

1. (6 bodova) Odrediti jednadžbu tangente na krivulju

$$e^{y \ln x} + \operatorname{arctg}(x - 1) = \sqrt{y}$$

u točki $T(1, 1)$.

2. (10 bodova) Odrediti domen, nultočke, asimptote, lokalne ekstreme i intervale monotonosti, te na temelju tih podataka skicirati graf funkcije

$$f(x) = \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{x-1}}.$$

3. (8 bodova) Zadan je niz $(c_n)_{n \in \mathbb{N}}$ općim članom $c_n = (10^{a_n})^{b_n}$ gdje je

$$a_n = \frac{5n \cos n + n^3}{n^3 + 1}, \quad b_n = \frac{\frac{1}{n^2}(1 + 2 + \dots + n)}{\prod_{k=2}^n (1 - \frac{1}{k^2})}.$$

Izračunati $\lim_{n \rightarrow \infty} c_n$.

4. (6 bodova) Ispitati konvergenciju reda

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(4n)!}{n^{4n}}.$$

Teorija:

1. (**7 bodova**) Definirati pojam derivacije funkcije u točki, objasniti njegovu geometrijsku interpretaciju (skicirati) te, po definiciji derivacije, izvesti formulu za derivaciju funkcije $\ln x$.
2. (**7 bodova**) Definirati pojam lokalnog i globalnog minimuma funkcije. Iskazati nužan uvjet za postojanje ekstrema, povezati ga s Fermatovim teoremom pa iskazati i dokazati Fermatov teorem.
3. (**6 bodova**) Definirati pojmove: niz realnih brojeva, limes niza realnih brojeva. Dati primjere za: *a*) stacionaran niz, *b*) padajući niz, *c*) niz koji konvergira broju 2, *d*) divergentan niz. Ispitati konvergenciju niza zadanog općim članom $a_n = \cos \frac{n\pi}{2}$.

Rješenja:

1. $t...y = 4x - 3$

2. $D_f = [0, 1) \cup \langle 1, +\infty \rangle$, nultočka: $(0, 0)$, $y = \frac{\pi}{2}$ desna H.A., lokalni ekstrem: $T_{min}(4, \arctg 4)$

3. 10

4. Red divergira.