

# Versuch 233 - Fourieroptik

Felix Fleischle

6.12.2021 und 13.12.2021

## Einleitung

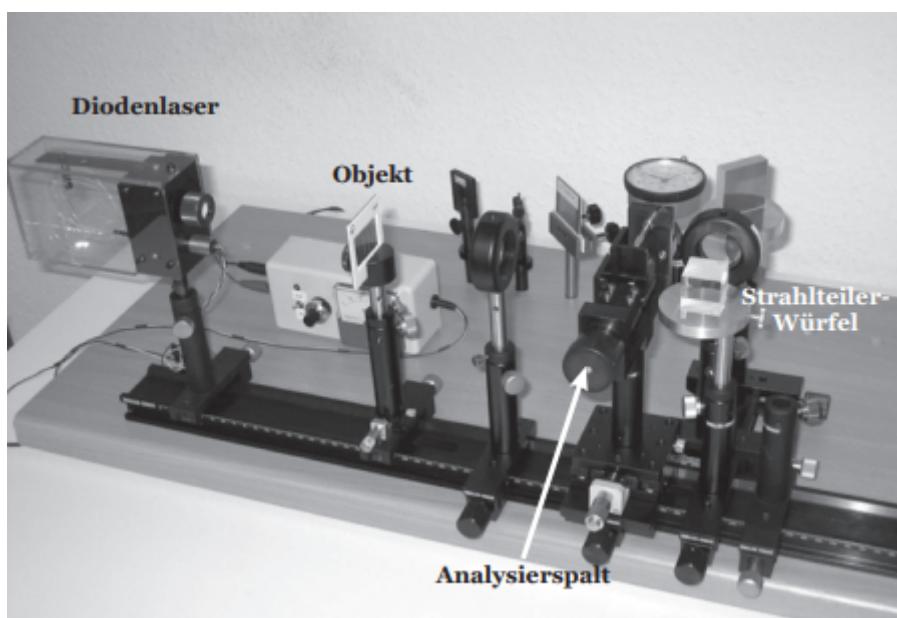


Abbildung 1: Bild des Versuchsaufbaus aus der Praktikumsanleitung

Das Ziel des Versuches ist es, die Beugungsbilder von Einzelpalt und Doppelpalt zu untersuchen, und mit den theoretischen Beugungsbildern zu vergleichen, sowie die Auswirkungen der Manipulation in der Fourierebene auf die Spaltbilder von Einzelpalt und Doppelpalt zu analysieren. Auch hier vergleichen wir mit den theoretischen Spaltbildern.

## Grundlagen

Wir betrachten bei diesem Experiment die Fraunhofer Beugung. Dabei nehmen wir eine unendlich weit entfernte Lichtquelle an, wobei parallele Lichtstrahlen auf das Beugungsobjekt treffen:

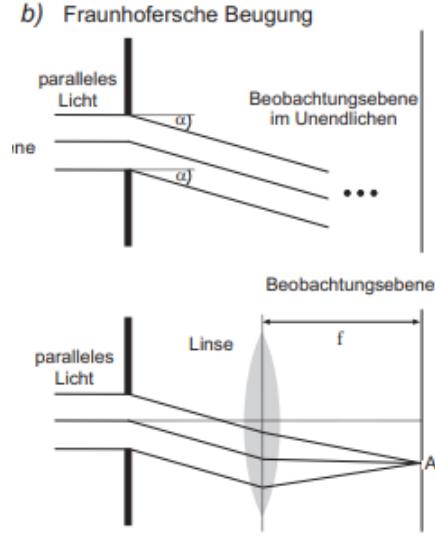


Abbildung 2: Frauenhofer Beugung

In unserem Experiment nähern wir diese Situation durch eine Linse, die die einfallenden Strahlen zu parallelstrahlen macht. Alle Punkte des Spaltes werden mit gleicher Amplitude und Phase erregt:

$$E_{Spalt}(y) = E_0 e^{-i\omega t} \quad (1)$$

Außerdem wird die Länge des Spaltes als sehr groß gegenüber der Breite angenommen. Nach dem Huygenschen Prinzip geht von jedem Punkt im Spalt eine Elementarwelle aus, welche in der Brennebene einer Linse interferieren. Alle Teilwellen mit dem gleichen Einfallsinkel  $\alpha$  interferieren im gleichen Punkt auf dem Schirm. Der Gangunterschied beträgt

$$l = R + y \sin \alpha \quad (2)$$

Wenn wir über alle Wellen entlang des Spaltes integrieren erhalten wir

$$\begin{aligned} E_\infty(\alpha) &= \int_{-d/2}^{d/2} E_0 e^{i(\omega t - kl)} dy \\ &= E_0 e^{i(\omega t - kR)} \frac{\sin(\pi d \sin(\alpha)/\lambda)}{\pi \sin(\alpha)/\lambda} \\ &= E_0 e^{i(\omega t - kR)} \frac{\sin x}{x} d \end{aligned} \quad (3)$$

mit  $x = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \alpha$ . Damit gilt für die Intensität

$$I_\infty(x) \propto I_0 \frac{\sin^2 x}{x^2} \quad (4)$$

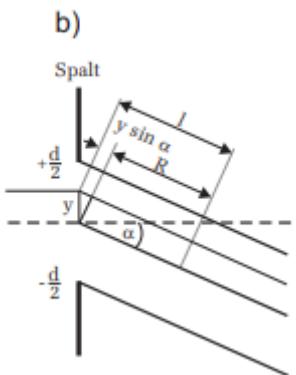


Abbildung 3: Gangunterschied bei der Fraunhofer Beugung

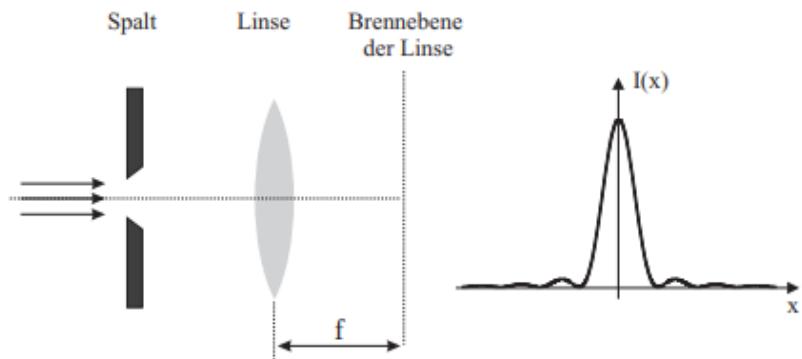


Abbildung 4: Intensitätsverteilung in der Brennebene der Linse

Man kann die Formel für das E-Feld auch allgemein herleiten. Wir wollen die elektrische Feldstärke im Punkt P bestimmen, die von einer allgemeinen Öffnung S ausgeht:

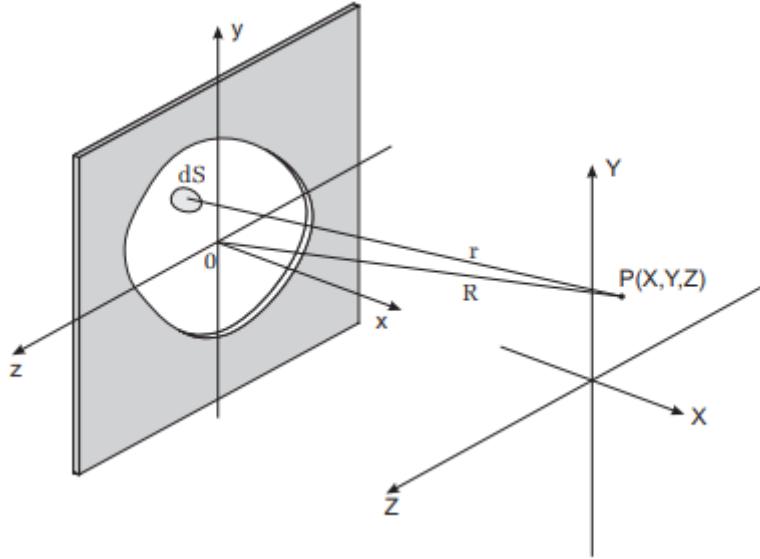


Abbildung 5: Beugung an einer beliebigen Öffnung

Wir betrachten Kugelwellen der Form

$$dE = \epsilon \frac{e^{ikr}}{r} dS \quad (5)$$

welche vom Flächenelement  $dS$  ausgehen.  $r = \sqrt{X^2 + (Y - y)^2 + (Z - z)^2}$  beschreibt den Abstand von  $dS$  zu  $P$ , und  $R = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$  den Abstand von  $P$  zum Ursprung. Wenn die beugenden Öffnung sehr klein ist im Vergleich zu  $R$ , können wir in der Amplitude der ebenen Welle  $r$  durch  $R$  ersetzen:

$$dE = \epsilon \frac{e^{ikr}}{R} dS \quad (6)$$

Wir vereinfachen den Phasen-Term, indem wir die Formel für  $R$  in  $r$  einsetzen:

$$r = R\sqrt{1 + (y^2 + z^2)/R^2 - 2(Yy + Zz)/R^2} \quad (7)$$

Im Fernfeld ist  $(y^2 + z^2)/R$  verschwindend klein, sodass wir diesen Term vernachlässigen können. Mit  $\sqrt{1 - \xi} = 1 - \xi/2$  für kleine  $\xi$  folgt außerdem:

$$r = R(1 - (Yy + Zz)/R^2) \quad (8)$$

Wenn wir nun über die ganze Öffnung integrieren folgt

$$E(R) = \epsilon \frac{e^{ikR}}{R} \int \int e^{-\frac{ik}{R}(Yy + Zz)} dy dz \quad (9)$$

Wenn wir uns auf einen kleinen Bereich um  $R$  beschränken, können wir  $\frac{e^{ikR}}{R}$  als konstant betrachten, und lassen diesen Term daher ab jetzt weg.  $\epsilon$  ist im allgemeinen nicht konstant, sondern kann durch die Öffnungsfunktion beschrieben werden:

$$\epsilon(y, z) = A(y, z) = A_0(y, z)e^{i\varphi(y, z)} \quad (10)$$

Damit folgt

$$E(Y, Z) = \int \int A(y, z)e^{-\frac{ik}{R}(Yy+Zz)} dy dz \quad (11)$$

Wir definieren die Raumfrequenzen:

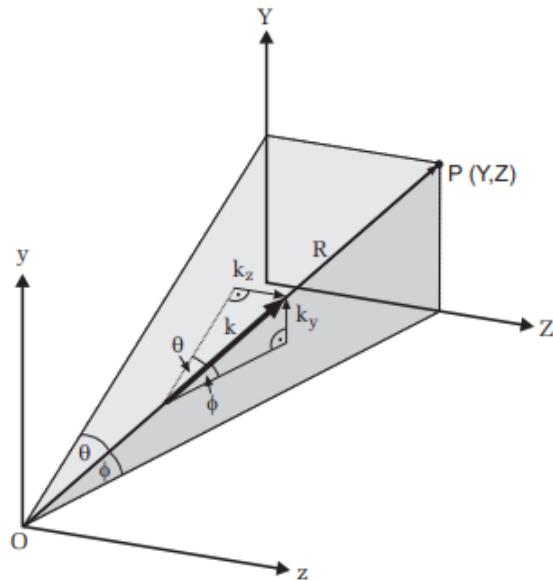


Abbildung 6: Raumfrequenzen

$$k_y = k \frac{Y}{R} = k \sin \phi \quad (12)$$

$$k_z = k \frac{Z}{R} = k \sin \theta \quad (13)$$

Es folgt

$$E(k_y, k_z) = \int \int A(y, z)e^{-i(k_y y + k_z z)} dy dz \quad (14)$$

Wie man sieht, entspricht dies der zweidimensionalen Fouriertransformation der Öffnungsfunktion  $A$ .

Wir können dies nun auf Einzelpalt und Doppelspalt anwenden. Die Öffnungsfunktion des Einzelpaltes ist die folgende:

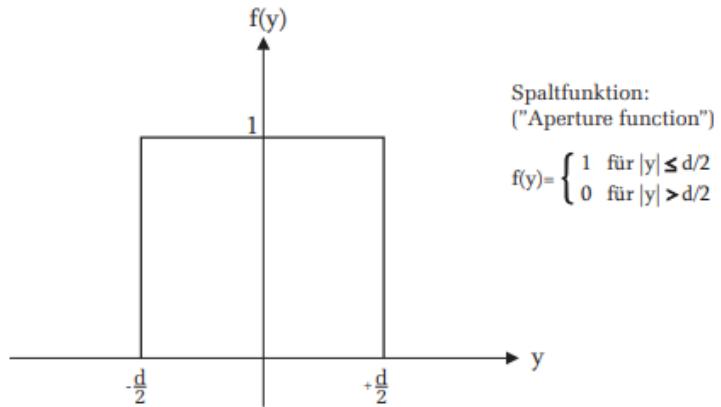


Abbildung 7: Öffnungsfunktion des Einzelspaltes

Damit ergibt sich die Fouriertransformierte zu

$$\begin{aligned}
F(k_y) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(y) e^{-ik_y y} dy \\
&= \int_{-d/2}^{d/2} e^{-ik_y y} dy \\
&= \frac{1}{ik_y} (e^{ik_y(d/2)} - e^{-ik_y(d/2)}) \\
&= \frac{1}{ik_y} 2i \sin(k_y d/2) \\
&= \frac{2(d/2)}{k_y(d/2)} \sin(k_y d/2) \\
&= \text{sinc}(k_y d/2) \cdot d
\end{aligned} \tag{15}$$

Wir erhalten also eine sinc Funktion für das Beugungsbild wie erwartet. Durch inverse Fouriertransformation erhält man nun wieder die Spaltfunktion zurück:

$$\begin{aligned}
f(y) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(k_y) e^{ik_y y} dk_y \\
&= \frac{d}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\sin(k_y d/2)}{k_y d/2} \cos(k_y y) dk_y
\end{aligned} \tag{16}$$

mit der Symmetrie der sinc-Funktion  $F(k_y) = F(-k_y)$ . Das Integral ist nur numerisch lösbar. Mit der oberen Grenze  $\infty$  erhält man dann wieder die perfekt rechteckige Spaltfunktion.

Wenn man untersuchen will, wie die Spaltfunktion aussieht, wenn man nur eine kleinere Zahl von gebeugten Teilstrahlen zulässt, so ist als obere Integrationsgrenze der Wert von  $k_y$  zu wählen, der gerade noch zugelassen wird. Im Experiment realisieren wir dies durch einen Analysierspalt in der Fourierebene, welcher eine einstellbare Anzahl an Beugungsordnungen ausbledet:

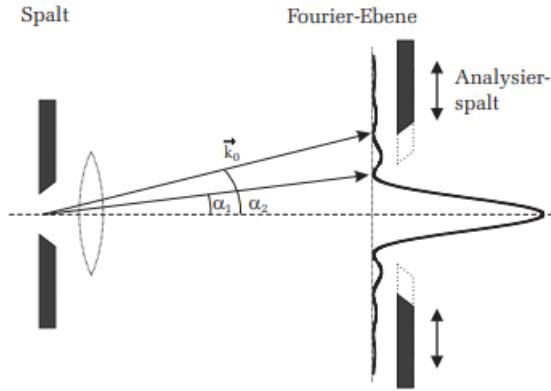


Abbildung 8: Ausblenden von Beugungsordnungen mit dem Analysierspalt

Wenn die obere Integrationsgrenze die n-te Nullstelle der Fouriertransformierten ist, gilt

$$k_{y,n} = k_0 \sin \alpha_n = k_0 \frac{n\lambda}{d} = \frac{2n\pi}{d} \quad (17)$$

und damit

$$f_{mod}(y) = \frac{d}{\pi} \int_0^{k_{y,n}} \frac{\sin(k_y d/2)}{k_y d/2} \cos(k_y y) dk_y \quad (18)$$

Damit die Berechnungen über dieses Integral mit dem beobachteten Spaltbild übereinstimmen, muss man diese noch quadrieren, da wir nur die Intensität beobachten können. Wenn wir nur das Hauptmaximum, bis hin zum Maximum 14. Ordnung zulassen, erhalten wir folgende Bilder:

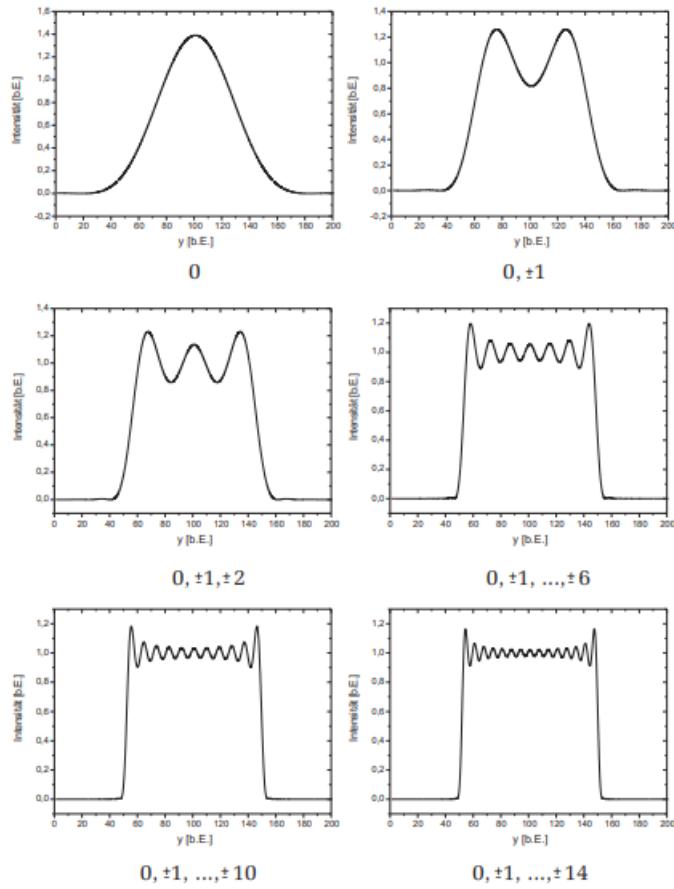


Abbildung 9: Spaltfunktion unter Berücksichtigung unterschiedlicher Beugungsordnungen

Wir können dieselben Rechnungen für den Doppelspalt durchführen. Die Spaltfunktion des Doppelspaltes sieht folgendermaßen aus:

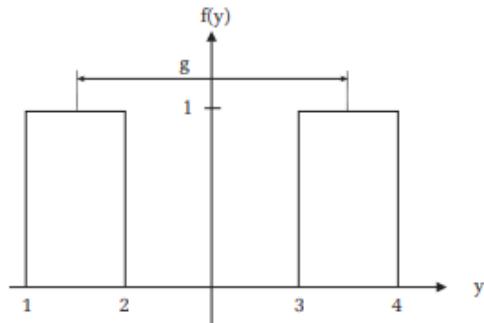


Abbildung 10: Spaltfunktion des Doppelspalts

Wir betrachten beide Spalte einzeln als nach rechts bzw. links verschobenen Einzelpalt:

$$F(k_y, \text{rechts}) = e^{-ik_y(g/2)} \frac{\sin(k_y d/2)}{k_y d/2} d \quad (19)$$

$$F(k_y, \text{links}) = e^{ik_y(g/2)} \frac{\sin(k_y d/2)}{k_y d/2} d \quad (20)$$

und damit

$$F = F(k_y, \text{rechts}) + F(k_y, \text{links}) = 2 \cos(k_y g/2) d \frac{\sin(k_y d/2)}{k_y d/2} \quad (21)$$

Die Fouriertransformierte des Doppelspalts besteht also aus der Fouriertransformierten des Einzelpaltes mit Interferenzterm. Wir setzen  $k_y = k_0 \sin \alpha = \frac{2\pi}{\lambda \sin \alpha}$  und quadrieren den Ausdruck, um die Intensität zu erhalten:

$$I = 4 \cos^2(\pi g/\lambda \sin \alpha) d^2 \frac{\sin^2(\pi d/\lambda \sin \alpha)}{\pi d/\lambda \sin \alpha} \quad (22)$$

Der cos-Ausdruck ist hier die Gitterfunktion, während der hintere Teil der Funktion des Einzelpaltes entspricht. Das Ergebnis ist das folgende Beugungsbild:

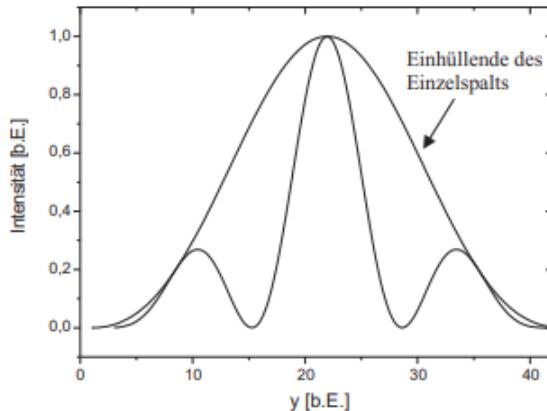


Abbildung 11: Beugungsbild des Doppelspaltes

Analog können wir auch hier wieder mit dem Analysierspalt verschiedene Beugungsordnungen auslenden, und erhalten

$$f_{mod}(y) = \frac{2d}{\pi} \int_0^{k_{y,n}} \cos(k_y g/2) \frac{\sin(k_y d/2)}{k_y d/2} \cos(k_y y) dk_y \quad (23)$$

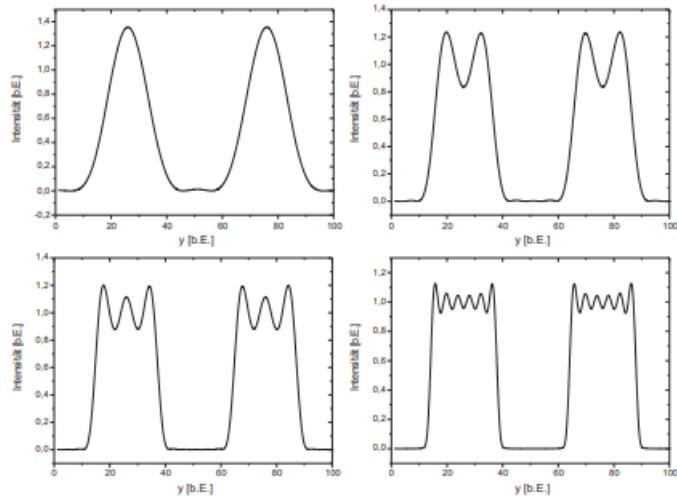


Abbildung 12: Spaltfunktion des Doppelspaltes unter Berücksichtigung unterschiedlicher Beugungsordnungen

Hierbei lässt sich auch die Auflösung untersuchen: Wenn wir den Analysierspalt weiter schließen, wird ab einem gewissen Punkt keine Doppelspaltstruktur mehr zu erkennen sein. Dieser Punkt ist genau das Maximum 1. Ordnung, welches noch zugelassen sein muss, um eine Doppelspaltstruktur zu erkennen. Wenn wir den Spalt weiter schließen, ergeben sich folgende Spaltbilder:

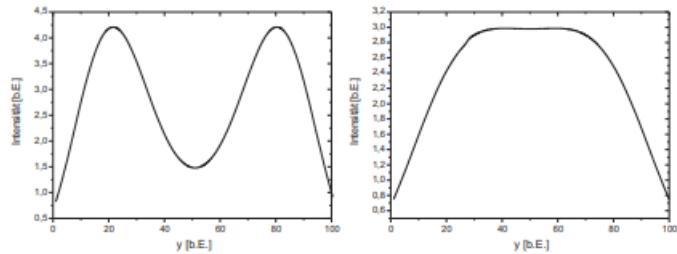


Abbildung 13: Auflösung beim Doppelspalt

## Durchführung

### Versuchsaufbau

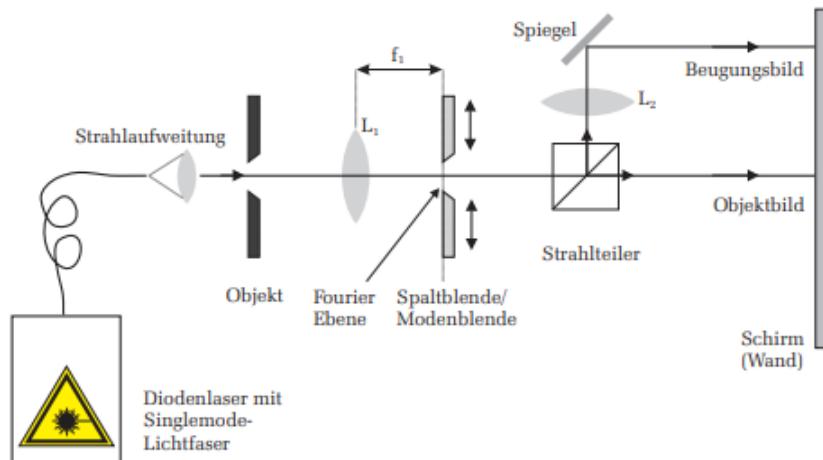


Abbildung 14: Aufbau des Versuchs

Der Versuchsaufbau besteht aus einem Diodenlaser mit  $\lambda = 635\text{nm}$  und einer Leistung von Maximal 1mW, welche über ein Potentiometer eingestellt werden kann. Das austretende Licht wird über eine Linse ins unendliche abgebildet, wobei der austretende Parallelstrahl einen Durchmesser von 7mm besitzt. Danach trifft das Licht auf das Beugungsobjekt, also Einzel- oder Doppelspalt, und danach auf eine Linse mit Brennweite 80mm, sodass das Objekt scharf auf den Schrim im Abstand von ca. 1m abgebildet wird. Wir wollen allerdings außer dem Objektbild auf dem Schirm auch noch die Beugungsstrukturen sehen können. Die Beugungsstrukturen entstehen in der Brennebene der Linse ( $f = 80\text{mm}$ ). Wir bilden also mit einer zweiten Linse diese Brennebene, oder Fourierebene, ebenfalls auf dem Schrim ab, aber getrennt vom ersten Abbildungspfad. Dazu nutzen wir einen Strahlenteiler, welcher ca. 50% des Lichts zur Linse und zum nachfolgenden Spiegel weiterleitet, wodurch das Beugungsbild vergrößert auf dem Schirm abgebildet wird. Um das Ausblenden verschiedener Beugungsordnungen in der Fourierebene zu untersuchen nutzen wir einen Analysierspalt, dessen halbe Öffnung an einer Messuhr abgelesen werden kann.

