

# Versuch 245 - Induktion

Felix Fleischle

21.2.2022

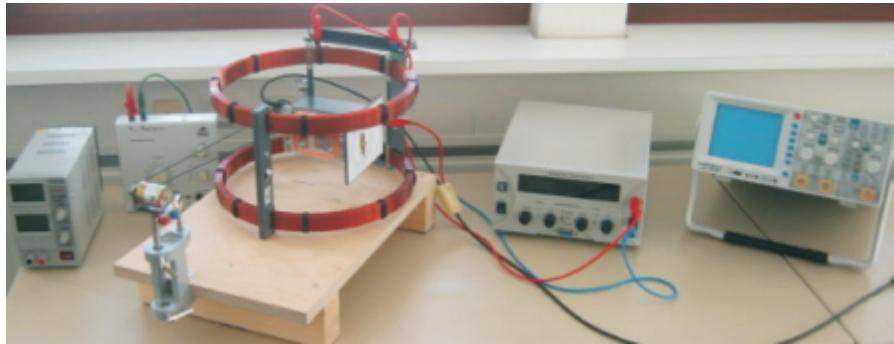


Abbildung 1: Bild des Versuchsaufbaus aus der Praktikumsanleitung

## Einleitung

Bei diesem Versuch ist es das Ziel, das Induktionsgesetz mithilfe einer rotierenden Flachspule im homogenen Magnetfeld einer Helmholtzspule zu überprüfen, indem wir Induktionsspannung in Abhängigkeit der Drehfrequenz und des Magnetfelds messen. Außerdem messen wir die Induktionsspannung bei periodischem Magnetfeld in Abhängigkeit des Winkels zwischen Magnetfeld und Induktionsspule. Zum Schluss messen wir noch das Erdmagnetfeld, sowie den Inklinationswinkel durch Kompensation des Vertikalanteils des Erdmagnetfeldes.

## Grundlagen

### Induktionsgesetz

Nach dem Induktionsgesetz gilt

$$U_i = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} d\vec{A} = -\frac{d}{dt} \phi \quad (1)$$

mit der Induktionsspannung  $U_i$ , dem Magnetfeld  $B$ , der Fläche  $A$  und dem magnetischen Fluss  $\phi$ . Für ein homogenes Magnetfeld, wie das einer Helmholtzspule, gilt

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{A} \quad (2)$$

Wenn wir eine rotierende Spule betrachten, ändert sich die vom Magnetfeld durchsetzte Fläche, und es gilt

$$\phi = -\frac{d}{dt}\phi = -BAN\omega \sin(\omega t) \quad (3)$$

mit der Windungszahl  $N$  und der Kreisfrequenz  $\omega$ .

Wenn wir eine Periodische Spannung durch die Helmholtzspulen, und damit ein periodisches Magnetfeld welches mit der Kreisfrequenz  $\Omega$  oszilliert betrachten, ergibt sich die induzierte Spannung zu

$$U = BAN\Omega \cos(\alpha) \sin(\Omega t) \quad (4)$$

dabei ist  $\alpha$  der Winkel zwischen dem Magnetfeld der Helmholtzspulen und der Flächennormale der Flachspule.

Wenn man zusätzlich zum periodischen Magnetfeld noch die Induktionsspule in Rotation versetzt, ergibt sich eine Schwebung mit der Drehfrequenz  $\Omega$  als Schwebungsfrequenz.

### Feld einer Helmholtzspule

Wir wollen im ersten Versuchsteil die magnetische Feldstärke mit der theoretischen Feldstärke im Zentrum einer Helmholtzspule vergleichen. Im Zentrum einer Helmholtzspule gilt

$$B_h = \frac{8\mu_0 NI}{\sqrt{125}R} \quad (5)$$

mit dem Radius  $R$  der Helmholtzspulen, der Windungszahl pro Spule  $N$ , dem Strom  $I$  und der magnetischen Feldkonstante  $\mu_0$ .

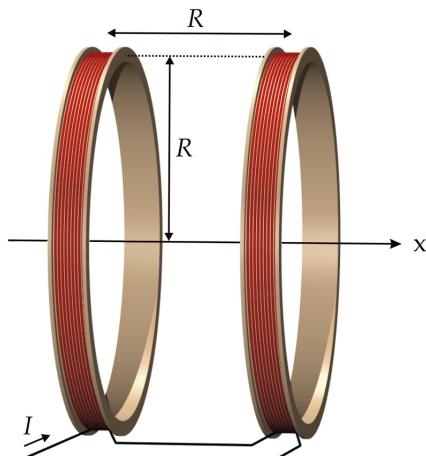


Abbildung 2: Aufbau einer Helmholtzspule aus Wikipedia

## Induktivität und Impedanz

Bei einer Wechselspannung tritt in der Helmholtzspule Selbstinduktion auf, sodass sich der Strom in der Spule verringert. Der Widerstand in der Spule entspricht der komplexen Impedanz, welche definiert ist als

$$Z = \omega L = 2\pi f L \quad (6)$$

Dabei ist L die Induktivität der Spule, welche wir im dritten Versuchsteil ebenfalls bestimmen. Diese ist auch definiert als der Zusammenhang zwischen Wechselspannung und Stromänderung:

$$U(t) = L \dot{I} \quad (7)$$

## Magnetfeld der Erde

Selbst wenn kein Magnetfeld durch die Helmholtzspulen angelegt ist, wird in der rotierenden Induktionsspule durch das Erdmagnetfeld eine Spannung induziert. Das Erdmagnetfeld entspricht dabei etwa dem Feld eines Stabmagneten in einem Inklinationswinkel von  $11,5^\circ$  zur Rotationsachse der Erde:

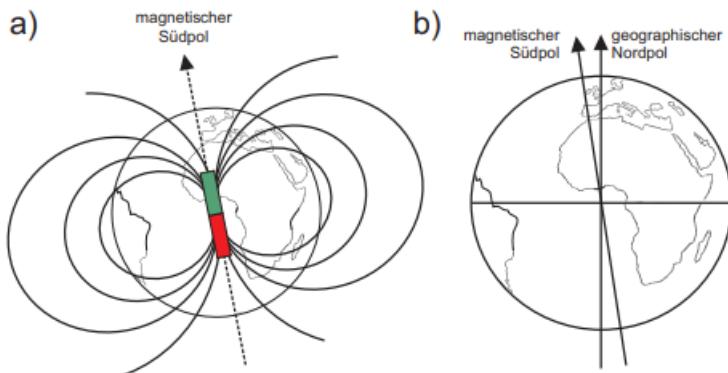


Abbildung 3: Magnetfeld der Erde

Wir können zunächst die magnetische Feldstärke messen, indem wir die Drehfrequenz der rotierenden Induktionsspule notieren und die Induktionsspannung messen. Außerdem können wir die Vertikalkomponente des Erdmagnetfeldes kompensieren, indem wir das Magnetfeld der Helmholtzspule entgegengesetzt zur Vertikalkomponente ausrichten, mit gleichem Betrag wie das Erdmagnetfeld. Dabei nimmt die induzierte Spannung ein Minimum an. Aus dieser Feldstärke und der Feldstärke ohne Kompensation können wir den Inklinationswinkel in Heidelberg bestimmen:

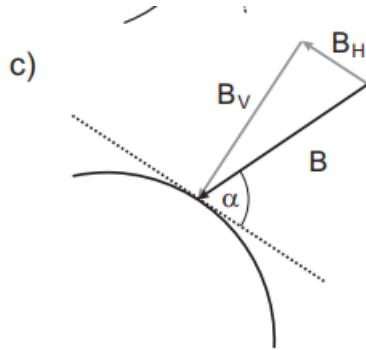


Abbildung 4: Aufteilung des Erdmagnetfeldes in Vertikal- und Horizontalkomponente

$$\cos \alpha = \frac{B_H}{B} \quad (8)$$

## Durchführung

### Vorversuch

Wir schließen zunächst die Enden einer Spule an das Oszilloskop an, und bewegen einen Stabmagneten durch die Spule, sowie die Spule um den Stabmagneten. Wir notieren unsere Beobachtungen.

### Induktionsgesetz

Wir bauen nun die beiden Einzelpulen als Helmholtzspule auf und schließen sie an den Strom an. Dieser darf dabei 5A nicht überschreiten. Die Induktionsspule, welche sich im Zentrum der Helmholtzspule befindet, ist über die Schleifkontakte mit den Eingangsbuchsen, und darüber mit dem Oszilloskop verbunden. Wir treiben den Drehrahmen der Flachspule mit einem Elektromotor an, indem wir den Treibriemen über die Antriebsscheiben legen. Wir führen zwei Messreihen durch: Zuerst messen wir die Scheitelspannung  $U_m$  der induzierten Spannung in Abhängigkeit der Drehfrequenz im Bereich von 3Hz bis 15Hz, in Schritten von 3Hz, mit einem Spulenstrom von etwa 4A. Danach messen wir  $U_m$  in Abhängigkeit vom Magnetfeld bei konstanter Drehfrequenz von etwa 10Hz, im Bereich von 0,5A bis 4,5A in Schritten von 0,5A.

### Induktionsspannung bei periodischem Feldstrom

Nun schließen wir die Helmholtzspule an den Leistungsfunktionsgenerator an, und schließen sowohl das Eingangssignal, als auch die Induktionsspannung an das Oszilloskop an. Wir messen zunächst bei 100Hz  $U_m$  in Abhängigkeit des Winkels zwischen Magnetfeld und Flächennormale

in schritten von  $30^\circ$ . Danach messen wir  $U_m$  in Abhängigkeit der Frequenz des Magnetfelds, von 20Hz bis 200Hz in Schritten von 20Hz, und von 200Hz bis 2000Hz in Schritten von 200Hz. Zum Schluss versetzen wir noch zusätzlich die Induktionsspule in eine leichte Drehung, und überzeugen uns dass die Schwebungsfrequenz der Frequenz des Magnetfelds entspricht.

### **Bestimmung des Erdmagnetfeldes durch Kompensation**

Wir legen nun zunächst kein externes Magnetfeld an, und bestimmen das Erdmagnetfeld, indem wir die Induktionsspule rotieren lassen, und die Rotationsfrequenz sowie die Induktionsspannung messen. Danach kompensieren wir die Vertikalkomponente des Magnetfeldes, indem wir den Strom an der Helmholtzspule aufdrehen, bis die Induktionsspannung ein Minimum erreicht. Wir notieren erneut Drehfrequenz und Induktionsspannung, sowie den Strom durch die Helmholtzspule.

