

Versuch 255 Röntgenspektrometer - Messprotokoll

3.3.2022 Felix Fleischle Daniel Schub

- Messaufbau

- Röntgengerät mit Röntgenröhre
- Goniometer
- Zählrohr
- LiF-Kristall
- NaCl - Kristall
- Computer mit Drucker
- Leuchtschirm mit CCD-Kamera

Durchführung

1. Messung des Röntgenspektrums mit einem LiF - Kristall

a) Wir montieren den LiF-Kristall auf dem Targethalter, und stellen $V = 35 \text{ kV}$, $I = 1 \text{ mA}$, $t = 5 \text{ s}$ und $\Delta\theta = 0,12^\circ$, $\beta \in [30^\circ, 220^\circ]$ ein. Wir führen die Messung mit dem Computer durch. Die Messergebnisse sind digital vorhanden.

b) Wir messen in den Bereichen $\theta = 0^\circ$ von K_{α}, K_{β} emmit mit $\Delta\theta = 0,1^\circ$, $t = 20 \text{ s}$. Die Messergebnisse sind ebenfalls digital.

c) Wir wollen die Zählrate bei $\rho = 7,5^\circ$ und $U \in [20\text{kV}, 35\text{kV}]$ in 1kV-Jahrraten mit einer Messzeit von 22s messen.

Tabelle 1: Zählrate als Fkt. der Spannung

Zählrate [$\frac{1}{s}$]	Spannung [kV]
148,2	20,0
186,9	21,0
214,6	22,0
251,6	23,0
282,5	24,0
312,3	25,0
339,7	26,0
378,1	27,0
408,4	28,0
448,4	29,0
476,3	30,0
512,6	31,0
544,1	32,0
591,1	33,0
652,6	34,0
718,3	35,0

2. Wir wiederholen a) mit einem NCC-Kristall für $\rho \in [30^\circ, 180^\circ]$

- Die Messergebnisse sind digital.

-f(6)

Versuch 255 - Röntgenspektrometer

Felix Fleischle

3.3.2022



Abbildung 1: Bild des Versuchsaufbaus aus der Praktikumsanleitung

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung	3
1.1 Grundlagen	3
1.1.1 Röntgenspektrometer	3
1.1.2 Bragg-Reflexion	4
1.2 Durchführung	6
1.2.1 Messung des Röntgenspektrums mit einem LiF-Kristall	6
1.2.2 Messung des Röntgenspektrums mit einem NaCl-Kristall	6
2 Bilder zum Messprotokoll	7
3 Auswertung	8
3.1 Bestimmung der Planckkonstante aus dem Spektrum mit LiF	8
3.2 Bestimmung der Wellenlängen von K-Alpha und K-Beta	10
3.3 Bestimmung der Planckkonstante durch die Spannung	13
3.4 Bestimmung der Avogadrozahl aus dem Spektrum mit NaCl	14
4 Zusammenfassung und Diskussion	16

1 Einleitung

Das Ziel des Versuches ist es, am Röntgenspektrometer Messungen mit einem LiF-Kristall und einem NaCl-Kristall durchzuführen. Dabei nehmen wir das Röntgenspektrum auf und bestimmen die Plancksche Wirkungskonstante, die Reflexionswinkel der K_α und K_β -Linien und deren Wellenlänge, sowie die Gitterkonstante des NaCl-Kristalls und daraus die Avogadrozahl.

1.1 Grundlagen

1.1.1 Röntgenspektrometer

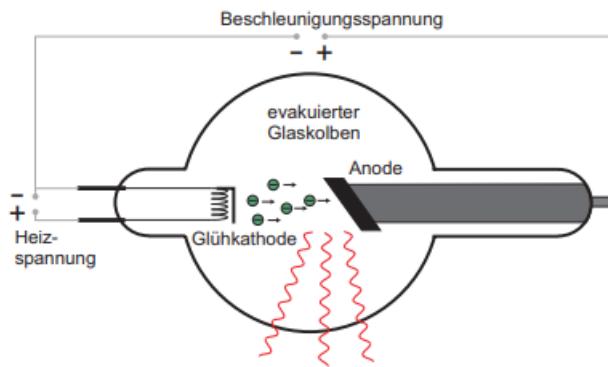


Abbildung 2: Aufbau einer Röntgenröhre

Die Röntgenröhre besteht aus einem evakuierten Glaskolben und zwei Elektroden, einer Glühkathode und einer Anode. An der Glühkathode werden freie Elektronen erzeugt, welche durch die äußere Spannung zwischen Anode und Kathode zur Anode beschleunigt werden. Beim Aufprall werden sie durch das Coulombfeld der Atome in der Anode abgebremst. Die dabei verlorene Energie wird teilweise in EM-Wellen abgestrahlt. Da der Energieverlust unterschiedlich hoch ist, entsteht ein kontinuierliches Spektrum, das bei einer Grenzwellenlänge einsetzt, welche aus der Energieerhaltung folgt:

$$\lambda_{Gr} = \frac{hc}{eU} \quad (1.1)$$

mit der Planckschen Wirkungskonstante h , der Lichtgeschwindigkeit c , der Elementarladung e und der Spannung U .

Bei hohen Beschleunigungsspannungen entsteht noch ein zusätzliches diskretes Linienspektrum durch Ionisation des Anodenmaterials, wobei Elektronen aus höheren Schalen nachrücken, und die Bindungsenergie abgestrahlt wird. In unseren Messungen werden wir die K_α und K_β -Linien beobachten können. Diese entsprechen den Energien beim Übergang eines Elektrons von der L-Schale auf die K-Schale, bzw. von der M-Schale auf die K-Schale:

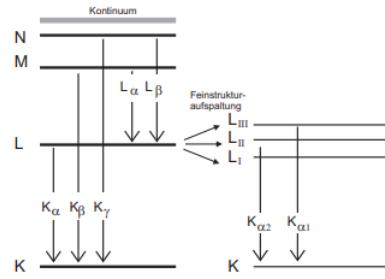


Abbildung 3: Energieniveaus der Anode

Die Energie der charakteristischen Linien ergibt sich aus dem Moseley'schen Gesetz:

$$E_{n \rightarrow m} = hcR_\infty(Z - A)^2 \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (1.2)$$

mit der Rydbergkonstante R_∞ , der Kernladungszahl Z , und A eine Abschirmungskonstante, welche beim K_α -Übergang ungefähr 1 ist, da hier der Kern nur von einem Elektron abgeschirmt wird. Für K_α -Strahlung ergibt sich also

$$E_{2 \rightarrow 1} = \frac{3}{4} hcR_\infty(Z - 1)^2 = 17,2 \text{ keV} \quad (1.3)$$

Wir haben im gesamten oberen Abschnitt die Feinstruktur vernachlässigt, da wir diese mit unserer Auflösung nicht messen können.

1.1.2 Bragg-Reflexion

Die Röntgenbeugung an Kristallen wird auch als Bragg-Reflexion bezeichnet. Dabei trifft Röntgenstrahlung unter dem Winkel ϑ auf den Kristall und wird reflektiert, wobei an den unteren Netzebenen noch weitere Reflexionen stattfinden:

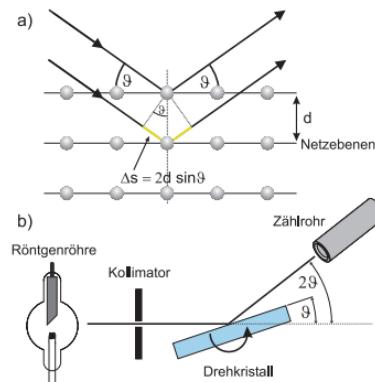


Abbildung 4: Bragg-Reflexion und Drehkristallmethode

Für konstruktive Interferenz gilt dabei das Bragg-Gesetz:

$$2d \sin \vartheta = \Delta s = n\lambda \quad (1.4)$$

mit dem Gangunterschied Δs , dem Netzebenenabstand d und der Wellenlänge λ . Damit hängt also der Winkel von der Wellenlänge ab, womit sich die Wellenlängen der einfallenden Röntgenstrahlung auftrennen lassen.

Bei der Drehkristallmethode wird der Einfallswinkel und der Winkel des Zählrohrs variiert, um für jede Wellenlänge eine Messung durchzuführen.

Bei bekannter Wellenlänge kann so auch die Kristallstruktur analysiert werden. Außerdem kann aus dem so bestimmten Netzebenenabstand die Avogadrozahl bestimmt werden. Dafür muss man sich überlegen, wie viele Atome Bestandteil einer Elementarzelle des Kristalls sind:

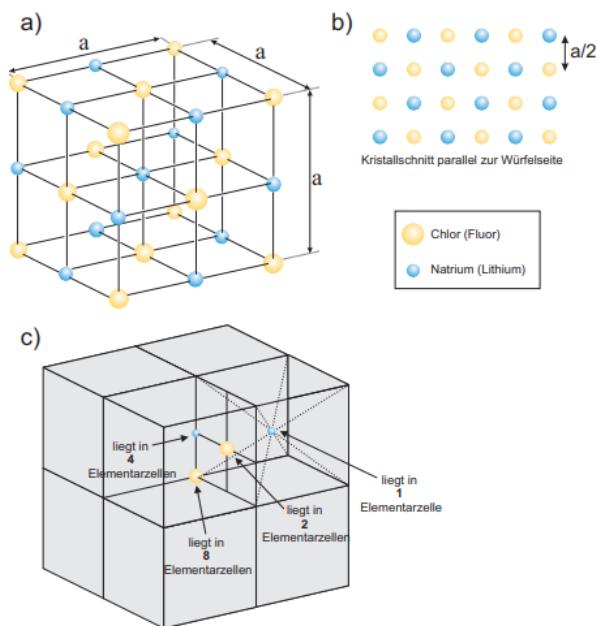


Abbildung 5: Elementarzelle des NaCl-Kristalls

Man kommt dabei auf jeweils 4 Natrium und 4 Chlor Atome, also 4 NaCl pro Elementarzelle. Damit gilt für die Avogadrokonstante

$$N_A = 4 \frac{V_{mol}}{V} \quad (1.5)$$

mit dem molaren Volumen und dem Volumen einer Elementarzelle V . Mit dem Netzebenenab-

stand und der Dichte ergibt sich damit

$$N_A = 4 \frac{V_{mol}}{(2d)^3} = \frac{1}{2} \frac{M_{mol}}{\rho d^3} \quad (1.6)$$

1.2 Durchführung

1.2.1 Messung des Röntgenspektrums mit einem LiF-Kristall

Wir schrauben den LiF-Kristall auf den Targethalter und stellen am Betriebsgerät $U = 35kV$, $I = 1mA$, $t = 5s$ und $\Delta\beta = 0, 2^\circ$ ein. Wir messen in einem Bereich von 3° und 22° . Dazu führen wir das Messprogramm auf dem Computer aus, und stellen auf dem Betriebsgerät die Funktion couple ein, wobei das Zählrohr sich immer um den doppelten Winkel wie der Kristall dreht. Die Daten werden digital gespeichert.

