



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DELL'AQUILA



DISIM
Dipartimento di Ingegneria
e Scienze dell'Informazione
e Matematica



Laboratorio di Algoritmi e Strutture Dati a.a. 2022/2023

I grafi: richiami
La classe Network

Giovanna Melideo
Università degli Studi dell'Aquila
DISIM

Grafo non orientato (indiretto)

- Un **grafo non orientato** è una raccolta di elementi distinti chiamati **vertici** o **nodi** e coppie di vertici distinte e non ordinate, dette **archi**.
- Graficamente rappresentiamo i vertici come punti o cerchi e gli archi con linee che collegano coppie di vertici

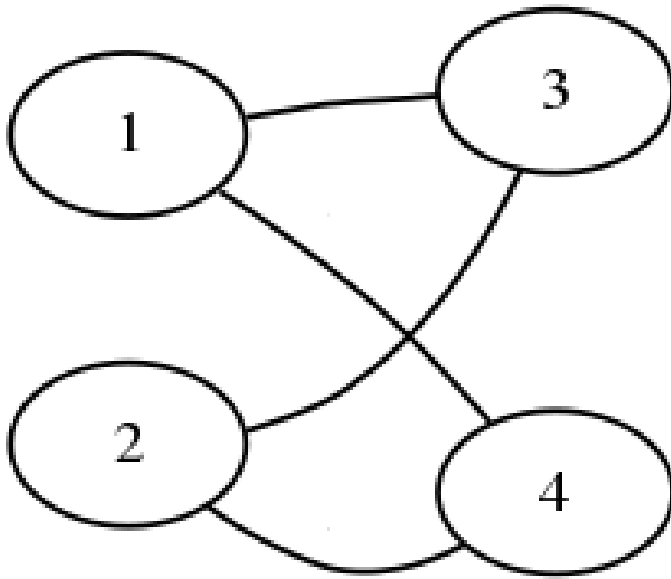
Applicazioni:

- **Facebook**: i vertici sono gli individui e gli archi sono le relazioni di amicizia.
- **Mappa stradale**: i vertici sono le città e gli archi sono le strade (a doppio senso di marcia) che le connettono.

Terminologia

- Due vertici sono **adiacenti** (o vicini) se formano un arco
- Due archi sono **adiacenti** se hanno un nodo in comune
- Un **cammino** è una sequenza di nodi in cui ogni coppia di nodi consecutivi forma un arco
- Un cammino è detto **semplice** se gli archi e i nodi del cammino sono tutti distinti
- La **lunghezza di un cammino** è uguale al numero di archi che lo compongono: un cammino di k vertici ha lunghezza $k-1$
- Un **ciclo** è un cammino semplice in cui il primo e l'ultimo nodo coincidono

Esempio



$$V = \{1, 2, 3, 4\}$$

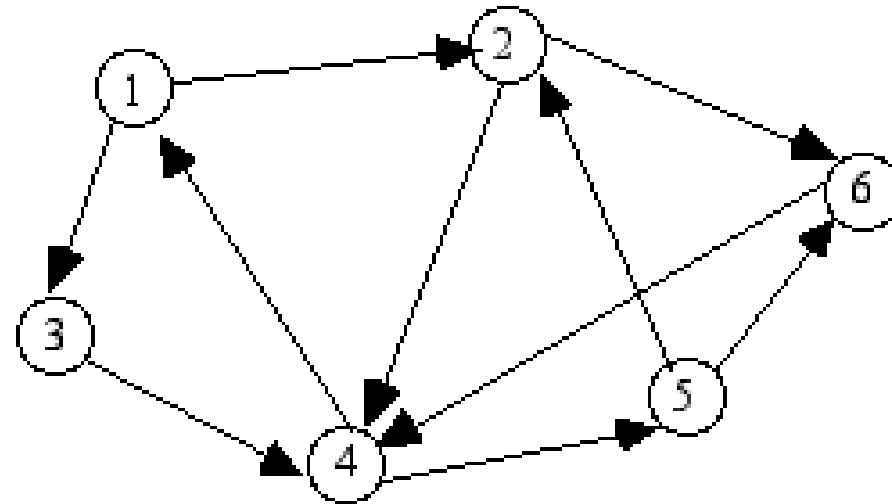
$$E = \{(1,3), (1,4), (2,3), (2,4)\}$$

- 1 e 3 sono adiacenti (vicini)
- 1 e 2 non sono adiacenti
- Cammino: 1,3,2,4 (lungo 3)
- Ciclo: 3,2,4,1,3

- Un grafo non orientato è **completo** se ha il massimo numero di archi possibile: un grafo completo di n nodi ha $n(n-1)/2$ archi
- Un grafo non orientato è **connesso** se per ogni coppia di nodi distinti esiste un cammino che li connette.

Grafo orientato

- Un **grafo orientato** (o diretto, o digrafo) è una raccolta di vertici (o nodi) e archi, in cui gli archi sono coppie ordinate di nodi.
- Rappresentiamo graficamente gli archi con frecce che vanno dal primo al secondo nodo



Terminologia

- Un arco (u, v) si dice **uscente** dal nodo u ed **entrante** nel nodo v . Il **grado di ingresso** di un nodo u è il numero di archi entranti in u . Il **grado di uscita** di un nodo u è il numero di archi uscenti da u .
- Un nodo v è **adiacente** o **vicino** a un nodo u se $(u, v) \in E$. Se v è adiacente a u : $u \rightarrow v$
- In un digrafo un **cammino** segue la direzione delle frecce.
 - Esempio: 1,3,4,5
- Un digrafo è **(fortemente) connesso** se, presi comunque due nodi u e v , esiste almeno un cammino da u a v e viceversa
 - nel caso di grafi non orientati il “viceversa” è scontato...
- Un digrafo è **debolmente connesso** se il grafo non orientato ottenuto ignorando l’orientamento degli archi è connesso

La classe `UnweightedNetwork<Vertex>`

- Dato un vertice u di un digrafo, quale informazione su u è rilevante?
 1. Tutti i vertici v adiacenti a u , cioè tali che $u \rightarrow v$
- Ad ogni vertice u associamo l'insieme di tutti i vertici adiacenti a u . (il "neighbors set" di u)
- Dunque, ogni oggetto di tipo `Vertex` è associato ad un oggetto di tipo `Set<Vertex>`

`HashSet/TreeSet<Vertex>`

Campi nella classe UnweightedNetwork

- Quale struttura possiamo usare per “associare” ad ogni vertice u il suo “neighbors set”? Una mappa
- La classe `UnweightedNetwork<Vertex>` ha un solo campo, che mappa ogni vertice u al Set di vertici adiacenti a u :

```
Map<Vertex, Set<Vertex>> adjacencyMap;
```

«Neighbors Set»

Alberi (richiami)

- Un **albero non orientato** è un grafo non orientato, connesso e aciclico in cui un nodo viene designato come radice
- Un **albero** (orientato o generico) è un grafo orientato che è vuoto o ha un nodo radice t.c.
 - Non ci sono archi entranti in radice
 - Ogni nodo non radice ha esattamente un arco entrante
 - Per ogni nodo non radice esiste un cammino che va dalla radice al nodo stesso
- Un albero binario non è semplicemente un albero orientato in cui ogni nodo ha al più due figli ! Perché?

Reti

- Un **grafo etichettato/pesato** sugli archi è un grafo in cui ad ogni arco è associata un'informazione aggiuntiva detta etichetta/peso
- Una **rete (o network)** è un grafo pesato sugli archi con numeri non negativi detti **pesi**
- Dato un cammino in una rete, il **peso totale del cammino** è la somma dei pesi degli archi nel cammino.

Applicazione:

- Mappa con strade (anche a senso unico) etichettate dalle distanze tra le città

La classe `Network<Vertex>`

- Aniché sviluppare otto classi (grafi e alberi, che possono essere rispettivamente orientati o non orientati, pesati o non pesati), svilupperemo soltanto una classe **(directed) Network**
- Le altre classi possono essere dichiarate per ereditarietà (homework).

Esempi:

- Una rete non orientata è una rete orientata in cui ogni arco è "a due vie".
- Un digrafo è una rete in cui ogni arco ha lo stesso peso (ad esempio 1.0).

La classe `Network<Vertex>`

- Dato un vertice u , quale informazione su u è rilevante?
 1. Tutti i vertici v adiacenti a u , cioè tali che $u \rightarrow v$
 2. Il peso w di ogni arco $\langle u, v \rangle$, $u \xrightarrow{w} v$
- Ad ogni vertice u associamo tutte le coppie $\langle v, \text{weight} \rangle$ tali che $\langle u, v \rangle$ è un arco di peso w
- Come memorizziamo tutte le coppie $\langle v, w \rangle$? Con la cosiddetta "neighbors map"

`HashMap/TreeMap<Vertex, Double>`

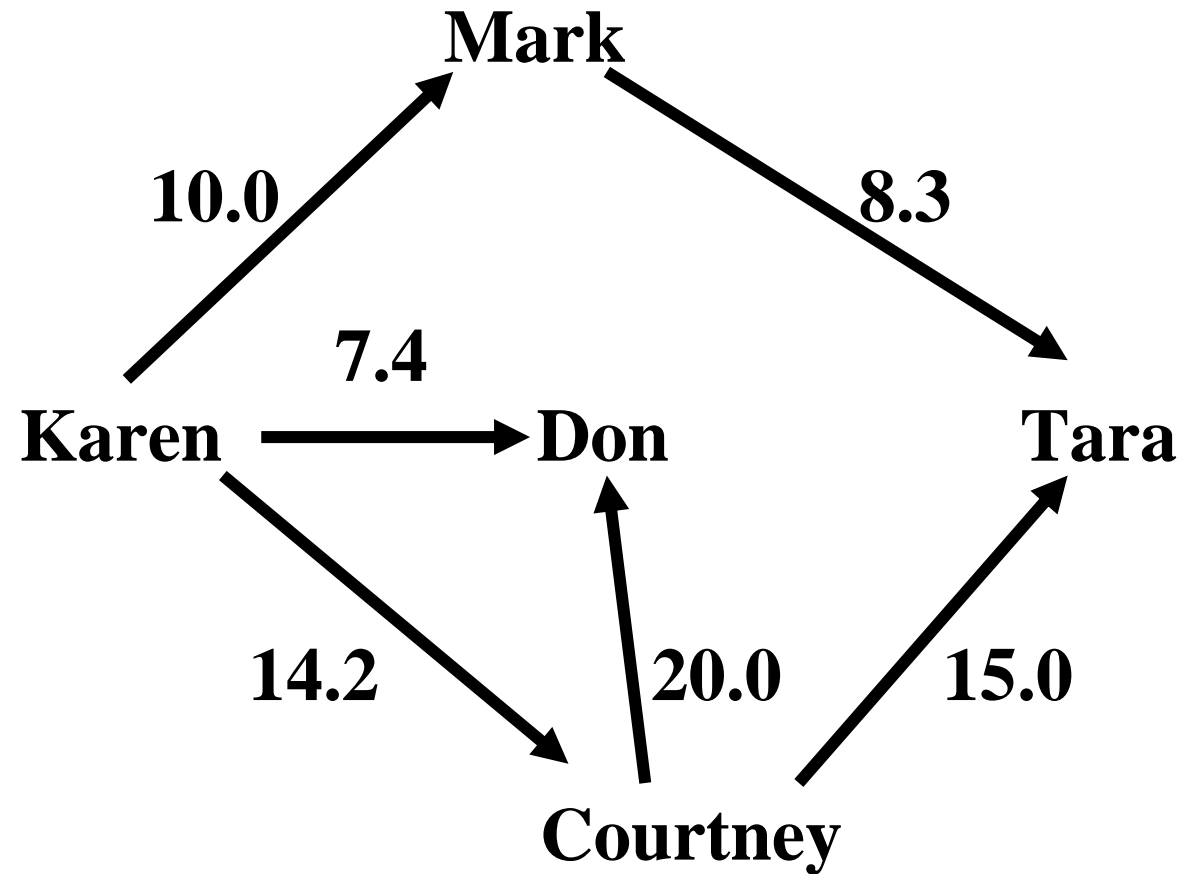
Campi nella classe Network

- Per “associare” ad ogni vertice u la sua “neighbors map” usiamo una `HashMap/TreeMap`
- La classe Network ha un solo campo, che mappa ogni vertice u alla mappa di coppie vertice-peso dei vicini di u :

```
Map<Vertex, Map<Vertex, Double>> adjacencyMap;
```