# Versuch 245 Induktion - Messprotokoll

Felix Fleischle

Daniel Schub

## Messanordnung

- Oszilloskop
- Leistungsfunktionsgenerator
- Antriebsmotor mit Treitriemen
- Diverse Netzteile
- Multimeter
- Kompass
- RC-Filter
- Helmholtzspule mit im Zentrum gelagerter Induktionsspule
  - $d = 295\text{mm}$
  - $a = 147\text{mm}$
  - $N = 124$

## Induktionsspule:

- $N = 4000$
- $A = 41,7\text{cm}^2$

## 1. Vorversuch

Wir schließen eine Spule an das Oszilloskop an und bewegen einen Stabmagneten durch die Spule, sowie die Spule um den Stabmagneten und notieren unsere Beobachtungen.

Bewegter Stabmagnet: Wir können einen induzierten Spannungsausschlag beobachten

Bewegte Spule: Wir könnten hier ebenfalls eine induzierte Spannung beobachten

Magnet fährt durch das Rohr: Wir sehen eine sinusförmige Spannung

## 2. Induktionsgesetz

Wir schließen die Einzelspulen als Helmholzspulen an den Strom an, welcher  $5A$  nicht überschreiten darf, und schließen die Induktionsspule an den Oszilloskop an. Dann legen wir den Treibriemen über die Antriebsräder der Induktionsspule, und messen die Scheitelspannung  $U_m$  abhängig von der Drehfrequenz des Motors und dem Spulenstrom:

Tabelle 1:

Scheitelspannung ab Fl. der Frequenz

Tabelle 2:

Scheitelspannung ab Fl. der Spulenströme

$$f = \frac{10,12 \pm 0,03 \text{ Hz}}{10,00 \pm 0,03 \text{ Hz}}$$

| $I = 4,0060 \pm 0,0010$ | Frequenz [Hz]    | $U_m$ [V]                         | Strom [A]   | $U_m$ [V]   |
|-------------------------|------------------|-----------------------------------|---|---|
| A                       | $3,1 \pm 0,3$    | $830 \pm 20$<br>$0,830 \pm 0,020$ | $0,502 \pm 0,008$   | $0,1808 \pm 0,0008$   |
|                         | $5,85 \pm 0,03$  | $2,60 \pm 0,04$                   | $0,998 \pm 0,003$   | <del>1,44</del> $1,50 \pm 0,03$   |
|                         | $9,36 \pm 0,03$  | $5,20 \pm 0,08$                   | $1,301 \pm 0,003$   | $2,22 \pm 0,04$   |
|                         | $11,96 \pm 0,05$ | $7,20 \pm 0,08$                   | $1,095 \pm 0,003$   | $2,92 \pm 0,03$   |
|                         | $15,06 \pm 0,05$ | $9,52 \pm 0,08$                   | $2,495 \pm 0,004$<br>$3,010 \pm 0,003$<br>$3,501 \pm 0,004$<br>$4,000 \pm 0,004$<br>$4,492 \pm 0,008$ | $3,62 \pm 0,08$<br>$4,44 \pm 0,04$<br>$5,12 \pm 0,04$<br>$5,80 \pm 0,04$<br>$6,48 \pm 0,08$ |

### 3. Induktionsspannung bei periodischen Feldström

Wir schließen die Helmholtzspule an den Leistungsgenerator an und stellen eine Wechselspannung von  $f = 100,3 \pm 0,5 \text{ Hz}$  ein. Wir schließen nun das Eingangssignal durch die induzierte Spannung an das Oszilloskop an. Wir messen zuerst die induzierte Spannung als Funktion des Winkels  $\alpha$  zwischen Magnetfeld und Flächennormale der Flachspule.

Tabelle 3: Spannung als Fkt. des Winkels  $\alpha$

| Drehwinkel $\alpha [^\circ]$ | Spannung $U_m [V]$ |
|------------------------------|--------------------|
| 0,0 ± 1,0                    | $1,54 \pm 0,03$    |
| 30,0 ± 1,0                   | $1,34 \pm 0,03$    |
| 60,0 ± 1,0                   | $0,82 \pm 0,03$    |
| 90,0 ± 1,0                   | $0,056 \pm 0,006$  |
| 120,0 ± 1,0                  | $0,1776 \pm 0,008$ |
| 150,0 ± 1,0                  | $1,36 \pm 0,03$    |
| 180,0 ± 1,0                  | $1,52 \pm 0,03$    |

Nun messen wir noch die induzierte Spannung in Abhängigkeit der Frequenz der Verhältnisspannung auf der Helmholzspule, sowie den Strom durch die Helmholzspule.

Tabelle 4: Spannung ab Fl. der Wechselspannungs frequenz

| $I$ [mA] | Frequenz [Hz] | Spannung $U_{RS}$ [V] |                       | Frequenz [Hz] | $U_m$ [V] | $I$ [mA] |
|----------|---------------|-----------------------|-----------------------|---------------|-----------|----------|
|          |               |                       | Siehe andere<br>Blatt |               |           |          |

Tabelle 4: Spannung als Fkt. der Verhällopsspannung freie, 0,02

Holzholzspalte

| Strom I [A]       | Spannung V1 V3 | Frequenz [Hz]      | Vn, 1 V3    |
|-------------------|----------------|--------------------|-------------|
| 0,4080 ± 0,0010   | 4,16 ± 0,04    | 20,16 ± 0,29       | 1,96 ± 0,03 |
| 0,2670 ± 0,0010   | 4,32 ± 0,04    | 39,38 ± 0,08<br>58 | 2,82 ± 0,03 |
| 0,1880 ± 0,0010   | 4,32 ± 0,04    | 60,3 ± 0,6         | 2,76 ± 0,03 |
| 0,1450 ± 0,0010   | 4,36 ± 0,04    | 90,1 ± 0,7         | 2,84 ± 0,03 |
| 0,1180 ± 0,0010   | 4,32 ± 0,04    | 100,3 ± 0,3        | 2,84 ± 0,03 |
| ● 0,0580 ± 0,0010 | 4,32 ± 0,04    | 120,7 ± 0,3        | 2,80 ± 0,03 |
| 0,0840 ± 0,0010   | 4,32 ± 0,04    | 141,2 ± 0,8        | 2,88 ± 0,03 |
| 0,0740 ± 0,0010   | 4,32 ± 0,04    | 160,5 ± 0,7        | 2,84 ± 0,03 |
| 0,0650 ± 0,0010   | 4,32 ± 0,04    | 179,8 ± 0,6        | 2,82 ± 0,03 |
| 0,058 ± 0,0010    | 4,32 ± 0,04    | 202,4 ± 0,4        | 2,92 ± 0,03 |
| 0,0280 ± 0,0010   | 4,36 ± 0,4     | 404 ± 4            | 2,56 ± 0,03 |
| 0,0180 ± 0,0010   | 4,36 ± 0,4     | 602 ± 3            | 2,96 ± 0,03 |
| 0,0140 ± 0,0010   | 4,32 ± 0,4     | 803 ± 5            | 2,96 ± 0,03 |
| ● 0,0100 ± 0,0010 | 4,32 ± 0,4     | 1000 ± 3           | 2,96 ± 0,03 |
| 0,0080 ± 0,0010   | 4,32 ± 0,4     | 1180 ± 8           | 2,96 ± 0,03 |
| 0,005 ± 0,003     | 4,32 ± 0,4     | 1412 ± 8           | 2,96 ± 0,03 |
| 0,0050 ± 0,0020   | 4,32 ± 0,4     | 1585 ± 5           | 2,96 ± 0,03 |
| 0,004 ± 0,0020    | 4,32 ± 0,4     | 1815 ± 5           | 3,04 ± 0,03 |
| 0,0010 ± 0,0020   | 4,32 ± 0,4     | 2016 ± 8           | 3,08 ± 0,03 |

Außerdem beobachten wir qualitativ die Schwingung ihres  
man erzielbar noch die Induktionsspule in eine Längssumme  
Drehung versetzen.

Beobachtung: Wir sehen, dass die Schwingungsfrequenz  
mit der Drehfrequenz übereinstimmt ( $f = 1,47 \text{ kHz}$ )

#### 4. Bestimmung des Erdmagnetfelds durch Komensation

Wir richten die Induktionsspule mit dem Kompass in Nord-Süd-Richtung. Wir versetzen die Spule in Drehung und messen Drehfrequenz und Spannung:

$$U_m = 14,6 \pm 3 \text{ mV} \quad f = 16,3 \pm 0,3 \text{ Hz}$$

Nun kompensieren wir die ~~die~~ Vertikalkomponente des  
Erdmagnetfelds, indem wir das Magnetsatz des Helmholz-  
Spulen mit gleichem Betrag und entgegengesetzter Richtung  
einstellen. Dabei hat  $U_m$  ein Minimum. Wir messen  
 $U_m$ ,  $f$ , Drehfrequenz und Strom durch die Helmholz-  
Spulen.

$$U_m = 82,0 \pm 2,0 \text{ mV} \quad f = 16,3 \pm 0,3 \text{ Hz}$$

$$I = 0,0470 \pm 0,0010 \text{ A}$$

J. Wacker 21.02.22

Anmerkung: In Protokoll bei Tabelle 4 haben wir ausversehen beim Fehler der Spannung an der Helmholtzspule bei manchen Werten 0,4V statt 0,04V geschrieben, was die eigentliche Schwankung des Wertes war.

## Auswertung

Die Rechnungen zur Auswertung wurden in Python durchgeführt. Der Code ist am Ende des Dokuments zu finden.

### Induktionsgesetz

Wir tragen zunächst unsere gemessene Induktionsspannung für die Frequenz auf, sowie über den Spulenstrom. Dabei achten wir darauf, dass Gleichung 3 für die Scheitelspannung gilt, wir aber die Spitze-Spitze-Spannung gemessen haben. Wir müssen also unsere Spannungsmesswerte noch durch 2 teilen. Wir erhalten wie erwartet zwei lineare Zusammenhänge:

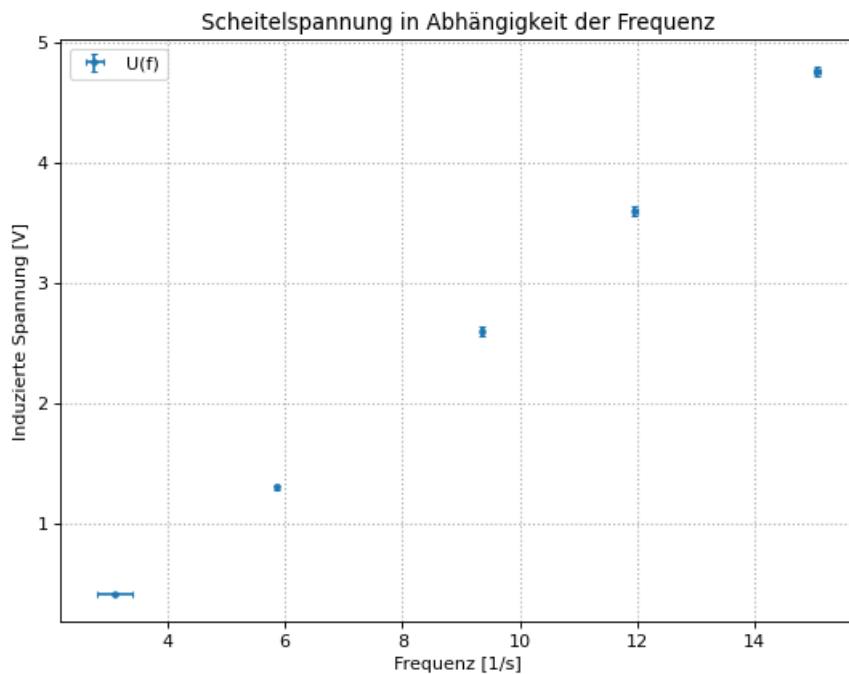


Abbildung 5: Induzierte Spannung als Funktion der Frequenz

Wir sehen hier beim ersten Wert einen ungewöhnlich großen Fehler in der Frequenz. Dies liegt daran, dass bei geringer Antriebsfrequenz des Motors das Oszilloskop die Frequenz nicht so genau bestimmen konnte, sodass der Wert hier sehr schwankt hat.