Als nächstes messen wir die Bereiche mit den K_α und K_β -Linien erster und zweiter Ordnung erneut aus, mit $\Delta\beta = 0, 1^\circ$ und $t = 20s$.

Danach messen wir für einen festen Winkel von $7,5^\circ$ für Unterschiedliche Spannungen im Bereich von 20 bis 35 kV in 1 kV-Schritten die Zählrate.

1.2.2 Messung des Röntgenspektrums mit einem NaCl-Kristall

Wir wiederholen die erste Messung nochmal mit einem NaCl-Kristall, im Bereich von 3° bis 18° .

2 Bilder zum Messprotokoll



Abbildung 6: Röntgenbild einer Computermaus

3 Auswertung

Die Auswertung wurde in Python durchgeführt. Der Code ist am Ende des Dokuments zu finden.

3.1 Bestimmung der Planckkonstante aus dem Spektrum mit LiF

Wir importieren zunächst unsere Messdaten des gesamten Spektrums in Python. Den Fehler der Zählrate erhalten wir aus

$$N = nt \rightarrow \Delta N = \sqrt{N} \rightarrow \Delta n = \frac{\Delta N}{t} \quad (3.1)$$

Wir tragen die Zählrate gegen den Winkel auf und erhalten das folgende Diagramm, welches wir auch schon im Messprogramm gesehen haben:

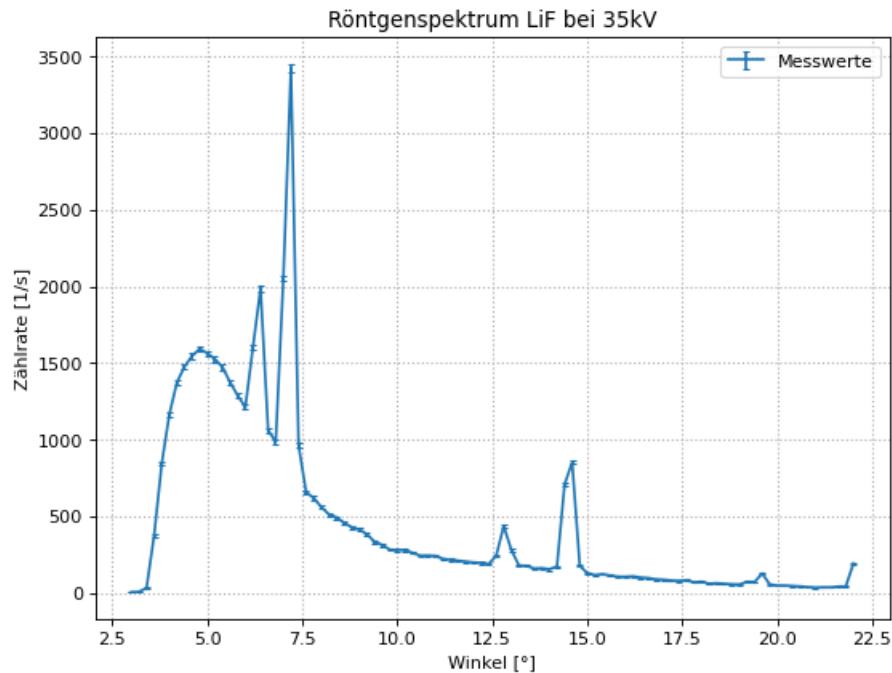


Abbildung 7: Röntgenspektrum mit LiF bei 35kV

Wir wollen nun den geraden Anstieg im kurzwelligen Bereich untersuchen. Dafür wählen wir die Messwerte zwischen dem 2. und dem 8. Messwert. Wir erhalten folgendes Diagramm:

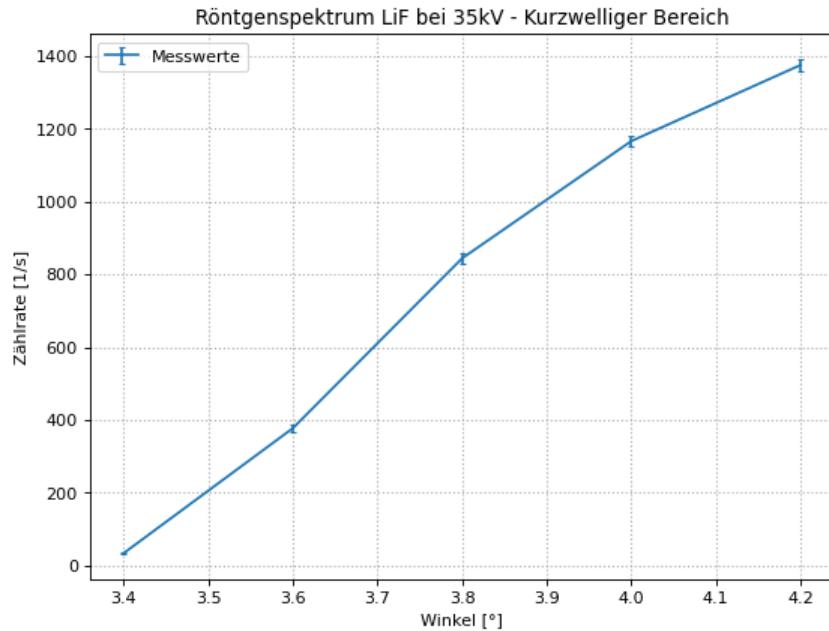


Abbildung 8: Röntgenspektrum mit LiF kurzwelliger Bereich

Wir führen einen fit mit einer Gerade $f(x) = ax + b$ durch und erhalten folgendes Diagramm:

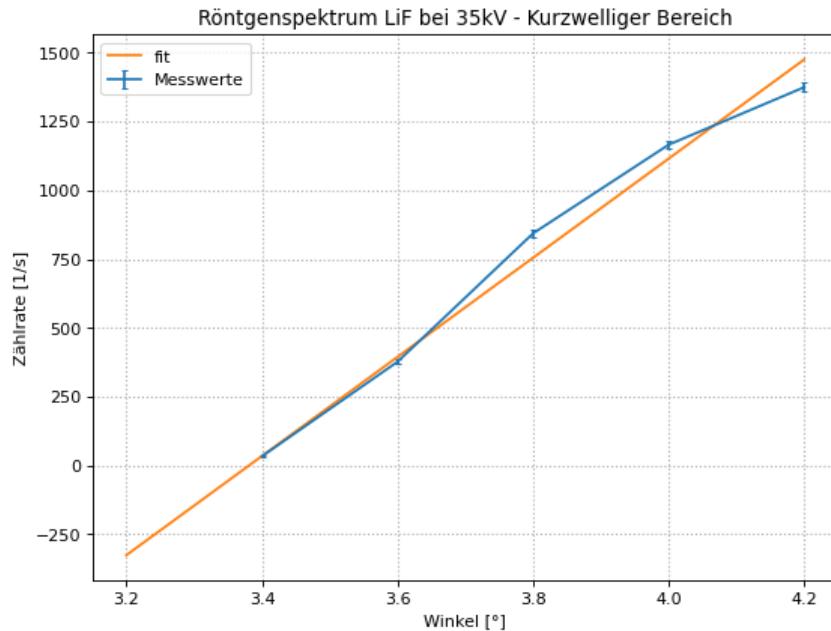


Abbildung 9: Röntgenspektrum mit LiF kurzwelliger Bereich mit fit

Für die Steigung und den y-Achsenabschnitt erhalten wir:

$$a = (1800 \pm 80) \frac{1}{s^\circ} \quad (3.2)$$

$$b = (-6090 \pm 290) \frac{1}{s} \quad (3.3)$$

Daraus berechnen wir den Punkt β_0 , bei dem die Zählrate 0 ist:

$$\beta_0 = -\frac{b}{a} \pm \sqrt{\left(\frac{\Delta b}{b}\right)^2 + \left(\frac{\Delta a}{a}\right)^2} \cdot \beta_0 = (3,38 \pm 0,22)^\circ = 0,059 \pm 0,004 \quad (3.4)$$

Daraus können wir mit dem Netzebenenabstand $d = 201,4 pm$ die Grenzwellenlänge berechnen:

$$\lambda_{Gr} = 2d \sin \beta_0 \pm 2d \cos (\beta_0) \Delta \beta_0 = (23,8 \pm 1,6) pm \quad (3.5)$$

und mit der Lichtgeschwindigkeit, Elementarladung und $U = 35 kV$ die Plancksche Wirkungskonstante:

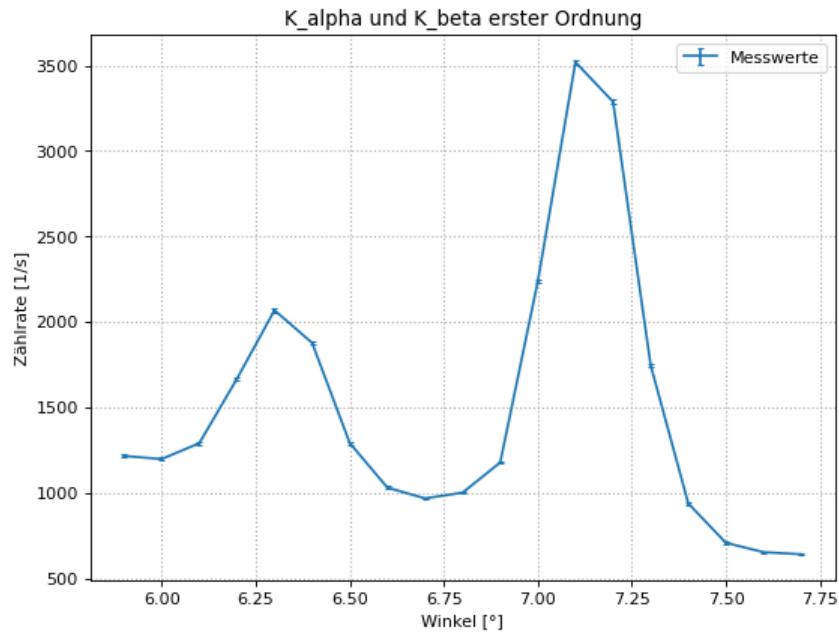
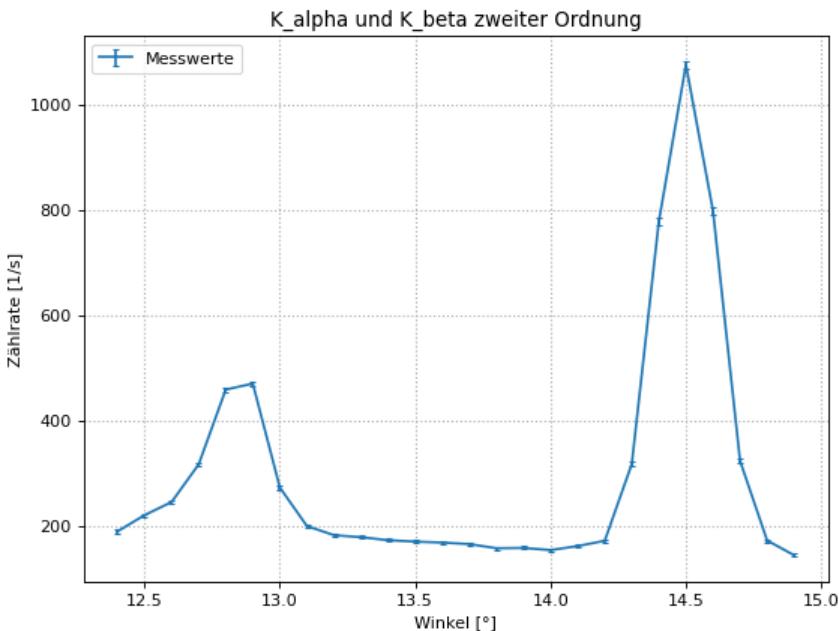
$$h = \frac{\lambda_{Gr} e U}{c} \pm \frac{\Delta \lambda_{Gr} e U}{c} = (4,44 \pm 0,29) \cdot 10^{-34} Js \quad (3.6)$$

