1. **(10 bodova)** Odrediti sve $z \in \mathbb{C}$ koji zadovoljavaju jednadžbu $z^6 - \sqrt{2} \cdot z^3 + 1 = 0$, a nalaze se unutar trokuta s vrhovima $t_1 = \frac{1+i\sqrt{3}}{2}$, $t_2 = \frac{1-i\sqrt{3}}{2}$ i $t_3 = 2016$.

2. **(10 bodova)** Provjeriti je li polinom zadan determinantom

$$A = \begin{vmatrix} 1 & x & x^2 & x^3 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2^2 & 3^2 & 4^2 \end{vmatrix}$$

djeljiv s $(x-1)^3$.

3. **(8 bodova)** Neka su točke $A(3,0,1)$, $B(6,2,2)$, i $C(5,-3,1)$ vrhovi trokuta ABC. Dokazati da je taj trokut pravokutan, a potom odrediti duljinu visine spuštene na hipotenuzu trokuta.

4. **(12 bodova)** Odrediti točku simetričnu točki $A(-1,-2,0)$ s obzirom na ravninu $2x + 3y - 4z + 37 = 0$.

5. **(18 bodova)** Odrediti domenu, nultočke, asimptote, lokalne ekstreme, intervale rasta i pada te skicirati graf funkcije zadane sa $f(x) = \ln\left(1 - \frac{2}{x^2+x}\right)$.

6. **(12 bodova)** Ispitati konvergenciju reda $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} 2^{\frac{n}{2}} \cdot \left(\frac{2n+1}{2n+2}\right)^{n^2}$.

7. **(6 bodova)** Definirati pojam regularne matrice. Navesti tvrdnje koje daju karakterizacije regularnosti matrica pomoću ranga i pomoću determinanti, te za svaku dati jedan primjer. U definiciji i tvrdnjama objasniti sve oznake.

8. **(12 bodova)** a) Skicirati funkciju $f : \mathbb{R} \to [0, +\infty)$ oblika $f(x) = |x-1|$. Koristeći definiciju derivacije funkcije u točki raspisati i objasniti postoji li $f'(1)$?
   b) Primjenom definicije derivacije izvesti derivaciju funkcije $g(x) = e^{2x+1}$, te pomoću formule za derivaciju inverzne funkcije odrediti derivaciju funkcije g^{-1}.

9. **(12 bodova)** (i) Definirati konvergenciju reda realnih brojeva pa primjenom te definicije pokazati da red $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ konvergira.
   (ii) Definirati pojmove minorante i majorante reda. Iskazati poredbeni kriterij pa pomoću njega i primjera (i), provjeriti konvergenciju reda $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)^2}$.

Rješenja:

1. $z_1 = \operatorname{cis}\frac{\pi}{12}$, $z_2 = \operatorname{cis}\frac{23\pi}{12}$.
2. Da, jer je $A = -2(x-1)^3$.
3. $v_a = \frac{\sqrt{14}\cdot\sqrt{13}}{3\sqrt{3}}$.
4. $T(-5, -8, 8)$.
5. $\mathcal{D} = (-\infty, -2) \cup (-1, 0) \cup (1, +\infty)$, V.A: $x = -2$, $x = -1$, $x = 0$, $x = 1$, H.A: $y = 0$, točka minimuma je $M\left(-\frac{1}{2}, \ln 9\right)$.
6. Red konvergira.