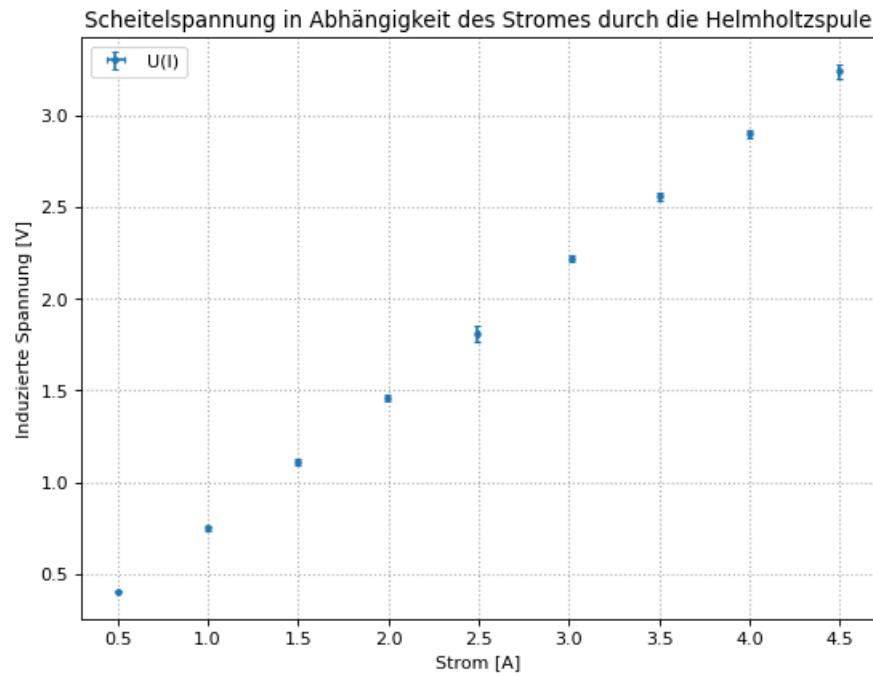


Abbildung 6: Induzierte Spannung als Funktion des Stromes

Wir führen bei beiden Diagrammen einen fit mit einer Gerade durch und erhalten für die Steigungen

$$s_1 = \frac{U}{f} = 0,358 \pm 0,008 Vs \quad (9)$$

$$s_2 = \frac{U}{I} = 0,7154 \pm 0,0024 \frac{V}{A} \quad (10)$$

Die Diagramme mit fit sind hier zu sehen:

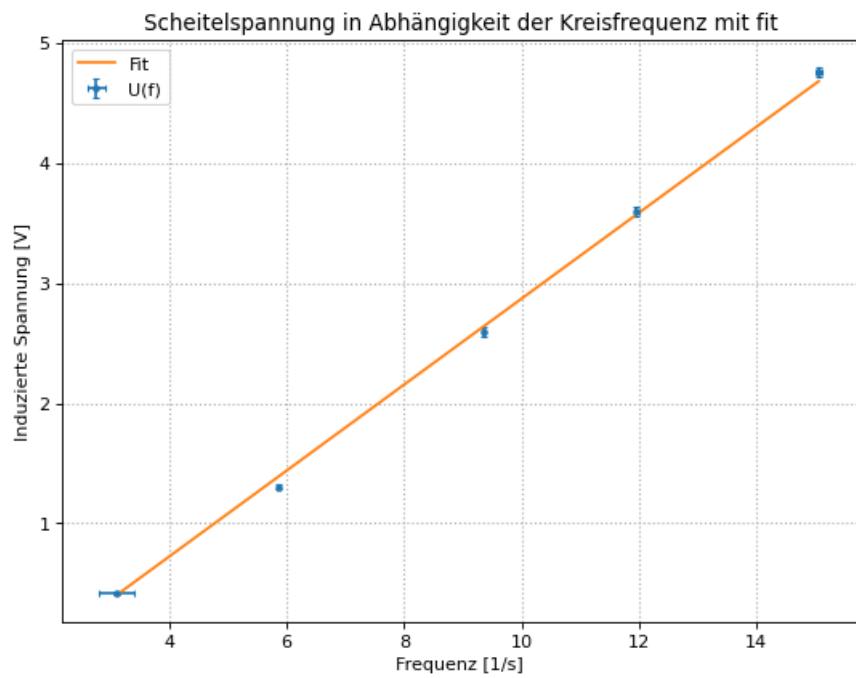


Abbildung 7: Induzierte Spannung als Funktion der Frequenz mit fit

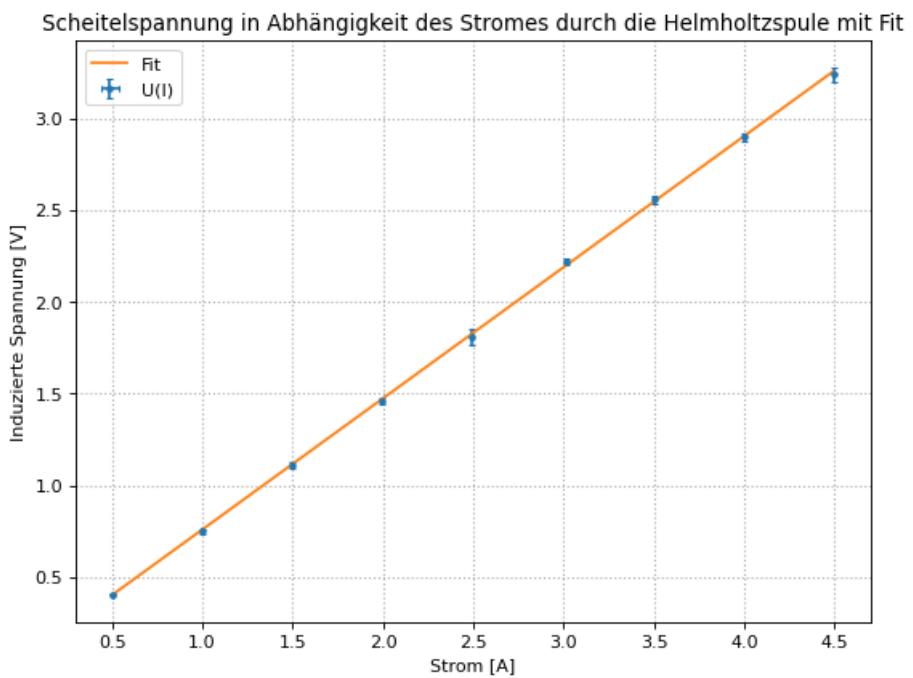


Abbildung 8: Induzierte Spannung als Funktion des Stroms mit fit

Die Geraden erfüllen die Geradengleichung aus Gleichung 3, sodass wir aus der Steigung

des U(f) Diagramms die magnetische Feldstärke errechnen können:

$$B = \frac{s_1}{2\pi NA} \pm \frac{\Delta s_1}{2\pi NA} = (0,00341 \pm 0,00007)T \quad (11)$$

Wir vergleichen dies mit der theoretisch erwarteten Feldstärke im Zentrum der Helmholtzspule gemäß Gleichung 5:

$$B_H = \frac{8\mu_0 NI}{\sqrt{125}R} \pm \frac{8\mu_0 N\Delta I}{\sqrt{125}R} = (0,0030282 \pm 0,0000008)T \quad (12)$$

## Induktionsspannung bei periodischem Feldstrom

Wir tragen zunächst unsere gemessene Induzierte Spannung gegen den Winkel zwischen Flächennormale der Flachspule und Magnetfeld der Helmholtzspule auf:

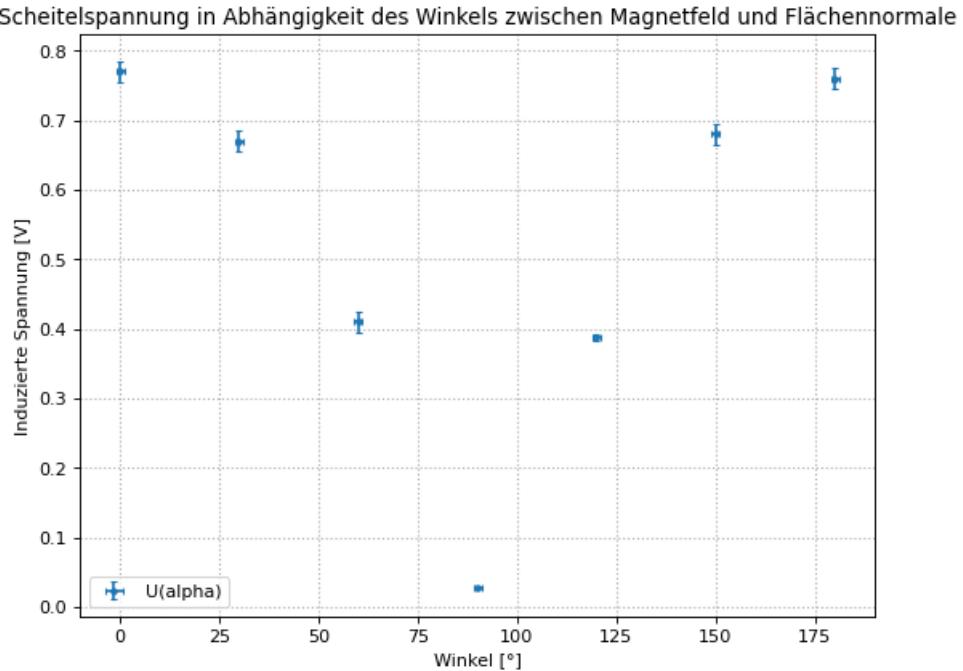


Abbildung 9: Induzierte Spannung als Funktion des Winkels zwischen Flächennormale und Magnetfeld

Dabei können wir gut erkennen wie für 0 und 180 Grad, wo der  $|\cos \alpha|$  gleich 1 ist, die induzierte Spannung maximal ist, und für 90 Grad, wo die vom Magnetfeld durchsetzte Fläche am geringsten ist, auch die Spannung ein Minimum hat. Wenn man die letzten drei Messwerte  $\cdot(-1)$  nimmt, erhält man genau die Kosinus-Form aus Gleichung 4.