Zusätzlich wollen wir noch den Grenzwinkel, ab dem das Spektrum zweiter Ordnung einsetzt, berechnen. Diesen bestimmen wir mit $n = 2$ über

$$\beta_{0,2} = \arcsin\left(\frac{2\lambda_{Gr}}{2d}\right) \pm \frac{\frac{\Delta \lambda_{Gr}}{d}}{\sqrt{1 - \frac{\lambda_{Gr}}{d}^2}} = (6,8 \pm 0,5)^\circ \quad (3.7)$$

3.2 Bestimmung der Wellenlängen von K-Alpha und K-Beta

Wir importieren unsere Messdaten der genaueren Messung um K_α und K_β erster und zweiter Ordnung in Python und tragen sie in einem Diagramm auf:

Abbildung 10: K_{α} und K_{β} -Linien erster OrdnungAbbildung 11: K_{α} und K_{β} -Linien zweiter Ordnung

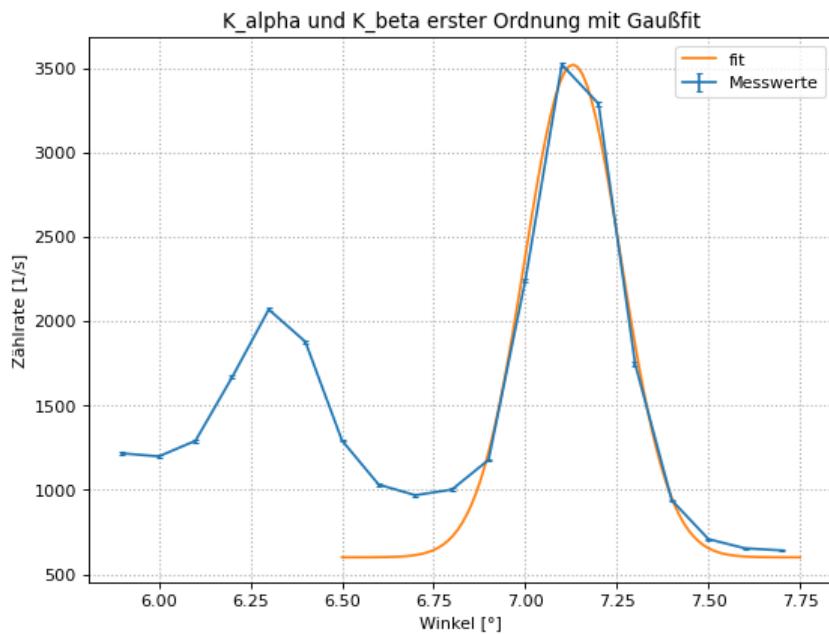
Wir bestimmen die zugehörigen Winkel zu den Maxima, sowie mit Formel 1.4 die Wellenlängen:

Linie	Winkel [°]	λ [pm]	Durchschnitt λ [pm]
$K_{\beta,1}$	$6,321 \pm 0,020$	$44,35 \pm 0,14$	$44,57 \pm 0,18$
$K_{\beta,2}$	$12,852 \pm 0,020$	$44,80 \pm 0,07$	
$K_{\alpha,1}$	$7,153 \pm 0,020$	$50,16 \pm 0,14$	$50,29 \pm 0,12$
$K_{\alpha,2}$	$14,500 \pm 0,020$	$50,43 \pm 0,07$	

Tabelle 1: Winkel und Wellenlängen der diskreten Linien im Röntgenspektrum

Beim Fehler des Durchschnitts haben wir sowohl die Standardabweichung der zwei Werte, als auch die Fehler der zwei Einzelwerte berücksichtigt.

Als nächstes wollen wir die Halbwertsbreite der K_{α} -Linie erster Ordnung bestimmen. Dazu fitten wir einen Gauß mit Mittelwert μ und Breite σ an die relevanten Messwerte:

Abbildung 12: K_{α} und K_{β} -Linien erster Ordnung mit Gaußfit

Wir bestimmen daraus die Halbwertsbreite des Winkels mit

$$b = \sqrt{2 \ln 2} \sigma \quad (3.8)$$

Da wir aber die Halbwertsbreite der Wellenlänge wollen, berechnen wir

$$\beta_+ = \mu + b = 7,13 + b = 7,28^\circ \quad (3.9)$$

$$\beta_- = \mu - b = 6,98^\circ \quad (3.10)$$

mit Gleichung 1.4 erhalten wir

$$|\lambda_+ - \lambda_-| = 2,15\text{pm} \quad (3.11)$$

3.3 Bestimmung der Planckkonstante durch die Spannung

Wir kopieren unsere Messdaten der Zählrate in Abhängigkeit der Spannung in Python und stellen sie in einem Diagramm dar:

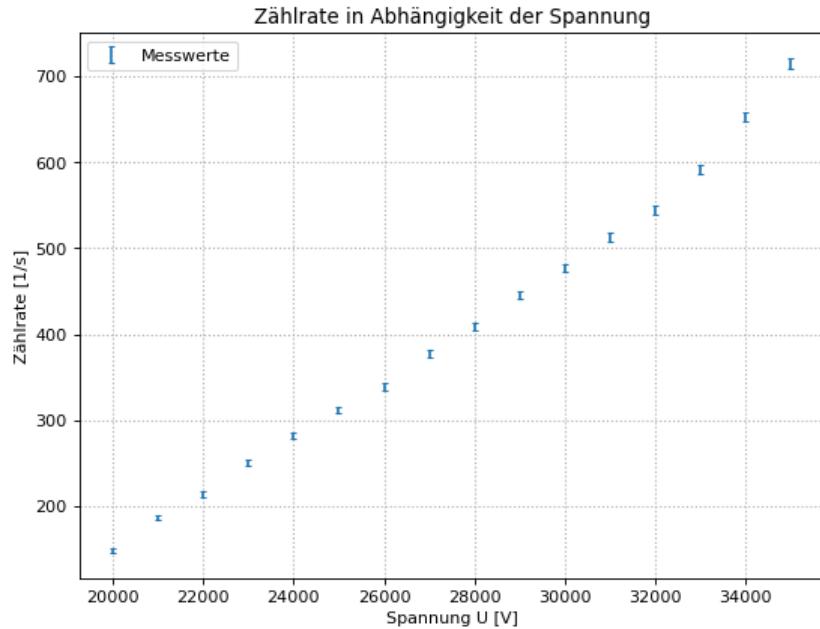


Abbildung 13: Zählrate in Abhängigkeit der Spannung

Wir führen einen fit mit einer Gerade durch, und erhalten folgendes Diagramm

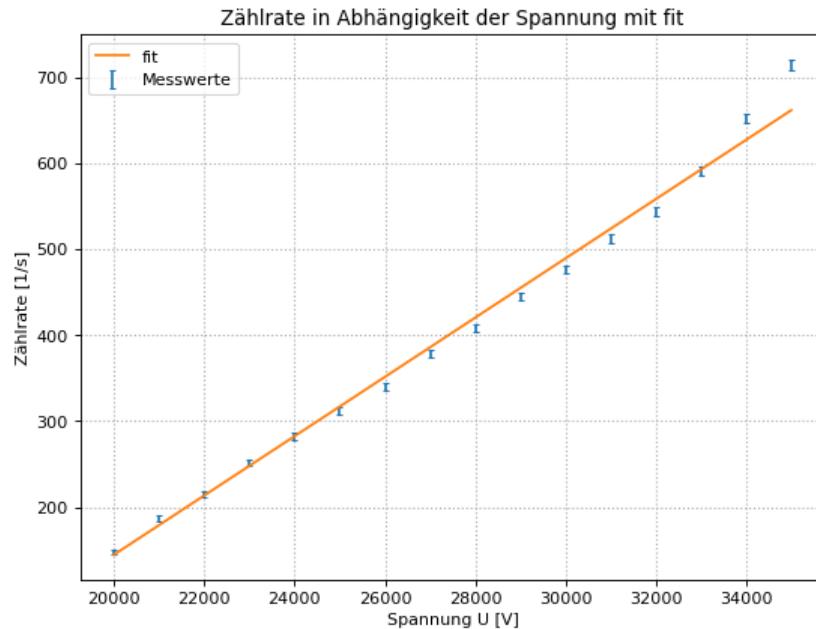


Abbildung 14: Zählrate in Abhängigkeit der Spannung mit fit

Wir bestimmen nach Gleichung 3.4 die Einsatzspannung:

$$U_0 = (15800 \pm 700)V \quad (3.12)$$

Daraus berechnen wir die Planckkonstante mit der Wellenlänge zum Winkel $9,5^\circ$ nach Gleichung 1.4:

$$h = \frac{\lambda e U_0}{c} \pm \frac{\lambda e \Delta U_0}{c} = (4,44 \pm 0,18) \cdot 10^{-34} Js \quad (3.13)$$

3.4 Bestimmung der Avogadrozahl aus dem Spektrum mit NaCl

Wir importieren erneut unsere Messdaten in Python und tragen sie in einem Diagramm auf:

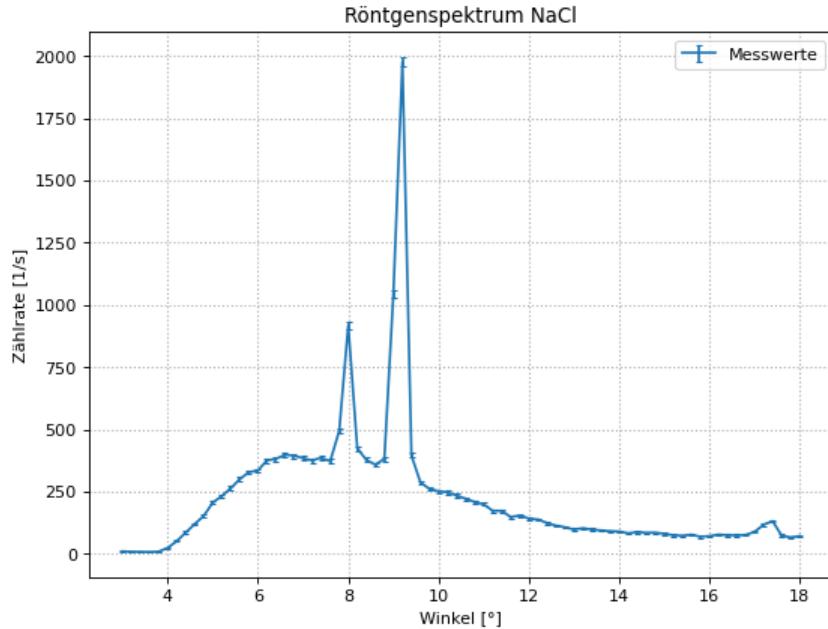


Abbildung 15: Röntgenspektrum mit NaCl

Wir bestimmen die Winkel der K_α und K_β -Linie und bestimmen mit bekannter Wellenlänge aus dem vorherigen Versuchsteil den Netzebenenabstand gemäß 1.4 des NaCl-Kristalls:

