Zadaci:

1. **(6 bodova)** Odrediti jednadžbu tangente na krivulju

$$y + \cos^2\left(\frac{x}{y}\right) = \frac{9}{2}$$

u točki $T(\pi, 4)$.

2. **(10 bodova)** Ispitati domenu, nultočke, asimptote, lokalne ekstreme i intervale monotonosti te na temelju tih podataka skicirati graf funkcije

$$f(x) = e^{\frac{1}{(x+1)(x-4)}}.$$

Napomena: $e^{-\frac{4}{25}} \approx 0.85$.

3. **(6 bodova)** Odrediti gomilišta niza zadanog općim članom

$$x_n = \frac{n\cos(n\pi)}{n+2} + \frac{(-1)^n n^2 + n^2 + n}{3n^2 + 5}.$$

4. Za funkciju $f(x) = \ln(1 + x)$ odrediti:

   a) **(4 boda)** MacLaurinov razvoj u red,

   b) **(4 boda)** područje konvergencije dobivenog reda (i u rubnim točkama).

Teorija:

1. **(10 bodova)** a) Definirati derivabilnost funkcije u točki. Primjenom te definicije raspisati derivaciju funkcije $f(x) = \sqrt{x}$. b) Objasniti kada i kako koristimo logaritamsko deriviranje pa raspisati derivaciju funkcije $g(x) = x^{x^x}$. c) Izvesti formulu za derivaciju funkcije zadane parametarskim jednadžbama pa po toj formuli odrediti derivaciju parametarski zadane centralne kružnice radijusa 3.

2. **(10 bodova)** Definirati limes niza realnih brojeva i navesti primjere jednog konvergentnog i jednog divergentnog niza. Primjenom te definicije dokazati da je $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{n} = 0$. Za geometrijski niz s općim članom $a_n = q^n$, $q \in \mathbb{R}$, prokomentirati konvergenciju obzirom na q.

Rješenja:

1. $y = \frac{4}{16+\pi}x + \frac{64}{16+\pi}$
2. $\mathcal{D}_f = (-\infty, -1) \cup (-1, 4) \cup (4, +\infty)$

   nultočke: *nema*

   asimptote: $x = -1$ je L.V.A.; $x = 4$ je D.V.A.; $y = 1$ je O.H.A.

   lokalni ekstremi: $T_{\max}\left(\frac{3}{2}, e^{-\frac{4}{25}}\right)$
3. $\frac{5}{3}, -1$
4. $f(x) = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} x^n$, $x \in (-1, 1]$.