Zadaci:

1. **(4 boda)** Izračunati limes funkcije
$$\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2-5x+4}-x\right).$$

2. **(5 bodova)** Odrediti jednadžbe tangenti na krivulju $y = x^3 - 3x + 2$ koje su paralelne s pravcem $y = 9x$.

3. **(10 bodova)** Odrediti domenu, nultočke, asimptote, lokalne ekstreme i točke infleksije, intervale monotonosti i intervale zakrivljenosti te na temelju tih podataka skicirati graf funkcije
$$f(x) = \frac{1-\ln x}{x^2}.$$

4. **(5 bodova)** Izračunati limes niza zadanog općim članom
$$a_n = \frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+...+\frac{1}{n\cdot(n+1)}.$$

5. **(6 bodova)** Odrediti područje konvergencije reda
$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-2)^n}{(2n-1)\cdot 2^n},$$
te ispitati konvergenciju u rubnim točkama.

Teorija:

1. **(10 bodova)** Navesti precizno Cauchyjev teorem pa pomoću njega izvesti (zapisati i dokazati) tvrdnju Lagrangeovog teorema. Skicirati i objasniti geometrijsku interpretaciju Lagrangeovog teorema. Primjenom Lagrangeovog teorema dokazati da funkcija f koja je derivabilna na (a,b) i kojoj je $f'(x) \geq 0$, za svaki $x \in (a,b)$, mora biti rastuća na (a,b).

2. **(10 bodova)** Definirati pojmove: niz funkcija, red funkcija i dati po jedan primjer. Za niz funkcija objasniti kada kažemo da konvergira po točkama (obično), a kada da konvergira uniformno te skicirati neke primjere za usporedbu. Za red funkcija objasniti kada kažemo da konvergira u jednoj točki, a kada da konvergira apsolutno.

Rješenja:

1. $-\frac{5}{2}$.
2. $y = 9x - 14$, $y = 9x + 18$.
3. $D(f) = (0, +\infty)$, $x = 0$ je D.V.A., $y = 0$ je D.H.A., u točki $x = e^{\frac{3}{2}}$ funkcija poprima minimalnu vrijednost, u točki $x = e^{\frac{11}{6}}$ funkcija ima infleksiju.
4. 1.
5. $x \in [0, 4)$.