Als nächstes berechnen wir das Verhältnis von induzierter und angelegter Spannung  $\frac{U_i}{U_H}$  sowie

den effektiven Widerstand  $R = \frac{U_H}{I}$  bei der Messung für unterschiedliche Wechselstromfrequenzen. Dabei mussten wir leider die letzten 4 Messwerte aus der Rechnung und dem Diagramm herausnehmen, da wir dort den Strom nicht mehr richtig messen konnten, da dieser zu klein war, aber unser Messgerät aus einem unerklärlichen Grund nicht auf Milliampère umstellen wollte. Wir erhalten also

| Frequenz f [Hz] | $\frac{U_i}{U_H}$ | $R = \frac{U_H}{I} [\Omega]$ |
|-----------------|-------------------|------------------------------|
| 20, 16 ± 0, 29  | 0, 447 ± 0, 008   | 5, 11 ± 0, 05                |
| 39, 58 ± 0, 08  | 0, 583 ± 0, 009   | 8, 09 ± 0, 08                |
| 60, 3 ± 0, 6    | 0, 639 ± 0, 009   | 11, 49 ± 0, 12               |
| 80, 1 ± 0, 3    | 0, 651 ± 0, 009   | 15, 03 ± 0, 17               |
| 100, 3 ± 0, 3   | 0, 657 ± 0, 009   | 18, 31 ± 0, 23               |
| 120, 7 ± 0, 3   | 0, 667 ± 0, 009   | 22, 0 ± 0, 3                 |
| 141, 2 ± 0, 8   | 0, 667 ± 0, 009   | 25, 7 ± 0, 4                 |
| 160, 5 ± 0, 7   | 0, 667 ± 0, 009   | 29, 2 ± 0, 5                 |
| 179, 8 ± 0, 9   | 0, 677 ± 0, 009   | 33, 2 ± 0, 6                 |
| 202, 4 ± 0, 4   | 0, 677 ± 0, 009   | 37, 2 ± 0, 7                 |
| 404 ± 4         | 0, 679 ± 0, 009   | 77, 9 ± 2, 9                 |
| 602 ± 3         | 0, 679 ± 0, 009   | 121 ± 7                      |
| 803 ± 5         | 0, 685 ± 0, 009   | 154 ± 11                     |
| 1000 ± 3        | 0, 685 ± 0, 009   | 216 ± 22                     |
| 1180 ± 8        | 0, 685 ± 0, 009   | 270 ± 30                     |

Tabelle 1: Verhältnis von angelegter und induzierter Spannung, sowie Widerstand als Funktion der Frequenz

Wir tragen beides gegen die Frequenz auf:

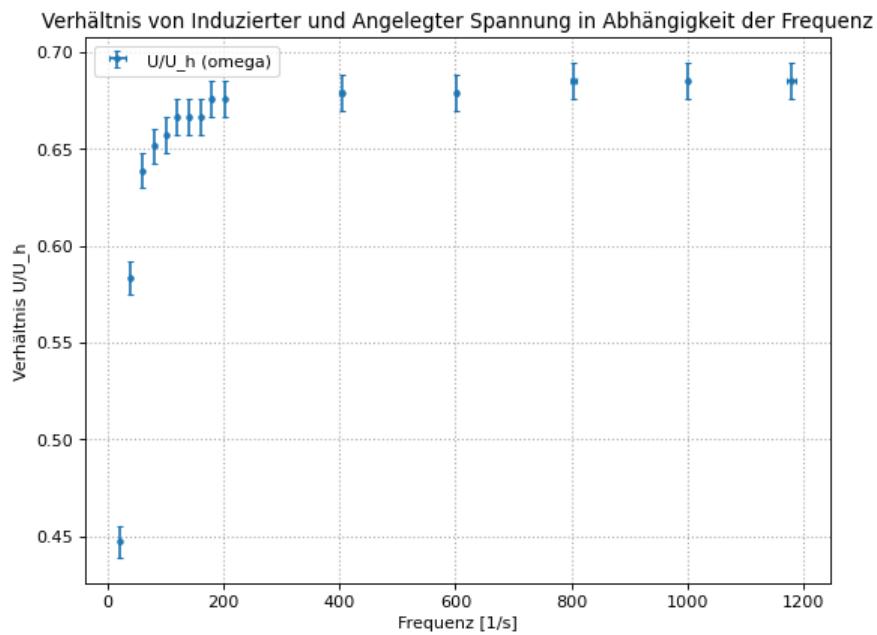


Abbildung 10: Spannungsverhältnis als Funktion der Frequenz

Hier können wir sehen, dass sich das Verhältnis ab einer gewissen Frequenz kaum mehr ändert. Dies liegt daran, dass die Änderung der Induktionsspannung durch die höher werdende Frequenz durch das sinken des Stromes durch die Selbstinduktion der Spule kompensiert wird.

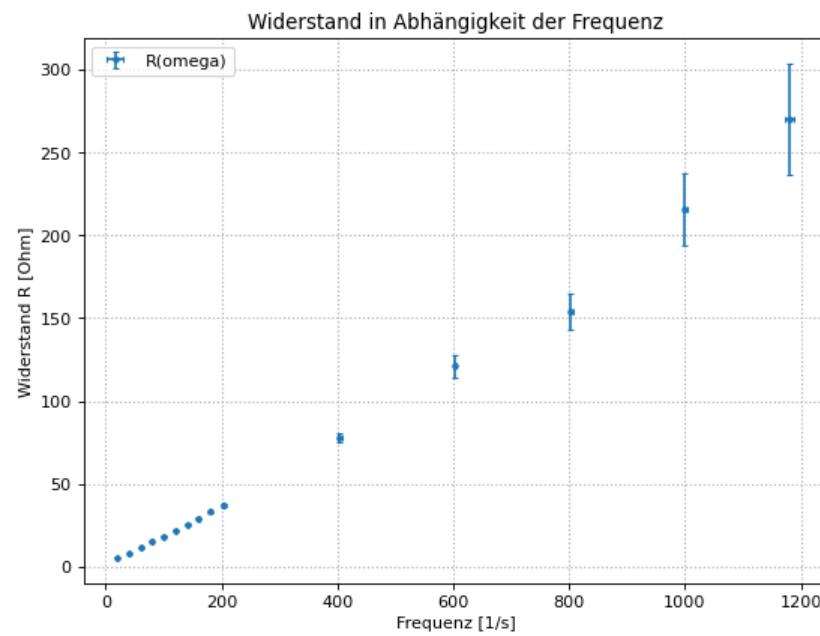


Abbildung 11: Effektiver Widerstand als Funktion der Frequenz

Hier sehen wir einen linearen Zusammenhang, den wir durch eine Gerade fitten können, um die Induktivität gemäß Gleichung 6 zu bestimmen. Außerdem fällt uns ein großer Fehler für die letzten Messwerte auf, was hier den gleichen Grund hat warum wir auch die letzten paar Messwerte für die Berechnung ignorieren mussten, da der Strom zu klein, und dadurch der relative Fehler des Stromes viel zu groß war.

Wir führen den fit durch und erhalten eine Steigung von

$$s_3 = (0,1699 \pm 0,0025)H \quad (13)$$

Dies ergibt eine Induktivität von

$$L = \frac{s_3}{2\pi} \pm \frac{\Delta s_3}{2\pi} = (0,0270 \pm 0,0004)H \quad (14)$$

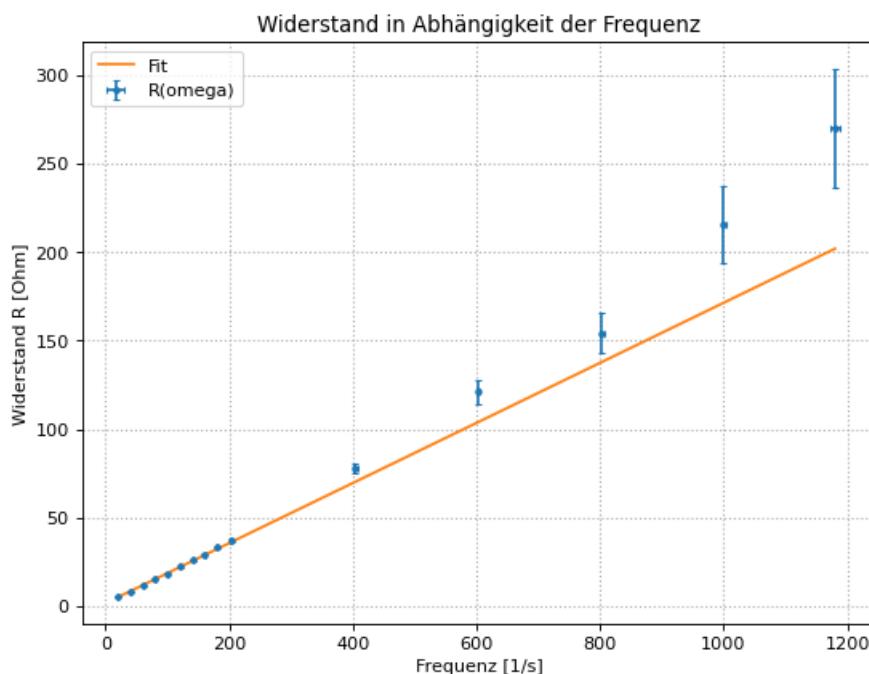


Abbildung 12: Effektiver Widerstand als Funktion der Frequenz mit fit

## Erdmagnetfeld

Wir bestimmen aus unseren Messwerten ohne externes Magnetfeld zunächst das Erdmagnetfeld:

$$B_E = \frac{U_E}{2\pi ANf} \pm \sqrt{\left(\frac{\Delta U_E}{U_E}\right)^2 + \left(\frac{\Delta f}{f}\right)^2} \cdot B_E = (57,4 \pm 1,4)\mu T \quad (15)$$

Aus unseren Daten bei der Kompensationsmessung können wir den Horizontalanteil des Erdmagnetfeldes bestimmen und erhalten

$$B_{ho} = \frac{U_{ho}}{2\pi ANf} \pm \sqrt{\left(\frac{\Delta U_{ho}}{U_{ho}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta f}{f}\right)^2} \cdot B_{ho} = (24,0 \pm 0,7)\mu T \quad (16)$$

Die Vertikalkomponente berechnen wir aus dem Strom durch die Helmholtzspule zu

$$B_v = \frac{8\mu_0 NI_v}{\sqrt{125}R} \pm \frac{8\mu_0 N\Delta I_v}{\sqrt{125}R} = (35,5 \pm 0,8)\mu T \quad (17)$$

Der Inklinationswinkel in Heidelberg lässt sich damit berechnen zu

$$\alpha = \frac{180^\circ}{\pi} \arccos \frac{B_{ho}}{B_E} \pm \frac{180^\circ}{\pi} \sqrt{\left(\frac{\Delta B_{ho}}{B_E \sqrt{1 - (\frac{B_{ho}}{B_E})^2}}\right)^2 + \left(\frac{B_{ho}\Delta B_E}{B_E^2 \sqrt{1 - (\frac{B_{ho}}{B_E})^2}}\right)^2} = (65,3 \pm 1,0)^\circ \quad (18)$$

## Zusammenfassung und Diskussion

Das Ziel des Versuches war es, das Induktionsgesetz mithilfe einer rotierenden Flachspule im homogenen Magnetfeld einer Helmholtzspule zu überprüfen, indem wir Induktionsspannung in Abhängigkeit der Drehfrequenz und des Magnetfelds messen, sowie bei periodischem Magnetfeld die Induktionsspannung in Abhängigkeit des Winkels zwischen Magnetfeld und Induktionsspule zu messen. Daraus haben wir die Induktivität der Spule bestimmt. Zum Schluss haben wir noch das Erdmagnetfeld, sowie den Inklinationswinkel durch Kompensation des Vertikalanteils des Erdmagnetfeldes bestimmt.