Linie	Winkel [°]	λ [pm]	d [pm]	Durchschnitt d [pm]
K_α	$9,201 \pm 0,020$	$50,29 \pm 0,12$	$157,3 \pm 0,5$	$158,7 \pm 1,1$
K_β	$8,002 \pm 0,020$	$44,57 \pm 0,18$	$160,1 \pm 0,8$	

Tabelle 2: Berechnung des Netzebenenabstandes des NaCl Kristalls

Daraus berechnen wir die Avogadrozahl:

$$N_A = \frac{M_{mol}}{2\rho(d)^3} \pm \frac{3\Delta d M_{mol}}{2\rho(d)^4} = (3,38 \pm 0,07) \cdot 10^{24} \frac{1}{mol} \quad (3.14)$$

4 Zusammenfassung und Diskussion

Die Ziele des Versuches waren es, am Röntgenspektrometer Messungen mit einem LiF-Kristall und einem NaCl-Kristall durchzuführen. Dabei haben wir das Röntgenspektrum aufgenommen und haben die Plancksche Wirkungskonstante bestimmt, sowie die Reflexionswinkel der K_α und K_β -Linien und deren Wellenlänge, die Gitterkonstante des NaCl-Kristalls und die Avogadrozahl. Wir haben zunächst mit der Messung des Röntgenspektrums mit einem LiF-Kristall begonnen. Aus den dabei erhaltenen Messdaten haben wir beim geraden Anstieg im kurzweligen Bereich den Winkel extrapoliert, bei dem die Zählrate 0 wird, also der zur Grenzwellenlänge zugehörige Winkel. Für den Winkel haben wir

$$\beta_0 = (3,38 \pm 0,22)^\circ = 0,059 \pm 0,004 \quad (4.1)$$

erhalten, was uns zu einer Grenzwellenlänge von

$$\lambda_{Gr} = (23,8 \pm 1,6)\text{pm} \quad (4.2)$$

geführt hat. Daraus haben wir die Plancksche Wirkungskonstante berechnet, und einen Wert von

$$h = (4,44 \pm 0,29) \cdot 10^{-34}\text{Js} \quad (4.3)$$

erhalten. Mit einem Literaturwert von $h_{lit} = 6.62607015 \cdot 10^{-34}\text{Js}$ entspricht dies einer Abweichung von

$$\sigma_h = \frac{h_{lit} - h}{\Delta h} = 7,41 \quad (4.4)$$

was deutlich signifikant ist. Den Grund dafür werden wir am Ende erörtern, da dieser vermutlich für alle Endergebnisse der gleiche ist, wie wir noch sehen werden.

Danach haben wir noch den Grenzwinkel bestimmt, an dem das Spektrum zweiter Ordnung einsetzt, und einen Wert von

$$\beta_{0,2} = (6,8 \pm 0,5)^\circ \quad (4.5)$$

erhalten.

Im nächsten Versuchsteil haben wir die K_β und K_α -Linien noch einmal genauer mit kleineren Winkelschritten und größerer Messzeit vermessen. Auch diese Messdaten haben wir in einem Diagramm aufgetragen und die Winkel der Hochpunkte bestimmt. Daraus haben wir wie immer mit dem Bragg-Gesetz die Wellenlängen bestimmt, und aus den Werten beider Ordnungen den Mittelwert berechnet, um die Wellenlängen von K_β und K_α zu bestimmen. Das Endergebnis war folgendes:

Linie	Winkel [°]	λ [pm]	Durchschnitt λ [pm]
$K_{\beta,1}$	$6,321 \pm 0,020$	$44,35 \pm 0,14$	$44,57 \pm 0,18$
$K_{\beta,2}$	$12,852 \pm 0,020$	$44,80 \pm 0,07$	
$K_{\alpha,1}$	$7,153 \pm 0,020$	$50,16 \pm 0,14$	$50,29 \pm 0,12$
$K_{\alpha,2}$	$14,500 \pm 0,020$	$50,43 \pm 0,07$	

Tabelle 3: Winkel und Wellenlängen der diskreten Linien im Röntgenspektrum

Wir berechnen mit den Literaturwerten $\lambda_{\alpha} = 71,1 \text{ pm}$ und $\lambda_{\beta} = 63,1 \text{ pm}$ die Abweichungen und erhalten

$$\sigma_{\alpha} = 169,08 \quad (4.6)$$

$$\sigma_{\beta} = 104,54 \quad (4.7)$$

Diese Abweichungen sind offensichtlich mehr als deutlich. Auch hier werden wir den Grund am Ende besprechen.

Nun haben wir noch die Halbwertsbreite der Wellenlänge bei der K_{α} -Linie erster Ordnung bestimmt. Dazu haben wir einen Gauß gefittet, und den oberen und unteren Winkel der Halbwertsbreite bestimmt. Durch Bragg haben wir dann die Wellenlängen berechnet, und aus der Differenz der beiden Werte die Halbwertsbreite der Wellenlänge bestimmt. Das Ergebnis war

$$|\lambda_+ - \lambda_-| = 2,15 \text{ pm} \quad (4.8)$$

Im nächsten Versuchsteil haben wir die Zählrate in Abhängigkeit der Spannung bei konstantem Winkel gemessen. Wir haben unsere Messwerte in ein Diagramm aufgetragen und eine Gerade erhalten. Aus dieser haben wir die Einsatzspannung bestimmt und

$$U_0 = (15800 \pm 700) V \quad (4.9)$$

erhalten. Aus der Einsatzspannung konnten wir dann erneut die Plancksche Wirkungskonstante berechnen und haben

$$h = (4,44 \pm 0,18) \cdot 10^{-34} \text{ Js} \quad (4.10)$$

erhalten. Dies entspricht einer Abweichung von

$$\sigma_h = 11,79 \quad (4.11)$$

was auch signifikant ist.

Im letzten Versuchsteil haben wir das Spektrum mit einem NaCl-Kristall vermessen. Aus dem resultierenden Diagramm haben wir wieder die Winkel zur K_{α} und K_{β} -Linie bestimmt. Mit der bekannten Wellenlänge haben wir dann mit Bragg den Netzebenenabstand des NaCl-Kristalls berechnet. Das Resultat war das folgende:

Linie	Winkel [°]	λ [pm]	d [pm]	Durchschnitt d [pm]
K_α	$9,201 \pm 0,020$	$50,29 \pm 0,12$	$157,3 \pm 0,5$	$158,7 \pm 1,1$
K_β	$8,002 \pm 0,020$	$44,57 \pm 0,18$	$160,1 \pm 0,8$	

Tabelle 4: Berechnung des Netzebenenabstandes des NaCl Kristalls

Damit konnten wir die Avogadrozahl bestimmen und haben das folgende Ergebnis erhalten:

$$N_A = (3,38 \pm 0,07) \cdot 10^{24} \frac{1}{mol} \quad (4.12)$$

mit dem Literaturwert von $N_A = 6.02214076 \cdot 10^{23} \frac{1}{mol}$ ergibt das eine Abweichung von

$$\sigma_{N_A} = 39,50 \quad (4.13)$$

Auch hier ist die Abweichung signifikant.

Alle unsere relevanten Endergebnisse haben also signifikante Abweichungen. Wenn man es nachprüft, kann man sehen dass tatsächlich alle Werte bei der Messung mit LiF um etwa den selben Faktor abweichen: Wir berechnen den Faktor am ersten Ergebnis der Planckschen Konstante:

$$k = \frac{h_{lit}}{h} = \frac{6.62607015 \cdot 10^{-34} Js}{4,44 \cdot 10^{-34} Js} = 1,4913 \quad (4.14)$$

Wenn wir nun denselben Faktor auf die folgenden Endergebnisse anwenden, ergeben sich die korrekten Werte:

Ergebnis	Korrigiertes Ergebnis	Literaturwert	Abweichung
$(4,44 \pm 0,29) \cdot 10^{-34} Js$	$6.62607015 \cdot 10^{-34} Js$	$6.62607015 \cdot 10^{-34} Js$	0
$(44,57 \pm 0,18) pm$	$(66,47 \pm 0,26) pm$	$63,1 pm$	21,24
$(50,29 \pm 0,12) pm$	$(75,00 \pm 0,18) pm$	$71,1 pm$	12,75
$(4,44 \pm 0,18) \cdot 10^{-34} Js$	$(6.63 \pm 0,28) \cdot 10^{-34} Js$	$6.62607015 \cdot 10^{-34} Js$	0,009

Tabelle 5: Korrektur der Endergebnisse durch unerklärten Korrekturfaktor

Die Abweichung für die beiden verschiedenen Planckschen Konstanten verschwindet komplett, und die Abweichung der Wellenlängen wird, obwohl sie noch signifikant ist, sehr viel geringer im Vergleich zu den 169 Sigma zuvor. Die immernoch signifikante Abweichung kommt vermutlich eher daher, dass wir den Fehler zu klein abgeschätzt haben, da die Werte eigentlich nicht sehr weit aufeinander liegen.

Dadurch dass sich für LiF die Abweichungen alle durch etwa den selben Faktor stark reduzieren lassen, schließen wir dass wir bei den Messungen mit LiF immer den selben systematischen Fehler gemacht haben. Dies könnte zum Beispiel an der nicht richtigen Justierung des Kristalls auf dem Targethalter liegen, da wir uns nicht sicher sind ob wir dies richtig gemacht haben.

Bei der Messung mit NaCl funktioniert dies nicht, was auch darauf deutet, dass es etwas mit der Justierung des Kristalls zu tun hat.

Wir haben außerdem gesehen, dass unsere Messungen schon direkt im Diagramm deutlich anders

sind als die der anderen Gruppen. Dies lässt ebenfalls vermuten, dass bereits bei der Messung etwas schief gelaufen ist.

