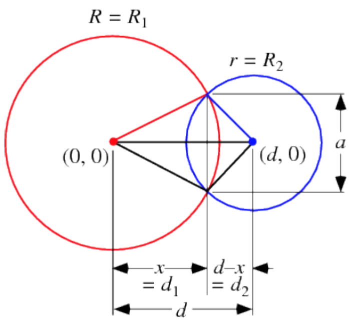
UTS GRAFIKA KOMPUTER BAGIAN B

```
#Nama: Ferza Reyaldi
#NIM: 09021281924060
#UTS Grafika Komputer

#Import library yang dibutuhkan
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import math

#Method untuk melakukan dilatasi
def scaling(radius, scale):
  return radius*scale

#Method mencari jarak titik pusat antara dua lingkaran
def distance(x1, y1, x2, y2):
  return math.sqrt(math.pow(x1-x2, 2) + math.pow(y1-y2, 2))

#Input Jari-jari lingkaran
radius = float(input("Jari-jari lingkaran: "))

#Input 3 titik pusat lingkaran
points = np.array([[0,0], [0,0], [0,0]])
for x in range(3):
  points[x,0] = float(input('nilai x pada titik pusat lingkaran C{}: '.
format(x+1)))
  points[x,1] = float(input('nilai y pada titik pusat lingkaran C{}: '.
format(x+1)))

#Menghitung jarak titik pusat masing-masing pasangan lingkaran
distance01 = distance(points[0,0], points[0,1], points[1,0], points[1,1
])
distance02 = distance(points[0,0], points[0,1], points[2,0], points[2,1
])
distance12 = distance(points[1,0], points[1,1], points[2,0], points[2,1
])

#Nilai Default
isIntersected = False;
iteration = 1;

#Looping untuk melakukan Scaling dan mengecek apakah sudah terjadi iris
an
while(not(isIntersected) and iteration < 100000):
  radius = scaling(radius, 2)
  iteration+=1
```

```
  if (distance01 < 2 * radius and distance02 < 2 * radius and distance12 < 2 * radius):
    isIntersected = True

#Konklusi
if (iteration < 100000):
  print("Banyak iterasi agar terjadi irisan: {}".format(iteration-1))
else:
  print("Tidak terjadi irisan sampai dengan iterasi ke-{}".format(iteration-1))

#Pembuatan Koordinat Kartesius
figure, axes = plt.subplots()
axes.axis([-4*radius, 4*radius, -4*radius, 4*radius])
axes.grid(True)
axes.axvline(color="red")
axes.axhline(color="red")

#Pembuatan Objek Lingkaran
circle0 = plt.Circle((points[0,0], points[0,1]), radius, color='g', fill=False, label='C1')
circle1 = plt.Circle((points[1,0], points[1,1]), radius, color='b', fill=False, label='C2')
circle2 = plt.Circle((points[2,0], points[2,1]), radius, fill=False, label='C3')
axes.set_aspect(1)
axes.add_artist(circle0)
axes.add_artist(circle1)
axes.add_artist(circle2)
plt.show()
```

Penjelasan Singkat Alur Program:

Untuk mengecek apakah dua buah lingkaran beririsan tidak perlu ditinjau melalui titik pada sisi lingkaran karena hal itu mustahil, mengingat lingkaran memiliki titik sudut yang *unlimited*. Hubungan kedua lingkaran tersebut dapat ditinjau dari titik pusatnya. yaitu:



$$d < R + r$$

Irisan terjadi apabila jarak diantara dua titik pusat lingkaran (*d*) lebih kecil dari jumlah kedua jari-jari lingkaran.

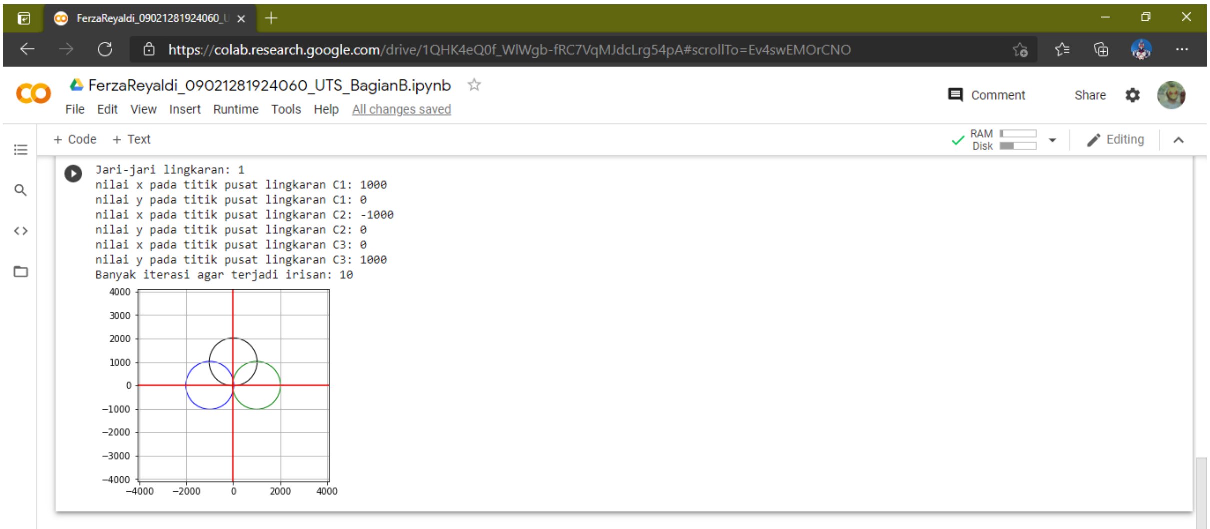
Alur Program:

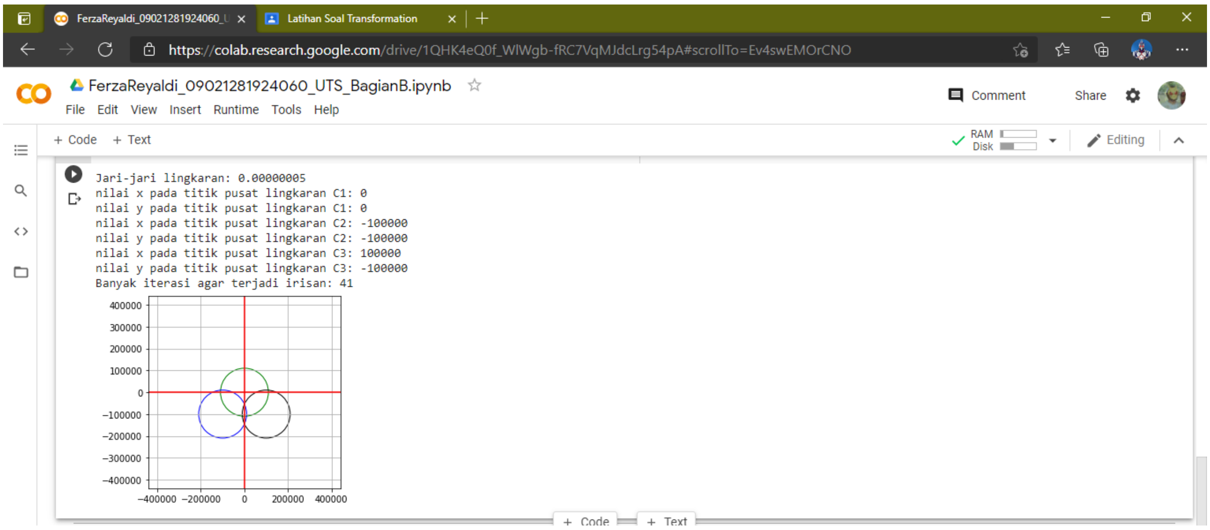
1. Input jari-jari (sekali saja, karena jari-jari ketiga lingkaran sama).
2. Input titik pusat.
3. Menghitung jarak titik pusat masing-masing pasangan 2 lingkaran (C1 dan C2, C2 dan C3, C1 dan C3).

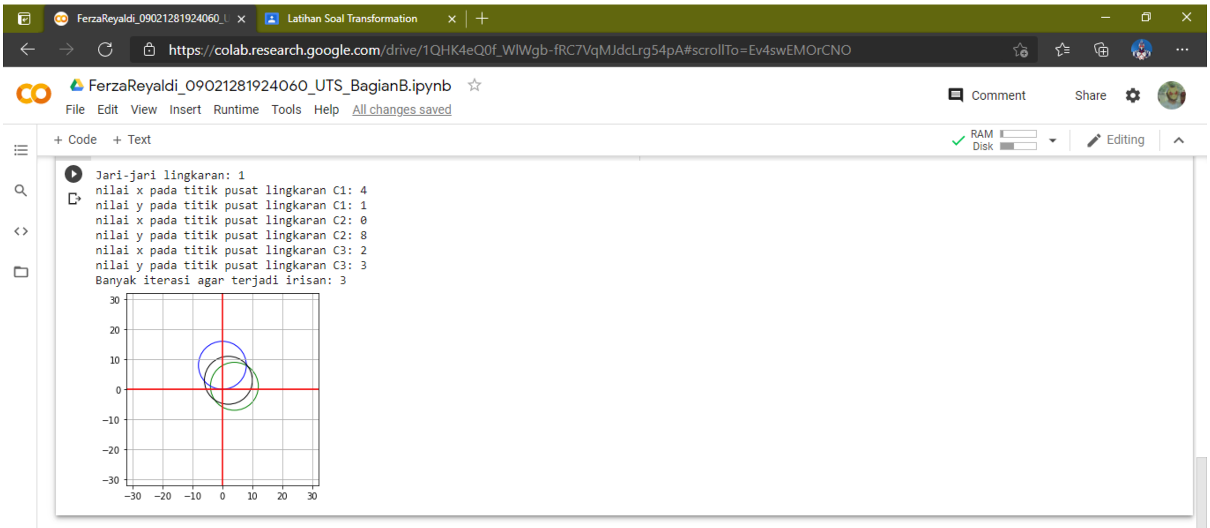
Looping

4. Melakukan Scaling (2x).
5. Melakukan *increment* pada nilai n.
6. Langkah 4 dan 5 dilakukan terus menerus selama ketiga lingkaran belum saling beririsan.
7. Mencetak banyak iterasi
8. Menampilkan ilustrasi lingkaran pada koordinat kartesius.

Beberapa Sampel Output:







Tautan GoogleColab:

https://colab.research.google.com/drive/1QHK4eQ0f_WlWgb-fRC7VqMJdcLrg54pA?usp=sharing