

Zadaci:

1. (4 boda) Bez primjene L'Hospitalovog pravila izračunati limes

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{\sqrt{1 + x \sin x} - \cos x}.$$

2. (10 bodova) Odrediti domen, nultočke, asimptote, lokalne ekstreme i točke infleksije, intervale monotonosti i intervale zakrivljenosti te na temelju tih podataka skicirati graf funkcije

$$f(x) = \frac{x}{\ln x}.$$

3. (5 bodova) Za pravokutni trokut kateta a i b vrijedi da je $a + b = 10$. Rotacijom oko katete a nastane stožac. Odrediti katete trokuta tako da volumen dobivenog stošca bude maksimalan.

4. (5 bodova) Odrediti sva gomilišta niza zadanog općim članom

$$a_n = \frac{2n+1}{3n-1} + \sin^2 \frac{n\pi}{2}.$$

5. (6 bodova) Ispitati konvergenciju reda

$$\sum_{n=1}^{\infty} 2^n \ln \left(\frac{n+2}{n+1} \right)^{-n^2}.$$

Rješenja:

1. 1
2. $\mathcal{D}_f = (0, 1) \cup (1, +\infty)$
nultočka: $x = 0$
asimptote: $x = 1$ O.V.A.
 $T_{\min}(e, e)$
 $T_{\inf}(e^2, \frac{e^2}{2})$
3. $a = \frac{10}{3}, b = \frac{20}{3}$
4. skup gomilišta $\{\frac{2}{3}, \frac{5}{3}\}$
5. nije zadovoljen nužan uvjet konvergencije