

1. (**6 bodova**) Odrediti jednadžbu tangente na krivulju

$$y = x^x + 2 (\ln x)^{\ln x}$$

u točki $T(e, y_0)$.

2. (**10 bodova**) Odrediti domenu, nultočke, asimptote, ekstreme, intervale monotonosti te skicirati graf funkcije

$$f(x) = \sqrt{-\ln \left(\frac{x+2}{2-x^2} \right)}.$$

3. (**6 bodova**) Izračunati

$$L = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \cdots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} \right).$$

4. (**8 bodova**) Ispitati konvergenciju reda

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)^{3n}}{[(2n)!]^2} \binom{n+1}{n-1},$$

gdje je $\binom{n}{k}$ oznaka za binomni koeficijent koja se raspisuje na sljedeći način $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

Teorija:

1. (**7 bodova**) Definirati pojam diferencijala funkcije u točki, objasniti i skicirati njegovu geometrijsku interpretaciju te, primjenom diferencijala, izvesti formulu (pravilo) za deriviranje parametarski zadane funkcije.
2. (**7 bodova**) Iskazati i dokazati Lagrangeov teorem te objasniti i skicirati njegovu geometrijsku interpretaciju.
3. (**6 bodova**) Definirati pojam reda realnih brojeva i njegove konvergenције. Analizirati konvergenciju geometrijskog reda $\sum_{n=1}^{\infty} q^{n-1}$.

Rješenja:

1. $t...y - (e^e + 2) = 2(e^e + \frac{1}{e})(x - e)$.
2. $\mathcal{D}_f = (-\infty, -2) \cup [-1, 0]$, nultočke $x = 0, x = -1$; $x = -2$ je L.V.A., nema horizontalnih ni kosih asimptota, $x_{\min} = -2 - \sqrt{2}$, $x_{\max} = -2 + \sqrt{2}$, f je padajuća za $x \in (-\infty, -2 - \sqrt{2}) \cup (-2, -\sqrt{2}) \cup (-2 + \sqrt{2}, 0)$.
3. $L = \frac{1}{2}$.
4. Red konvergira.