

### 3. Derivacije i primjene - 2. dio

1. Odredite jednadžbu tangente i normale na krivulju  $y = \ln \cos x + 1$  u točki  $x_0 = 0$ .
2. Odredite jednadžbu tangente i normale na krivulju  $y = \operatorname{arctg} e^{2x} + \ln \sqrt{\frac{e^{2x}}{2e^{2x}-1}}$  u točki  $x_0 = 0$ .
3. Iz točke  $T(4, 1)$  povucite tangentu na krivulju  $y = \frac{x-1}{x}$  i odredite diralište.
4. Nađite tangentu na parabolu  $y = x^2 - 7x + 3$ , paralelnu s pravcem  $5x + y - 3 = 0$ .
5. Nađite jednadžbu tangente i normale na parabolu  $y = 2x^2 + 4x$  u točkama u kojima parabola siječe os  $x$ .
6. Nađite jednadžbu tangente i normale na krivulju zadanu parametarski s

$$x = \ln(\cos t + 1)$$

$$y = \operatorname{tg} t + \operatorname{ctg} t$$

u točki zadanoj s  $t = \frac{\pi}{4}$ .

7. Nađite jednadžbu tangente na krivulju  $y = \left(\sin^2 x + \frac{1}{2}\right)^{\operatorname{tg} x}$

u točki s apscisom  $x = \frac{3\pi}{4}$ .

8. Odredite kut pod kojim se sijeku tangenta na krivulju  $\operatorname{arctg} \frac{y}{x} = \frac{1}{2} \ln(x^2 + y^2)$  u točki  $T(1, 0)$  i tangenta na krivulju  $y = (\cos x)^{\sin x}$  u točki s apscisom  $x = 0$ .

9. Primjenom L'Hospitalovog pravila izračunajte:

- (a)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{tg} 5x};$
- (b)  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\ln(x-a)}{\ln(e^x - e^a)};$
- (c)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{a^{\ln x} - 1}{\ln x};$
- (d)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{5x-1} - \sqrt{4x+1}}{\sqrt{3x-2} - \sqrt{x+2}};$
- (e)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sqrt{x+2} - x - \sqrt{2}};$
- (f)  $\lim_{x \rightarrow 0} \ln(1 - \sin x) \cdot \operatorname{ctg} x;$
- (g)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (1 - \sin x) \cdot \operatorname{tg} x;$
- (h)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left( e^{\frac{1}{x}} - 1 \right);$
- (i)  $\lim_{x \rightarrow 1} \ln x \ln(x-1);$
- (j)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \operatorname{ctg} x \right);$
- (k)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right);$
- (l)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right).$

10. Primjenom L'Hospitalovog pravila izračunajte:

- (a)  $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin x)^{\operatorname{tg} x};$
- (b)  $\lim_{x \rightarrow 0} x^x;$
- (c)  $\lim_{x \rightarrow 1} (\ln x)^{1-x};$

$$(d) \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{2}{\pi} \arcsin x \right)^{\frac{1}{1-x}};$$

$$(e) \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{2}{\pi} \arccos x \right)^{\frac{1}{x}};$$

$$(f) \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} \right)^{\operatorname{tg} x};$$

$$(g) \lim_{x \rightarrow 1} (2 - x)^{\operatorname{tg} \frac{\pi}{2} x};$$

$$(h) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\sin x)^{\frac{1}{\cos x}};$$

$$(i) \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin x}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}.$$