Versuch 255 Röntgenspektrometer - Auswertung

Felix Fleischle - 3.3.2022

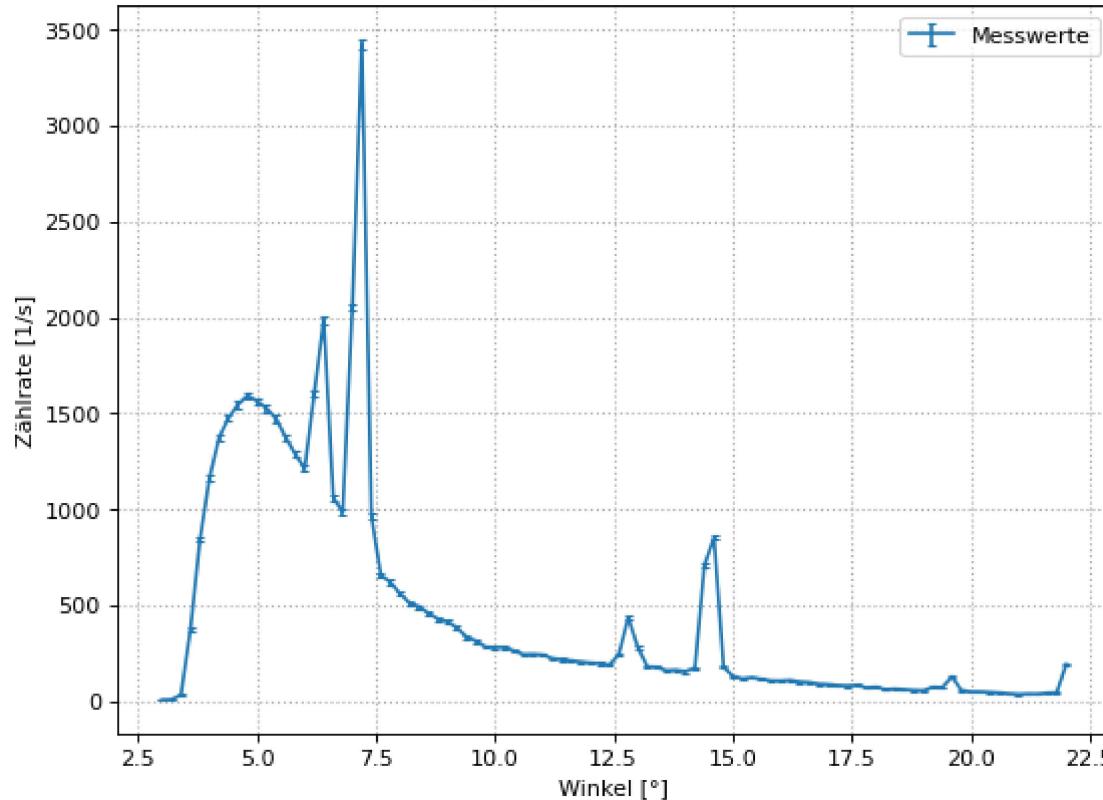
```
In [1]: import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
from scipy.optimize import curve_fit
#%matplotlib qt5
```

```
In [2]: def comma_to_float(valstr):
    return float(valstr.decode("utf-8").replace(',', '.'))

winkel_1, n_1 = np.loadtxt('C:/Users/fexfl/Documents/.Keine Programme Docs/Studium/PAP2/255/03_03_2022 09_50_05.txt', converters= {
N_1 = 5 * n_1
N_1_err = np.sqrt(N_1)
n_1_err = N_1_err / 5
```

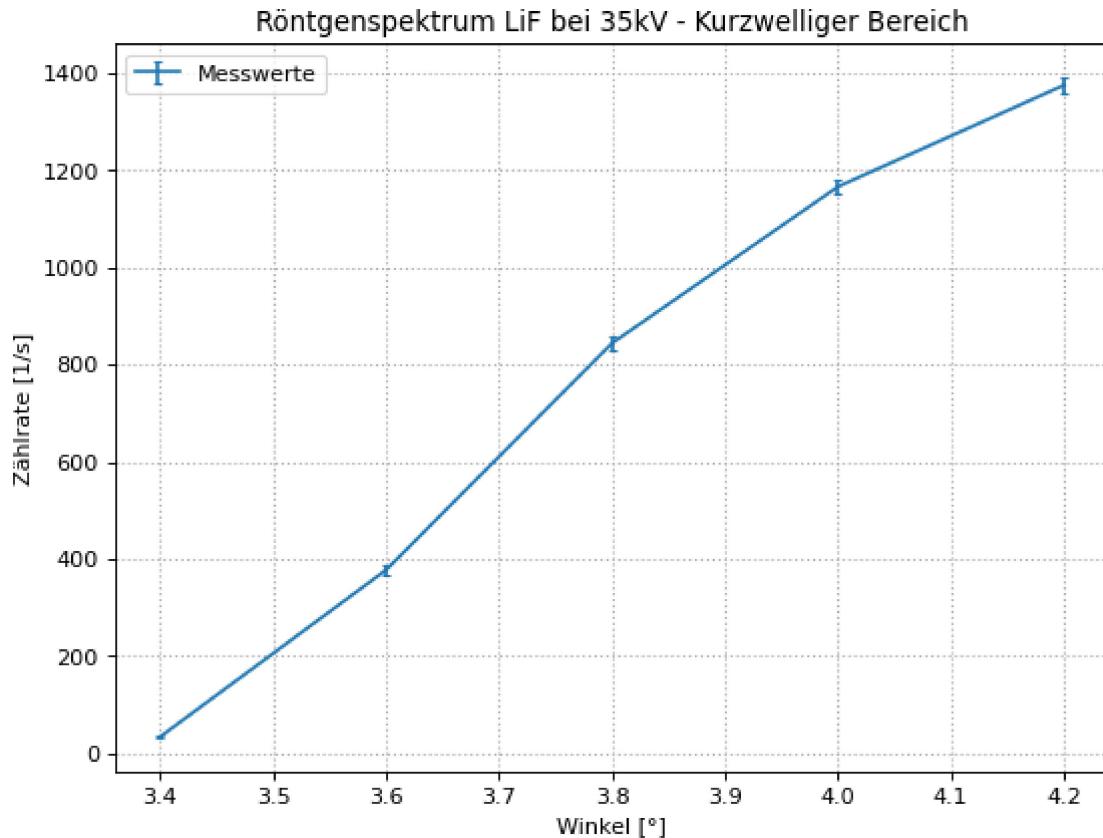
```
In [3]: plt.figure(figsize=(8, 6), dpi=80)
plt.errorbar(winkel_1, n_1, n_1_err, label="Messwerte", capsize = 2)
plt.xlabel('Winkel [°]')
plt.ylabel('Zählrate [1/s]')
plt.title('Röntgenspektrum LiF bei 35kV')
plt.legend()
plt.grid(linestyle=":", linewidth=1)
```

Röntgenspektrum LiF bei 35kV



In [4]: # Wir wählen nur die Messwerte die den senkrechten Anstieg ausmachen:

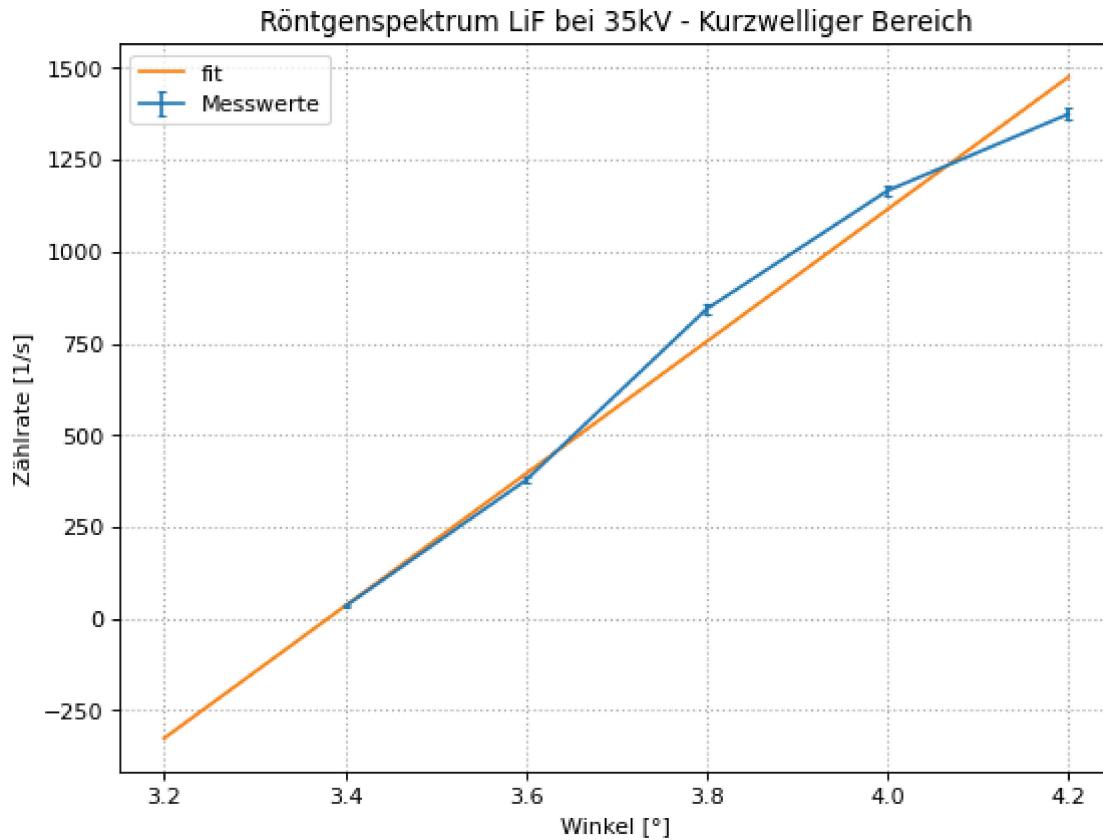
```
plt.figure(figsize=(8, 6), dpi=80)
plt.errorbar(winkel_1[2:7], n_1[2:7], n_1_err[2:7], label="Messwerte", capsize = 2)
plt.xlabel('Winkel [°]')
plt.ylabel('Zählrate [1/s]')
plt.title('Röntgenspektrum LiF bei 35kV - Kurzwelliger Bereich')
plt.legend()
plt.grid linestyle=":", linewidth=1
```



```
In [5]: def linear(x,s,b):
    return x*s+b

popt_1, pcov_1 = curve_fit(linear, winkel_1[2:7], n_1[2:7], sigma=n_1_err[2:7])
```

```
In [6]: plt.figure(figsize=(8, 6), dpi=80)
plt.errorbar(winkel_1[2:7],n_1[2:7], n_1_err[2:7], label="Messwerte", capsize = 2)
plt.plot(winkel_1[1:7], linear(winkel_1[1:7],*popt_1), label="fit")
plt.xlabel('Winkel [°]')
plt.ylabel('Zählrate [1/s]')
plt.title('Röntgenspektrum LiF bei 35kV - Kurzwelliger Bereich')
plt.legend()
plt.grid(linestyle=":", linewidth=1)
```



```
In [7]: print("Steigung:", popt_1[0], "+-", np.sqrt(pcov_1[0,0]))
print("y-Achsenabschnitt:", popt_1[1], "+-", np.sqrt(pcov_1[1,1]))

x_0 = -popt_1[1]/popt_1[0]
x_0_rad = np.pi/180 * x_0
x_0_err = np.sqrt((np.sqrt(pcov_1[0,0])/popt_1[0])**2 + (np.sqrt(pcov_1[1,1])/popt_1[1])**2) * x_0
x_0_err_rad = np.pi/180 * x_0_err
print("Winkel(0):", x_0, "+-", x_0_err)
print("Winkel(0) in rad:", x_0_rad, "+-", x_0_err_rad)
```

Steigung: 1801.8509950129942 +- 83.5308826721373
y-Achsenabschnitt: -6091.747075621439 +- 289.3155958554211
Winkel(0): 3.3808273228372627 +- 0.22437814697544106
Winkel(0) in rad: 0.059006568224895514 +- 0.003916137434245203

```
In [8]: # Berechnung der Grenzwellenlänge:
d_lif = 201.4 * 10**(-12) #m
```

```

lambda_gr1 = 2*d_lif*np.sin(x_0_rad)
lambda_gr1_err = 2*d_lif*np.cos(x_0_rad)*x_0_err_rad
print("Grenzwellenlänge:", lambda_gr1, "+-", lambda_gr1_err)

```

Grenzwellenlänge: 2.3754055699700432e-11 +- 1.5746748440898482e-12

```

In [9]: # Planckkonstante:
c = 299792458 #m/s
e = 1.602176634e-19 #C
U_1 = 35000 #V

h_1 = lambda_gr1 * e * U_1 / c
h_1_err = lambda_gr1_err * e * U_1 / c
print("Planckkonstante:", h_1, "+-", h_1_err)

h_lit = 6.62607015e-34
sigma_h1 = (h_lit - h_1)/h_1_err
print("Abweichung:", sigma_h1)

```

Planckkonstante: 4.443196350082326e-34 +- 2.9454294493022957e-35

Abweichung: 7.411054440413592

```

In [10]: # Grenzwinkel für n=2
x_0_2 = (180/np.pi) * np.arcsin(2*lambda_gr1 /(2*d_lif))
x_0_2_err = 1/np.sqrt(1-(lambda_gr1/d_lif)**2) * (lambda_gr1_err / d_lif) * (180/np.pi)
print("Grenzwinkel 2:", x_0_2, "+-", x_0_2_err)

```

Grenzwinkel 2: 6.77349820512653 +- 0.4511240560804344

b) Peaks

```

In [11]: winkel_2, n_2 = np.loadtxt('C:/Users/fexfl/Documents/.Keine Programme Docs/Studium/PAP2/255/03_03_2022 10_05_25.txt', converters={}
winkel_3, n_3 = np.loadtxt('C:/Users/fexfl/Documents/.Keine Programme Docs/Studium/PAP2/255/03_03_2022 10_16_32.txt', converters={

N_2 = 20 * n_2
N_2_err = np.sqrt(N_2)
n_2_err = N_2_err / 20

N_3 = 20 * n_3
N_3_err = np.sqrt(N_3)
n_3_err = N_3_err / 20

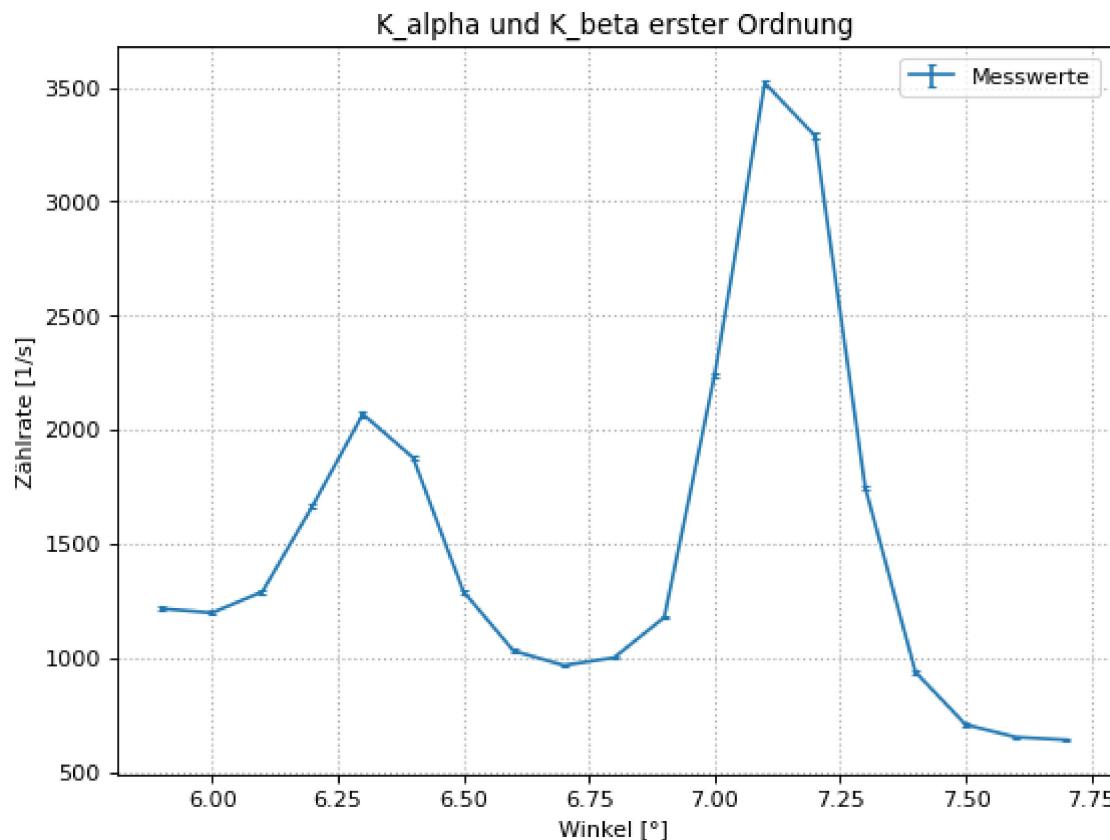
```

```

In [12]: plt.figure(figsize=(8, 6), dpi=80)
plt.errorbar(winkel_2, n_2, n_2_err, label="Messwerte", capsize = 2)

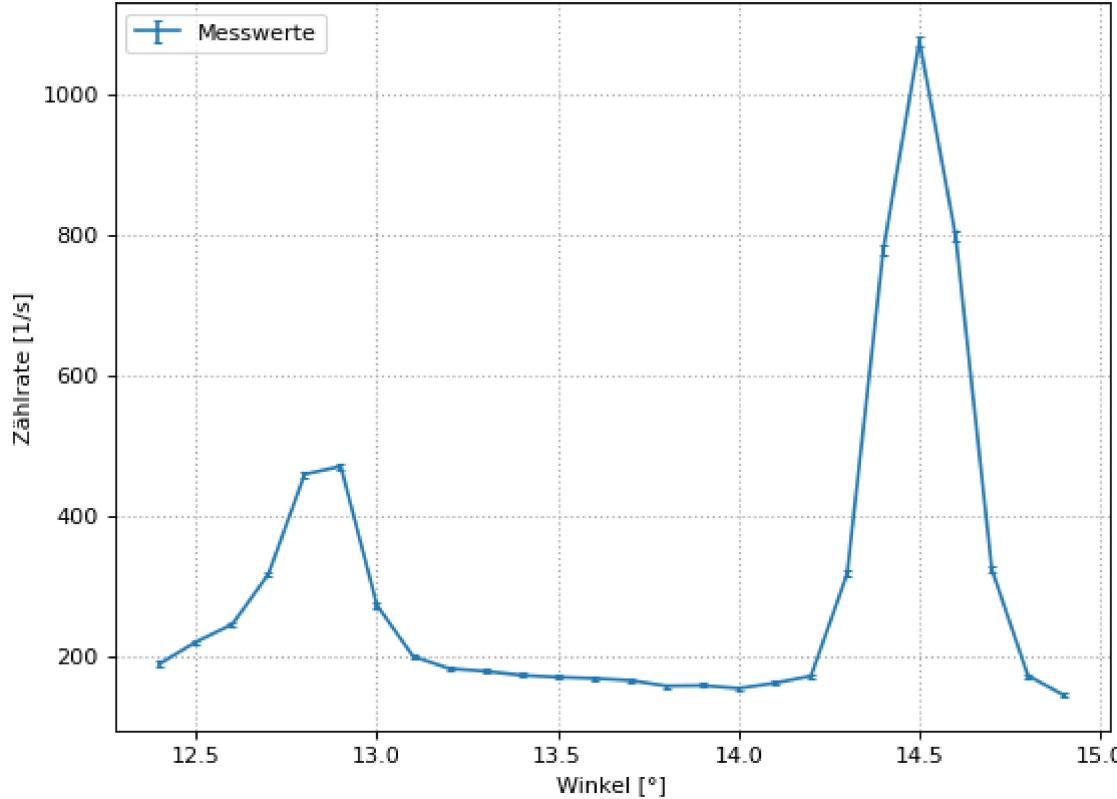
```

```
plt.xlabel('Winkel [°]')
plt.ylabel('Zählrate [1/s]')
plt.title('K_alpha und K_beta erster Ordnung')
plt.legend()
plt.grid(linestyle=":", linewidth=1)
```



```
In [13]: plt.figure(figsize=(8, 6), dpi=80)
plt.errorbar(winkel_3,n_3, n_3_err, label="Messwerte", capsize = 2)
plt.xlabel('Winkel [°]')
plt.ylabel('Zählrate [1/s]')
plt.title('K_alpha und K_beta zweiter Ordnung')
plt.legend()
plt.grid(linestyle=":", linewidth=1)
```

K_alpha und K_beta zweiter Ordnung



```
In [14]: winkel_k = np.array([6.321, 7.153, 12.852, 14.500]) * (np.pi/180)
winkel_k_err = np.ones(4)*0.020 * (np.pi/180)

n_k = np.array([1,1,2,2])

lambda_k = 2 * d_lif * np.sin(winkel_k) / n_k
lambda_k_err = 2 * d_lif * np.cos(winkel_k) * winkel_k_err / n_k

print("Wellenlängen der K's:", lambda_k, "+-", lambda_k_err)

lambda_alpha = (lambda_k[1] + lambda_k[3]) / 2
lambda_alpha_syserr = np.sqrt((lambda_k_err[1]/2)**2 + (lambda_k_err[3]/2)**2)
lambda_alpha_stderr = np.std([lambda_k[1], lambda_k[3]])/np.sqrt(2)
lambda_alpha_err = np.sqrt(lambda_alpha_syserr**2 + lambda_alpha_stderr**2)
print("Wellenlänge Alpha:", lambda_alpha, "+-", lambda_alpha_err)
```

```

lambda_beta = (lambda_k[0] + lambda_k[2]) / 2
lambda_beta_syserr = np.sqrt((lambda_k_err[0]/2)**2 + (lambda_k_err[2]/2)**2)
lambda_beta_stderr = np.std([lambda_k[0], lambda_k[2]])/np.sqrt(2)
lambda_beta_err = np.sqrt(lambda_beta_syserr**2 + lambda_beta_stderr**2)
print("Wellenlänge Beta:", lambda_beta, "+-", lambda_beta_err)

# Abweichungen:
lambda_alpha_lit = 71.1*10**(-12)
lambda_beta_lit = 63.1*10**(-12)
sigma_lambda_alpha = (lambda_alpha_lit - lambda_alpha)/lambda_alpha_err
sigma_lambda_beta = (lambda_beta_lit - lambda_beta)/lambda_beta_err
print("Abweichungen:", sigma_lambda_alpha, sigma_lambda_beta)

```

Wellenlängen der K's: [4.43477199e-11 5.01563962e-11 4.47980915e-11 5.04265328e-11] +- [1.39748948e-13 1.39509431e-13 6.85406517e-14 6.80625821e-14]
 Wellenlänge Alpha: 5.029146452275101e-11 +- 1.2306734373861986e-13
 Wellenlänge Beta: 4.4572905709288135e-11 +- 1.7723212628550954e-13
 Abweichungen: 169.08251080354663 104.53575589826139

In [15]:

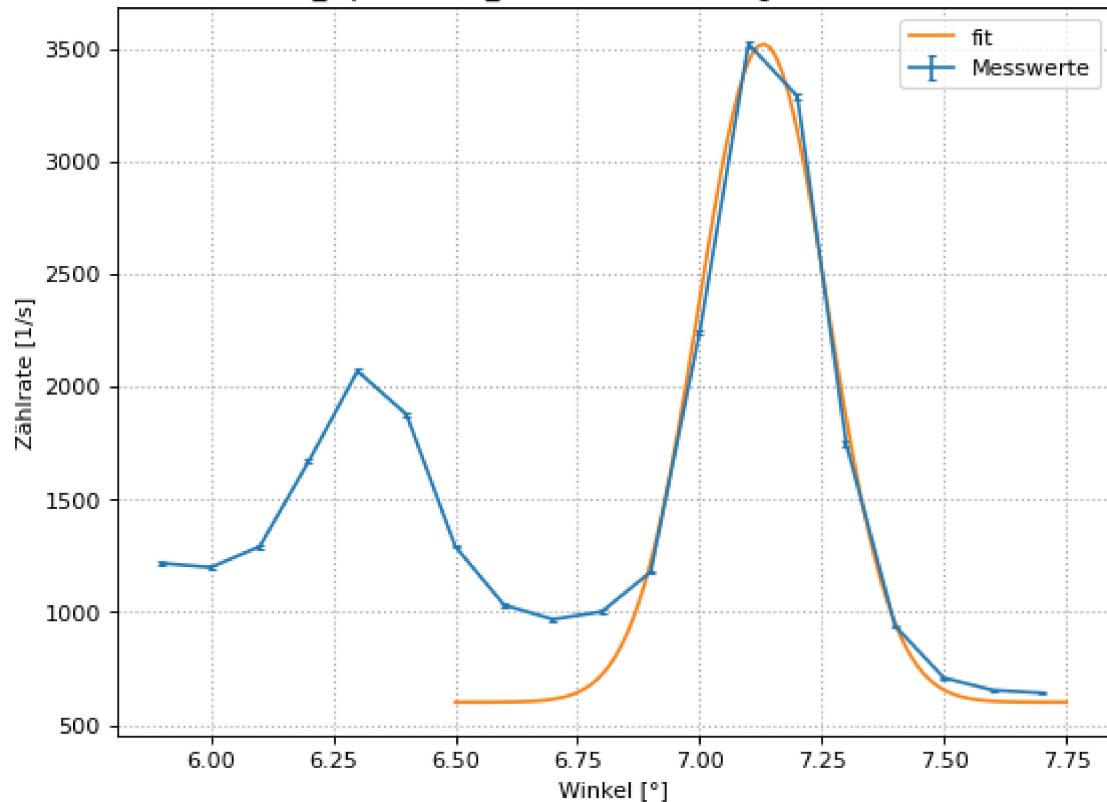
```

def gauss(x, A, mu, sig):
    return A / (np.sqrt(2 * np.pi) * sig) * np.exp(-(x - mu) ** 2 / (2 * sig ** 2)) + 600
p0 = [500, 7.125, 0.4]
popt_g, pcov_g = curve_fit(gauss, winkel_2[8:], n_2[8:], p0, sigma = n_2_err[8:])

plt.figure(figsize=(8, 6), dpi=80)
plt.errorbar(winkel_2, n_2, n_2_err, label="Messwerte", capsize = 2)
plt.plot(np.linspace(6.5, 7.75, 100), gauss(np.linspace(6.5, 7.75, 100), *popt_g), label="fit")
plt.xlabel('Winkel [°]')
plt.ylabel('Zählrate [1/s]')
plt.title('K_alpha und K_beta erster Ordnung mit Gaußfit')
plt.legend()
plt.grid(linestyle=":", linewidth=1)

```

K_alpha und K_beta erster Ordnung mit Gaußfit



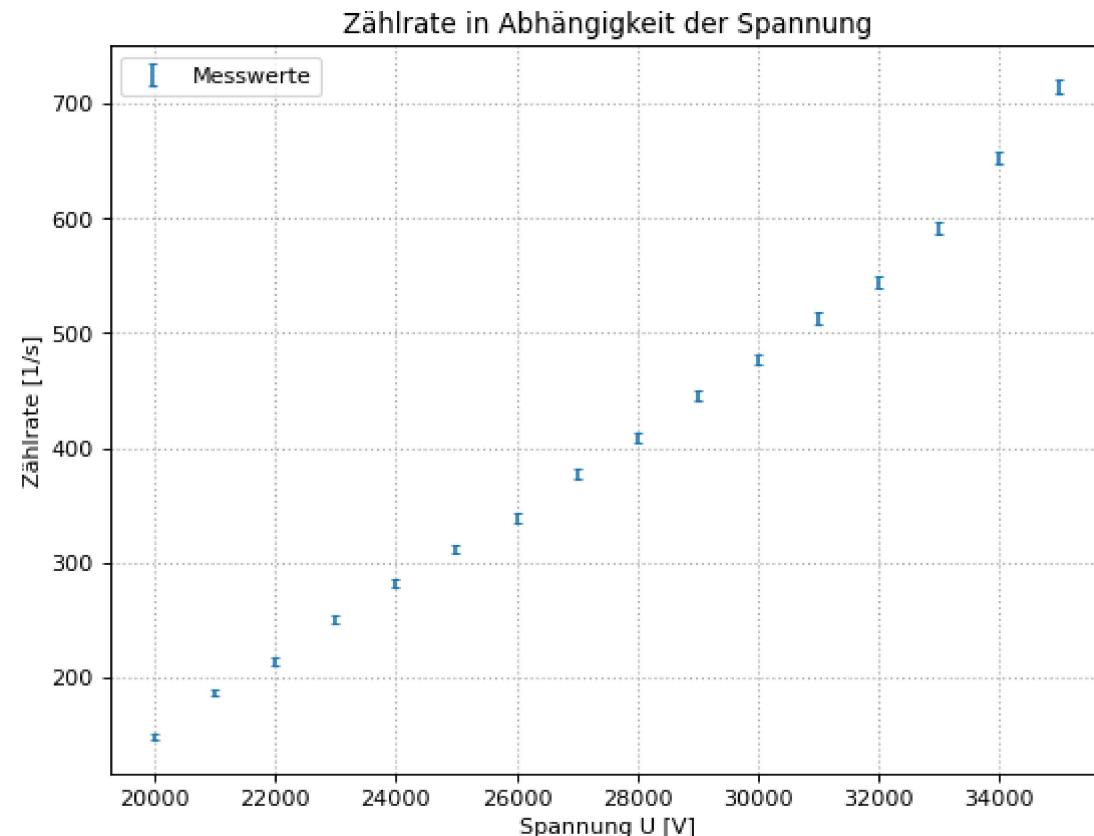
```
In [16]:  
beta_halb1 = popt_g[1] - np.sqrt(2 * np.log(2)) * popt_g[2]  
beta_halb2 = popt_g[1] + np.sqrt(2 * np.log(2)) * popt_g[2]  
print('Winkel beta_1/2 = ', popt_g[1])  
print('Winkel beta_halb1 = ', beta_halb1)  
print('Winkel beta_halb2 = ', beta_halb2)  
lambda_halb1 = 2*d_lif*np.sin((np.pi/180)*beta_halb1)  
lambda_halb2 = 2*d_lif*np.sin((np.pi/180)*beta_halb2)  
print('Halbwertsbreite = ', np.abs(lambda_halb2 - lambda_halb1))
```

```
Winkel beta_1/2 =  7.1302076302700526  
Winkel beta_halb1 =  6.9759835172505555  
Winkel beta_halb2 = 7.28443174328955  
Halbwertsbreite = 2.1516764675412603e-12
```

c) Spannung

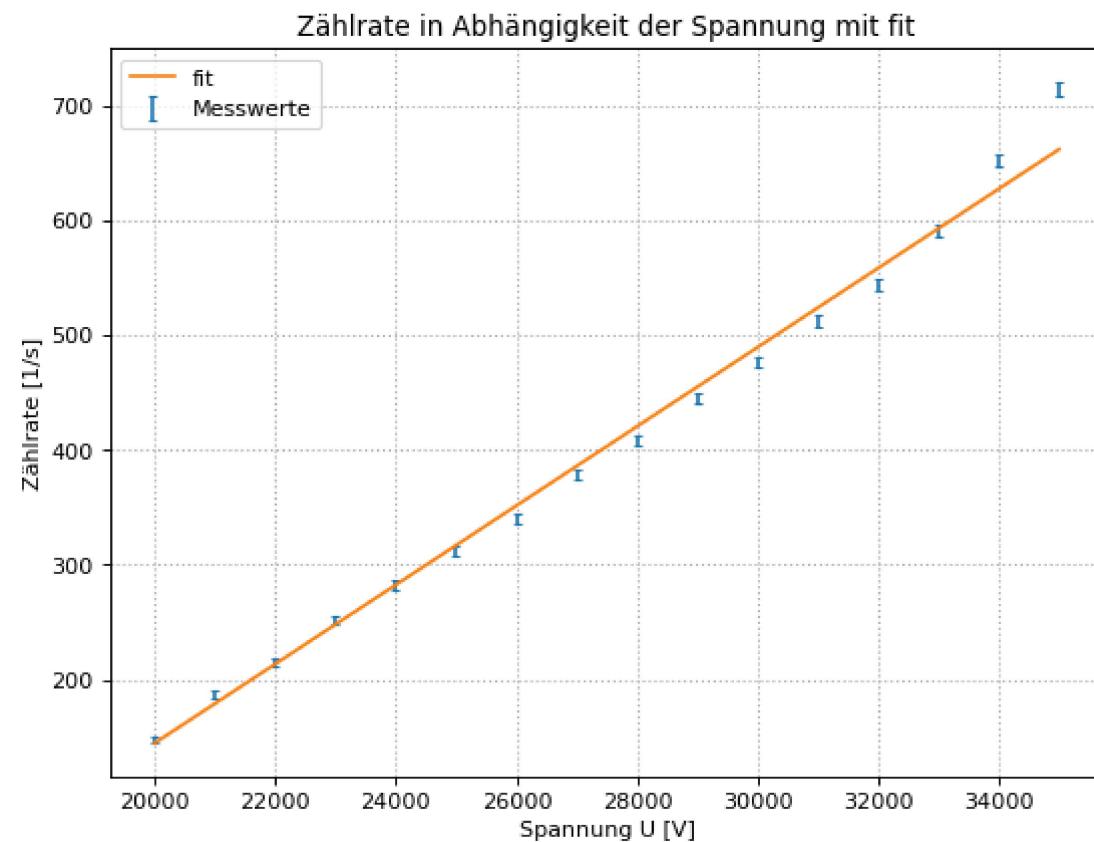
```
In [17]: # Messdaten:  
n_u = np.array([148.2, 186.9, 214.6, 251.6, 282.5, 312.3, 339.7, 378.1, 408.4, 445.4, 476.9, 512.6, 544.1, 591.1, 652.6, 715.3])  
U_u = np.linspace(20000, 35000, 16)  
  
N_u = 20 * n_u  
N_u_err = np.sqrt(N_u)  
n_u_err = N_u_err / 20
```

```
In [18]: plt.figure(figsize=(8, 6), dpi=80)  
plt.errorbar(U_u,n_u, n_u_err, label="Messwerte", capsize = 2, linestyle="none")  
plt.xlabel('Spannung U [V]')  
plt.ylabel('Zählrate [1/s]')  
plt.title('Zählrate in Abhängigkeit der Spannung')  
plt.legend()  
plt.grid(linestyle=":", linewidth=1)
```



```
In [19]: popt_u, pcov_u = curve_fit(linear, U_u, n_u, sigma=n_u_err)

plt.figure(figsize=(8, 6), dpi=80)
plt.errorbar(U_u,n_u, n_u_err, label="Messwerte", capsize = 2, linestyle="none")
plt.plot(U_u, linear(U_u, *popt_u), label="fit")
plt.xlabel('Spannung U [V]')
plt.ylabel('Zählrate [1/s]')
plt.title('Zählrate in Abhängigkeit der Spannung mit fit')
plt.legend()
plt.grid(linestyle=":", linewidth=1)
```



```
In [20]: U_0 = -popt_u[1]/popt_u[0]
U_0_err = np.sqrt((np.sqrt(pcov_u[0,0])/popt_u[0])**2 + (np.sqrt(pcov_u[1,1])/popt_u[1])**2)*U_0
print("Einsatzspannung:", U_0, "+-", U_0_err)

lambda_75 = 2 * d_lif * np.sin((np.pi/180)*7.5)
```

```

h_2 = lambda_75 * e * U_0 / c
h_2_err = lambda_75 * e * U_0_err / c
print("Planckkonstante:", h_2, "+-", h_2_err)

sigma_h2 = (h_lit - h_2)/h_2_err
print(sigma_h2)

```

Einsatzspannung: 15819.292042553667 +- 658.3256057421261
 Planckkonstante: 4.444919142420427e-34 +- 1.849769306386944e-35
 11.791475834572577

2) NaCl

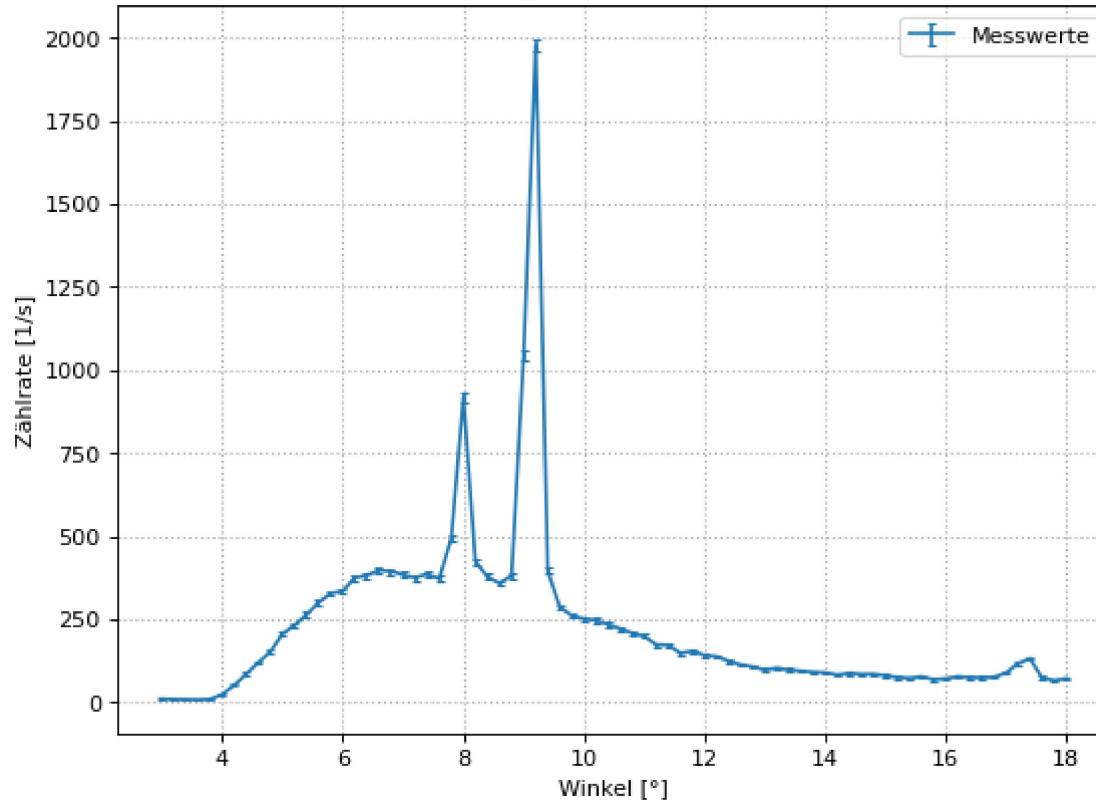
In [21]:

```
winkel_4, n_4 = np.loadtxt('C:/Users/fexfl/Documents/.Keine Programme Docs/Studium/PAP2/255/03_03_2022 10_42_00.txt', converters= {
N_4 = 5 * n_4
N_4_err = np.sqrt(N_4)
n_4_err = N_4_err / 5
```

In [22]:

```
plt.figure(figsize=(8, 6), dpi=80)
plt.errorbar(winkel_4, n_4, n_4_err, label="Messwerte", capsize = 2)
plt.xlabel('Winkel [°]')
plt.ylabel('Zählrate [1/s]')
plt.title('Röntgenspektrum NaCl')
plt.legend()
plt.grid(linestyle":", linewidth=1)
```

Röntgenspektrum NaCl



In [23]:

```
winkel_nacl_alpha = 9.201 * (np.pi/180)
winkel_nacl_alpha_err = 0.020 * (np.pi/180)
winkel_nacl_beta = 8.002 * (np.pi/180)
winkel_nacl_beta_err = 0.020 * (np.pi/180)

d_nacl_alpha = lambda_alpha / (2*np.sin(winkel_nacl_alpha))
d_nacl_alpha_err = np.sqrt((lambda_alpha_err / (2*np.sin(winkel_nacl_alpha)))**2 + (lambda_alpha / (2*np.sin(winkel_nacl_alpha)))**2)

d_nacl_beta = lambda_beta / (2*np.sin(winkel_nacl_beta))
d_nacl_beta_err = np.sqrt((lambda_beta_err / (2*np.sin(winkel_nacl_beta)))**2 + (lambda_beta / (2*np.sin(winkel_nacl_beta)))**2) *
print(d_nacl_alpha, d_nacl_alpha_err, d_nacl_beta, d_nacl_beta_err)
d_nacl = (d_nacl_alpha + d_nacl_beta)/2
d_nacl_syserr = np.sqrt((d_nacl_alpha_err/2)**2 + (d_nacl_beta_err/2)**2)
d_nacl_stderr = np.std([d_nacl_alpha, d_nacl_beta])/np.sqrt(2)
d_nacl_err = np.sqrt(d_nacl_syserr**2 + d_nacl_stderr**2)
print("Netzebenenabstand:", d_nacl, "+-", d_nacl_err)
```

```
1.5726067099576493e-10 5.127773661853265e-13 1.6009500923739303e-10 7.505060239940396e-13  
Netzebenenabstand: 1.5867784011657897e-10 +- 1.1003336486381133e-12
```

```
In [24]: # Avogadrozahl  
M_mol = 58.44 #g  
rho = 2.164 #g/cm^3  
N_A = M_mol / (2 * rho * (d_nacl*100)**3)  
N_A_err = M_mol * 3 * d_nacl_err * 100 / (2 * rho * (d_nacl*100)**4)  
print("Avogadro:", N_A, "+-", N_A_err)
```

```
Avogadro: 3.3796685796944326e+24 +- 7.030779578453983e+22
```

```
In [25]: N_A_lit = 6.02214076e23  
sigma_na = (N_A-N_A_lit)/N_A_err  
print(sigma_na)
```

```
39.50421816957565
```

```
In [26]: # Test: Korrekturfaktor  
h_lit = 6.62607015e-34 #Js  
korrr = h_lit / h_1  
print("korrekturfaktor:", korrr)  
  
lambda_alpha_korr = korrr * lambda_alpha  
lambda_beta_korr = korrr * lambda_beta  
lambda_alpha_korr_err = korrr * lambda_alpha_err  
lambda_beta_korr_err = korrr * lambda_beta_err  
sigma_alpha_korr = np.abs((lambda_alpha_lit - lambda_alpha_korr)/lambda_alpha_korr_err)  
sigma_beta_korr = np.abs((lambda_beta_lit - lambda_beta_korr)/lambda_beta_korr_err)  
print("Korrigiert Alpha:", lambda_alpha_korr, "+-", lambda_alpha_korr_err)  
print("Korrigiert Beta:", lambda_beta_korr, "+-", lambda_beta_korr_err)  
print("Abweichungen:", sigma_alpha_korr, sigma_beta_korr)  
  
h_2_korr = korrr*h_2  
h_2_korr_err = korrr*h_2_err  
print("Planck 2:", h_2_korr, "+-", h_2_korr_err)  
sigma_h_2_korr = np.abs((h_lit - h_2_korr)/h_2_korr_err)  
print("Abweichung:", sigma_h_2_korr)  
  
N_A_korr = korrr * N_A  
print(N_A_korr)
```

```
korrekturfaktor: 1.4912845681189013  
Korrigiert Alpha: 7.499888495087778e-11 +- 1.835284305567881e-13  
Korrigiert Beta: 6.647088644048027e-11 +- 2.643035349044807e-13
```

Abweichungen: 21.24403798936963 12.75384546672261
Planck 2: 6.628639323627884e-34 +- 2.758532421194853e-35
Abweichung: 0.009313552409767493
5.040047598254632e+24

In []:

In []: