

**Zadaci:**

1. **(7 bodova)** Izračunati i skicirati u Gaussovoj ravnini kompleksne brojeve  $z$  za koje vrijedi

$$|z - 2| + |z + 2| \leq 2.$$

2. **(5 bodova)** Odrediti realni parametar  $\lambda$  tako da matrice  $A$  i  $B$  imaju isti rang

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 2 & 2 & -4 \\ 0 & 2 & 1 & -2 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda + 9 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 & 1 \\ 5 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & \lambda & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

3. **(5 bodova)** Zadani su vektori  $\vec{a} = \lambda \vec{p} + 17 \vec{q}$  i  $\vec{b} = 3 \vec{p} - \vec{q}$  gdje je  $|\vec{p}| = 2$ ,  $|\vec{q}| = 5$  i  $\angle(\vec{p}, \vec{q}) = \frac{2\pi}{3}$ . Odrediti realni parametar  $\lambda$  tako da vektori  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$  budu međusobno okomiti.

4. **(6 bodova)** Odrediti točku A simetričnu točki B(1,0,2) obzirom na pravac  $p \dots \frac{x-2}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z+1}{1}$ . Skica obavezna.

5. **(7 bodova)** Odrediti i skicirati domenu funkcije

$$f(x) = \ln \left( \arcsin \frac{1-x^2}{2+x} \right) + \arccos \sqrt{\frac{1-x^2}{2+x}} + \operatorname{arctg} \sqrt[3]{\frac{x^2}{e^x+1}}$$

**Teorija:**

1. **(6 bodova)** Definirati skup kompleksnih brojeva i pojmove: konjugirano kompleksni broj, modul kompleksnog broja i trigonometrijski oblik kompleksnog broja. Dokazati: ako za kompleksni broj  $w$  oblika  $w = \frac{z-1}{z+1}$ ,  $z \neq -1$ , vrijedi da je  $\operatorname{Re}(w) = 0$  onda je  $|z| = 1$ .
2. **(7 bodova)** Navesti formule za sljedeće pojmove: determinanta, algebarski komplement, Laplaceov razvoj. Raspisati jedan Laplaceov razvoj determinante reda 3 kojoj je opći član zadan s  $a_{i,j} = |i^2 - j|$ . Primjenom osnovnih svojstava determinanti izračunati koliko je:  $\det(A^8 \cdot \frac{1}{3} \cdot A^T) \cdot \det(A^{-6})$ , ako je  $\det(A) = 3$ .
3. **(7 bodova)** Definirati pojmove: parna/neparna funkcija, omeđena funkcija, rastuća/padajuća funkcija. U tri zasebna koordinatna sustava skicirati grafove funkcija: a)  $f(x) = |x|$ , b)  $g(x) = \ln x$  i c)  $h(x) = \cos x$  pa za svaku od njih zapisati domenu i kodomenu, te prokomentirati parnost, omeđenost, monotonost i te komentare objasniti (npr. ako je parna - zašto, ako nije omeđena - zašto itd).

**Rješenja:**

1.  $\emptyset$

2.  $\lambda \neq -9$

3.  $\lambda = 40$

4.  $A(3, 0, -4)$

5.  $D_f = \langle -1, 1 \rangle$