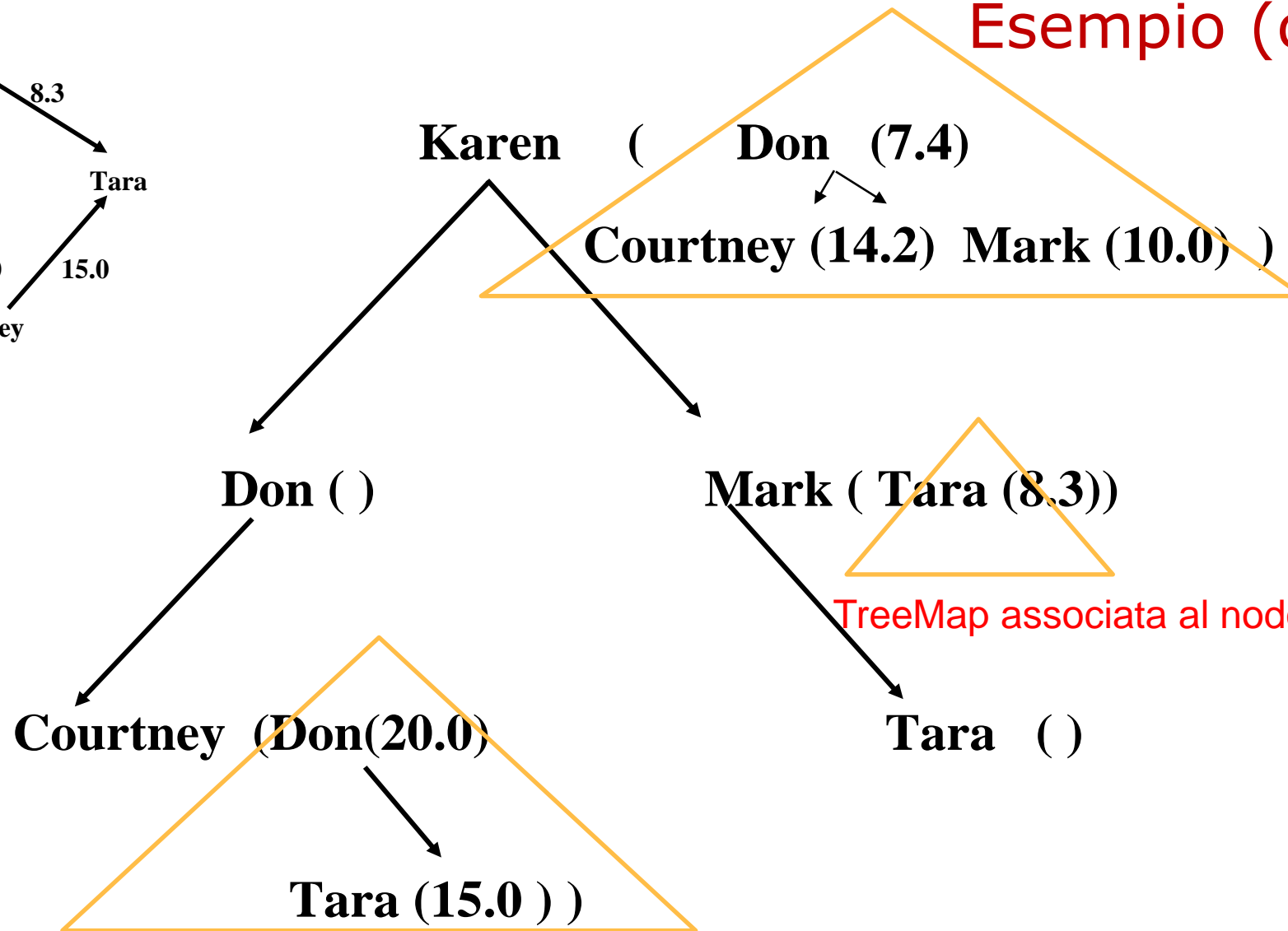
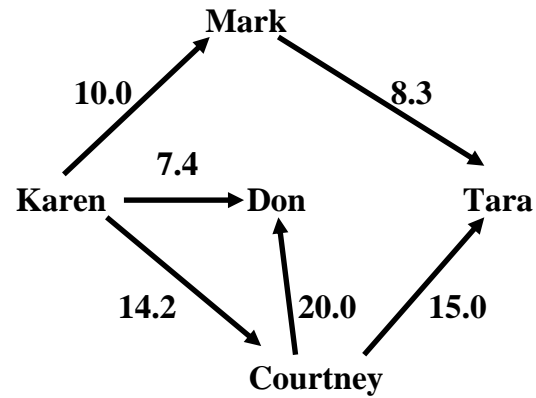
«Neighbors Map»

Esempio



TreeMap associata al nodo «Karen»

Esempio (continua)



TreeMap associata al nodo «Tara»

TreeMap associata al nodo «Kourtney»



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DELL'AQUILA



DISIM
Dipartimento di Ingegneria
e Scienze dell'Informazione
e Matematica



Domande?

Giovanna Melideo
Università degli Studi dell'Aquila
DISIM