Zu Beginn haben wir einen Strom an die Helmholtzspule angeschlossen, und die Flachspule mit einem Motor rotieren lassen. Wir haben die induzierte Spannung für verschiedene Frequenzen und verschiedene Ströme gemessen. Beim Auftragen unserer Messwerte gegen die Frequenz/Strom haben wir lineare Zusammenhänge festgestellt, wie es auch vom Induktionsgesetz vorhergesagt wurde. Aus der Spannung in Abhängigkeit der Frequenz haben wir die Steigung der Gerade mit einem fit zu  $s_1 = (0,358 \pm 0,008)Vs$  bestimmt. Daraus konnten wir dann das Magnetfeld der Helmholtzspule bestimmen. Dabei war unser Ergebnis

$$B = (0,00341 \pm 0,00007)T$$

Dies haben wir mit dem theoretischen Wert im Zentrum der Helmholtzspule verglichen. Für den theoretischen Wert haben wir

$$B_H = (0,0030282 \pm 0,0000008)T$$

erhalten. Dies entspricht einer Abweichung von

$$\sigma_B = \frac{|B_H - B|}{\sqrt{\Delta B_H^2 + \Delta B^2}} = 5,15 \quad (19)$$

Der Grund für die hohe Abweichung ist vermutlich, dass der Fehler in der Frequenz im Vergleich zur Ungenauigkeit der Spannung relativ groß ist, was man auch im Diagramm sehen kann, die curve fit Funktion allerdings nur den Spannungsfehler berücksichtigen kann. Dadurch ist der Fehler des experimentellen Werts des Magnetfelds sehr gering, was aber nicht der Realität entspricht.

Als nächstes haben wir einen periodischen Strom an die Helmholtzspule angeschlossen, und den Motor von der Flachspule getrennt. Wir haben die Flachspule in unterschiedlichen Winkeln zum Magnetfeld ausgerichtet, und die Induktionsspannung gemessen. Analog haben wir die Frequenz des Wechselstroms variiert und die Induktionsspannung gemessen. Wir die Induk-

tionsspannung gegen den Winkel aufgetragen, und wie erwartet gesehen, dass die Spannung mit  $|\cos \alpha|$  von der vom Magnetfeld durchsetzten Fläche abhängt. Danach haben wir aus unserer Messreihe zur Frequenz, wo wir Induktionsspannung, sowie Spannung und Strom an der Helmholtzspule gemessen haben, das Verhältnis  $\frac{U_i}{U_H}$  sowie den Widerstand an der Helmholtzspule  $\frac{U_H}{I_H}$  berechnet, und beide Werte gegen die Frequenz aufgetragen. Wir konnten beobachten, dass sich aufgrund der Selbstinduktion der Spule das Spannungsverhältnis einem festen Wert annähert. Für den Widerstand ergab sich ein linearer Zusammenhang, aus dem wir die Induktivität der Helmholtzspule bestimmen konnten. Für die Steigung der Gerade ergab sich  $s_3 = (0,1699 \pm 0,0025)H$ , woraus wir eine Induktivität von

$$L = (0,0270 \pm 0,0004)H$$

erhalten haben.

Zum Schluss haben wir die Flachspule ohne externes Magnetfeld rotieren lassen, und aus der induzierten Spannung die Erdmagnetfeldstärke bestimmt. Wir haben einen Wert von

$$B_E = (57,4 \pm 1,4)\mu T$$

erhalten. Durch Kompensationsmessung mit einem äußeren Magnetfeld, welches die Vertikalkomponente kompensiert, haben wir die Magnetfeldstärke der Horizontalkomponente bestimmt zu

$$B_{ho} = (24,0 \pm 0,7)\mu T$$

Aus dem Strom durch die Helmholtzspule bei der Kompensationsmessung haben wir außerdem die Vertikalkomponente bestimmt zu

$$B_v = (35,5 \pm 0,8)\mu T$$

Der Inklinationswinkel ergibt sich damit zu

$$\alpha = (65,3 \pm 1,0)^\circ$$

mit dem Literaturwert in Heidelberg von  $66^\circ$  entspricht dies einer Abweichung von

$$\sigma_\alpha = 0,71$$

Die Werte stimmen also gut überein.

# Versuch 245 Induktion - Auswertung

Felix Fleischle - 21.2.2022

```
In [1]: import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.optimize import curve_fit
```

```
In [2]: #1.2 Induktionsgesetz
# Messwerte

f_1 = np.array([3.1, 5.85, 9.36, 11.96, 15.06])
f_1_err = np.array([0.3, 0.03, 0.03, 0.05, 0.05])
u_1 = np.array([0.836, 2.60, 5.20, 7.20, 9.52]) / 2 #Spitze-Spitze
u_1_err = np.array([0.020, 0.04, 0.08, 0.08, 0.08]) / 2

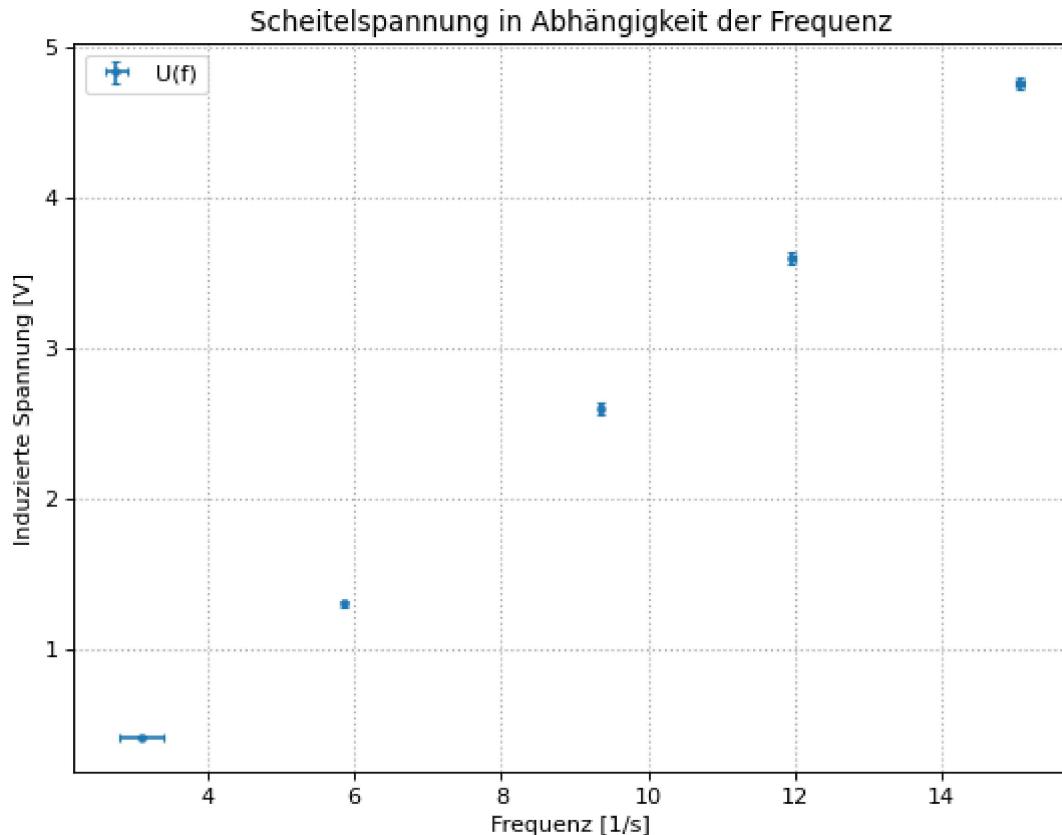
#omega_1 = 2*np.pi*f_1
#omega_1_err = 2*np.pi*f_1_err

#print("Kreisfrequenzen:", omega_1, "+-", omega_1_err, "[1/s]")

i_2 = np.array([0.502, 0.998, 1.501, 1.995, 2.495, 3.010, 3.501, 4.000, 4.492])
i_2_err = np.array([0.003, 0.003, 0.003, 0.003, 0.004, 0.003, 0.004, 0.004, 0.008])

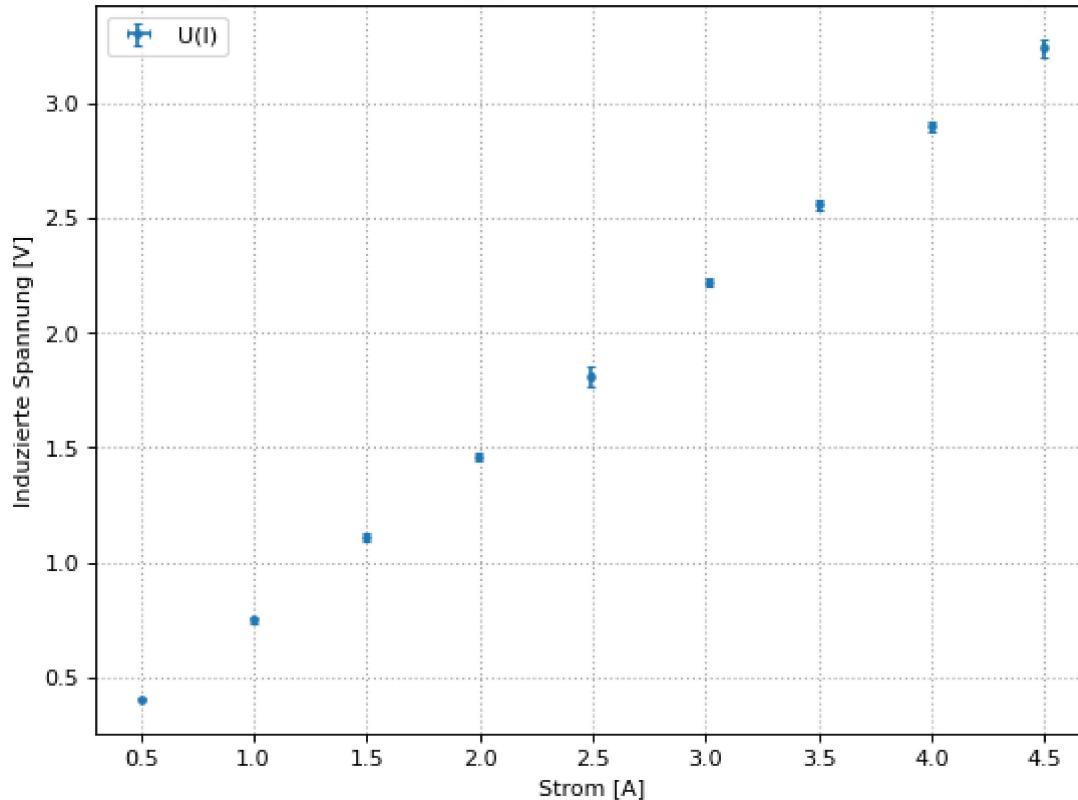
u_2 = np.array([0.808, 1.50, 2.22, 2.92, 3.62, 4.44, 5.12, 5.80, 6.48]) / 2
u_2_err = np.array([0.008, 0.03, 0.04, 0.03, 0.08, 0.04, 0.04, 0.04, 0.08]) / 2
```

```
In [3]: plt.figure(figsize=(8, 6), dpi=80)
plt.errorbar(f_1, u_1, label='U(f)', xerr=f_1_err, yerr=u_1_err, linestyle="none", marker = ".", capsize = 2)
plt.title('Scheitelpunktspannung in Abhängigkeit der Frequenz')
plt.xlabel('Frequenz [1/s]')
plt.ylabel('Induzierte Spannung [V]')
plt.legend()
plt.grid(linestyle=":", linewidth=1)
```



```
In [4]: plt.figure(figsize=(8, 6), dpi=80)
plt.errorbar(i_2, u_2, label='U(I)', xerr=i_2_err, yerr=u_2_err, linestyle="none", marker = ".", capsize = 2)
plt.title('Scheitelspannung in Abhängigkeit des Stromes durch die Helmholtzspule')
plt.xlabel('Strom [A]')
plt.ylabel('Induzierte Spannung [V]')
plt.legend()
plt.grid(linestyle=":", linewidth=1)
```

### Scheitelpunktspannung in Abhängigkeit des Stromes durch die Helmholtzspule



```
In [5]: def linear(x,a,b):
    return x*a + b

popt1, pcov1 = curve_fit(linear, f_1, u_1, sigma=u_1_err)

s1 = popt1[0]
s1_err = np.sqrt(pcov1[0,0])
print("Steigung U(f)", s1, "+-", s1_err, "[Vs]")

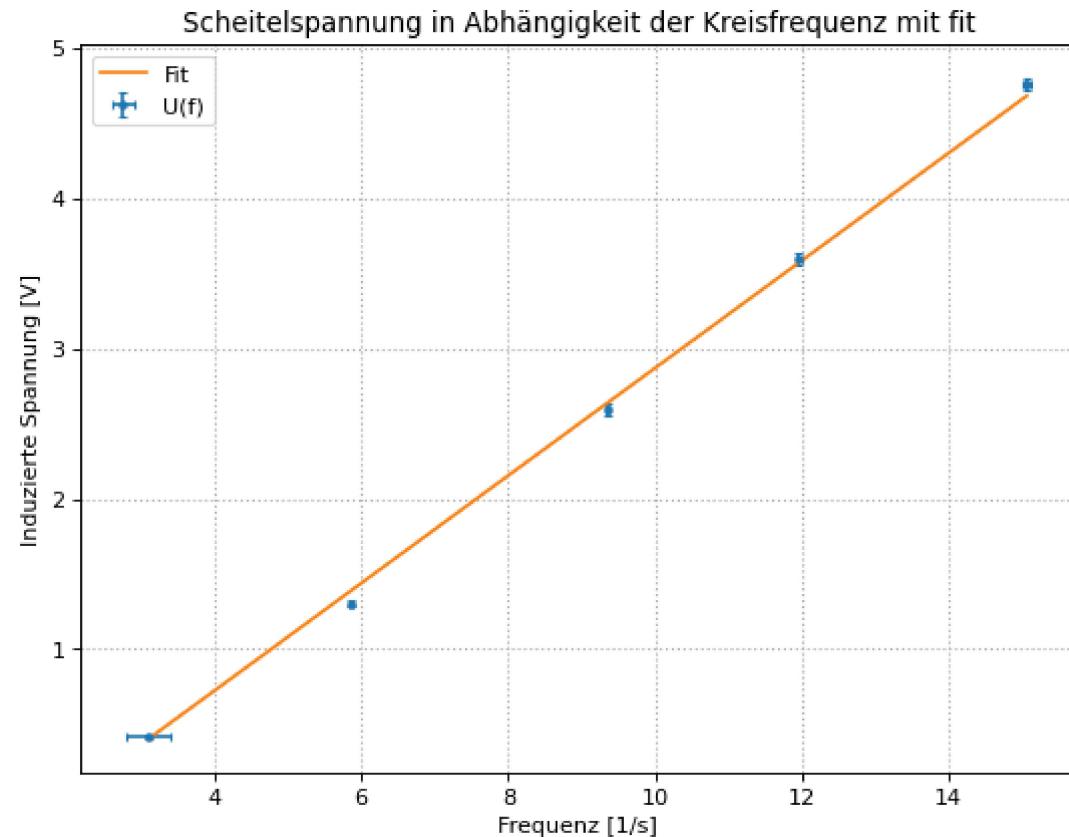
popt2, pcov2 = curve_fit(linear, i_2, u_2, sigma=u_2_err)

s2 = popt2[0]
s2_err = np.sqrt(pcov2[0,0])
print("Steigung U(I)", s2, "+-", s2_err, "[V/A]")
```

Steigung U(f) 0.35788487257480267 +- 0.007869249171111314 [Vs]

Steigung  $U(I)$  0.7154056221460654 +- 0.002405090316805902 [V/A]

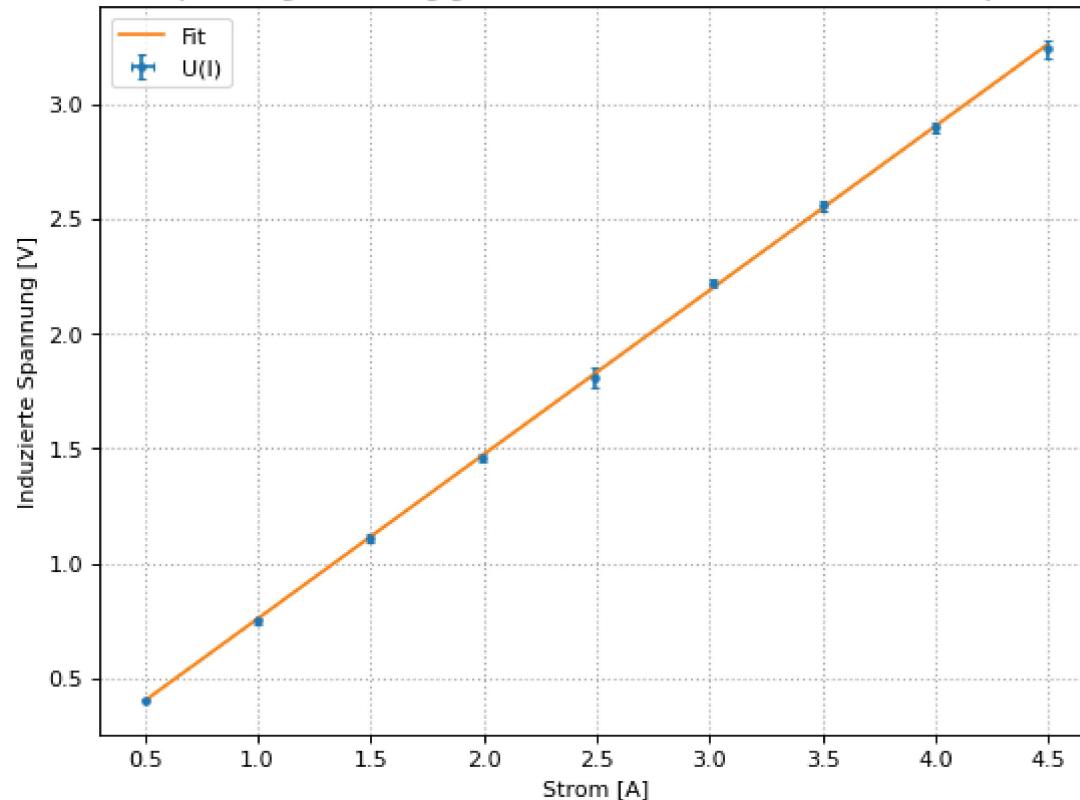
```
In [6]: plt.figure(figsize=(8, 6), dpi=80)
plt.errorbar(f_1, u_1, label='U(f)', xerr=f_1_err, yerr=u_1_err, linestyle="none", marker = ".", capsize = 2)
plt.plot(f_1, linear(f_1, *popt1), label="Fit")
plt.title('Scheitelspannung in Abhängigkeit der Kreisfrequenz mit fit')
plt.xlabel('Frequenz [1/s]')
plt.ylabel('Induzierte Spannung [V]')
plt.legend()
plt.grid(linestyle=":", linewidth=1)
```



```
In [7]: plt.figure(figsize=(8, 6), dpi=80)
plt.errorbar(i_2, u_2, label='U(I)', xerr=i_2_err, yerr=u_2_err, linestyle="none", marker = ".", capsize = 2)
plt.plot(i_2, linear(i_2, *popt2), label="Fit")
plt.title('Scheitelspannung in Abhängigkeit des Stromes durch die Helmholtzspule mit Fit')
plt.xlabel('Strom [A]')
```

```
plt.ylabel('Induzierte Spannung [V]')
plt.legend()
plt.grid(linestyle=":", linewidth=1)
```

Scheitelspannung in Abhängigkeit des Stromes durch die Helmholtzspule mit Fit



In [8]:

```
# Berechne Magnetfeld
A = 41.7*(0.01)**2 #m^2
N = 4000 #2*124

B_1 = s1 / (2*np.pi*N*A)
B_1_err = s1_err / (2*np.pi*N*A)

print("Magnetfeld:", B_1, "+-", B_1_err, "[T]")
```

Magnetfeld: 0.0034148169381350685 +- 7.508572565972218e-05 [T]

In [9]:

```
# theoretische Feldstärke
i_1 = 4.0060
```

```

i_1_err = 0.0010
N_h = 124
R = 0.5 * 0.295 #m
mu_0 = 1.25663706212*10**(-6) #N/A^2
B_theo = 8/np.sqrt(125) * mu_0 * N_h * i_1 / R
B_theo_err = 8/np.sqrt(125) * mu_0 * N_h * i_1_err / R

print("Theoretische Feldstärke", B_theo, "+-", B_theo_err, "[T]")

```

Theoretische Feldstärke 0.0030282062714842794 +- 7.559176913340687e-07 [T]

In [10]:

```

sigma_B = ((B_1 - B_theo) / (np.sqrt(B_1_err**2 + B_theo_err**2)))
print("Abweichung B:", sigma_B)

```

Abweichung B: 5.148662715502503

In [11]:

```

# 3. Winkel
# Messwerte
winkel = np.array([0, 30, 60, 90, 120, 150, 180])
winkel_err = np.ones(7)

u_3 = np.array([1.54, 1.34, 0.82, 0.056, 0.776, 1.36, 1.52]) / 2
u_3_err = np.array([0.03, 0.03, 0.03, 0.006, 0.008, 0.03, 0.03]) / 2

```

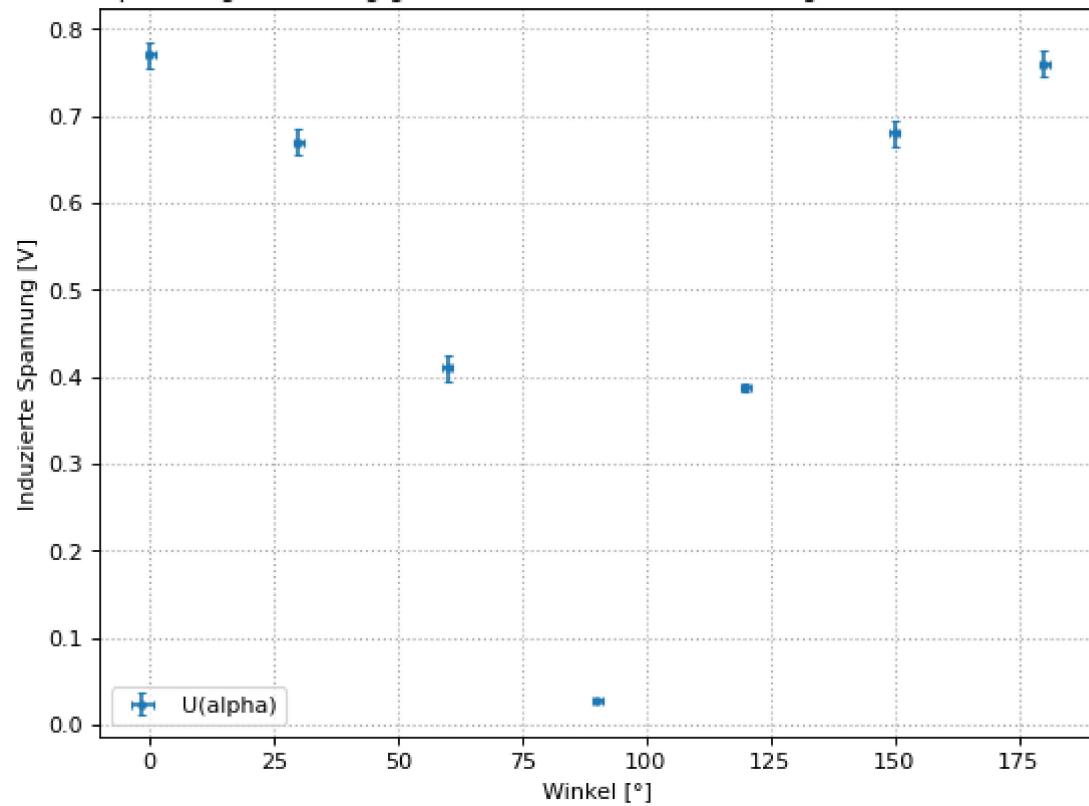
In [12]:

```

plt.figure(figsize=(8, 6), dpi=80)
plt.errorbar(winkel, u_3, label='U(alpha)', xerr=winkel_err, yerr=u_3_err, linestyle="none", marker = ".", capsize = 2)
plt.title('Scheitelspannung in Abhängigkeit des Winkels zwischen Magnetfeld und Flächennormale')
plt.xlabel('Winkel [°]')
plt.ylabel('Induzierte Spannung [V]')
plt.legend()
plt.grid(linestyle=":", linewidth=1)

```

Scheitelspannung in Abhängigkeit des Winkels zwischen Magnetfeld und Flächennormale



```
In [13]: # Frequenzvariation LETZTE 4 WERTE IGNORIERT!
f_4 = np.array([20.16, 39.58, 60.3, 80.1, 100.3, 120.7, 141.2, 160.5, 179.8, 202.4, 404, 602, 803, 1000, 1180]) #1412, 1585, 1815,
f_4_err = np.array([0.29, 0.08, 0.6, 0.3, 0.3, 0.3, 0.8, 0.7, 0.9, 0.4, 4, 3, 5, 3, 8]) #8, 5, 5, 8

#omega_4 = 2*np.pi*f_4
#omega_4_err = 2*np.pi*f_4_err

#print("Kreisfrequenzen:", omega_4, "+-", omega_4_err, "[1/s]")

u_4 = np.array([1.86, 2.52, 2.76, 2.84, 2.84, 2.88, 2.88, 2.88, 2.92, 2.92, 2.96, 2.96, 2.96, 2.96, 2.96]) / 2 #2.96, 2.96, 3.04,
u_4_err = np.ones(len(u_4))*0.03 / 2

i_4 = np.array([0.4070, 0.2670, 0.1880, 0.1450, 0.1180, 0.0980, 0.0840, 0.0740, 0.0650, 0.0580, 0.0280, 0.0180, 0.0140, 0.0140, 0.0100, 0.
i_4_err = np.array([0.0010, 0.0010, 0.0010, 0.0010, 0.0010, 0.0010, 0.0010, 0.0010, 0.0010, 0.0010, 0.0010, 0.0010, 0.0010, 0.0010, 0.0010, 0.0010

u_h = np.array([4.16, 4.32, 4.32, 4.36, 4.32, 4.32, 4.32, 4.32, 4.32, 4.32, 4.36, 4.36, 4.32, 4.32, 4.32]) / 2 #4.32, 4.32, 4.32,
```

```
u_h_err = np.ones(len(u_h))*0.04 / 2  
print(len(u_h))
```

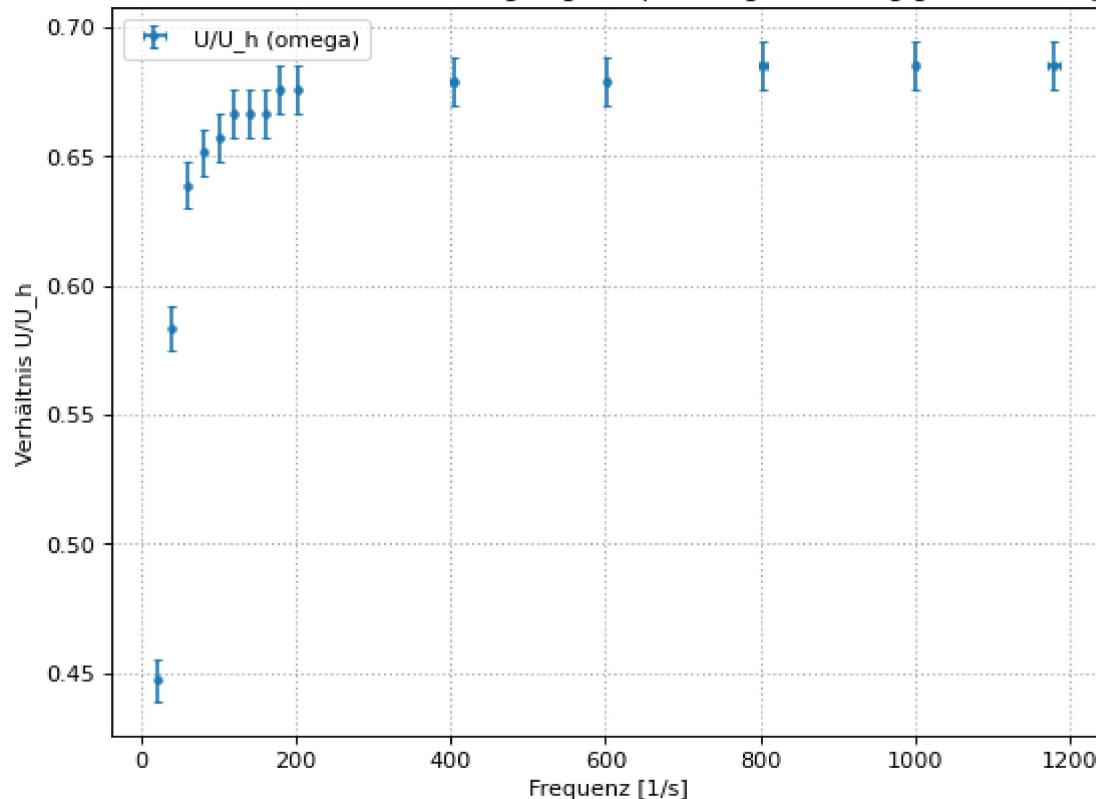
15

```
In [14]: relu = u_4 / u_h  
relu_err = np.sqrt((u_4_err/u_4)**2 + (u_h_err/u_h)**2)*relu  
  
resistance = u_h / i_4  
resistance_err = np.sqrt((u_h_err/u_h)**2 + (i_4_err/i_4)**2)*resistance  
  
print("Verhältnis von Induzierter zu Angelegter Spannung:", relu, "+-", relu_err)  
print("Widerstand in der Helmholtzspule:", resistance, "+-", resistance_err, "[Ohm]")
```

```
Verhältnis von Induzierter zu Angelegter Spannung: [0.44711538 0.58333333 0.63888889 0.65137615 0.65740741 0.66666667  
0.66666667 0.66666667 0.67592593 0.67592593 0.67889908 0.67889908  
0.68518519 0.68518519 0.68518519] +- [ 0.00839579 0.00879765 0.0091225 0.00911352 0.00923462 0.00929135  
0.00929135 0.00929135 0.00934853 0.00934853 0.00928105 0.00928105  
0.00940614 0.00940614 0.00940614]  
Widerstand in der Helmholtzspule: [ 5.11056511 8.08988764 11.4893617 15.03448276 18.30508475  
22.04081633 25.71428571 29.18918919 33.23076923 37.24137931  
77.85714286 121.1111111 154.28571429 216. 270. ] +- [ 0.05071897 0.08080226 0.12268746 0.17255659 0.22976515  
0.30369747  
0.38781477 0.47815859 0.59669385 0.72882725 2.87088985 6.8195211  
11.11261501 21.69239498 33.84246593] [Ohm]
```

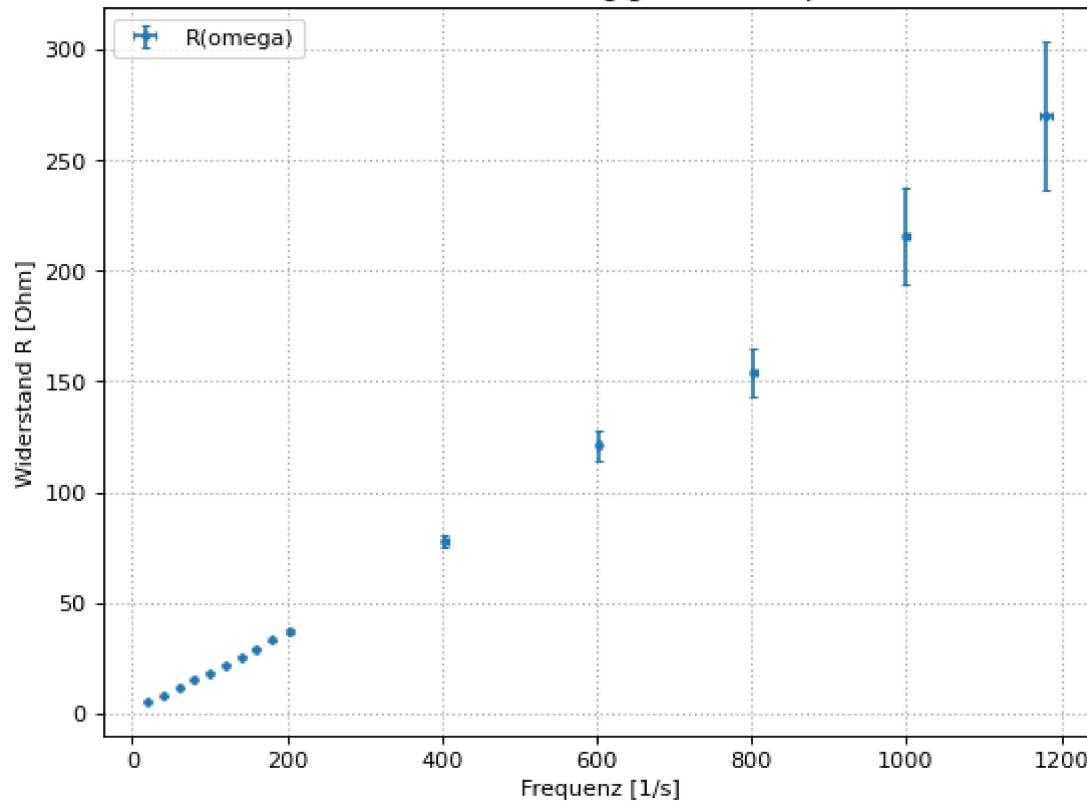
```
In [15]: plt.figure(figsize=(8, 6), dpi=80)  
plt.errorbar(f_4, relu, label='U/U_h (omega)', xerr=f_4_err, yerr=relu_err, linestyle="none", marker = ".", capsize = 2)  
plt.title('Verhältnis von Induzierter und Angelegter Spannung in Abhängigkeit der Frequenz')  
plt.xlabel('Frequenz [1/s]')  
plt.ylabel('Verhältnis U/U_h')  
plt.legend()  
plt.grid(linestyle=":", linewidth=1)
```

### Verhältnis von Induzierter und Angelegter Spannung in Abhängigkeit der Frequenz



```
In [16]: plt.figure(figsize=(8, 6), dpi=80)
plt.errorbar(f_4, resistance, label='R(omega)', xerr=f_4_err, yerr=resistance_err, linestyle="none", marker = ".", capsize = 2)
plt.title('Widerstand in Abhängigkeit der Frequenz')
plt.xlabel('Frequenz [1/s]')
plt.ylabel('Widerstand R [Ohm]')
plt.legend()
plt.grid(linestyle=":", linewidth=1)
```

### Widerstand in Abhängigkeit der Frequenz

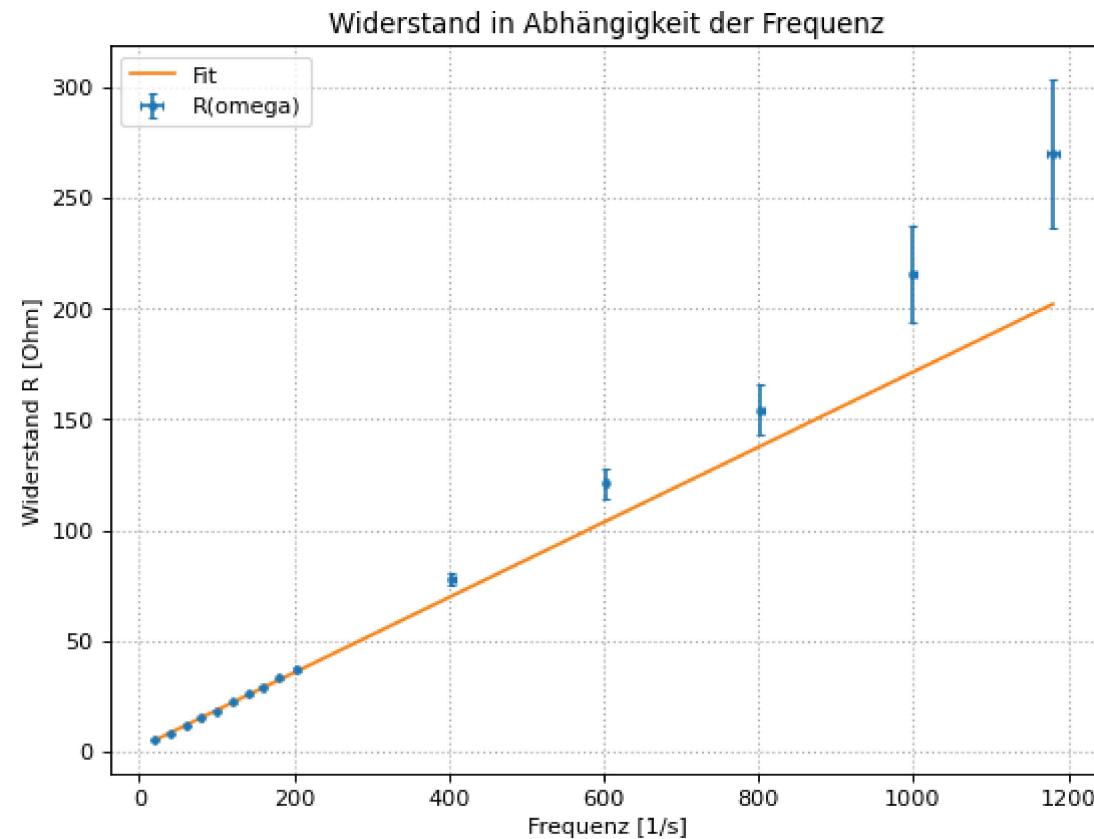


```
In [17]: # Bestimmung Induktivität
popt3, pcov3 = curve_fit(linear, f_4, resistance, sigma=resistance_err)

s4 = popt3[0]
s4_err = np.sqrt(pcov3[0,0])
print("Steigung:", s4, "+-", s4_err, "[Ohm s]")

plt.figure(figsize=(8, 6), dpi=80)
plt.errorbar(f_4, resistance, label='R(omega)', xerr=f_4_err, yerr=resistance_err, linestyle="none", marker = ".", capsize = 2)
plt.plot(f_4, linear(f_4, *popt3), label="Fit")
plt.title('Widerstand in Abhängigkeit der Frequenz')
plt.xlabel('Frequenz [1/s]')
plt.ylabel('Widerstand R [Ohm]')
plt.legend()
plt.grid(linestyle=":", linewidth=1)
```

Steigung: 0.16992605773295144 +- 0.002506017698128986 [Ohm s]



```
In [18]: L = s4 / (2*np.pi)
L_err = s4_err / (2*np.pi)

print("Induktivität:", L, "+-", L_err, "[H])
```

Induktivität: 0.02704457204831801 +- 0.00039884510413300137 [H]

```
In [19]: # 3. Erdmagnetfeld
u_e = 0.196 / 2
u_e_err = 0.003 / 2

f_e = 16.3
f_e_err = 0.3

#omega_e = 2*np.pi*f_e
```

```
#omega_e_err = 2*np.pi*f_e_err

B_e = u_e /(2*np.pi*A*N*f_e)
B_e_err = np.sqrt((u_e_err/u_e)**2 + (f_e_err/f_e)**2)*B_e

print("Erdmagnetfeld:", B_e, "+-", B_e_err, "[T]")

```

Erdmagnetfeld: 5.736705515221839e-05 +- 1.3732407970560665e-06 [T]

In [23]:

```
# Horizontalkomponente:
u_ho = 0.082 / 2
u_ho_err = 0.002 / 2

B_ho = u_ho /(2*np.pi*A*N*f_e)
B_ho_err = np.sqrt((u_ho_err/u_ho)**2 + (f_e_err/f_e)**2)*B_ho

print("Erdmagnetfeld Horizontalkomponente:", B_ho, "+-", B_ho_err, "[T]")

# Vertikalkomponente
i_v = 0.0470
i_v_err = 0.0010
B_v = 8/np.sqrt(125) * mu_0 * N_h * i_v / R
B_v_err = 8/np.sqrt(125) * mu_0 * N_h * i_v_err / R

print("Vertikalkomponente:", B_v, "+-", B_v_err, "[T]")

# Inklinationswinkel:
cosa = B_ho / B_e
#cosa_err = np.sqrt((B_e_err/B_e)**2 + (B_ho_err/B_ho)**2)*cosa

alpha = np.arccos(cosa) *(180/np.pi)
#alpha_err = np.arccos(cosa_err) *(180/np.pi)
alpha_err = np.sqrt( (-1/(np.sqrt(1-cosa**2)) * (B_ho_err / B_e))**2 + (-1/(np.sqrt(1-cosa**2)) * (B_ho*B_e_err / B_e**2))**2 ) *(1

print("Inklinationswinkel:", alpha, "+-", alpha_err, "[°]")

```

Erdmagnetfeld Horizontalkomponente: 2.400050266572402e-05 +- 7.333418824581703e-07 [T]

Vertikalkomponente: 3.552813149270123e-05 +- 7.559176913340687e-07 [T]

Inklinationswinkel: 65.26844588490013 +- 1.0243934451045786 [°]

In [22]:

```
alpha_lit = 66
sigma_alpha = (alpha_lit - alpha)/(alpha_err)

print("Abweichung Inklinationswinkel:", sigma_alpha)
```

Abweichung Inklinationswinkel: 0.7141339283220278

In [ ]: