Übungsaufgaben Grundlagen FEC

Lösungen

1. Vergleich FEC/ARQ-Protokoll

1. Bestimmen Sie die theoretisch minimale Verzögerung eines optimalen ARQ-Protokolls bei Auftritt eines Paketverlustes, wenn die Ende-zu-Ende-Verzögerung der betrachteten Verbindung $T_{E-E} = 140$ ms beträgt und Übertragungsverzögerungen und Verarbeitungsverzögerungen vernachlässigt werden!
2. Nennen Sie Vorteile/Nachteile eines reinem FEC-Übertragungsverfahrens gegenüber einem ARQ-Verfahren.

Ergebnis:

1. minimale Verzögerung beträgt $3T_{E-E} = 420ms$
2. Vorteile: Geringere Verzögerung, Kein Rückkanal notwendig

   Nachteile: Begrenzte Korrekturfähigkeit, Bei guten Verbindungen wird eventuell zuviel Redundanz übertragen

2. FEC-Verfahren mittels Parity-Check-Code

Es ist eine Echtzeitübertragung mittels RTP-Protokoll geplant. Die Anwendung arbeitet mit 100 Paketen/s und 1000 Bit pro Paket. Die Paketverlustwahrscheinlichkeit wurde durch statistische Analyse über einen längeren Zeitraum mit 1% ermittelt und es wird von unabhängigen Paketverlusten auf der Übertragungsstrecke ausgegangen.

1. Geben Sie die Kanalkapazität der Verbindung an!
2. Welche Verfahren zur Vermeidung von Paketverlusten schlagen Sie vor, wenn Sie den Verlust von maximal einem Paket innerhalb in 5 übertragenen Paketen verhindern wollen? Wie groß ist der jeweilige Overhead bzw. die Coderate?
3. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für einen Paketverlust auf Anwendungsebene trotz der im obigen Aufgabenpunkt eingesetzten Codierung (Restfehler).
4. In welchen zeitlichen Abständen ist jeweils im Mittel mit einem Restfehler zu rechnen?

Ergebnis:

1. Kanalkapazität ist die theoretisch über einen gestörten Kanal maximal fehlerfrei übertragbare Datenrate. C =(1-p) * Bitrate = 0,99 * 100kbit/s = 99kbit/s $\widehat{=}$ 99 Pakete/s
2. XOR-FEC mit $k = 4, p = 1$ Overhead = 25% bzw. Coderate $R = k/n = 0{,}8$
3. Restfehlerwahrscheinlichkeit bei Korrektur eines Paketverlustes (Wkt., dass 2 oder mehr Pakete aus k+1 Paketen verloren gehen):
   $P_r = 1 - \left[(1-p)^{k+1} + \binom{k+1}{1} p \cdot (1-p)^k\right]$
   $P_r(k = 4) = 0{,}001$
4. 100 Pakete/s -> 20 Gruppen/s, statistisch 1 Decodierfehler alle 1000 Gruppen -> Restfehler im Mittel alle 50s

3. Fehlererkennung und Fehlerkorrektur

Es ist ein Kanalcode mit $(n, k, d_{\min}) = (31, 15, 5)$ gegeben.

1. Wieviele Fehler kann dieser Code erkennen?
2. Wieviele Fehler kann dieser Code korrigieren?
3. Wieviele Ausfallstellen kann dieser Code korrigieren?
4. Wie hoch ist die Coderate R des Codes?
5. Berechnen Sie die Blockfehlerwahrscheinlichkeit (ohne Korrektur) und die Restfehlerwahrscheinlichkeit bei Fehlerkorrektur und einer Übertragung über einen Binär-Kanal mit einer Bitfehlerwahrscheinlichkeit (BER) von $P_b = 10^{-2}$.

Ergebnis:

1. Fehlererkennung: $t_E = d_{\min} - 1 = 4$
2. Fehlerkorrektur: $t_K = \left\lfloor \frac{d_{\min}-1}{2} \right\rfloor = 2$
3. Ausfallstellen 4
4. $R = k/n = 15/31 = 0{,}48$
5. Blockfehlerwahrscheinlichkeit: $P_{block} = 1 - (1 - P_b)^{31} = 1 - 0{,}7323 = 0{,}2677$ ca. jeder 4. übertragende Block ist fehlerhaft!

   Restfehlerwahrscheinlichkeit:

$$
\begin{aligned}
P_r &\leq \sum_{i=t+1}^{n} \binom{n}{i} (1 - P_b)^{n-i} \cdot P_b^i = 1 - \sum_{i=0}^{t} \binom{n}{i} (1 - P_b)^{n-i} \cdot P_b^i \\
&= 1 - \left[(1 - P_b)^{31} + 31 \cdot (1 - P_b)^{30} \cdot P_b + 465 \cdot (1 - P_b)^{29} \cdot P_b^2\right] \\
&= 1 - (0{,}7323 + 0{,}2293 + 0{,}0347) = 1 - 0{,}9963 = 3{,}7 \cdot 10^{-3}
\end{aligned}
$$

   ca. jeder 270. übertragene Block wird falsch korrigiert (Restfehler)

4. Fehlerkorrektur

Gegeben ist folgender Kanalcode für die vier Zeichen A-D: (Tabelle 1)

Zeichen	Kanalcode x
A	000000
B	111000
C	000111
D	111111

Tabelle 1: Kanalcode

1. Wie groß ist die Minimaldistanz des Codes?

2. Wieviele Bitfehler lassen sich erkennen, wieviele unbekannte Fehler korrigieren und wieviele Ausfallstellen korrigieren?

3. Wie würden Sie die folgenden gestörten Bitfolgen (Tabelle 2) beim MLD bzw. BMD-Decodierprinzip korrigieren? (Hinweis: BMD – Bounded Minimum Distanz decodiert nur bis zur Minimaldistanz, MLD – Maximum Likelihood decodiert zum wahrscheinlichsten Codewort)

Empfangswort y	$\hat{x}$ BMD	$\hat{x}$ MLD
100000		
001111		
101111		
000111		
101010		

Tabelle 2: gestörte Übertragung

Ergebnis:

1. Die Minimaldistanz beträgt $d_{min} = 3$.

2. $t_e = d_{\min} - 1 = 2$
   $t_k = \left\lfloor \frac{d_{\min}-1}{2} \right\rfloor = 1$
   $t_A = 2$
   Es lassen sich 2 Fehler sicher erkennen bzw. 1 Fehler sicher korrigieren.

3. Geschätztes Zeichen ist zum empfangenen Zeichen ähnlichstes Codewort

Kanalcode	d_H	BMD	MLD
100000	1	A	A
001111	1	C	C
101111	1	D	D
000111	0	C	C
101010	2	-	B

Der Unterschied besteht in Empfangsworten, welche mit der Fehleranzahl den Wert $\frac{d_{\min}-1}{2}$ übersteigen. Das BMD-Prinzip kann diese Empfangsworte nicht decodieren und gibt einen Fehler aus. Beim MLD-Prinzip wird immer decodiert, auch wenn das Ergebnis mehrdeutig ist.

5. Praktische Codes

Gegeben ist ein $(n, k, d_{\min})$-Code als $(127, 64, 21)$-BCH-Code.

1. Welche Parameter können Sie aus dem BCH-Code ableiten?

2. Welchen Wert für $d_{\min}$ erhalten Sie aus der Singleton-Schranke?

Ergebnis:

1. Maximale Anzahl erkennbarer Fehler, $t_E = 20$

   Maximale Anzahl korrigierbarer Fehler, $t_{\mathrm{K}} = 10$,

   Coderate: $R = k/n = 0{,}5$

2. $d_{\min} = n - k + 1 = 127 - 64 + 1 = 64 \gg 21$