



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DELL'AQUILA



DISIM
Dipartimento di Ingegneria
e Scienze dell'Informazione
e Matematica

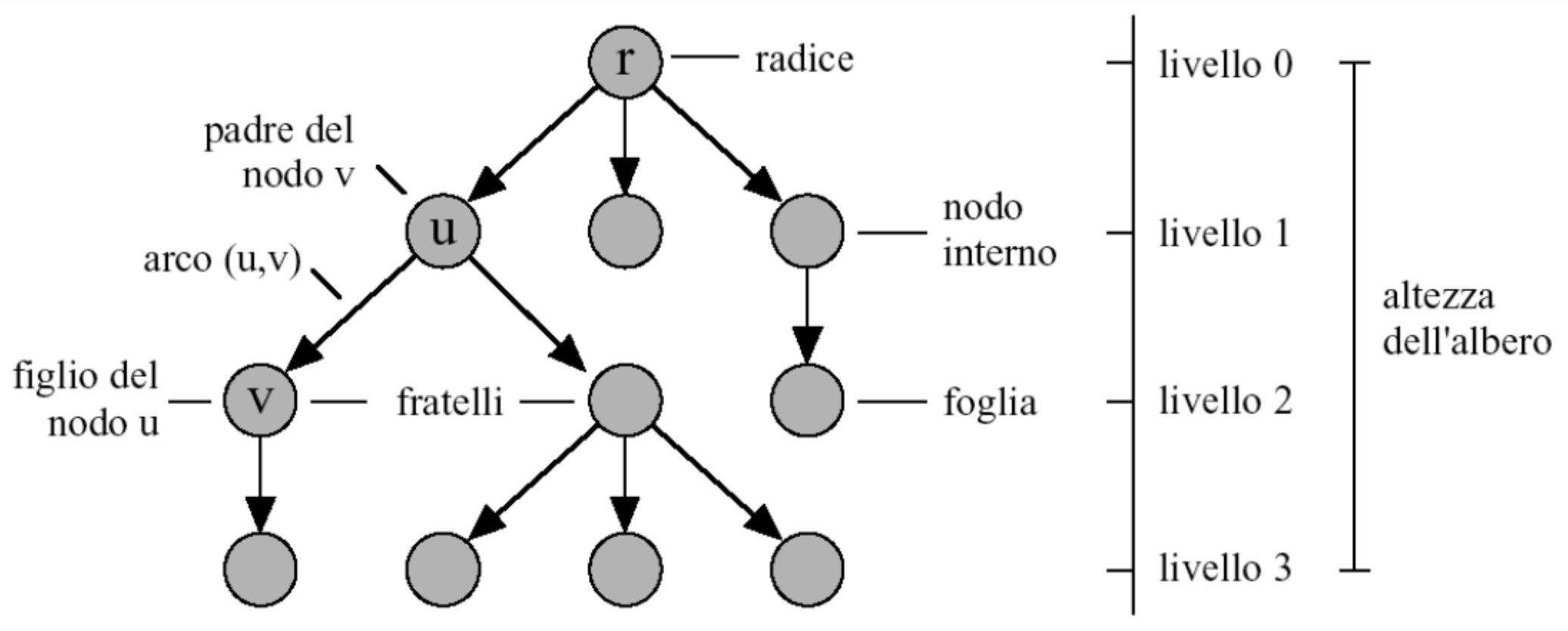


Laboratorio di Algoritmi e Strutture Dati a.a. 2023/2024

La struttura dati Heap binario

Giovanna Melideo
Università degli Studi dell'Aquila
DISIM

Alberi (richiami)



Alberi (continua)

- Albero d-ario: albero in cui tutti i nodi interni hanno (al più) d figli
- Se $d=2$ l'albero è detto «binario»
- Un albero d-ario è **completo** se tutti nodi interni hanno esattamente d figli e le foglie sono tutte allo stesso livello

Heap binario (richiami)

- Struttura dati associata ad un **insieme totalmente ordinato** S
- Albero binario radicato con le seguenti proprietà:
 1. Un heap binario è **quasi completo**, ovvero completo fino al penultimo livello, con tutte le foglie sull'ultimo livello 'compattate' a sinistra
 2. Gli elementi di S sono memorizzati nei nodi dell'albero (ogni nodo v memorizza uno e un solo elemento di S , denotato con $\text{chiave}(v) \in S$)
 3. Ordinamento a heap (**proprietà di ordinamento parziale dell'heap**)
 - **min-heap**: per ogni nodo v dell'albero diverso dalla radice, $\text{chiave}(\text{padre}(v)) \leq \text{chiave}(v)$
 - **max-heap**: per ogni nodo v dell'albero diverso dalla radice, $\text{chiave}(\text{padre}(v)) \geq \text{chiave}(v)$.

Heap binario (continua)

- La “quasi” completezza garantisce che
 - l'altezza di un heap con n nodi è $\Theta(\log n)$
 - le operazioni fondamentali sugli heap vengono eseguite in un tempo che è al più proporzionale all'altezza dell'heap e, quindi, richiedono un tempo $O(\log n)$
 - Poiché le foglie sull'ultimo livello sono compattate a sinistra è possibile rappresentare l'albero implicitamente tramite un **array posizionale H**

Array posizionale H

- La radice occupa $H[1]$ ($H[0]$ è nodo sentinella)
- Se i è l'indice di un dato nodo:
 - l'indice del padre è $\text{parent}[i] = i/2$
 - gli indici dei figli sono $\text{left}[i] = 2*i$ e $\text{right}[i] = 2*i+1$
- Se i è l'indice di un dato nodo, $i*2 \leq \text{size}$ se il nodo è interno (ha almeno il figlio sinistro)

L'interfaccia BinaryHeap

```
public interface BinaryHeap<T> {  
  
    public boolean isEmpty();  
  
    public int size();  
  
    public void insert( T x );  
  
    public T findMax( );  
  
    public T deleteMax( );  
  
    public void heapify( );  
  
    public void clear( );  
  
}
```

```
/**  
 * isEmpty(): Should be implemented to return true if the binary  
 * heap is empty and false otherwise.  
 */  
  
/**  
 * size(): Should be implemented to return the number of elements  
 * in the binary heap.  
 */  
  
/**  
 * insert(): Insert the item x into the array, maintaining heap order.  
 * Duplicates are allowed.  
 */  
  
/**  
 * findMax(); Find the greatest item in the heap.  
 * @return the greatest item, or throw an exception if empty.  
 */  
  
/**  
 * deleteMax(): Remove the greatest item from the priority queue.  
 * @return the greatest item, or throw an exception if empty.  
 */  
  
/**  
 * heapify(): Establish heap order property from an arbitrary  
 * arrangement of items. Runs in linear time.  
 */  
  
/**  
 * clear(): Make the heap logically empty.  
 */
```

Implementazione basata su array

- L'heap binario è rappresentato mediante un array `H` di oggetti di tipo `Comparable`
 - Il numero di elementi inseriti (dimensione logica) è memorizzato in un contatore `size`
 - le chiavi sono memorizzate nelle locazioni `H[1], ..., H[size]` (la locazione `H[0]` sarà usata come sentinella)
 - `H` è ridimensionato con la tecnica del raddoppiamento/dimezzamento
- **`rif. ArrayBinaryHeap.java`**

Implementazione basata su ArrayList

- L'heap binario è rappresentato mediante un oggetto di tipo ArrayList di oggetti di tipo Comparable
- È possibile fornire un criterio aggiuntivo di confronto tra elementi basato sull'uso di un comparatore
 - `rif. ArrayListBinaryHeap.java`



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DELL'AQUILA



DISIM
Dipartimento di Ingegneria
e Scienze dell'Informazione
e Matematica



Domande?

Giovanna Melideo
Università degli Studi dell'Aquila
DISIM