5. Linearna algebra, 1. dio - Rješenja

1. (a)
$$\begin{bmatrix} 3 & 6 & 11 \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$
; (b) $\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 6 & -1 \\ 11 & 2 \end{bmatrix}$; (c) $\begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ -4 & 3 & -1 \end{bmatrix}$.

3. (a)
$$\begin{bmatrix} -23 & 5 \\ -15 & -33 \end{bmatrix}$$
; (b) $\begin{bmatrix} -11 & -6 \\ 18 & 1 \end{bmatrix}$.

4.
$$a_1 = -\frac{1}{2}$$
, $a_2 = \frac{1}{3}$

5. (a)
$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8/25 \\ 44/25 \\ 8/5 \end{bmatrix}$$
;

(b) sustav nema rješenja;

(c)
$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8/5 \\ 6/5 \\ 0 \end{bmatrix} + \lambda \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \ \lambda \in \mathbb{R};$$

(d)
$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix};$$

(e)
$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} -1 \\ 13 \\ 5 \end{bmatrix}, \ \lambda \in \mathbb{R};$$

(f)
$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/3 \\ 1/3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \alpha \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \beta \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \gamma \begin{bmatrix} 1 \\ -5 \\ 0 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}, \ \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R};$$

$$(\mathbf{g}) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12/5 \\ -1/5 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \alpha \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \\ 5 \\ 0 \end{bmatrix} + \beta \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \ \alpha, \beta \in \mathbb{R};$$

6. (a)
$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \alpha \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \beta \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$
, $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ako je $\lambda = 1$;

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/(2+\lambda) \\ (1+\lambda)/(2+\lambda) \\ (1+\lambda)/(2+\lambda) \end{bmatrix} \text{ ako } \lambda \notin \{-2,1\};$$

sustav nije rješiv ako je $\lambda = -2$.

(b)
$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \alpha \begin{bmatrix} 5 \\ -4 \\ 1 \end{bmatrix}, \ \alpha \in \mathbb{R} \text{ ako je } \lambda = 2;$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1/(a+3) \\ 1/(a+3) \end{bmatrix} \text{ ako } a \notin \{-3, 2\};$$

sustav nije rješiv ako je a = -3.

(c)
$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12/(1-\lambda) \\ 9 \\ (2\lambda - 14)/(1-\lambda) \end{bmatrix}$$
ako je $\lambda \neq 1$;

sustav nije rješiv ako je $\lambda = 1$.

7.
$$p \neq -1$$

8.
$$a = 1$$