### Quantitative Beobachtungen am Einzelpunkt

Wir bestimmen zunächst die Beugungsstruktur des Einzelpaltes mit einer CCD-Zeilenkamera. Wir justieren die Linse  $L_2$  auf ein scharfes Beugungsbild in der Ebene der Kamera. Zusätzlich bauen wir eine Zylinderlinse vor der Kamera ein, um die Beugungsstruktur zu vergrößern. Wenn wir die Laserintensität verringern, sodass die Kamera nicht übersteuert, können wir ein klares Bild in der Software zur Kamera erkennen. Wir optimieren die Höhe der Zylinderlinse, Position

von  $L_2$  oder die transversale Position des Spaltes auf der optischen Bank, bis wir eine optimale Symmetrie der Beugungstruktur haben.

Wir bestimmen nun mit der Cursor-Funktion die Lage und Intensitäten der Maxima und Minima bis zur 5. Ordnung und speichern das Beugungsbild ab. Dabei müssen wir nach der Messung des ersten Maximums/Minimums die Laserintensität erhöhen, um die Maxima und Minima 5. Ordnung erkennen zu können. Von diesem Beugungsbild speichern wir ebenfalls das Bild ab. Außerdem messen wir die Intensität des Untergrunds.

Zum Schluss müssen wir noch die Abzisse eichen. Dazu schließen wir nach und nach den Analysierspalt, bis gerade ein Maximum verschwindet, d.h. sich der Spalt in der Position des Minimums befindet. Wir können die halbe Öffnung des Spaltes an der Messuhr ablesen. Auch hier speichern wir das Bild ab.

### **Beugungsstruktur des Doppelspalts**

Wir ersetzen den Einzelpunkt durch das Rähmchen mit dem Doppelspalt und justieren wieder den Versuchsaufbau, bis ein scharfes Bild auf dem Schirm beobachtbar ist. Zunächst beobachten wir qualitativ die Beugungsbilder der drei verschiedenen Doppelspalte und notieren unsere Beobachtungen. Dann nutzen wir den Spalt B für die quantitativen Messungen mit der CCD-Kamera. Wir stellen das Bild wieder in der Kameraebene scharf bis wir ein symmetrisches und scharfes Bild erkennen können. Wir bestimmen Lage und Intensität der Maxima und Minima im Bereich zwischen dem Hauptmaximum und dem Minimum 1. Ordnung der Spaltfunktion, also die erste Nullstelle der Einhüllenden, sowie erneut die Intensität des Untergrunds. Wir drucken wieder das Bild aus. Falls wir etwas an dem Versuchsaufbau verändert haben, müssen wir auch eine erneute Eichung durchführen.

### **Fourierbild des Einzelpaltes**

Wir untersuchen am Einzelpunkt die Auswirkungen der Manipulation in der Fourierebene auf das Spaltbild. Dazu stellen wir die Kamera in den anderen Strahlengang, und beobachten mit dem Schirm das Beugungsbild. Wir justieren den Aufbau auf maximal steile Kanten des Einzelpaltbildes, wobei wir den Abstand von  $L_1$  und  $L_2$  nicht verändern dürfen. Wir symmetrisieren das Spaltbild, indem wir den Analysierspalt langsam zu drehen, und prüfen, ob das Beugungsbild auf dem Schirm symmetrisch verschwindet.

Wir nehmen Bilder für die Positionen des Analysierspaltes vom 1. bis zum 5. Minimum des Beugungsbildes auf. Bei den ersten drei Bildern notieren wir außerdem die Intensitäten der Maxima, Minima und den Untergrund. Dann öffnen wir den Analysierspalt weiter, und nehmen ein Bild bei ca.  $n = 15$  auf, und bestimmen dabei die Abstände der Maxima und Minima. Außerdem bestimmen wir die Spaltbreite in Pixeln, welche hier gemäß der optischen Abbildung ( $L_1$ ) vergrößert erscheint. Wir bestimmen also auch die Bildweite  $b$  und notieren die Brennweite  $f$  von  $L_1$ .

### **Fourierbild des Doppelspaltes**

Nun betrachten wir das Spaltbild des Doppelspaltes. Wir justieren erneut auf möglichst steile Kanten und bestimmen die Spaltbreiten und Spaltabstand in Pixeln. Diese können wir erneut mit Bildweite und Brennweite umrechnen. Wir betrachten erneut die Auswirkungen auf das Spaltbild beim Zudrehen des Analysierspaltes und drucken ein Bild bei niedriger Beugungsordnung aus. Außerdem nehmen wir ein Bild auf, bei dem nur noch die Maxima 1. Ordnung zum Spaltbild beitragen, und eines bei dem auch die ersten Maxima vom Spalt abgeschnitten werden, und die Doppelspaltstruktur verschwindet. Zu diesen beiden Bildern notieren wir außerdem die Einstellung des Analysierspaltes.

Geräte:

- Singlemode Glasfaser - gekoppelter Diodenlaser
- Satz Beugungsobjekte: Spalte, Doppelspalt, Gitter, Kreuzgitter, Spalt mit gaußförmigem Transmissionsprofil
- verschiedene sphärische und Zylinderlinsen
- Strahlteiler
- Graufilter
- Spiegel
- verschiedene Fest-Reiter
- feinjustierbare Verschiebereiter
- symmetrisch öffnender Analysierspalt
- verschiedene schmale Metallstreifen als Modenblende
- CCD-Zeilenkamera mit PC und Monitor

Tabelle 1: Quantitative Messung am Einzelpunkt

Maximum	Position [px]	Intensität [cnt]	
0	$1064 \pm 3$	$0,637 \pm 0,002$	Ohne Sättigung
1	$941 \pm 3$	$0,038 \pm 0,002$	
2	$938 \pm 3$	$0,568 \pm 0,002$	In Sättigung
3	$842 \pm 3$	$0,255 \pm 0,002$	
4	$766 \pm 3$	$0,118 \pm 0,002$	
5	$667 \pm 3$	$0,070 \pm 0,002$	
	$584 \pm 3$	$0,045 \pm 0,002$	

Minimum	Position [px]	Intensität [cnt]	
1	$976 \pm 2$	$0,010 \pm 0,002$	Ohne Sättigung
2	$976 \pm 2$	$0,057 \pm 0,003$	In Sättigung
3	$887 \pm 2$	$0,037 \pm 0,003$	
4	$795 \pm 2$	$0,032 \pm 0,003$	
5	$712 \pm 2$	$0,014 \pm 0,003$	
	$624 \pm 2$	$0,012 \pm 0,003$	

Untergrund: Ohne Sättigung:  $0,002 \pm 0,001$ In Sättigung:  $0,002 \pm 0,001$

Eichung :	5	$624 \pm 2$	bei	$1,06 \pm 0,02$	mm
	4	$712 \pm 2$	bei	$0,83 \pm 0,02$	mm
	3	$795 \pm 2$	bei	$0,64 \pm 0,02$	mm
	2	$887 \pm 2$	bei	$0,42 \pm 0,02$	mm
	1	$976 \pm 2$	bei	$0,23 \pm 0,02$	mm

Tabelle 2: Beugungsstruktur am Doppelspalt

Maximum	Position [px]	Intensität [cnt]	
0	$933 \pm 2$	$0,573 \pm 0,005$	Ohne Sättigung
1	$896 \pm 2$	$0,348 \pm 0,003$	
1	$896 \pm 2$	$0,763 \pm 0,010$	In Sättigung
2	$863 \pm 2$	$0,104 \pm 0,002$	
3	$816 \pm 2$	$0,048 \pm 0,002$	
4	$783 \pm 2$	$0,050 \pm 0,002$	

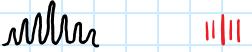
  

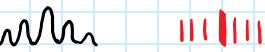
Minimum	Position [px]	Intensität [cnt]	
1	$914 \pm 2$	$0,010 \pm 0,002$	Ohne Sättigung
1	$875 \pm 2$	$0,015 \pm 0,004$	In Sättigung
2	$835 \pm 2$	$0,011 \pm 0,002$	
3	$799 \pm 2$	$0,009 \pm 0,002$	
4	$743 \pm 2$	$0,008 \pm 0,002$	

Untergrund: Ohne Sättigung :  $0,002 \pm 0,001$   
 In Sättigung :  $0,002 \pm 0,001$

Eichung :	4	$783 \pm 2$	bei	$0,30 \pm 0,01$	mm
	3	$799 \pm 2$	bei	$0,22 \pm 0,01$	mm
	2	$835 \pm 2$	bei	$0,16 \pm 0,01$	mm
	1	$875 \pm 2$	bei	$0,04 \pm 0,01$	mm

Qualitative Beobachtung :

breiter Abstand: 

mittlerer Abstand: 

schmaler Abstand: 

6.12.21

Martina

Tabelle 3: Position & Intensität der Minima & Maxima am Einzelspalt

Beugungsanordnung	Ordnung	Position [px]	Intensität [cnt]
0.	0. Max	$859 \pm 3$	$0,648 \pm 0,002$
1.	0. Min	$857 \pm 3$	$0,445 \pm 0,002$
	1. Max	$819 \pm 3$	$0,610 \pm 0,002$
2.	0. Max	$857 \pm 3$	$0,593 \pm 0,002$
	1. Min	$830 \pm 3$	$0,445 \pm 0,002$
	1. Max	$805 \pm 3$	$0,596 \pm 0,002$
3.	0. Min	$857 \pm 3$	$0,495 \pm 0,002$
	1. Max	$839 \pm 3$	$0,563 \pm 0,002$
	1. Min	$818 \pm 3$	$0,439 \pm 0,002$
	2. Max	$799 \pm 3$	$0,594 \pm 0,002$

Untergrund:  $(0,002 \pm 0,001)$  cnt

Tabelle 4: Positionsmessungen der Maxima und Minima relativ zum Minimum 0. Ordnung

Messung bei  $n = 8$

Ordnung	Position [px]	Ordnung	Position [px]	Breite [px]
0. Max	$857 \pm 3$	3. Max	$815 \pm 3$	$938 - 775$
1. Min	$849 \pm 3$	4. Min	$808 \pm 3$	
1. Max	$843 \pm 3$	4. Max	$800 \pm 3$	
2. Min	$835 \pm 3$	5. Min	$793 \pm 3$	
2. Max	$829 \pm 3$	5. Max	$786 \pm 3$	
3. Min	$821 \pm 3$			

Breite der Einzelspalte: links - Links:  $932 \pm 3$  links - rechts:  $1102 \pm 3$

rechts - Links:  $1295 \pm 3$  rechts - rechts:  $1455 \pm 3$

Abstand der Spalte:

Bildweite:  $(76,8 \pm 0,4)$  cm

Brennweite:  $f = 80$  mm

Fall a): Analysierspalt:  $(0,210 \pm 0,005)$  mm

Fall b): Analysierspalt:  $(0,060 \pm 0,005)$  mm



Mahn W

# Auswertung

Die Auswertung wurde mit Python durchgeführt. Das Skript ist am Ende des Dokuments zu finden.

## Quantitative Beobachtungen am Einzelpalt

### Eichung

Zuerst werten wir die Eichung aus, um den Umrechnungsfaktor von Pixeln in Meter zu erhalten. Dazu nehmen wir zuerst die Position des Hauptmaximums bei  $x = 1064\text{px}$ , und berechnen damit die Distanz der Minima zum 0. Maximum:

Minimum-Ordnung	1	2	3	4	5
Abstand zum 0. Max [px]	$88 \pm 4$	$177 \pm 4$	$269 \pm 4$	$352 \pm 4$	$440 \pm 4$
$x$ Analysierspalt [mm]	$0,230 \pm 0,020$	$0,420 \pm 0,020$	$0,640 \pm 0,020$	$0,830 \pm 0,020$	$1,060 \pm 0,020$

Tabelle 1: Abstände der Minima zum Hauptmaximum und zugehörige Spaltposition

Unsere ursprünglichen Messwerte haben wir bei diesem Bild aufgenommen:

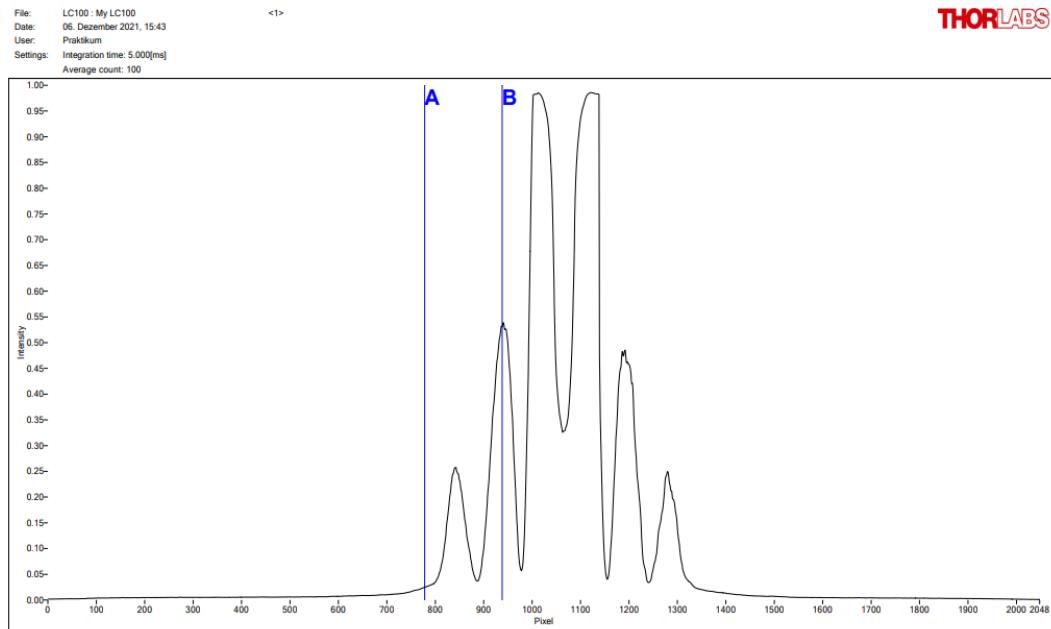


Abbildung 15: Eichung des Einzelpalts

Wir haben dann die Werte aus Tabelle 1 in einem Diagramm aufgetragen und folgendes Ergebnis erhalten (Abbildung 16):

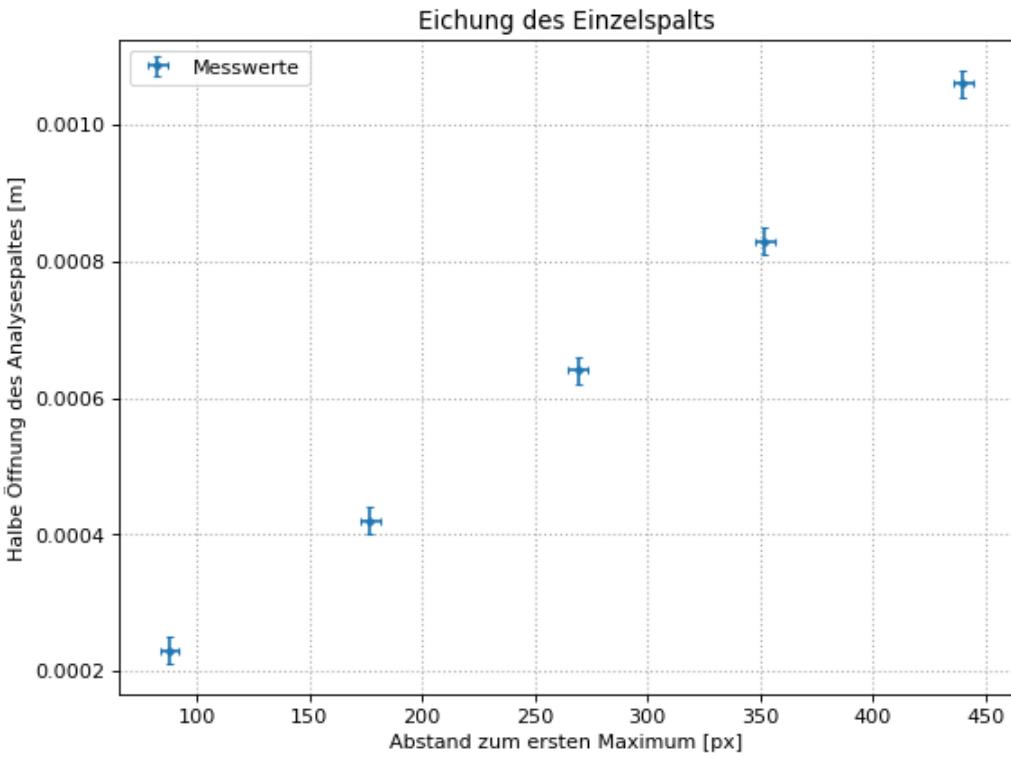


Abbildung 16: Öffnung des Analysierspaltes als Funktion des Abstands des Minimums zum Hauptmaximum

Dann haben wir einen fit mit einer linearen Funktion der Form  $y = s \cdot x$  durchgeführt, bei der die Steigung genau dem Umrechnungsfaktor entspricht. Unser Ergebnis ist

$$p = (2,309 \pm 0,019) \cdot 10^{-6} \frac{m}{px} \quad (24)$$

Wenn wir die fit-Gerade in das Diagramm einfügen erhalten wir das Ergebnis in Abbildung 17.

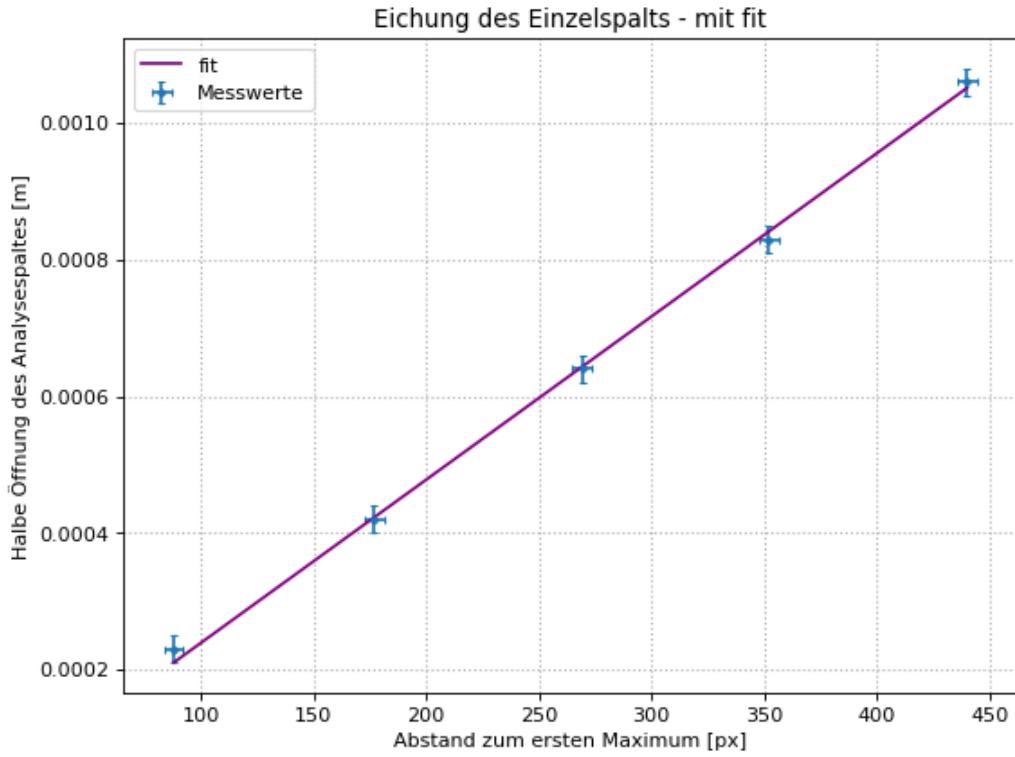


Abbildung 17: Öffnung des Analysierspaltes als Funktion des Abstands des Minimums zum Hauptmaximum - mit fit

### Bestimmung der Spaltweite

Nun können wir also mit der eigentlichen Auswertung beginnen. Zuerst wollen wir die Positionen der Minima in Metern gegen die Ordnungszahl auftragen, und aus der Steigung die Spaltweite des Einzelpaltes bestimmen. Wir rechnen zuerst unsere zuvor berechneten Abstände der Minima zum Hauptmaximum in Meter um, gemäß  $1m = p \cdot 1px$  mit dem aus der Eichung bestimmten Umrechnungsfaktor  $p$ . Die Positionen (und auch Intensitäten) der Minima und Maxima haben wir aus den Bildern 18 und 19 der Kamera entnommen.

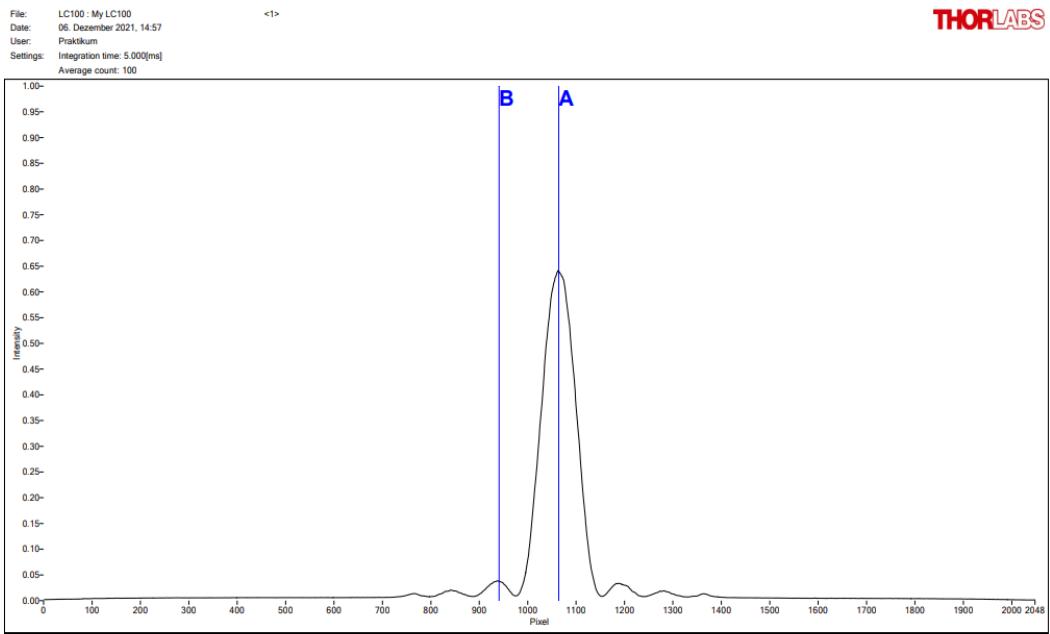


Abbildung 18: Beugungsbild des Einzelspalt

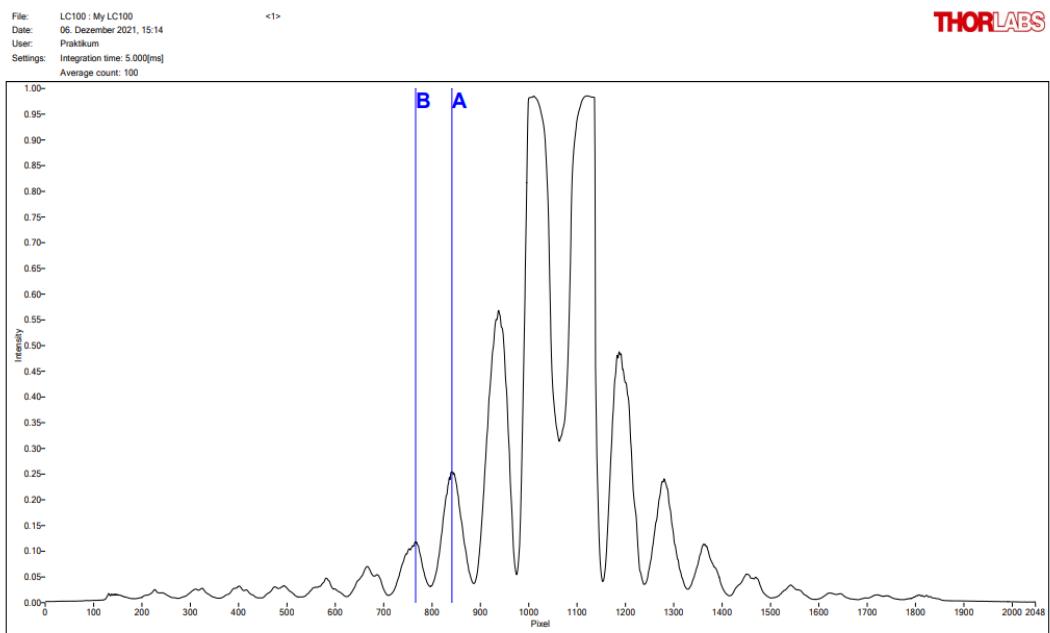


Abbildung 19: Beugungsbild des Einzelspalt, Hauptmaximum in Sättigung (erhöhte Laserintensität)

Wenn wir unsere gemessenen Abstände der Minima zum Hauptmaximum in Meter umrechnen, erhalten wir folgendes Ergebnis in Tabelle 2:

Minimum-Ordnung	1	2	3	4	5
Abstand zum 0. Max [ $10^{-4}$ m]	$2,10 \pm 0,10$	$4,23 \pm 0,11$	$6,43 \pm 0,11$	$8,41 \pm 0,12$	$10,52 \pm 0,13$

Tabelle 2: Abstände der Minima zum Hauptmaximum in Metern

Diese Werte können wir nun gegen die Ordnungszahl auftragen und erhalten Abbildung 20.

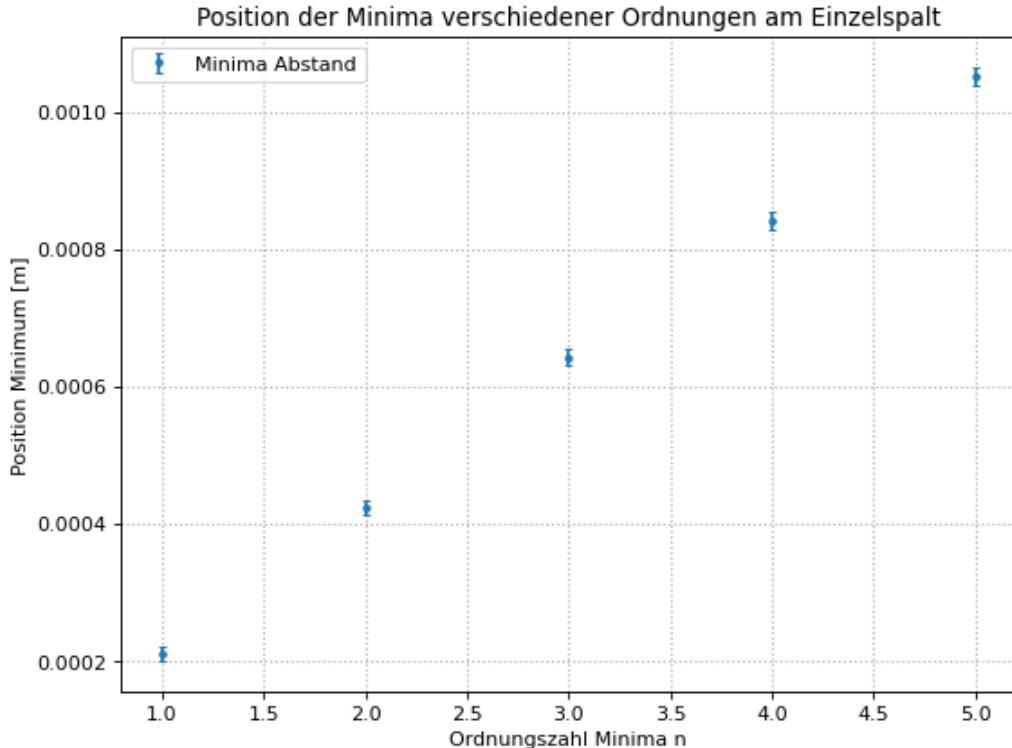


Abbildung 20: Positionen der Minima am Einzelpunkt als Funktion der Ordnung

Auch hier haben wir mit einem linearen fit die Steigung bestimmt, und erhalten

$$s = (2,112 \pm 0,007) \cdot 10^{-4} m \quad (25)$$

Wir tragen die fit-Gerade in das Diagramm ein und erhalten Abbildung 21.

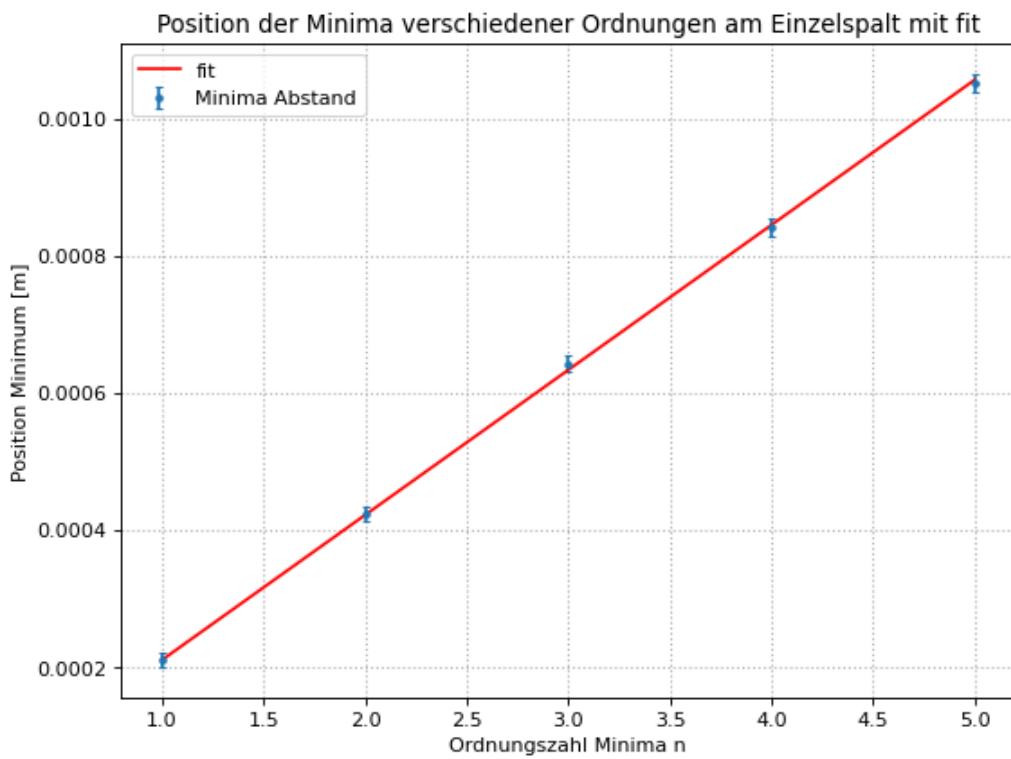


Abbildung 21: Positionen der Minima am Einzelpunkt als Funktion der Ordnung mit fit

Aus der Steigung können wir nun die Spaltbreite ausrechnen: Wir betrachten den Einzelpunkt wie im Abitur:

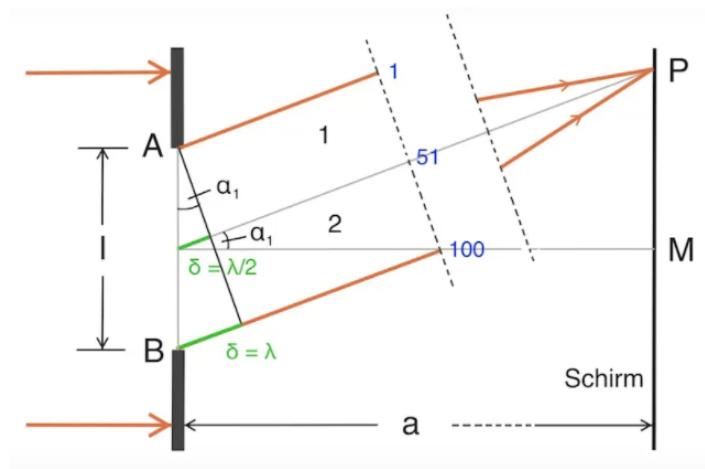


Abbildung 22: Beugung am Einzelpunkt, Quelle: <https://physikunterricht-online.de/wp-content/uploads/2014/09/Interferenz-am-Einzelpunkt.jpg>

Wir erhalten für den Zusammenhang zwischen Gangunterschied der zwei Elementarwellen am Rand des Spaltes und der Spaltbreite

$$\sin \alpha = \frac{\delta}{b} = \frac{\lambda n}{b} \quad (26)$$

Wobei  $\delta = \lambda n$  die Bedingung für Minima beim Einzelspalt ist, da sich hier die Elementarwellen alle genau auslöschen. Genauso erhalten wir für den Zusammenhang zwischen dem Schirmabstand und der x-Position auf dem Schirm

$$\tan \alpha = \frac{x}{a} = \frac{x}{f} \quad (27)$$

Wobei  $f$  die Brennweite der Linse  $L_1$  ist, welche bei uns dem "Schirmabstand" entspricht. Mit Kleinwinkelnäherung  $\sin \alpha = \tan \alpha$  erhalten wir damit

$$x = \frac{\lambda f}{b} n = s \cdot n \Rightarrow b = \frac{\lambda f}{s} \quad (28)$$

Wir können also mit dem Literaturwert der Wellenlänge des Lasers  $\lambda = 635\text{nm}$  und der Brennweite  $f = 80\text{mm}$  die Spaltbreite aus der Steigung bestimmen, und erhalten

$$b = (2,405 \pm 0,009) \cdot 10^{-4}\text{m} \quad (29)$$

### Untersuchung der Position der Maxima

Wir wollen nun mithilfe der eben bestimmten Gerade die zugehörigen "Ordnungszahlen" auf der x-Achse zu den Positionen der Maxima bestimmen. Dazu rechnen wir erneut unsere Pixel-Werte für die Abstände in Meter um. Die "Ordnungszahl-Werte" berechnen wir dann mit  $\frac{x}{s}$  mit der Steigung  $s$  der Gerade. Wir vergleichen diese Werte mit den theoretischen Hochpunkten der normierten sinc-Funktion, welche wir in Geogebra bestimmt haben (Abbildung 23). Dabei geben wir die Werte so genau an, dass wir den Ablesefehler vernachlässigen können. Die Sigma-Abweichungen  $\sigma = \frac{x - x_{theo}}{\Delta x}$  der Positionen der Hochpunkte vom theoretischen Wert sind in der letzten Zeile dargestellt. Alle Fehler ergeben sich hier durch simple Fehlerfortpflanzung.

Maximum-Ordnung	0	1	2	3	4	5
Abstand zum 0. Max [px]	$0 \pm 0$	$125 \pm 4$	$222 \pm 4$	$298 \pm 4$	$397 \pm 4$	$480 \pm 4$
Abstand zum 0. Max [ $10^{-4}\text{m}$ ]	$0 \pm 0$	$2,98 \pm 0,10$	$5,31 \pm 0,11$	$7,12 \pm 0,12$	$9,49 \pm 0,13$	$11,47 \pm 0,14$
n über Gerade	$0 \pm 0$	$1,41 \pm 0,05$	$2,51 \pm 0,05$	$3,37 \pm 0,06$	$4,49 \pm 0,06$	$5,43 \pm 0,07$
Theoretische n von $\text{sinc}^2$	0	1,430297	2,459024	3,470890	4,477409	5,481537
$\sigma$ -Abweichung	0	0,43	1,01	1,75	0,25	0,74

Tabelle 3: Abstände der Minima zum Hauptmaximum und zugehöriger x-Achsen Wert auf der Gerade

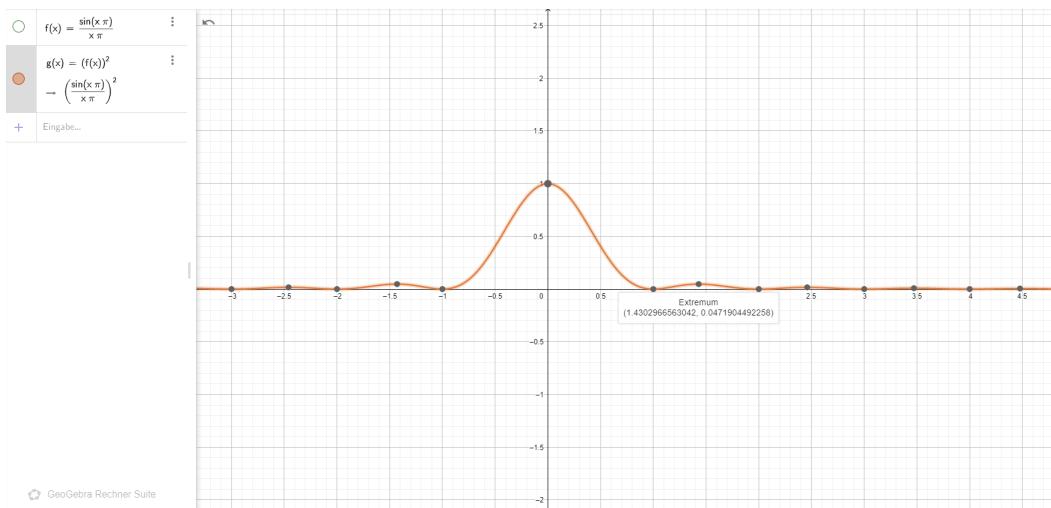


Abbildung 23: Normierte Sinc-Funktion in Geogebra, mit Hochpunkten

Die Positionen der Maxima stimmen also gut mit denen der theoretischen normierten  $\text{sinc}^2$ -Funktion überein. Wenn wir die Positionen der Maxima in das Diagramm mit eintragen, sieht das Diagramm folgendermaßen aus:

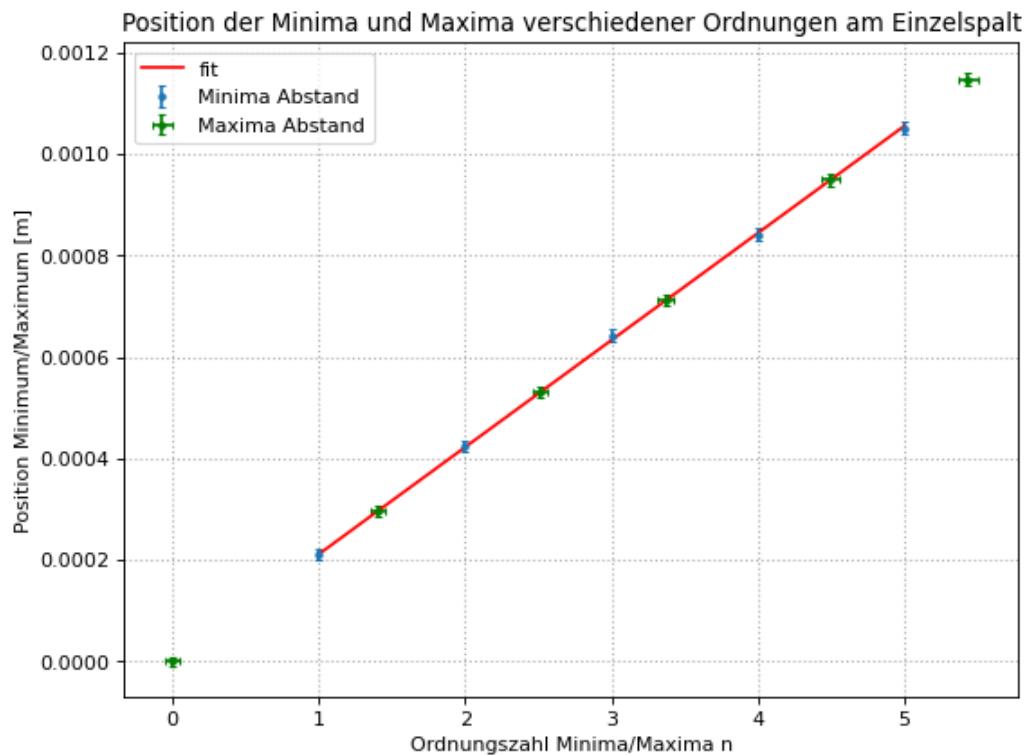


Abbildung 24: Positionen der Maxima und Minima auf der fit-Gerade

Die Maxima sitzen also nicht immer genau in der Mitte zwischen den Minima, was auch so zu erwarten war, da die Hochpunkte der Funktion  $f(x) = \text{sinc}^2(\pi x)$  nicht gleichmäßig verteilt sind.

### Vergleich der Intensitäten mit den theoretischen Werten

Wir wollen nun unsere gemessenen Intensitäten mit den theoretischen Werten vergleichen. Dazu müssen wir zuerst unsere Intensitäten relativ zur Intensität des Hauptmaximums angeben, also normieren, und die Intensitäten, welche wir mit größerer Laserintensität gemessen haben, zurückrechnen auf die ursprüngliche Laserintensität. Außerdem müssen wir von allen Intensitäten den Untergrund abziehen.

Wir bestimmen also zuerst den Normierungsfaktor, sowie den Sättigungsfaktor, welcher die veränderte Laserintensität korrigiert. Unser Untergrund beträgt  $u = 0,002 \pm 0,001$  cnt bei beiden Laserintensitäten. Den Normierungsfaktor erhalten wir aus der Intensität des Hauptmaximums

$$N = \frac{1}{(0,637\text{cnt} - u)} = (1,575 \pm 0,006) \frac{1}{\text{cnt}} \quad (30)$$

Hier wird die Fehlerrechnung etwas aufwendig aufgrund der vielen Fehlerbehafteten Größen, beinhaltet jedoch nicht mehr als simple Addition und Multiplikation.

Den Sättigungsfaktor bestimmen wir aus den Intensitäten des 1. Maximums in Sättigung und ohne Sättigung:

$$S = \frac{(0,038\text{cnt} - u)}{(0,568\text{cnt} - u)} = 0,064 \pm 0,004 \quad (31)$$

So können wir also die Intensitäten umrechnen, mit  $N \cdot I$  für die Intensitäten vom 0. und 1. Maximum, und  $S \cdot N \cdot I$  für den Rest. Dabei müssen wir jedoch zuerst ganz am Anfang den Untergrund von allen abziehen.

Ordnung $n$	$I - u$ [cnt]	$I' \cdot S \cdot N$ ( $\cdot S$ nur bei 2-5)
0	$0,6350 \pm 0,0022$	$1 \pm 0$
1	$0,0360 \pm 0,0022$	$0,057 \pm 0,004$
2	$0,2530 \pm 0,0022$	$0,0253 \pm 0,0016$
3	$0,1160 \pm 0,0022$	$0,0116 \pm 0,0008$
4	$0,0680 \pm 0,0022$	$0,0068 \pm 0,0005$
5	$0,0430 \pm 0,0022$	$0,0043 \pm 0,0003$

Tabelle 4: Normierte und auf Laserintensität korrigierte Intensitäten

Wir setzen den Fehler beim ersten Maximum hier auf 0, da dieser ja per Definition die relative Intensität 1 hat.

Nun wollen wir unsere Werte mit den theoretischen Werten vergleichen. Dazu nutzen wir das Skript aus der Praktikumsanleitung, nur ohne die Einhüllende des Doppelpaltes. Die Intensitäten können wir dann mit der Matplotlib Funktion "%matplotlib qt5" bestimmt werden, wo uns ein Cursor zur Verfügung steht. Dabei schätzen wir die Ablesefehler dadurch ab, welche

Werte bei verschiedenen Cursorpositionen noch als sinnvoll erscheinen.

Ordnung $n$	$I_{theo}$	$\sigma$ -Abweichung
0	$1 \pm 0$	0
1	$0,04721 \pm 0,00020$	2,68
2	$0,01638 \pm 0,00020$	5,57
3	$0,00833 \pm 0,00020$	4,19
4	$0,00503 \pm 0,00020$	3,43
5	$0,00336 \pm 0,00020$	2,34

Tabelle 5: Theoretische Intensitäten des Beugungsbildes des Einzelpaltes und Sigma-Abweichungen

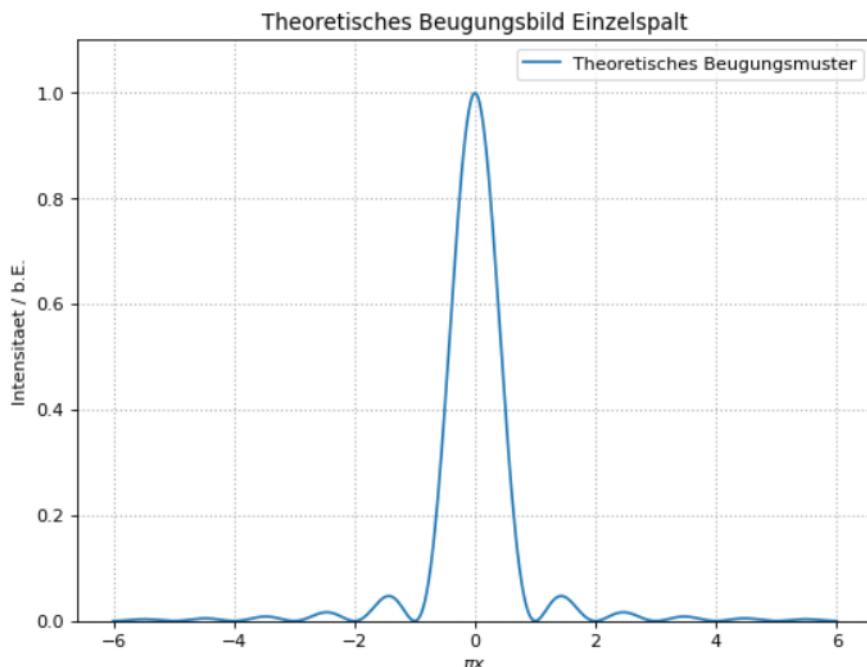


Abbildung 25: Theoretisches Beugungsbild des Einzelpalts

Wie man sehen kann haben wir bei zwei der Maxima signifikante Abweichungen. Der Grund dafür ist vermutlich, dass das Beugungsbild in der Kamera nicht perfekt war, was man auch in Abbildung 19 erkennen kann. Viele der Maxima hatten Unregelmäßigkeiten, weshalb das Ablesen der Intensität sehr ungenau wurde. Der Grund für die Unregelmäßigkeiten könnte sein, dass wir den Aufbau nicht so gut justiert bekommen haben. Obwohl wir sehr lange versucht haben, die Unregelmäßigkeiten los zu werden, haben wir dies durch Justierung nicht erreicht. Ein anderer Grund könnte Dreck in der Kamera sein, jedoch müsste dabei beim Verschieben der Kamera aus dem verdreckten Bereich die Unregelmäßigkeit verschwinden. Dies war jedoch nicht der Fall, sondern egal wie wir die Kamera verschoben haben, blieben die Unregelmäßigkeiten

erhalten. Vermutlich ist also eine Verunreinigung der Kamera nicht der Grund.

## Beugungsstruktur des Doppelspalts

### Qualitative Beobachtung der Beugungsbilder der 3 verschiedenen Spalte

Bei diesem Versuchsteil haben wir den Einzelspalt durch den Doppelspalt ausgetauscht, und zuerst die Beugungsbilder auf dem Schirm beobachtet. Die drei Doppelspalte haben unterschiedliche Spaltabstände, und haben demnach auch unterschiedliche Beugungsbilder erzeugt:

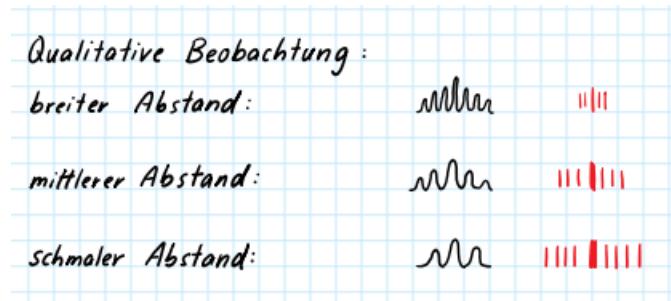


Abbildung 26: Skizzen aus dem Protokoll

Wir konnten also beobachten, dass je größer der Spaltabstand ist, desto näher liegen die Maxima beieinander. Dies war auch zu erwarten, da wir, wenn wir analoge geometrische Überlegungen wie beim Einzelspalt (Abbildung 22) anstellen, folgenden Zusammenhang erhalten:

$$\sin \alpha = \frac{\delta}{g} = \frac{\lambda n}{g} \approx \tan \alpha = \frac{x}{a} \Rightarrow x \propto \frac{1}{g} \quad (32)$$

### Vergleich des Beugungsbildes mit dem theoretischen Beugungsbild

Wir wollen nun mit dem Python-Skript aus der Anleitung das theoretische Beugungsbild des Doppelspaltes erzeugen. Dazu müssen wir jedoch noch Spaltbreite und Spaltabstand berechnen, aus den Messwerten zu Aufgabe 4. Wir haben die Werte  $x_1$  am linken Ende des ersten Spaltes, den Wert  $x_2$  am rechten Ende des linken Spaltes,  $x_3$  am linken Ende des rechten Spaltes, und  $x_4$  am rechten Ende des rechten Spaltes. Daraus berechnen wir den Spaltabstand aus

$$g = \frac{x_3 + x_4}{2} - \frac{x_1 + x_2}{2} = (358 \pm 3)px \quad (33)$$

und die Spaltbreite aus dem Mittelwert der beiden Werte

$$b = x_{4,2} - x_{3,1} = (165 \pm 7)px \quad (34)$$

Nun können wir die Beugungsfunktion des Doppelspalts mit der normierten sinc-Funktion bestimmen:

$$F(x) = \text{sinc}^2(x) \cdot \cos^2(\pi x \frac{g}{b}) \quad (35)$$

Dies ergibt das folgende Beugungsbild:

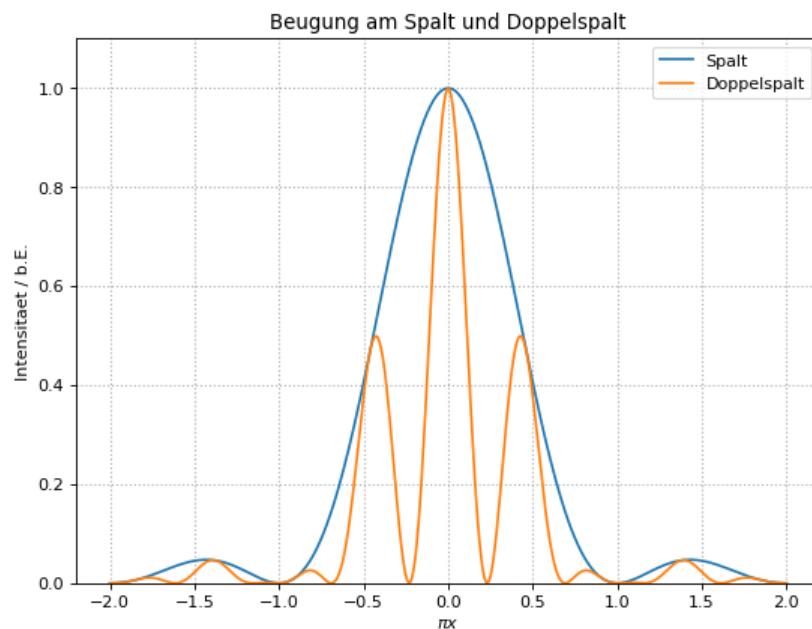


Abbildung 27: Theoretisches Beugungsbild des Doppelspalts

Dies können wir mit unseren Beugungsbildern vergleichen:

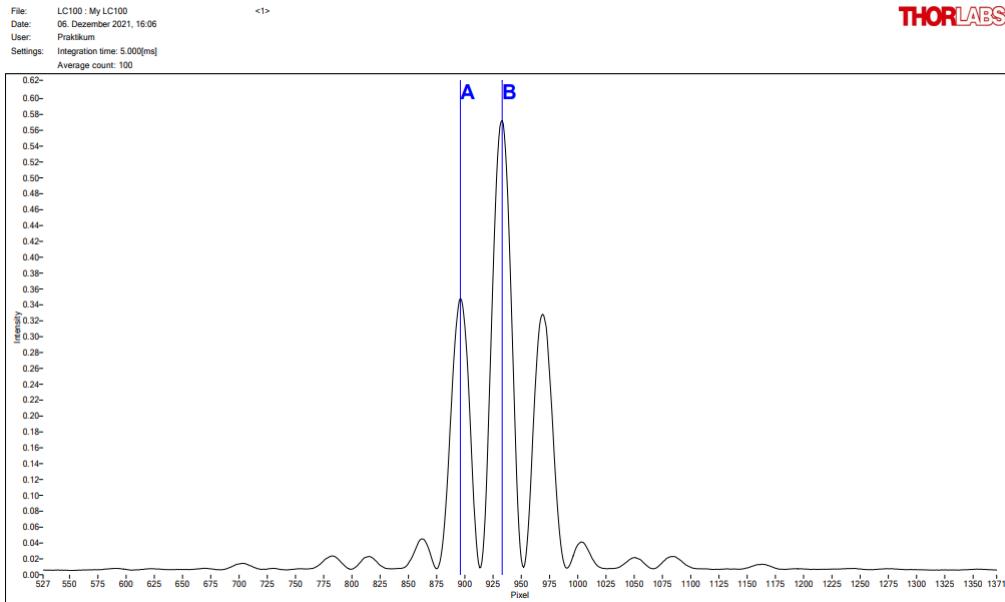


Abbildung 28: Experimentelles Beugungsbild mit schwacher Laserintensität

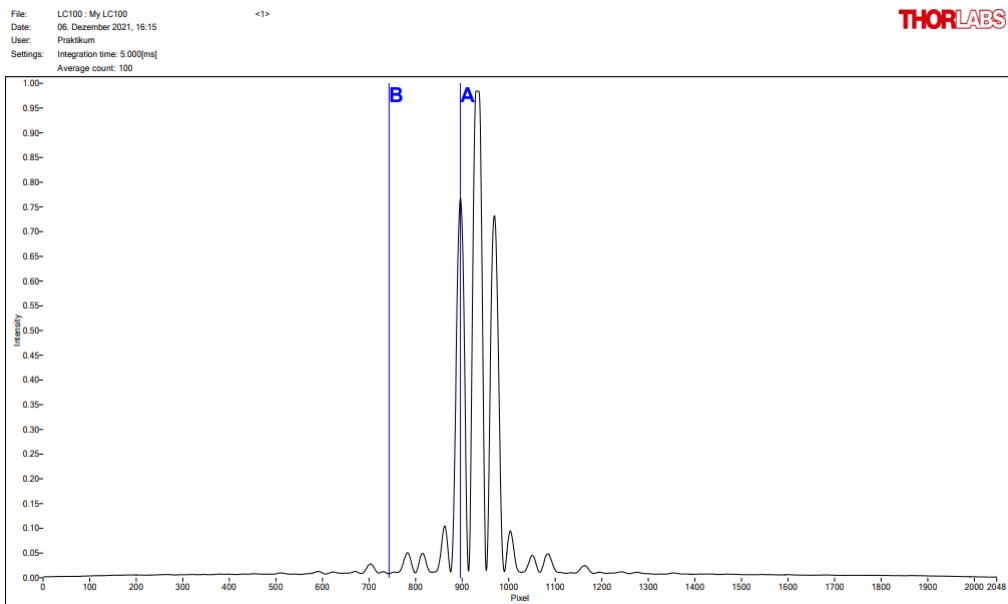


Abbildung 29: Experimentelles Beugungsbild mit starker Laserintensität

Wir man sehen kann sehn die Beugungsbilder ähnlich aus. Lediglich das 2. Maximum hat bei uns etwas mehr Intensität als das 3. Maximum, was bei dem theoretischen Beugungsbild

genau umgekehrt ist. Außerdem ist unser Beugungsbild weniger symmetrisch, da wir auch hier keine perfekte Justierung hinbekommen haben. Das erste Einzelpaltminimum liegt zwischen dem zweiten und dritten Maximum.

Wir vergleichen nun die Intensitäten der Maxima zwischen den ersten Minima des Einzelpalts mit der theoretischen Intensität. Dazu bestimmen wir mit der Cursor-Funktion die theoretischen Intensitäten. Außerdem bestimmen wir erneut Normierungsfaktor und Sättigungsfaktor aus unseren Messwerten und rechnen damit unsere Intensitäten um. Auch hier müssen wir zuvor den Untergrund  $u = 0,002 \pm 0,001\text{cnt}$  abziehen:

$$N = \frac{1}{0,573\text{cnt} - u} = (1,751 \pm 0,016) \frac{1}{\text{cnt}} \quad (36)$$

$$S = \frac{0,348\text{cnt} - u}{0,763\text{cnt} - u} = 0,455 \pm 0,007 \quad (37)$$

Damit erhalten wir

Ordnung $n$	$I - u$ [cnt]	$I$ Normiert, Sättigung	$I_{theo}$	$\sigma$ -Abweichung
0	$0,571 \pm 0,005$	$1 \pm 0$	$1 \pm 0$	0
1	$0,346 \pm 0,003$	$0,606 \pm 0,008$	$0,50000 \pm 0,00020$	13,68
2	$0,1020 \pm 0,0022$	$0,0812 \pm 0,0023$	$0,02580 \pm 0,00020$	23,77

Tabelle 6: Theoretische Intensitäten des Beugungsbildes des Einzelpaltes und Sigma-Abweichungen

Hier haben wir also sehr deutliche Abweichungen. Dafür gibt es vermutlich zwei mögliche Gründe. Zuerst haben wir wie beim Einzelpalt die Justierung nicht perfekt hinbekommen, sodass hier vor allem das Beugungsbild nicht gut symmetrisch ist, was die gemessenen Intensitäten natürlich ungenau macht. Die zweite, sehr sichere Abweichung, sind unsere Werte für die Spaltbreite und Spaltabstand aus Aufgabe 4. Hier haben wir die Positionen am unteren Ende der Kante der Rechteckfunktion bestimmt, obwohl wir dies etwa in der Mitte der Kante hätten tun sollen. Dadurch wurde unser theoretisches Bild verfälscht. Selbst bei kleinen Änderungen des Faktors  $\frac{g}{b}$  ergeben sich deutlich andere Intensitäten beim theoretischen Beugungsbild. Dies hat also vermutlich einen großen Einfluss auf die Abweichungen.

## Fourierbild des Einzelpaltes

### Vergleich der Spaltbreiten

Wir bestimmen zunächst die Spaltbreite des Einzelpaltes über Bildweite und Brennweite. Dazu nutzen wir

$$\frac{1}{g} = \frac{1}{f} - \frac{1}{b} \quad (38)$$

um die Gegenstandsweite zu berechnen. Mit unseren Werten  $f = 0,08\text{m}$  und  $b = 0,768\text{m}$  erhalten wir

$$g = \frac{1}{\frac{1}{f} - \frac{1}{b}} = (0,08930 \pm 0,00005)\text{m} \quad (39)$$

Nun nutzen wir

$$\frac{B}{G} = \frac{b}{g} \quad (40)$$

um aus unserer gemessenen Spaltbreite im Objektbild mit großen Beugungsordnungen (Abbildung 30) die Gegenstandsgröße zu bestimmen. Dazu kommt ein Faktor von  $k = 14 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}}{\text{px}}$ , welcher laut Anleitung der Breite eines Pixels entspricht:

$$G = \frac{kBg}{b} = (0,000265 \pm 0,000007)\text{m} \quad (41)$$

Wir vergleichen dies mit dem beim Beugungsbild bestimmten Wert und erhalten

$$\sigma_G = 3,50 \quad (42)$$

Diese Abweichung ist also signifikant. Der Grund dafür ist vermutlich, dass wir die Spaltbreite in Pixeln am unteren Rand der "Steigung" gemessen haben, statt in der Mitte, wie in Abbildung 30 zu sehen ist. Dies macht die Spaltbreite in dieser Rechnung etwas breiter als sie eigentlich ist.

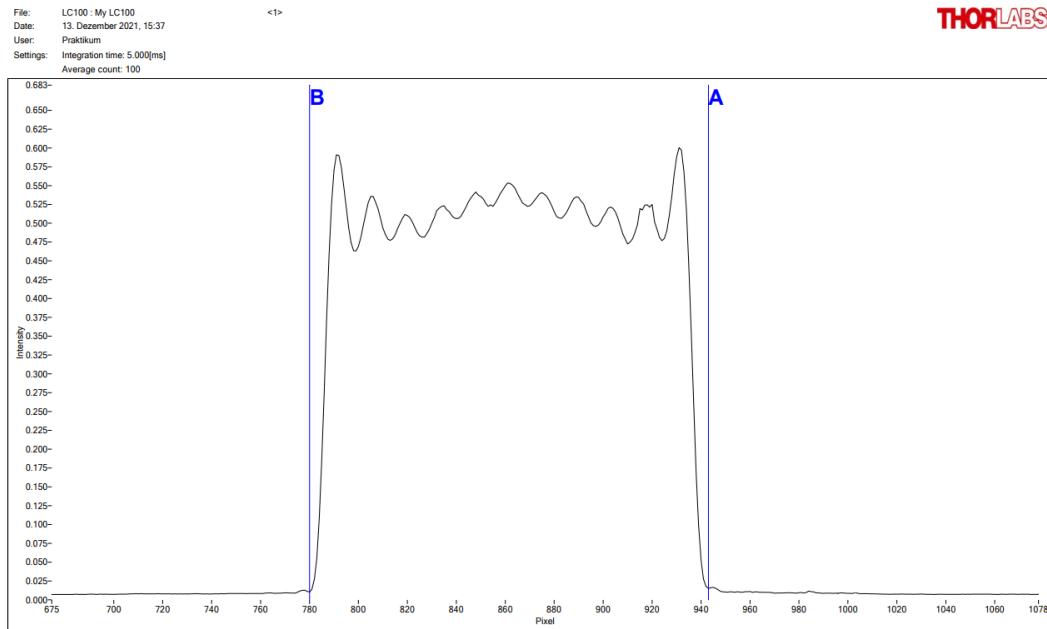


Abbildung 30: Experimentelles Spaltbild mit großem n

### Vergleich der modifizierten Spaltbilder

Unser Ziel ist es nun, die theoretischen Spaltbilder mit unseren experimentellen Ergebnissen zu vergleichen. Dazu verwenden wir das Python-Skript aus der Anleitung, um uns das theoretische Spaltbild zu erzeugen. Wir wählen dabei die Integrationsgrenze  $2\pi n/d$  so, dass gerade noch die gewünschten Beugungsordnungen zum Spaltbild beitragen. Wir erhalten die folgenden Spaltbilder:

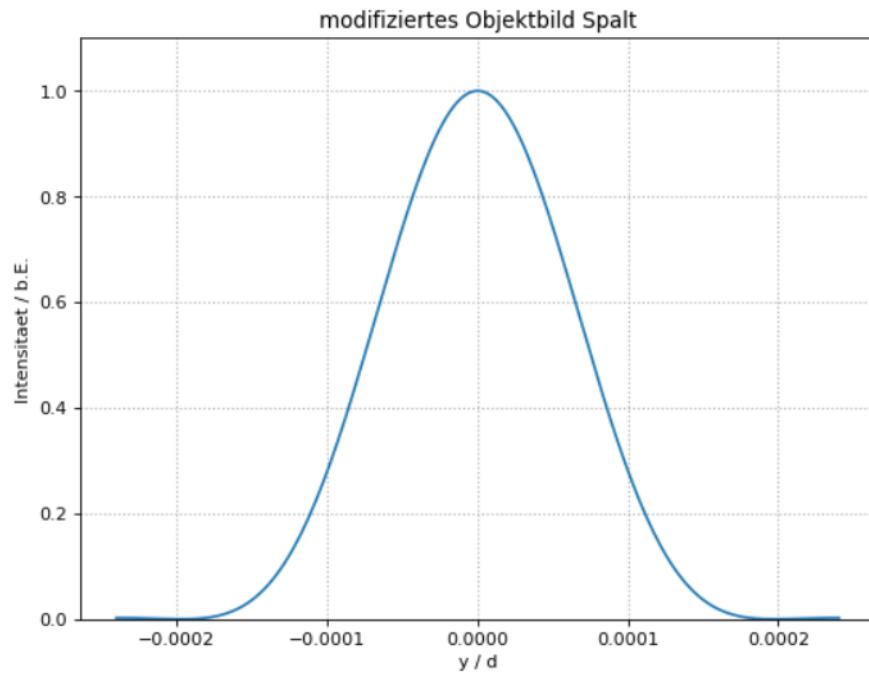


Abbildung 31: Theoretisches Spaltbild Einzelspalt, 0. Ordnung

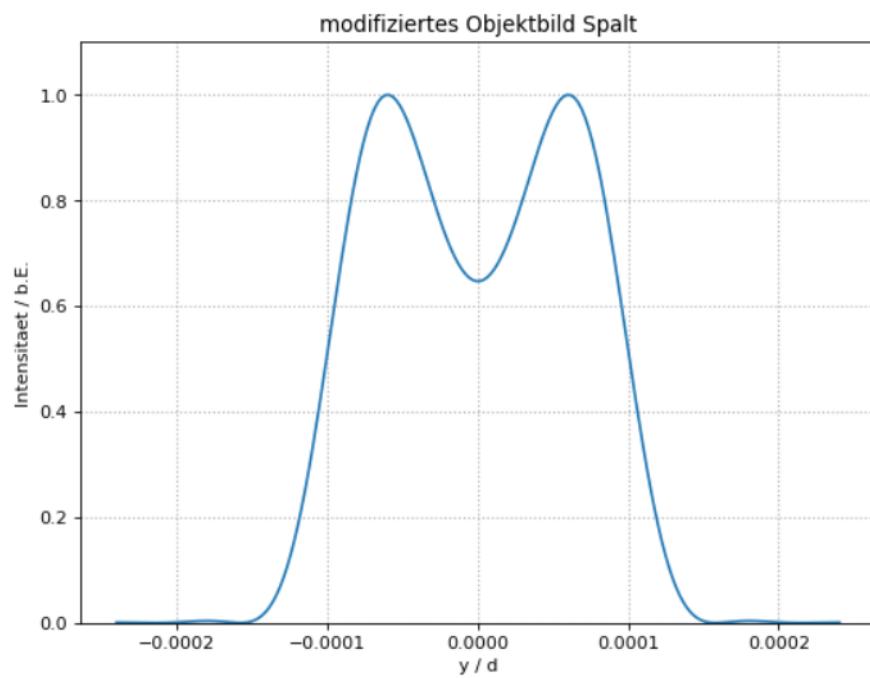


Abbildung 32: Theoretisches Spaltbild Einzelspalt, 1. Ordnung

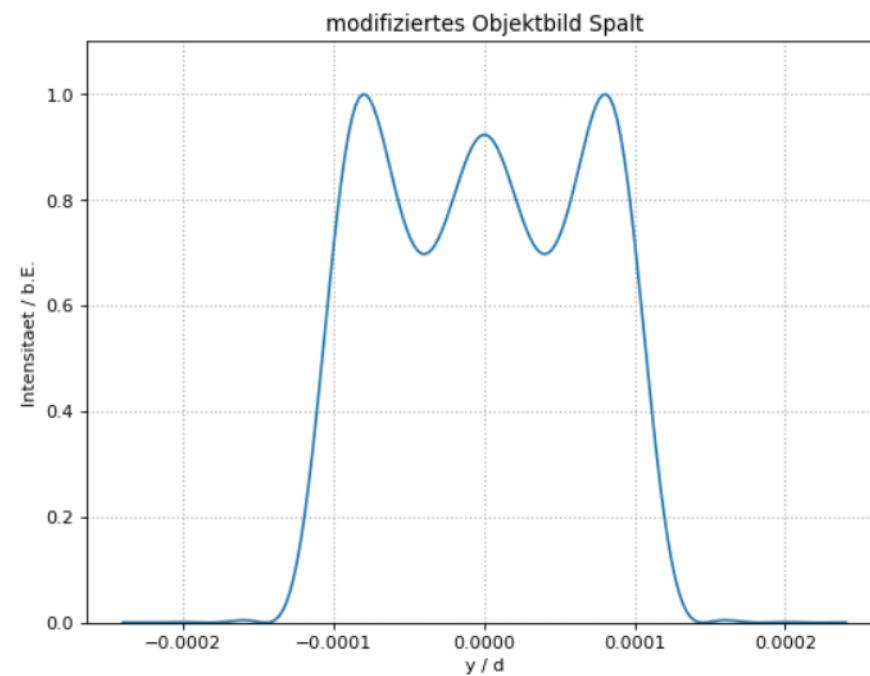


Abbildung 33: Theoretisches Spaltbild Einzelspalt, 2. Ordnung

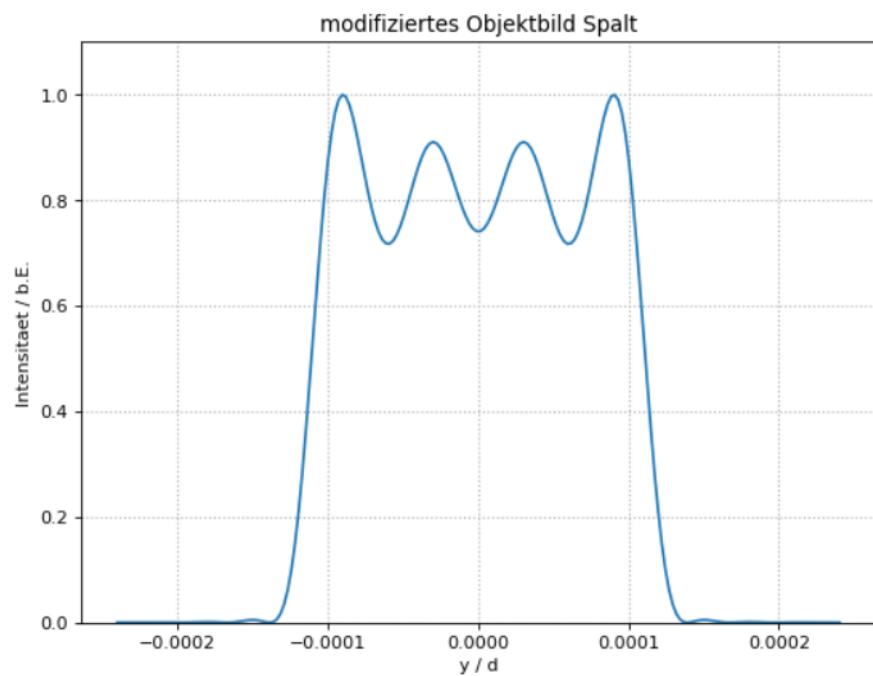


Abbildung 34: Theoretisches Spaltbild Einzelspalt, 3. Ordnung

Im Vergleich dazu unsere experimentell bestimmten Spaltbilder:

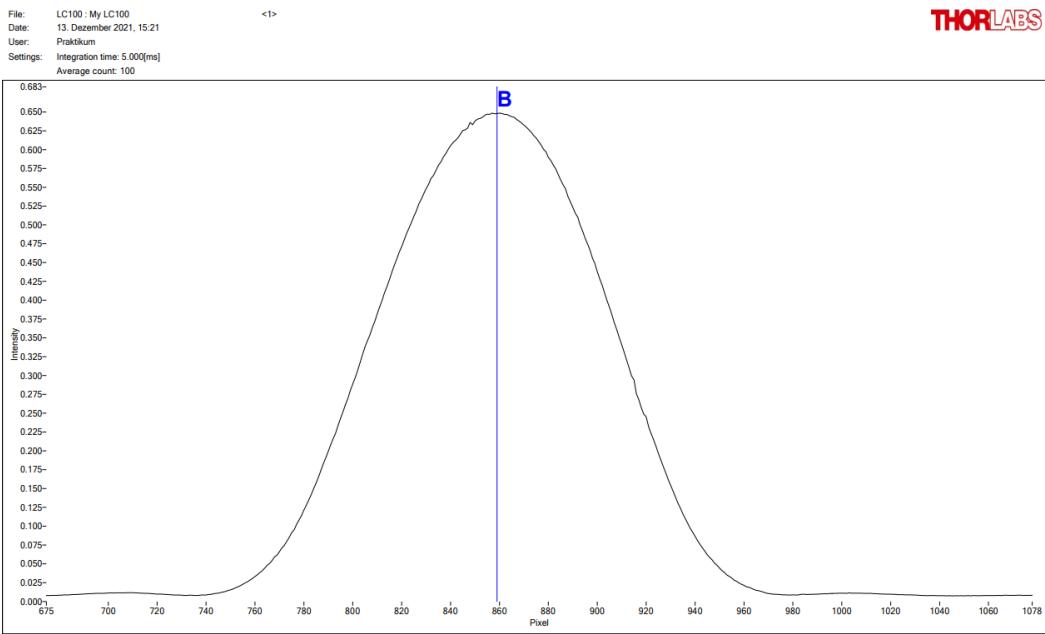


Abbildung 35: Experimentelles Spaltbild Einzelspalt, 0. Ordnung

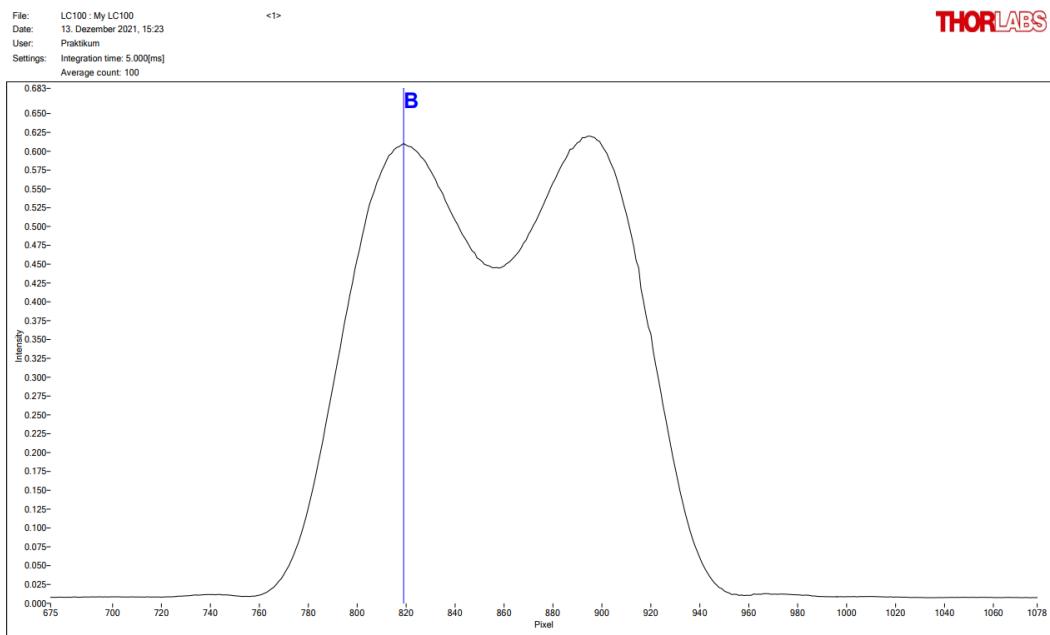


Abbildung 36: Experimentelles Spaltbild Einzelspalt, 1. Ordnung

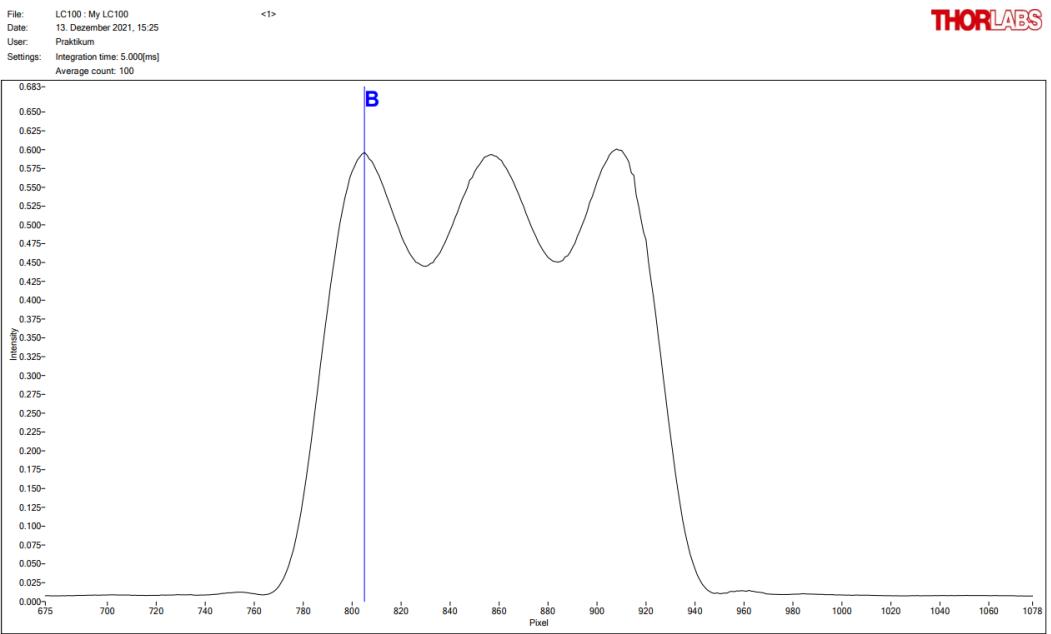


Abbildung 37: Experimentelles Spaltbild Einzelspalt, 2. Ordnung

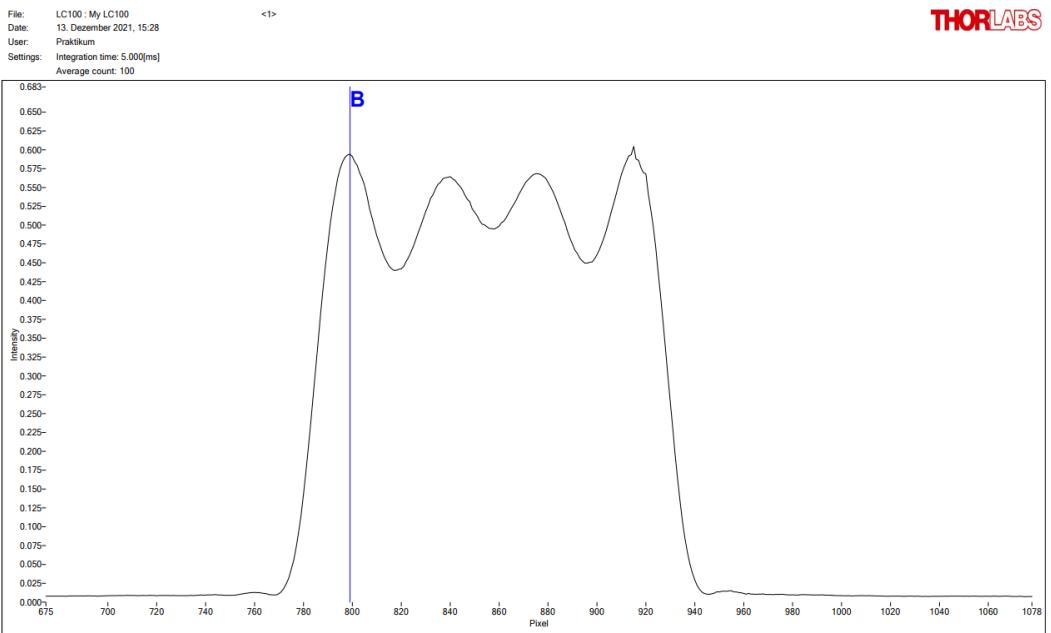


Abbildung 38: Experimentelles Spaltbild Einzelspalt, 3. Ordnung

Wie man sehen kann stimmt die Anzahl der Maxima überein.

Auch hier können wir wieder mit der Cursor-Funktion von MatPlotLib die theoretischen Intensitäten der Maxima und Minima, sowie die Positionen der Maxima bestimmen. Dabei schätzen wir erneut den Fehler dadurch ab, welche Cursorpositionen noch plausibel erscheinen. Außerdem rechnen wir die Positionen der Maxima mit einem Umrechnungsfaktor  $p = \frac{20px}{30,19 \cdot 10^{-6}m}$  um, um sie mit unseren experimentellen Ergebnissen vergleichen zu können. Dieser Wert kommt von der relativen Position des 1. Maximums in Abbildungen 34 und 38, die wir hier "gleichsetzen".

Um die theoretischen Werte mit den Messwerten zu vergleichen müssen wir unsere Messwerte wieder Normieren und den Untergrund abziehen, mit dem Faktor  $N = \frac{1}{0,648\text{cnt}-0,002\text{cnt}} = 1,548\frac{1}{\text{cnt}}$  mit der Intensität des Hauptmaximums beim Bild zur 0. Beugungsordnung. Die Positionen geben wir außerdem relativ zur Position  $x = 859\text{px}$  des Hauptmaximums an. Die Fehler ergeben sich hier erneut durch Fehlerfortpflanzung aus den Fehlern aus dem Messprotokoll und den Fehlern der Normierungsfaktoren etc.

Wir können so für jedes Bild eine Tabelle erstellen:

Ordnung $n$	0
Intensitäten ohne Untergrund [cnt]	$0,6460 \pm 0,0022$
Normierte Intensitäten	$1 \pm 0$
Theoretische Intensitäten	$1 \pm 0$
$\sigma$ -Abweichung Intensitäten	0
Relative Positionen [px]	$0 \pm 0$
Theoretische Positionen [ $10^{-6}\text{m}$ ]	$0 \pm 0$
Umgerechnete theoretische Positionen [px]	$0 \pm 0$
$\sigma$ -Abweichung Positionen	0

Tabelle 7: Vergleich der Spaltbilder - 0. Ordnung - Abbildungen 31 & 35

Hier sind die Abweichungen nach Definition der relativen Intensität und Position natürlich 0.

Ordnung $n$	0	1
Intensitäten ohne Untergrund [cnt]	$0,4430 \pm 0,0022$	$0,6080 \pm 0,0022$
Normierte Intensitäten	$0,686 \pm 0,004$	$0,941 \pm 0,005$
Theoretische Intensitäten	$0,6474 \pm 0,0003$	$1,0000 \pm 0,0003$
$\sigma$ -Abweichung Intensitäten	9,12	12,35
Relative Positionen [px]	-*	$40 \pm 4$
Theoretische Positionen [ $10^{-6}\text{m}$ ]	-	$59,6 \pm 1,0$
Umgerechnete theoretische Positionen [px]	-	$39,5 \pm 0,7$
$\sigma$ -Abweichung Positionen	-	0,13

Tabelle 8: Vergleich der Spaltbilder - 1. Ordnung - Abbildungen 32 & 36

\*Die Positionen sollen wir nur für Maxima vergleichen.

Ordnung $n$	0	1	2
Intensitäten ohne Untergrund [cnt]	$0,5910 \pm 0,0022$	$0,4430 \pm 0,0022$	$0,5940 \pm 0,0022$
Normierte Intensitäten	$0,914 \pm 0,005$	$0,686 \pm 0,004$	$0,920 \pm 0,005$
Theoretische Intensitäten	$0,9323 \pm 0,0003$	$0,6972 \pm 0,0003$	$1 \pm 0,0003$
$\sigma$ -Abweichung Intensitäten	3,71	2,72	17,08
Relative Positionen [px]	$2 \pm 4$	-	$54 \pm 4$
Theoretische Positionen [ $10^{-6}$ m]	$0 \pm 0$	-	$80,2 \pm 1,0$
Umgerechnete theoretische Positionen [px]	$0 \pm 0$	-	$53,1 \pm 0,7$
$\sigma$ -Abweichung Positionen	0,47	-	0,20

Tabelle 9: Vergleich der Spaltbilder - 2. Ordnung - Abbildungen 33 & 37

Ordnung $n$	0	1	2	3
Intensitäten ohne Untergrund [cnt]	$0,4930 \pm 0,0022$	$0,5610 \pm 0,0022$	$0,4370 \pm 0,0022$	$0,592 \pm 0,0022$
Normierte Intensitäten	$0,763 \pm 0,004$	$0,868 \pm 0,005$	$0,676 \pm 0,004$	$0,916 \pm 0,005$
Theoretische Intensitäten	$0,7413 \pm 0,0003$	$0,9104 \pm 0,0003$	$0,7178 \pm 0,0003$	$1,0000 \pm 0,0003$
$\sigma$ -Abweichung Intensitäten	5,01	9,14	9,86	17,77
Relative Positionen [px]	-	$20 \pm 4$	-	$60 \pm 4$
Theoretische Positionen [ $10^{-6}$ m]	-	$30,2 \pm 1,0$	-	$90,6 \pm 1,0$
Umgerechnete theoretische Positionen [px]	-	$20,0 \pm 0,7$	-	$60,0 \pm 0,7$
$\sigma$ -Abweichung Positionen	-	0*	-	0,003

Tabelle 10: Vergleich der Spaltbilder - 3. Ordnung - Abbildungen 34 & 38

\* Hier ist die Abweichung 0, da wir über diesen Wert den Vergleichsfaktor definiert haben.

Insgesamt sind die Abweichungen also sehr signifikant. Vorallem die Maxima am Rand haben im Modell die relative Intensität 1, bei uns jedoch deutlich kleinere Intensitäten, und dementsprechend auch die größten Abweichungen.

Die Erklärung ist hier vermutlich wieder eine schlechte Justierung des Versuchsaufbaus, da wir auch hier wieder lange an der Justierung verzweifelt sind. Außerdem könnte es sein, dass wir nicht die perfekte Position des Analysierspaltes gewählt haben, weshalb noch Intensitäten von der nächst höheren Beugungsordnung zum Spaltbild beitragen, und die Intensität des äußersten Maximums verringern, da bei der nächsten Beugungsordnung das äußerste Maximum mit Intensität 1 ja weiter außen liegt.

Wir sollen außerdem Begründen, warum die Intensität in der Mitte des Spaltbilds bei nur der 0. zugelassenen Ordnung größer ist als bei geöffnetem Analysierspalt. Dies kommt daher, dass wenn wir nur das 0. Maximum durch den Analysierspalt zulassen, dieses seine Intensität komplett im Zentrum konzentriert hat. Wenn wir den Analysierspalt öffnen, lassen wir aber andere Beugungsordnungen zu, welche im Zentrum eine geringere Intensität haben. Diese Interferieren dann mit den schon zugelassenen Intensitäten und senken die Intensität.

## Fourierbild des Doppelspalts

### Spaltbreite und Spaltabstand

Wir bestimmen analog wie beim Einzelspalt die Spaltbreite und Spaltabstand aus Brennweite und Bildweite. Unsere Werte für Spaltbreite und Spaltabstand, welche wir schon im Aufgabenteil 2 verwendet haben, waren  $b = (165 \pm 7)\text{px}$  und  $(g = 358 \pm 3)\text{px}$ . Wir rechnen diese jetzt wieder mit dem Umrechnungsfaktor  $k$  als Meter pro Pixel, sowie der Gegenstandsweite aus Bildweite und Brennweite um zu:

$$G_b = \frac{kBg}{b} = \frac{kB}{b\left(\frac{1}{f} - \frac{1}{b}\right)} = \frac{kB}{\frac{b}{f} - 1} = (0,000269 \pm 0,000011)m \quad (43)$$

für die Spaltbreite in Metern und

$$G_g = (0,000583 \pm 0,000006)m \quad (44)$$

für den Spaltabstand.

### Vergleich der Spaltbilder bei Fall a und b

Wir wollen nun unsere Bilder für Fall a (nur noch die 1-ten Beugungsmaxima beider Spalte tragen zum Spaltbild bei) und Fall b (auch die 1. Gittermaxima sind abgeschnitten) mit den theoretischen Spaltbildern vergleichen. Fall a erreichen wir mit dem 1. Maximum als obere Integrationsgrenze:

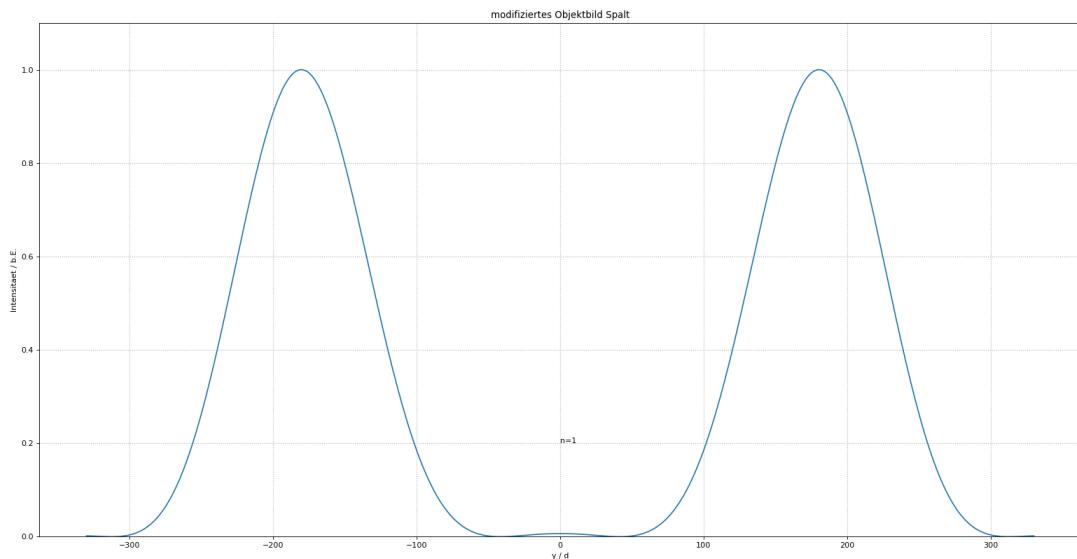


Abbildung 39: Spaltbild Doppelspalt: Fall a

Die Integrationsgrenze für Fall b müssen wir durch raten bestimmen. Wir beginnen nahe dem Wert  $k_y = \frac{k_0\lambda}{g} = \frac{2\pi}{g} = 10781.2 \frac{1}{m}$  als obere Integrationsgrenze, was im Python-Skript einem Wert von  $n = \frac{d}{g} = 0,46089$  entspricht. Von diesem Wert ausgehend bestimmen wir durch Iteration den Wert von n, bei dem die Doppelspaltstruktur verschwindet. Wir haben das folgende Ergebnis erhalten:

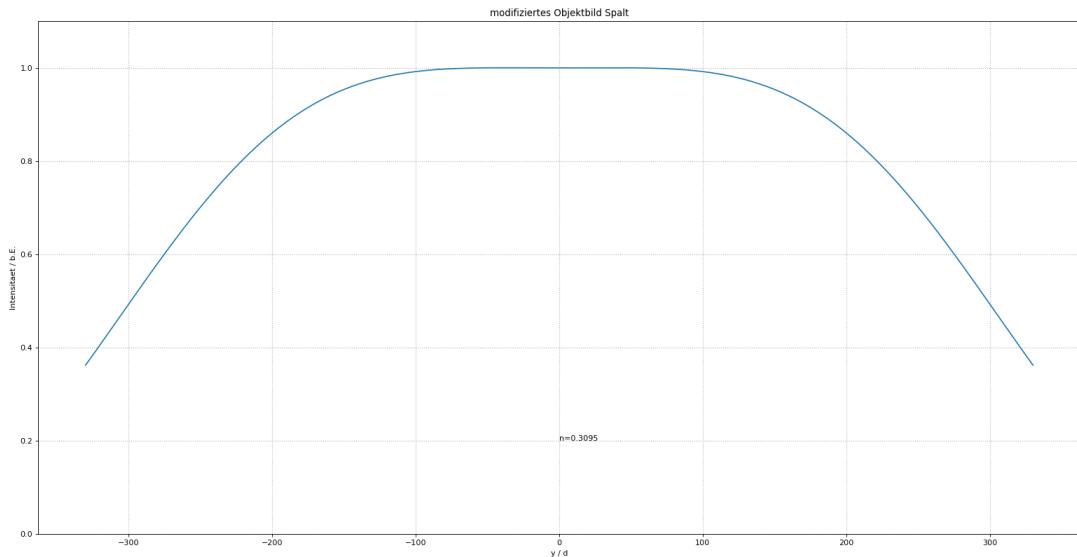


Abbildung 40: Spaltbild Doppelspalt: Fall b

Dieses Bild ist bei  $n = 0,3095$  entstanden. Wir schätzen den Fehler dadurch ab, welche Werte von n ein sehr ähnliches Ergebnis erzielen, und erhalten  $n = 0,3095 \pm 0,0003$ . Dies entspricht einer Integrationsgrenze von

$$k_y = \frac{2\pi n}{b} = (7240 \pm 290) \frac{1}{m} \quad (45)$$

Wir wollen dies nun mit der experimentell bestimmten Integrationsgrenze vergleichen, welche wir aus der Breite des Analysierspaltes, der Brennweite  $f_1$  und der Wellenlänge des Lasers bestimmen. Wir haben für Fall a und Fall b folgende Bilder erhalten:

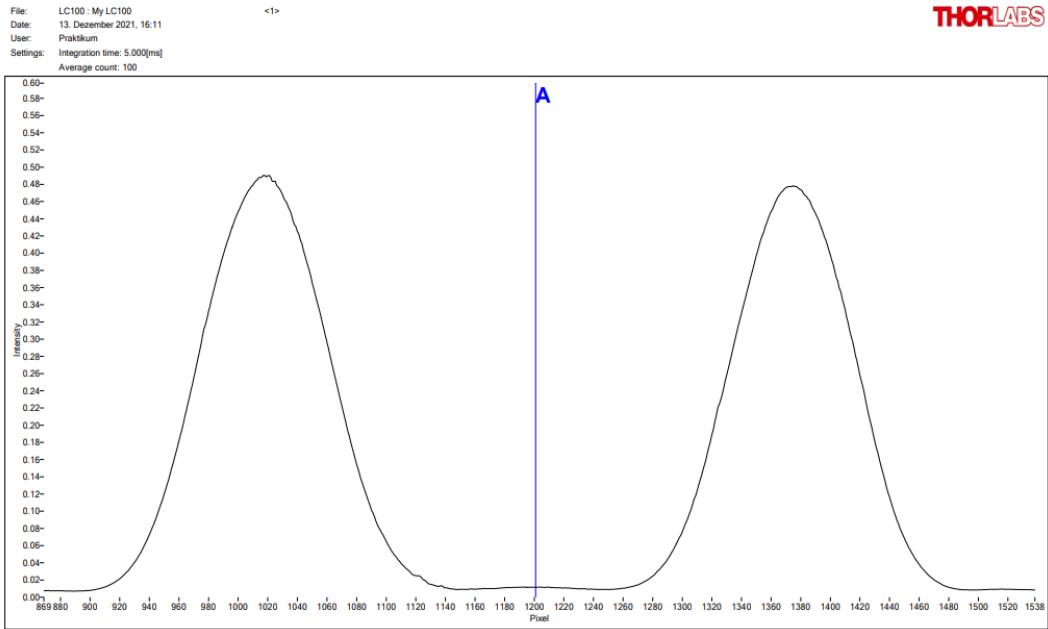


Abbildung 41: Experimentelles Spaltbild Fall a

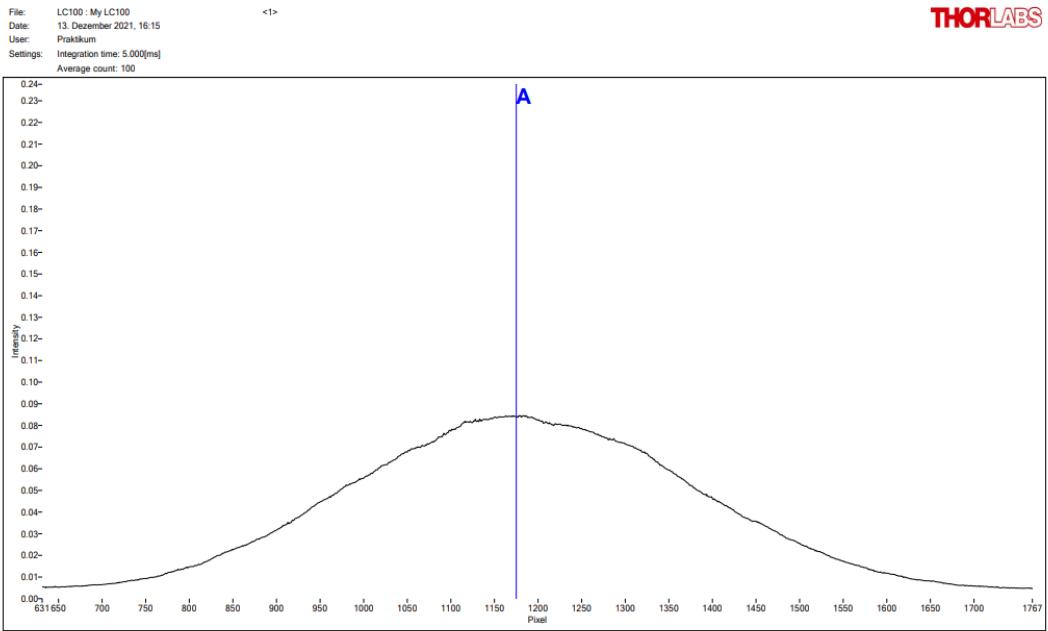


Abbildung 42: Experimentelles Spaltbild Fall b

Wir bestimmen die Integrationsgrenze aus unserer Einstellung des Analysierspalts  $b_{analysier} =$

0,210m:

$$k_{y,exp} = \frac{\pi(2 \cdot b_{analysier})}{f_{l1}\lambda} = (26000 \pm 600) \frac{1}{m} \quad (46)$$

Wenn wir die Integrationsgrenzen vergleichen ergibt sich eine  $\sigma$ -Abweichung von

$$\sigma_{k_y} = 27,4 \quad (47)$$

Dies ist eine sehr deutliche Abweichung. Der Grund dafür ist vermutlich, dass unsere Justierung auch hier nicht sehr gut war. Außerdem sieht das "Plateau" in unserem Experiment definitiv nicht so aus wie im theoretischen Spaltbild. Es könnte also sein dass wir die richtige Einstellung des Analysierspalts nicht genau getroffen haben.

## Zusammenfassung und Diskussion

Die Ziele dieses Versuches waren die Beugungsbilder von Einzelpalt und Doppelpalt zu untersuchen, und mit den theoretischen Beugungsbildern zu vergleichen, sowie die Auswirkungen der Manipulation in der Fourierebene auf die Spaltbilder von Einzelpalt und Doppelpalt zu analysieren.

### Beugungsbild Einzelpalt

Wir haben zunächst eine Eichung durchgeführt, indem wir die Positionen der Minima im Beugungsbild des Einzelpalts mit den Positionen des Analysierspalts assoziieren. Wir haben daraus den Umrechnungsfaktor

$$p = (2,309 \pm 0,019) \cdot 10^{-6} \frac{m}{px}$$

Als nächstes haben wir die Spaltweite in Metern bestimmt. Dazu haben wir die Positionen der Minima relativ zum Hauptmaximum gegen die Ordnungszahl aufgetragen und die Steigung zu  $s = (2,112 \pm 0,007) \cdot 10^{-4} m$  bestimmt. Daraus haben wir die Spaltbreite mit der in der Auswertung hergeleiteten Formel berechnet:

$$b = \frac{\lambda f}{s} = (2,405 \pm 0,009) \cdot 10^{-4} m$$

Danach haben wir die Position der Maxima zwischen den Minima mit den theoretischen Positionen in der  $\text{sinc}^2$ -Funktion der Intensitätsverteilung verglichen. Wir haben gesehen, dass wie bei der  $\text{sinc}^2$ -Funktion erwartet die Maxima nicht gleichmäßig zwischen den Minima verteilt. Als wir die Positionen verglichen haben haben wir folgende Tabelle erhalten: Fehler ergeben sich hier durch simple Fehlerfortpflanzung.

Maximum-Ordnung	0	1	2	3	4	5
Abstand zum 0. Max [ $10^{-4} m$ ]	$0 \pm 0$	$2,98 \pm 0,10$	$5,31 \pm 0,11$	$7,12 \pm 0,12$	$9,49 \pm 0,13$	$11,47 \pm 0,14$
n über Gerade	$0 \pm 0$	$1,41 \pm 0,05$	$2,51 \pm 0,05$	$3,37 \pm 0,06$	$4,49 \pm 0,06$	$5,43 \pm 0,07$
Theoretische n von $\text{sinc}^2$	0	1,430297	2,459024	3,470890	4,477409	5,481537
$\sigma$ -Abweichung	0	0,43	1,01	1,75	0,25	0,74

Tabelle 11: Abstände der Minima zum Hauptmaximum und zugehöriger x-Achsen Wert auf der Gerade

Die Positionen der Maxima stimmen also gut mit den theoretischen Werten überein. Als letztes haben wir beim Einzelpalt noch die Intensitäten mit dem theoretischen Beugungsbild verglichen. Dazu mussten wir die Intensitäten, die wir mit Hauptmaximum in Sättigung gemessen haben, mit einem Sättigungsfaktor anpassen, um sie mit dem Hauptmaximum vergleichen zu können. Außerdem haben wir alle Intensitäten relativ zur Intensität des Hauptmaximums angegeben. Dann haben wir aus dem theoretischen Beugungsbild die Intensitäten gemessen und folgende Ergebnisse und Abweichungen erhalten:

Ordnung $n$	$I_{exp}$	$I_{theo}$	$\sigma$ -Abweichung
0	$1 \pm 0$	$1 \pm 0$	0
1	$0,057 \pm 0,004$	$0,04721 \pm 0,00020$	2,68
2	$0,0253 \pm 0,0016$	$0,01638 \pm 0,00020$	5,57
3	$0,0116 \pm 0,0008$	$0,00833 \pm 0,00020$	4,19
4	$0,0068 \pm 0,0005$	$0,00503 \pm 0,00020$	3,43
5	$0,0043 \pm 0,0003$	$0,00336 \pm 0,00020$	2,34

Tabelle 12: Theoretische Intensitäten des Beugungsbildes des Einzelpaltes und Sigma-Abweichungen

Wir hatten also bei drei der Maxima signifikante Abweichungen. Der Grund dafür ist vermutlich, wie auch schon in der Auswertung erwähnt, dass unser experimentelles Beugungsbild nicht perfekt war. Vorallem im Bild mit Hauptmaximum in Sättigung konnte man viele Unregelmäßigkeiten in den Maxima erkennen, was das Ablesen der Intensitäten ungenau machte. Der Grund für die Unregelmäßigkeiten war vermutlich unsere Justierung, die selbst nach langem Nachjustieren nicht perfekt war. Dreck in der Kamera konnten wir als Grund ausschließen, da trotz der Verschieben der Kamera aus dem ursprünglichen Bereich die Unregelmäßigkeiten verblieben.

## Beugungsbild Doppelspalt

Zunächst haben wir die Beugungsbilder der verschiedenen Doppelspalte qualitativ beobachtet. Dabei haben wir einen Zusammenhang von  $x \propto \frac{1}{g}$  feststellen, was auch zu erwarten war.

Als nächstes haben wir für die Maxima zwischen den 1. Minima der Spaltfunktion die Intensitäten mit dem theoretischen Beugungsbild verglichen. Dazu haben wir die Werte für Spaltabstand und Spaltbreite  $g = (358 \pm 3)px$  und  $b = (165 \pm 7)px$  aus dem letzten Versuchsteil verwendet, da wir das Verhältnis für die Berechnung des theoretischen Beugungsbildes benötigen, welches der Funktion  $F(x) = \text{sinc}(x)^2 \cdot \cos(\pi x \frac{g}{b})^2$  entspricht. Wir haben die theoretischen Intensitäten bestimmt, sowie unsere experimentellen Intensitäten mit Sättigungsfaktor korrigiert und auf das Hauptmaximum normiert. Unser Ergebnis war

Ordnung $n$	$I$ Normiert, Sättigung	$I_{theo}$	$\sigma$ -Abweichung
0	$1 \pm 0$	$1 \pm 0$	0
1	$0,606 \pm 0,008$	$0,50000 \pm 0,00020$	13,68
2	$0,0812 \pm 0,0023$	$0,02580 \pm 0,00020$	23,77

Tabelle 13: Theoretische Intensitäten des Beugungsbildes des Einzelpaltes und Sigma-Abweichungen

Die Abweichungen waren hier sehr deutlich. Der Grund dafür ist vermutlich erneut eine schlechte Justierung, was sich hier vor allem in der mäßigen Symmetrie des Beugungsbildes gezeigt hat. Außerdem haben wir bei Versuchsteil 4 bei der Bestimmung der Spaltbreite die Werte am unteren Rand der Rechteckfunktion vermessen, obwohl es in der Mitte der "Steigung" korrekt gewesen wäre. Durch ausprobieren sieht man, dass selbst eine kleine Änderung des Faktors  $\frac{g}{b}$

sehr deutliche Auswirkungen auf die Intensitäten des theoretischen Beugungsbildes hat. Unsere theoretischen Intensitäten sind also vermutlich deshalb verfälscht.

## Fourierbild Einzelpalt

Zunächst haben wir die Spaltbreite des Einzelpaltes über die Brennweite und Bildweite bestimmt. Dabei haben wir einen Wert von  $G_b = (0,000265 \pm 0,000007)\text{m}$  erhalten. Dies entspricht einer Abweichung zum im ersten Versuchsteil bestimmten Wert von

$$\sigma_{G_b} = 3,50$$

Also eine signifikante Abweichung. Hier trifft das gleiche zu wie bei der Bestimmung der Spaltbreite beim Doppelpalt. Wir haben wieder die Werte am unteren Rand der Rechteckfunktion gemessen, was uns falsche Werte für die Spaltbreite gegeben hat.

Danach haben wir unsere experimentellen Spaltbilder mit den theoretischen Spaltbildern verglichen. Wir konnten sehen, dass die Zahl der Maxima und Zahl der "Wiggels" soweit übereinstimmt. Wir haben außerdem die Intensitäten der Maxima und Minima, sowie die Abstände der Maxima verglichen, für die Spaltbilder von  $n = 1$  bis  $n = 4$ . Für die Intensitäten haben wir auf die Intensität des Hauptmaximums beim Bild  $n = 1$  normiert. Bei den Positionen sollten wir nur die Abstände vergleichen, also haben wir einen Faktor von  $p = \frac{20\text{px}}{30,19 \cdot 10^{-6}\text{m}}$  auf die Positionen der theoretischen Maxima angewendet, um diese mit den experimentellen Positionen vergleichen zu können. Unsere Ergebnisse waren damit

Ordnung $n$	0
Intensitäten ohne Untergrund [cnt]	$0,6460 \pm 0,0022$
Normierte Intensitäten	$1 \pm 0$
Theoretische Intensitäten	$1 \pm 0$
$\sigma$ -Abweichung Intensitäten	0
Relative Positionen [px]	$0 \pm 0$
Theoretische Positionen [ $10^{-6}\text{m}$ ]	$0 \pm 0$
Umgerechnete theoretische Positionen [px]	$0 \pm 0$
$\sigma$ -Abweichung Positionen	0

Tabelle 14: Vergleich der Spaltbilder - 0. Ordnung - Abbildungen 31 & 35

Ordnung $n$	0	1
Intensitäten ohne Untergrund [cnt]	$0,4430 \pm 0,0022$	$0,6080 \pm 0,0022$
Normierte Intensitäten	$0,686 \pm 0,004$	$0,941 \pm 0,005$
Theoretische Intensitäten	$0,6474 \pm 0,0003$	$1,0000 \pm 0,0003$
$\sigma$ -Abweichung Intensitäten	9,12	12,35
Relative Positionen [px]	-*	$40 \pm 4$
Theoretische Positionen [ $10^{-6}$ m]	-	$59,6 \pm 1,0$
Umgerechnete theoretische Positionen [px]	-	$39,5 \pm 0,7$
$\sigma$ -Abweichung Positionen	-	0,13

Tabelle 15: Vergleich der Spaltbilder - 1. Ordnung - Abbildungen 32 & 36

Ordnung $n$	0	1	2
Intensitäten ohne Untergrund [cnt]	$0,5910 \pm 0,0022$	$0,4430 \pm 0,0022$	$0,5940 \pm 0,0022$
Normierte Intensitäten	$0,914 \pm 0,005$	$0,686 \pm 0,004$	$0,920 \pm 0,005$
Theoretische Intensitäten	$0,9323 \pm 0,0003$	$0,6972 \pm 0,0003$	$1 \pm 0,0003$
$\sigma$ -Abweichung Intensitäten	3,71	2,72	17,08
Relative Positionen [px]	$2 \pm 4$	-	$54 \pm 4$
Theoretische Positionen [ $10^{-6}$ m]	$0 \pm 0$	-	$80,2 \pm 1,0$
Umgerechnete theoretische Positionen [px]	$0 \pm 0$	-	$53,1 \pm 0,7$
$\sigma$ -Abweichung Positionen	0,47	-	0,20

Tabelle 16: Vergleich der Spaltbilder - 2. Ordnung - Abbildungen 33 & 37

Ordnung $n$	0	1	2	3
Intensitäten ohne Untergrund [cnt]	$0,4930 \pm 0,0022$	$0,5610 \pm 0,0022$	$0,4370 \pm 0,0022$	$0,592 \pm 0,0022$
Normierte Intensitäten	$0,763 \pm 0,004$	$0,868 \pm 0,005$	$0,676 \pm 0,004$	$0,916 \pm 0,005$
Theoretische Intensitäten	$0,7413 \pm 0,0003$	$0,9104 \pm 0,0003$	$0,7178 \pm 0,0003$	$1,0000 \pm 0,0003$
$\sigma$ -Abweichung Intensitäten	5,01	9,14	9,86	17,77
Relative Positionen [px]	-	$20 \pm 4$	-	$60 \pm 4$
Theoretische Positionen [ $10^{-6}$ m]	-	$30,2 \pm 1,0$	-	$90,6 \pm 1,0$
Umgerechnete theoretische Positionen [px]	-	$20,0 \pm 0,7$	-	$60,0 \pm 0,7$
$\sigma$ -Abweichung Positionen	-	0*	-	0,003

Tabelle 17: Vergleich der Spaltbilder - 3. Ordnung - Abbildungen 34 & 38

Die Abweichungen bei den Positionen sind also nicht signifikant, bei den Intensitäten jedoch schon. Vor allen die Maxima am Rand haben in den theoretischen Spaltbilder immer die Intensität 1, bei uns jedoch deutlich kleiner Intensitäten. Die Erklärung ist hier vermutlich erneut eine schlechte Justierung, wie beim Rest des Versuchs, da sich diese wie immer als schwierig herausstellte. Außerdem könnte eine Fehlerquelle sein, dass wir nicht genau bei der richtigen Position des Analysierspaltes die Messungen durchgeführt haben, sondern leicht neben  $n = 1$  etc. Dabei würden noch Intensitäten von der nächst höheren Ordnung zum Spaltbild beitragen, was vor allem auch die Intensität des äußeren Maximums verringert, da dieses ja bei der nächst höheren Ordnung eine deutlich geringer Intensität als 1 hat.

Wir sollten außerdem begründen, warum die Intensität in der Mitte des Spaltbildes bei 0. Beugungsordnung größer ist als bei geöffnetem Analysierspalt. Unsere Erklärung war, dass wenn wir

nur das Hauptmaximum durch den Analysierspalt zulassen, diese seine Intensität komplett im Zentrum konzentriert hat. Wenn wir den Analysierspalt öffnen, lassen wir andere Beugungsordnungen zu, welche im Zentrum geringere Intensität haben, welche mit der 0. Beugungsordnung interferieren und die Intensität senken.

## Fourierbild Doppelspalt

Analog zum Einzelpunkt haben wir hier zuerst aus Brennweite und Bildweite die Spaltbreite und Spaltabstand des Doppelspaltes bestimmt. Wir haben  $G_b = (0,000269 \pm 0,000011)m$  und  $G_g = (0,000583 \pm 0,000006)m$  erhalten.

Danach haben wir für Fall a, bei dem nur noch die 1. Beugungsordnungen beider Spalte zum Spaltbild beitragen, und für Fall b, bei dem die Doppelspaltstruktur verschwindet, unsere Experimentellen Spaltbilder mit den theoretischen verglichen. Für Fall a haben wir sehr ähnliche Spaltbilder erhalten. Für Fall b sollten wir quantitativ die Integrationsgrenzen beim Integral der Fouriertransformation vergleichen. Durch Iteration haben wir für die theoretische Integrationsgrenze  $n = 0,3095$  und damit  $k_y = \frac{2\pi n}{d} = (7240 \pm 290)\frac{1}{m}$  bestimmt. Aus der Einstellung des Analysierspaltes 0,210m haben wir für die experimentelle Integrationsgrenze

$$k_{y,exp} = (26000 \pm 600)\frac{1}{m} \quad (48)$$

erhalten. Das entspricht einer Abweichung von  $\sigma_{k_y} = 27,4$  zum theoretischen Fall. Der Grund für diese sehr signifikante Abweichung ist vermutlich wieder die Justierung. Unser Spaltbild für Fall b hatte definitiv kein so gleichmäßiges "Plateau" wie das theoretische Spaltbild. Ein anderer Grund dafür könnte natürlich auch sein, dass wir mit dem Analysierspalt nicht genau die richtige Einstellung für Fall b getroffen haben.

Insgesamt waren die Abweichungen, vor allem bei den Intensitäten, generell sehr groß bei diesem Versuch. Grundsätzlich hatten wir immer Probleme mit der Justierung des Versuchsaufbaus, wobei wir trotz langem Herumprobieren nie ein perfektes Beugungsbild oder Spaltbild erhalten haben. Hinzu kommen ein paar andere Fehler, wie das Vermessen der Spaltbreiten am unteren Ende der Rechteckfunktion, was leicht vermeidbar gewesen wäre, und jedoch erst am Ende des Versuchs aufgefallen ist.

# Versuch 233 - Fourieroptik Auswertung

Felix Fleischle - 6.12.2021 und 13.12.2021

```
In [1]: import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.optimize import curve_fit
from scipy.optimize import fmin

#%matplotlib qt5
```

## Eichung - Einzelpalt

```
In [2]: pos_max_0 = 1064 #px position des ersten Maximums

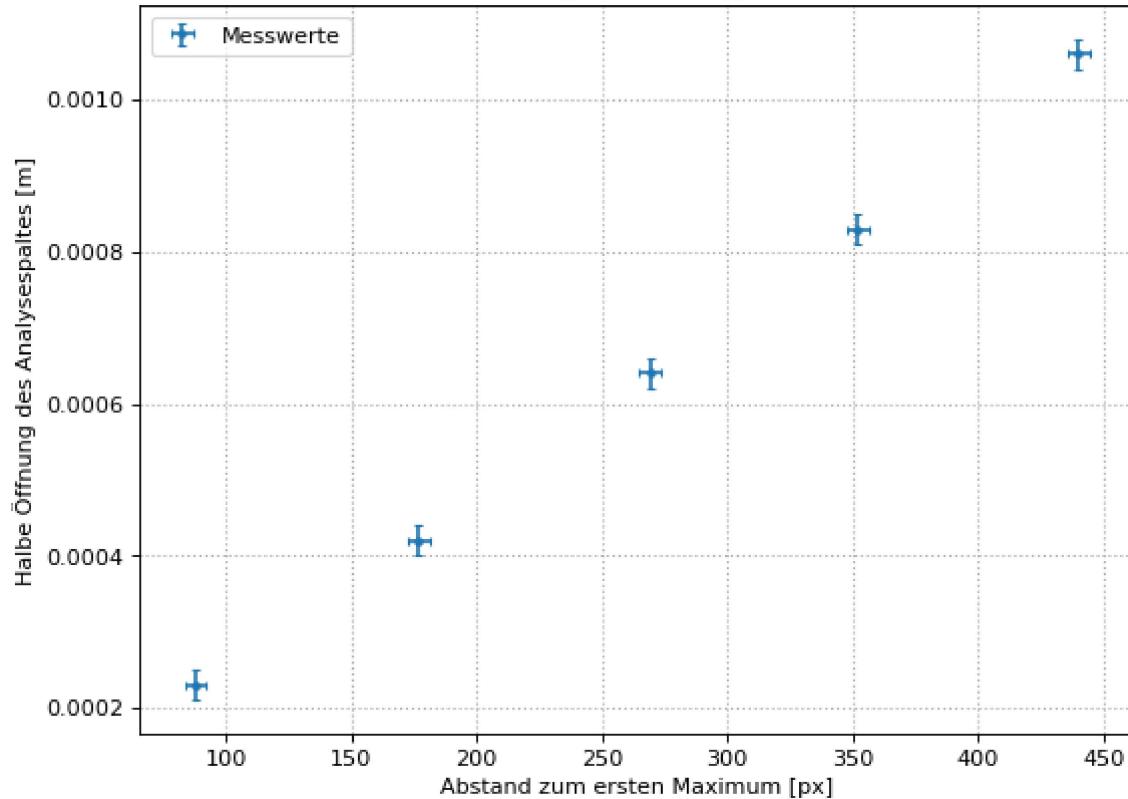
min_es_x = pos_max_0 - np.array([976, 887, 795, 712, 624]) #Pixel Abstand zum ersten Maximum
min_es_x_err = np.sqrt((np.ones(5)*3)**2 + (np.ones(5)*3)**2)
print("Abstände zum 0.Max:", min_es_x, "+-", min_es_x_err)

min_es_x_eich = np.array([0.23, 0.42, 0.64, 0.83, 1.06]) *10**(-3) #m
min_es_x_eich_err = np.ones(5)*0.02*10**(-3) #m

Abstände zum 0.Max: [ 88 177 269 352 440] +- [4.24264069 4.24264069 4.24264069 4.24264069 4.24264069]
```

```
In [3]: plt.figure(figsize=(8, 6), dpi=80)
plt.title('Eichung des Einzelpalts')
plt.errorbar(min_es_x, min_es_x_eich, linestyle="None", marker = ".", xerr = min_es_x_err,yerr = min_es_x_eich_err, capsize = 2, l
plt.legend()
plt.xlabel("Abstand zum ersten Maximum [px]")
plt.ylabel("Halbe Öffnung des Analysespaltes [m]")
plt.grid(linestyle=":", linewidth=1)
```

### Eichung des Einzelpalts



```
In [4]: def truelinear(x,s):
    return x*s

popt_es_eich, pcov_es_eich = curve_fit(truelinear, min_es_x, min_es_x_eich, sigma=min_es_x_eich_err)
print(popt_es_eich)

pxtom_es = popt_es_eich[0]
pxtom_es_err = np.sqrt(pcov_es_eich[0,0])

print("Umrechnungsfaktor: x[m] =", pxtom_es, "+-", pxtom_es_err, "x[px]")

plt.figure(figsize=(8, 6), dpi=80)
plt.title('Eichung des Einzelpalts - mit fit')
plt.errorbar(min_es_x, min_es_x_eich, linestyle="None", marker = ".", xerr = min_es_x_err,yerr = min_es_x_eich_err, capsize = 2, 1
plt.plot(min_es_x, truelinear(min_es_x, pxtom_es),label="fit",color="purple")
plt.legend()
```

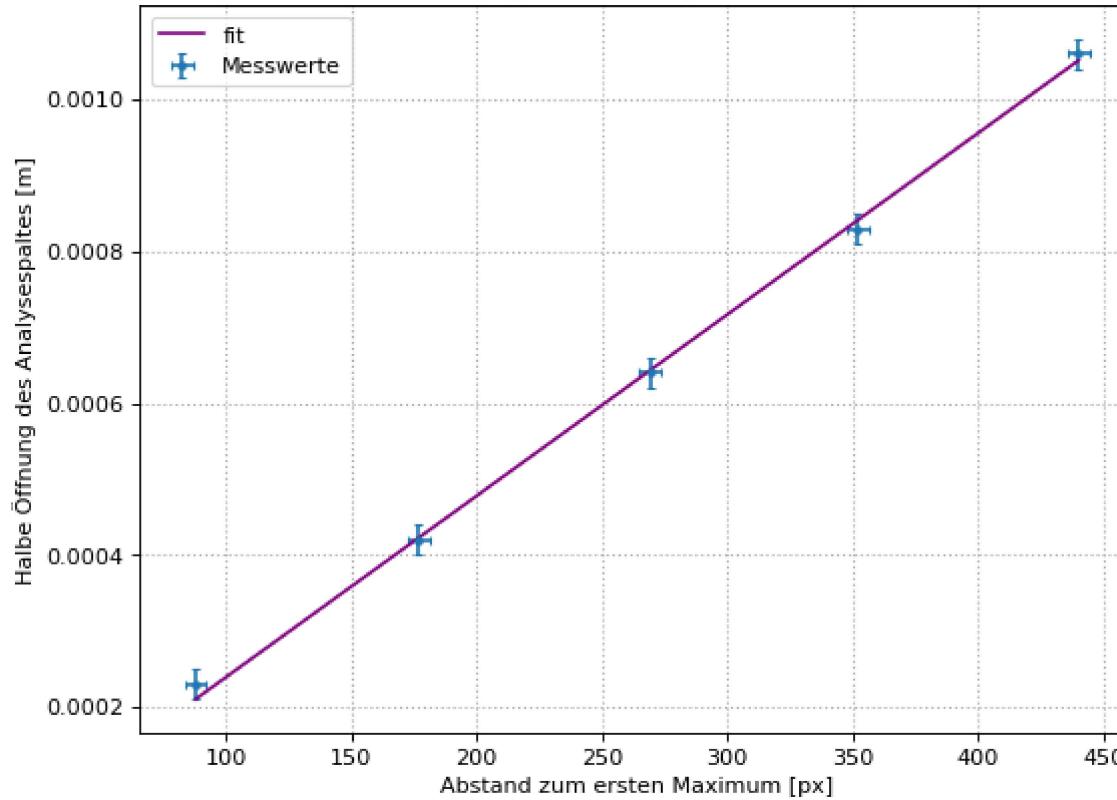
```

plt.xlabel("Abstand zum ersten Maximum [px]")
plt.ylabel("Halbe Öffnung des Analysespaltes [m]")
plt.grid(linestyle=":", linewidth=1)

[2.39032214e-06]
Umrechnungsfaktor: x[m] = 2.3903221444285776e-06 +- 1.874240181710235e-08 x[px]

```

Eichung des Einzelspalts - mit fit



## Quantitative Beobachtungen am Einfachspalt

```

In [5]: min_es_x_m = min_es_x * pxtom_es
min_es_x_m_err = np.sqrt((min_es_x_err * pxtom_es)**2 + (min_es_x * pxtom_es_err)**2 )

print("Abstände zur Mitte in Metern:", min_es_x_m, "+-", min_es_x_m_err, "[m]")

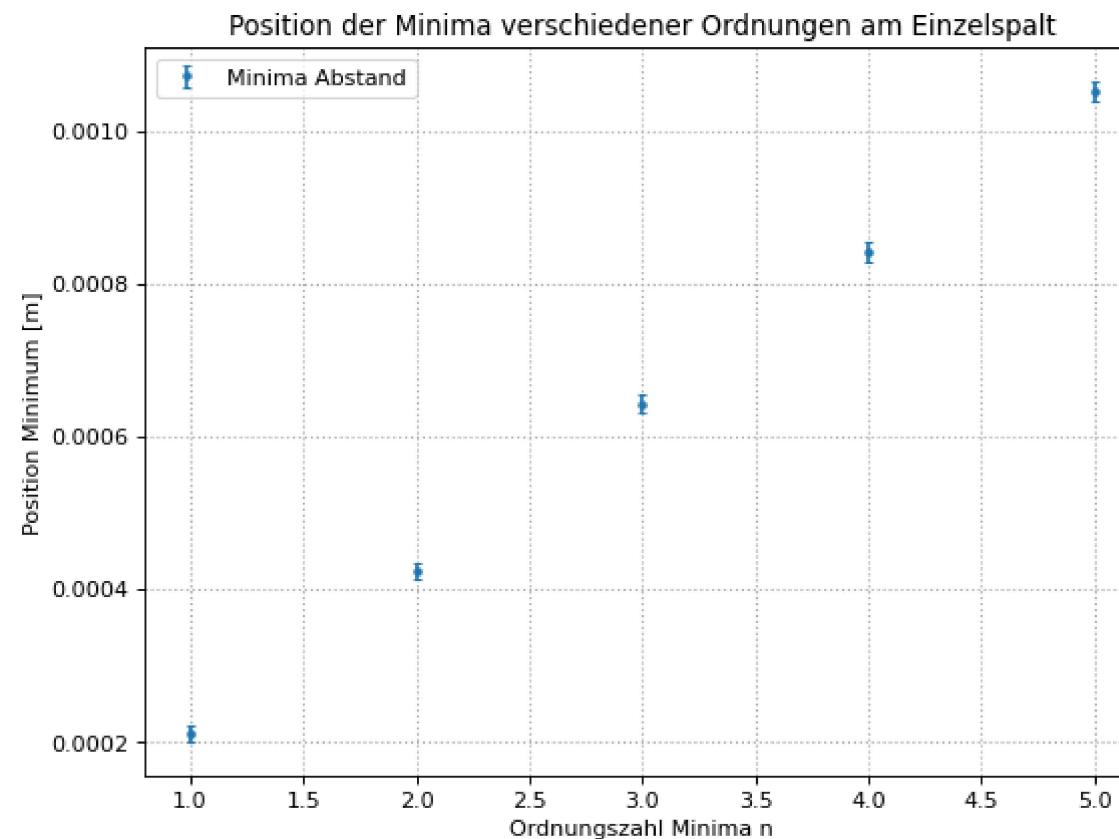
min_es_o = np.array([1,2,3,4,5])

```

Abstände zur Mitte in Metern: [0.00021035 0.00042309 0.000643 0.00084139 0.00105174] +- [1.02745225e-05 1.06700842e-05 1.1325383

```
9e-05 1.20983562e-05  
1.30710699e-05] [m]
```

```
In [6]: plt.figure(figsize=(8, 6), dpi=80)  
plt.title('Position der Minima verschiedener Ordnungen am Einzelpunkt')  
plt.errorbar(min_es_o, min_es_x_m, linestyle="None", marker = ".", yerr = min_es_x_m_err, capsize = 2, label="Minima Abstand")  
plt.legend()  
plt.xlabel("Ordnungszahl Minima n")  
plt.ylabel("Position Minimum [m]")  
plt.grid(linestyle=":", linewidth=1)
```

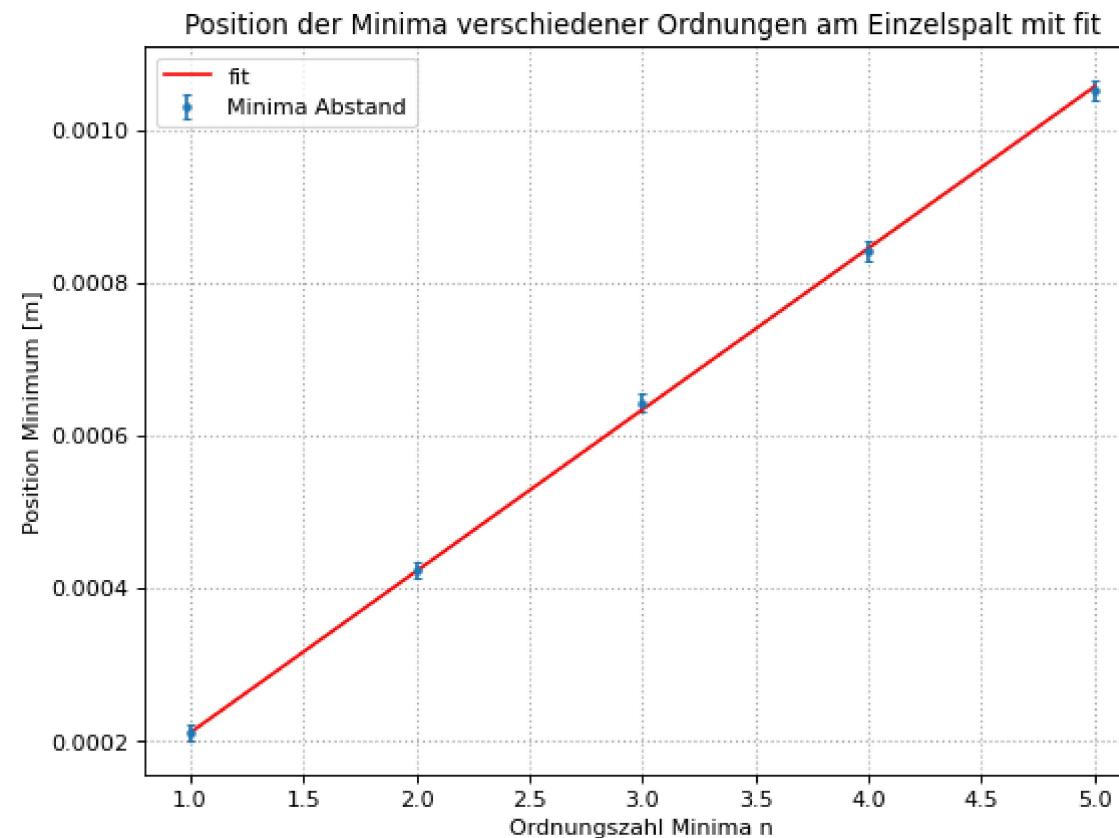


```
In [7]: popt_min_es, pcov_min_es = curve_fit(truelinear, min_es_o, min_es_x_m, sigma=min_es_x_m_err)  
s_min_es = popt_min_es[0]  
s_min_es_err = np.sqrt(pcov_min_es[0,0])
```

```
print("Steigung:", s_min_es, "+-", s_min_es_err, "[m]")
```

```
Steigung: 0.00021121638279516188 +- 7.72741639470072e-07 [m]
```

```
In [8]: plt.figure(figsize=(8, 6), dpi=80)
plt.title('Position der Minima verschiedener Ordnungen am Einzelpalt mit fit')
plt.errorbar(min_es_o, min_es_x_m, linestyle="None", marker = ".", yerr = min_es_x_m_err, capsize = 2, label="Minima Abstand")
plt.plot(min_es_o, truelinear(min_es_o, s_min_es),label="fit",color="red")
plt.legend()
plt.xlabel("Ordnungszahl Minima n")
plt.ylabel("Position Minimum [m]")
plt.grid(linestyle":", linewidth=1)
```



```
In [9]: # Spaltbreite aus Steigung, Herleitung in der Auswertung:
f_l1 = 80 * 10**(-3) #m Brennweite Linse L1
lmbda = 635 * 10**(-9) #m Wellenlänge Laser
```

```

breite_es = lmbda * f_l1 / s_min_es
breite_es_err = lmbda * f_l1 * s_min_es_err / (s_min_es)**2

print("Spaltbreite:", breite_es, "+-", breite_es_err, "[m]")

```

Spaltbreite: 0.00024051164652917078 +- 8.799192637951712e-07 [m]

In [10]: # Positionen der Maxima des Einzelspalts

```

max_es_x = pos_max_0 - np.array([1064, 939.5, 842, 766, 667, 584])
max_es_x_err = np.sqrt((np.ones(6)*3)**2 + (np.ones(6)*3)**2)

max_es_x_m = max_es_x * pxtom_es
max_es_x_m_err = np.sqrt((max_es_x_err * pxtom_es)**2 + (max_es_x * pxtom_es_err)**2)

max_es_o = max_es_x_m / s_min_es
max_es_o_err = np.sqrt((max_es_x_m_err / s_min_es)**2 + (max_es_x_m * s_min_es_err / (s_min_es)**2)**2)

print("Maxima Positionen relativ in px:", max_es_x, "+-", max_es_x_err, "[px]")
print("Maxima Positionen in Metern:", max_es_x_m, "+-", max_es_x_m_err, "[m]")
print("Ordnungszahlen aus Gerade:", max_es_o, "+-", max_es_o_err)

max_es_o_theo = np.array([0, 1.430297, 2.459024, 3.470890, 4.477409, 5.481537]) #Bestimmt aus GeoGebra

sigma_max_es_o = np.abs((max_es_o_theo - max_es_o)/max_es_o_err)

print("Abweichungen der Positionen:", sigma_max_es_o)

```

```

Maxima Positionen relativ in px: [ 0. 124.5 222. 298. 397. 480. ] +- [ 4.24264069 4.24264069 4.24264069 4.24264069 4.24264069 4.24264069 ] [px]
Maxima Positionen in Metern: [0. 0.0002976 0.00053065 0.00071232 0.00094896 0.00114735] +- [1.01412780e-05 1.04062678e-05 1.09616552e-05 1.15775808e-05 1.25781570e-05 1.35565440e-05] [m]
Ordnungszahlen aus Gerade: [0. 1.40895845 2.51235964 3.37244673 4.49282333 5.43212896] +- [0.04801369 0.0495372 0.0527054 2.0561853 0.06177788 0.06718961]
Abweichungen der Positionen: [0. 0.4307581 1.0119575 1.75211788 0.24951204 0.7353524 ]

```

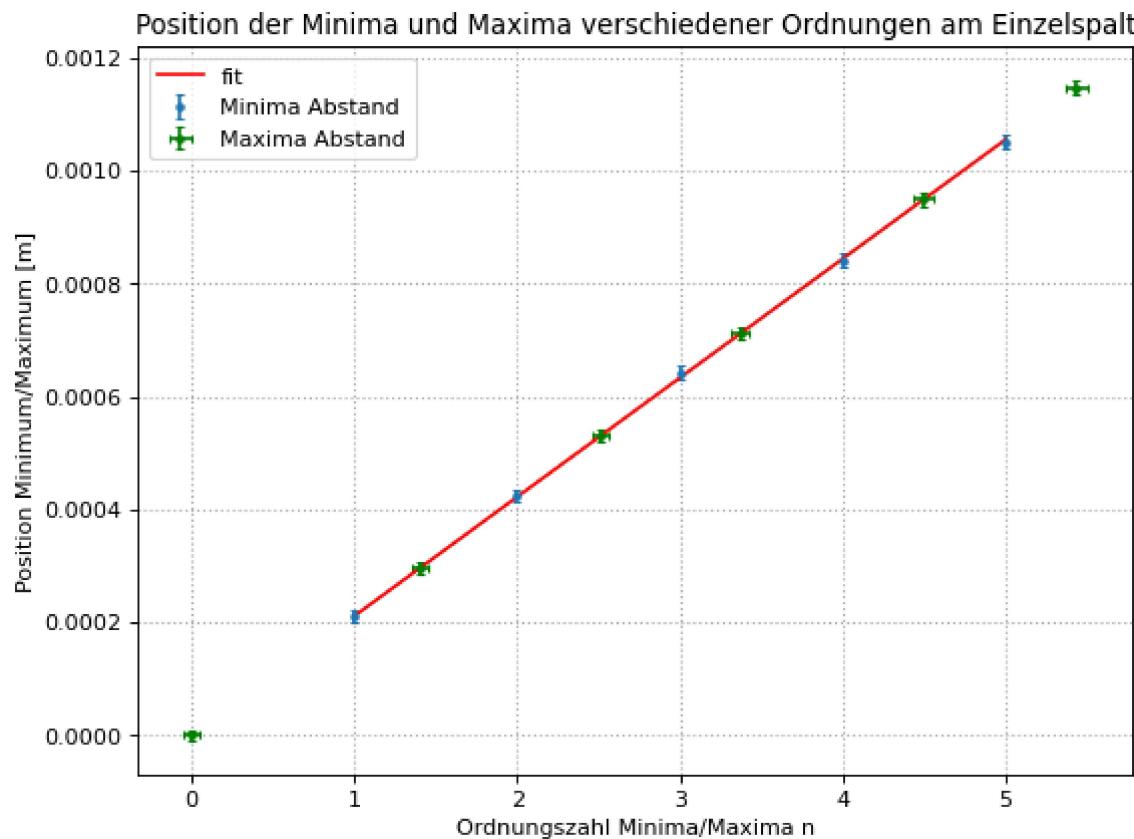
In [11]: plt.figure(figsize=(8, 6), dpi=80)

```

plt.title('Position der Minima und Maxima verschiedener Ordnungen am Einzelspalt')
plt.errorbar(min_es_o, min_es_x_m, linestyle="None", marker = ".", yerr = min_es_x_m_err, capsize = 2, label="Minima Abstand")
plt.errorbar(max_es_o, max_es_x_m, linestyle="None", marker = ".", color="Green", yerr = max_es_x_m_err, xerr = max_es_o_err, caps
plt.plot(min_es_o, truelinear(min_es_o, s_min_es),label="fit",color="red")
plt.legend()
plt.xlabel("Ordnungszahl Minima/Maxima n")

```

```
plt.ylabel("Position Minimum/Maximum [m]")
plt.grid(linestyle=":", linewidth=1)
```



```
In [12]: # Intensitäten:

int_u = 0.002
int_u_err = 0.001

int_es_last = np.array([0.255, 0.118, 0.070, 0.045]) - int_u
int_es_last_err = np.sqrt((np.ones(4)*0.002)**2 + int_u_err**2)
int_es_first = np.array([0.637, 0.038]) - int_u
int_es_first_err = np.sqrt((np.ones(2)*0.002)**2 + (int_u_err)**2)

print("Intensitäten mit Untergrund abgezogen: Keine Sättigung:", int_es_first, "+-", int_es_first_err, "Sättigung:", int_es_last,
norm_fkt_es = 1 / int_es_first[0]
norm_fkt_es_err = int_es_first_err[0] / (int_es_first[0])**2
```

```

print("Normierungsfaktor:", norm_fkt_es, "+-", norm_fkt_es_err)

int_es_max1_saett = 0.568 - int_u
int_es_max1_saett_err = np.sqrt(0.002**2 + int_u_err**2)

saett_fkt_es = int_es_first[1] / int_es_max1_saett
saett_fkt_es_err = np.sqrt((int_es_first_err[1] / int_es_first[1])**2 + (int_es_max1_saett_err / int_es_max1_saett)**2) * saett_fkt_es

print("Sättigungsfaktor:", saett_fkt_es, "+-", saett_fkt_es_err)

int_es_first_corr = norm_fkt_es * int_es_first
int_es_first_corr_err = np.sqrt((norm_fkt_es_err * int_es_first)**2 + (norm_fkt_es * int_es_first_err)**2)

int_es_last_corr = norm_fkt_es * saett_fkt_es * int_es_last
int_es_last_corr_err = np.sqrt((norm_fkt_es_err * saett_fkt_es * int_es_last)**2 + (norm_fkt_es * saett_fkt_es_err * int_es_last)**2)

int_es = np.concatenate((int_es_first_corr, int_es_last_corr))
int_es_err = np.concatenate((int_es_first_corr_err, int_es_last_corr_err))

print("Intensitäten normiert, auf Sättigung angepasst:", int_es, "+-", int_es_err)

```

Intensitäten mit Untergrund abgezogen: Keine Sättigung: [0.635 0.036] +- [0.00223607 0.00223607] Sättigung: [0.253 0.116 0.068 0.043] +- [0.00223607 0.00223607 0.00223607]  
 Normierungsfaktor: 1.574803149606299 +- 0.005545459675118828  
 Sättigungsfaktor: 0.06360424028268552 +- 0.003958633247501072  
 Intensitäten normiert, auf Sättigung angepasst: [1. 0.05669291 0.02534153 0.01161904 0.00681116 0.00430706] +- [0.00497996 0.00352702 0.00159554 0.00075815 0.00048005 0.00034965]

In [13]:

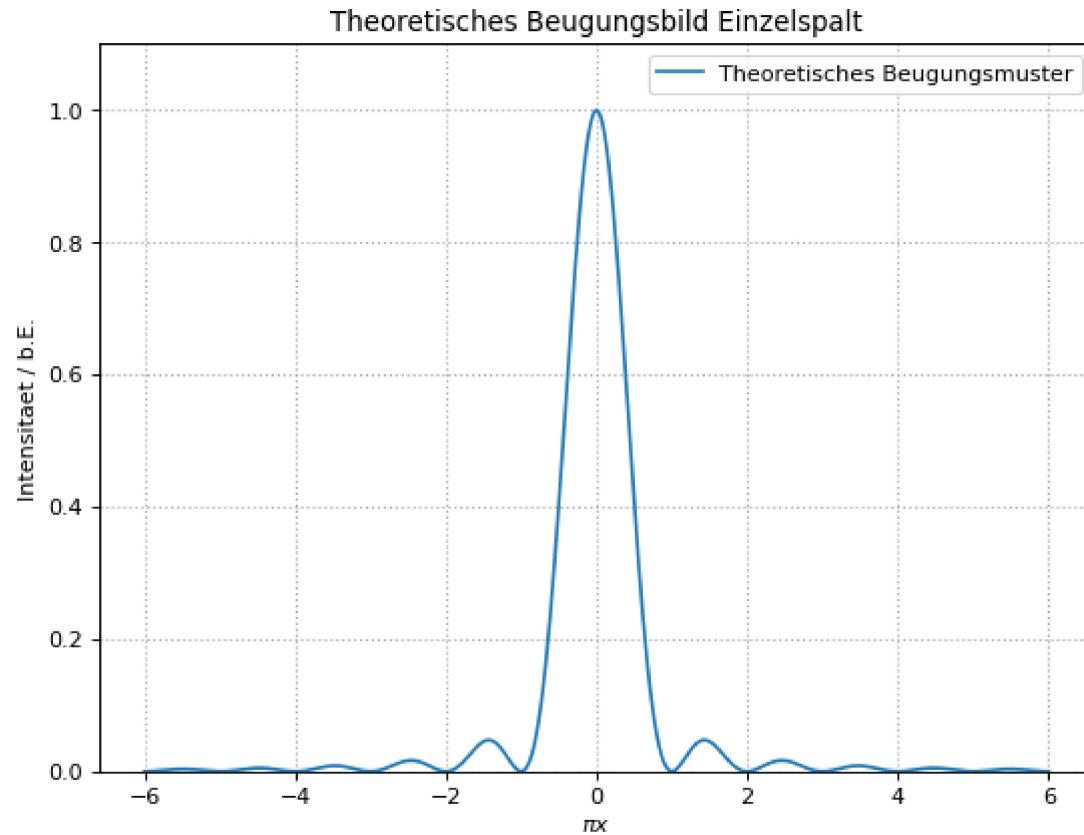
```

def beugung_spalt(x):
    return np.sinc(x)**2

nr_max = 5
x_values_int_es = np.linspace(-(nr_max+1), nr_max+1, 400)
int_es_peakind = beugung_spalt(x_values_int_es)
plt.figure(figsize=(8, 6), dpi=80)
plt.title('Theoretisches Beugungsbild Einzelspalt')
plt.plot(x_values_int_es, int_es_peakind, label="Theoretisches Beugungsmuster")
# plt.errorbar(int_es_o, int_es, linestyle="None", marker = ".", color="Green", yerr = int_es_err, capsize = 2, label="Gemessene Intensität")
plt.xlabel("\u03c0 x$")
plt.ylabel("Intensität / b.E.")
plt.ylim((0, 1.1))
plt.grid(linestyle=":", linewidth=1)
plt.legend()

```

Out[13]: <matplotlib.legend.Legend at 0x2abd06099a0>



In [14]: #Wir bestimmen die theoretischen Intensitäten mit der matplotlib qt5 Cursor-Funktion.

```
int_es_theo = np.array([1, 0.04721, 0.01638, 0.00833, 0.00503, 0.003363])
int_es_theo_err = np.array([0, 0.00020, 0.00020, 0.00020, 0.00020, 0.00020])

sigma_int_es_theo = (int_es - int_es_theo)/(np.sqrt(int_es_err**2 + int_es_theo_err**2))

print("Abweichungen der Intensitäten:", sigma_int_es_theo)
```

Abweichungen der Intensitäten: [-2.22937925e-14 2.68433421e+00 5.57300148e+00 4.19476008e+00  
3.42502884e+00 2.34370260e+00]

## Beugungsstruktur des Doppelspaltes

```
In [15]: #Spaltabstand und Spaltbreite aus Protokoll 2:
```

```
abstand_ds = (1455 + 1295)/2 - (1102 + 932)/2
abstand_ds_err = np.sqrt(1.5**2 + 1.5**2 + 1.5**2 + 1.5**2)

breite_ds_1 = (1102 - 932)
breite_ds_2 = (1455 - 1295)
breite_ds = np.mean(np.array([breite_ds_1, breite_ds_2]))
breite_ds_err = np.sqrt((np.std(np.array([breite_ds_1, breite_ds_2])))**2 + (np.sqrt(3**2 + 3**2))**2)

print("Spaltabstand:", abstand_ds, "+-", abstand_ds_err, "[px]")
print("Spaltbreite:", breite_ds, "+-", breite_ds_err, "[px]")

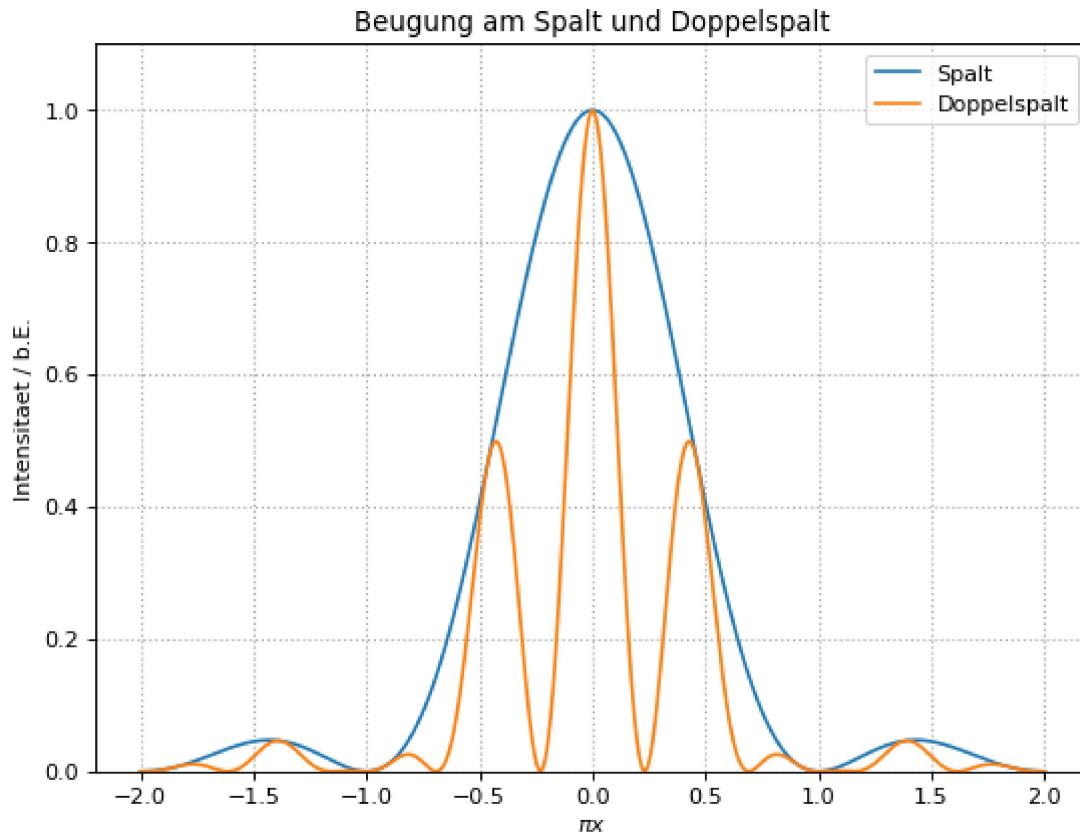
def beugung_doppelspalt(x):
    return np.sinc(x)**2 * np.cos(np.pi*v*x)**2

a = 1
v = abstand_ds / breite_ds
x = np.linspace(-(a+1),a+1,400)
```

```
Spaltabstand: 358.0 +- 3.0 [px]
Spaltbreite: 165.0 +- 6.557438524302 [px]
```

```
In [16]: plt.figure(figsize=(8, 6), dpi=80)
plt.title('Theoretische Beugungsbilder Einzelpalt und Doppelspalt')
plt.plot(x,beugung_spalt(x),label="Spalt")
plt.plot(x,beugung_doppelspalt(x),label="Doppelspalt")
plt.xlabel("\u03c0 x$")
plt.ylabel("Intensitaet / b.E.")
plt.title("Beugung am Spalt und Doppelspalt")
plt.ylim(0,1.1)
plt.grid(linestyle=":", linewidth=1)
plt.legend()
```

```
Out[16]: <matplotlib.legend.Legend at 0x2abd051ac70>
```



In [17]: *# Wir bestimmen die theoretischen Intensitäten der Maxima bis zum ersten Minimum des Einzelpaltes mit der Cursor-Funktion:*

```
int_ds_theo = np.array([1, 0.500, 0.0258])
int_ds_theo_err = np.array([0, 0.00020, 0.00020])
```

In [18]: *# Unsere Messwerte, wieder minus Untergrund und Normiert, auf Sättigung angepasst*

```
int_ds_last = np.array([0.104, 0.048, 0.050]) - int_u
int_ds_last_err = np.sqrt((np.ones(3)*0.002)**2 + int_u_err**2)
int_ds_first = np.array([0.573, 0.348]) - int_u
int_ds_first_err = np.sqrt((np.array([0.005, 0.003]))**2 + (int_u_err)**2)

print("Intensitäten mit Untergrund abgezogen: Keine Sättigung:", int_ds_first, "+-", int_ds_first_err, "Sättigung:", int_ds_last,
norm_fkt_ds = 1 / int_ds_first[0]
norm_fkt_ds_err = int_ds_first_err[0] / (int_ds_first[0])**2
```

```

print("Normierungsfaktor Doppelspalt:", norm_fkt_ds, "+-", norm_fkt_ds_err, "[1/cnt]")

int_ds_max1_saett = 0.763 - int_u
int_ds_max1_saett_err = np.sqrt(0.010**2 + int_u_err**2)

saett_fkt_ds = int_ds_first[1] / int_ds_max1_saett
saett_fkt_ds_err = np.sqrt((int_ds_first_err[1] / int_ds_first[1])**2 + (int_ds_max1_saett_err / int_ds_max1_saett)**2) * saett_fkt

print("Sättigungsfaktor Doppelspalt:", saett_fkt_ds, "+-", saett_fkt_ds_err)

int_ds_first_corr = norm_fkt_ds * int_ds_first
int_ds_first_corr_err = np.sqrt((norm_fkt_ds_err * int_ds_first)**2 + (norm_fkt_ds * int_ds_first_err)**2)

int_ds_last_corr = norm_fkt_ds * saett_fkt_ds * int_ds_last
int_ds_last_corr_err = np.sqrt((norm_fkt_ds_err * saett_fkt_ds * int_ds_last)**2 + (norm_fkt_ds * saett_fkt_ds_err * int_ds_last)*

int_ds = np.concatenate((int_ds_first_corr, int_ds_last_corr))
int_ds_err = np.concatenate((int_ds_first_corr_err, int_ds_last_corr_err))

print("Intensitäten normiert, auf Sättigung angepasst:", int_ds, "+-", int_ds_err)

```

Intensitäten mit Untergrund abgezogen: Keine Sättigung: [0.571 0.346] +- [0.00509902 0.00316228] Sättigung: [0.102 0.046 0.048] +- [0.00223607 0.00223607 0.00223607]  
 Normierungsfaktor Doppelspalt: 1.7513134851138354 +- 0.015639197259218276 [1/cnt]  
 Sättigungsfaktor Doppelspalt: 0.45466491458607095 +- 0.007302055323628828  
 Intensitäten normiert, auf Sättigung angepasst: [1. 0.60595447 0.0812186 0.036628 0.03822052] +- [0.0126289 0.00774285 0.00232328 0.00190347 0.00191401]

In [19]:

```

# Abweichungen der Maxima 0.,1.,2. Ordnung:
int_ds_relevant = int_ds[0:3]
int_ds_relevant_err = int_ds_err[0:3]
sigma_int_ds_theo = (int_ds_relevant - int_ds_theo)/(np.sqrt(int_ds_relevant_err**2 + int_ds_theo_err**2))

print("Abweichungen der Intensitäten:", sigma_int_ds_theo)

```

Abweichungen der Intensitäten: [ 0. 13.67961279 23.76569575]

In [20]:

```

# Positionen Doppelspalt
pos_max_0_ds = 933 #px position des ersten Maximums

min_ds_x = pos_max_0_ds - np.array([914,835, 799, 743]) #Pixel Abstand zum ersten Maximum
min_ds_x_err = np.sqrt((np.ones(4)*3)**2 + (np.ones(4)*3)**2)
print("Abstände zum 0.Max:", min_ds_x, "+-", min_ds_x_err)

```

```
min_ds_x_eich = np.array([0.04, 0.16, 0.22, 0.30]) *10**(-3) #m
min_ds_x_eich_err =np.ones(4)*0.02*10**(-3) #m
```

Abstände zum 0.Max: [ 19 98 134 190] +- [4.24264069 4.24264069 4.24264069 4.24264069]

## Fourierbild des Einzelpaltes

In [23]:

```
# Berechnung der Spaltbreite
f_l1 = 0.08 #m
bw = 0.768 #m
bw_err = 0.004 #m

breite_esf = ( 938 - 775 ) * 14 * 10**(-6)
breite_esf_err = np.sqrt(3**2 + 3**2)* 14 * 10**(-6)

#Gegenstandsweite gw:
gw = 1/((1/f_l1)-(1/bw))
gw_err = np.sqrt((1/((1/f_l1)-(1/bw)))**2 * (1/bw**2) * bw_err)**2

print("Gegenstandsweite:", gw, "+-", gw_err, "[m]")

#Abbildungsmaßstab:
abbm = bw / gw
abbm_err = np.sqrt((bw_err / bw)**2 + (gw_err / gw)**2) * abbm

print("Abbildungsmaßstab:", abbm, "+-", abbm_err, "[m]")

breite_esf_real = breite_esf / abbm
breite_esf_real_err = np.sqrt((breite_esf_err / abbm)**2 + ((abbm_err * breite_esf) / (abbm)**2)**2)

print("Spaltbreite:", breite_esf_real, "+-", breite_esf_real_err, "[m]")

# Abweichung zum ersten Wert:
sigma_breite_es = np.abs((breite_es - breite_esf_real)/(np.sqrt(breite_es_err**2 + breite_esf_real_err**2)))
print("Abweichung Spaltbreite:", sigma_breite_es)
```

Gegenstandsweite: 0.08930232558139535 +- 5.408328826392645e-05 [m]

Abbildungsmaßstab: 8.6 +- 0.04509346004565283 [m]

Spaltbreite: 0.0002653488372093023 +- 7.04537284813091e-06 [m]

Abweichung Spaltbreite: 3.4981425597383393

In [24]:

```
#Integrand
def spalt(k):
    return d/np.pi*np.sin(k*d/2)/(k*d/2)*np.cos(y*k)
```

```
d = breite_es #Spaltbreite auf 1 setzen
n = 50 #Integrationsbereich

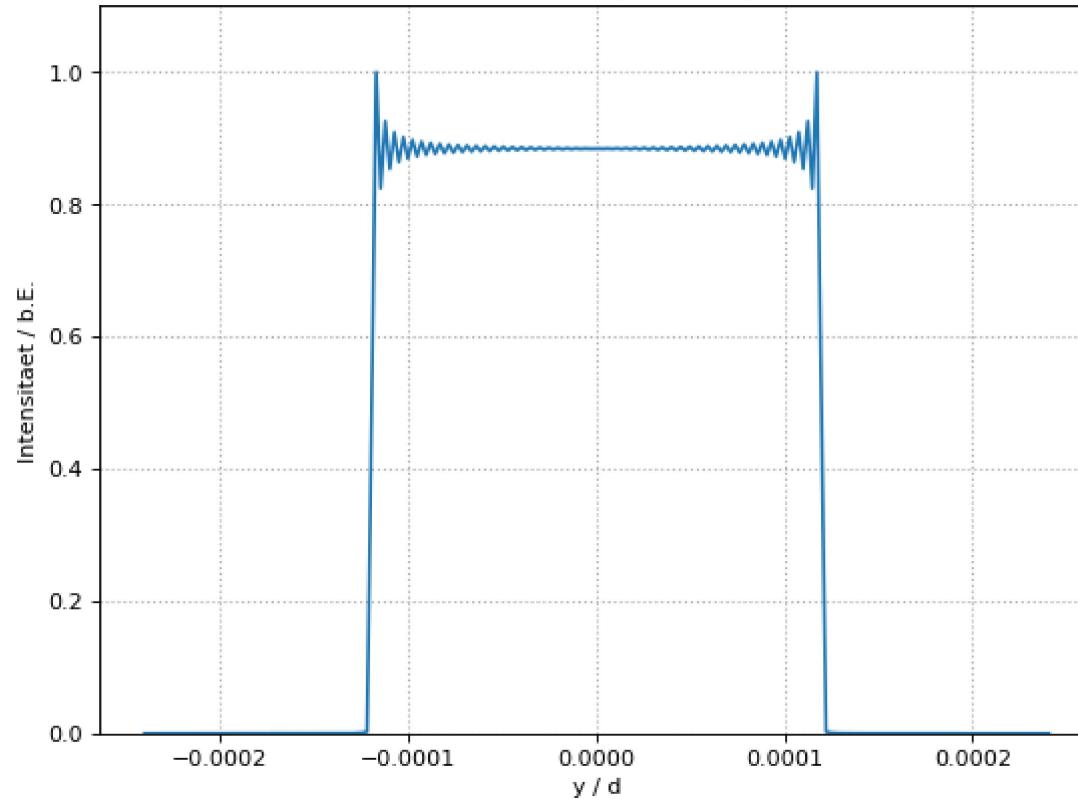
#y-Werte:
Y=np.linspace(-1,1,200)*d
```

```
In [25]: #Berechnung des resultierenden Objektbilds
from scipy.integrate import quad
f_modifiziert=[]
for i in range(len(Y)):
    y=Y[i]
    result, error = quad(spalt, 0, 2*np.pi*n/d)
    f_modifiziert.append(result**2)

#Kurve auf 1 normieren:
f_modifiziert=f_modifiziert/np.max(f_modifiziert)
```

```
In [26]: plt.figure(figsize=(8, 6), dpi=80)
plt.plot(Y,f_modifiziert)
plt.xlabel("y / d")
plt.ylabel("Intensitaet / b.E.")
plt.title("modifiziertes Objektbild Spalt")
plt.ylim((0,1.1))
plt.grid(linestyle=":", linewidth=1)
#plt.savefig("figures/spalt.pdf", format="pdf")
```

modifiziertes Objektbild Spalt



In [27]: *# Wir bestimmen mit der Cursor-Funktion die Intensitäten der Minima und Maxima, und die Lage der Maxima*

```
# n=1
int_esf_o0_theo = np.array([1])
int_esf_o0_theo_err = np.array([0])

pos_esf_o0_theo = np.array([0])
pos_esf_o0_theo_err = np.array([0])

# n=2
int_esf_o1_theo = np.array([0.6474, 1])
int_esf_o1_theo_err = np.array([0.0003, 0.0003])

pos_esf_o1_theo = np.array([5.956*10**(-5)])
pos_esf_o1_theo_err = np.array([0.1*10**(-5)])
```

```

# n=3
int_esf_o2_theo = np.array([0.9323, 0.6972 , 1])
int_esf_o2_theo_err = np.array([0.0003, 0.0003, 0.0003])

pos_esf_o2_theo = np.array([0, 8.022*10**(-5)])
pos_esf_o2_theo_err = np.ones(2)*0.1*10**(-5)

# n=4

int_esf_o3_theo = np.array([0.7413, 0.9104 , 0.7178, 1])
int_esf_o3_theo_err = np.array([0.0003, 0.0003, 0.0003, 0.0003])

pos_esf_o3_theo = np.array([3.019*10**(-5), 9.055*10**(-5)])
pos_esf_o3_theo_err = np.ones(2)*0.1*10**(-5)

```

In [28]:

```
# Rechne Abstände um in Einheiten des Messprogramms
pxtom_esf_theo = (20 / 30.19) / (1*10**(-6))
```

```

pos_esf_o0_theo_m = pxtom_esf_theo * pos_esf_o0_theo
pos_esf_o0_theo_m_err = pxtom_esf_theo * pos_esf_o0_theo_err
print("Theoretische Abstände in Metern 0.Ordnung:", pos_esf_o0_theo_m, "+-", pos_esf_o0_theo_m_err)

pos_esf_o1_theo_m = pxtom_esf_theo * pos_esf_o1_theo
pos_esf_o1_theo_m_err = pxtom_esf_theo * pos_esf_o1_theo_err
print("Theoretische Abstände in Metern 1.Ordnung:", pos_esf_o1_theo_m, "+-", pos_esf_o1_theo_m_err)

pos_esf_o2_theo_m = pxtom_esf_theo * pos_esf_o2_theo
pos_esf_o2_theo_m_err = pxtom_esf_theo * pos_esf_o2_theo_err
print("Theoretische Abstände in Metern 2.Ordnung:", pos_esf_o2_theo_m, "+-", pos_esf_o2_theo_m_err)

pos_esf_o3_theo_m = pxtom_esf_theo * pos_esf_o3_theo
pos_esf_o3_theo_m_err = pxtom_esf_theo * pos_esf_o3_theo_err
print("Theoretische Abstände in Metern 3.Ordnung:", pos_esf_o3_theo_m, "+-", pos_esf_o3_theo_m_err)

```

```
Theoretische Abstände in Metern 0.Ordnung: [0.] +- [0.]
Theoretische Abstände in Metern 1.Ordnung: [39.45677377] +- [0.66247102]
Theoretische Abstände in Metern 2.Ordnung: [ 0.          53.14342498] +- [0.66247102 0.66247102]
Theoretische Abstände in Metern 3.Ordnung: [20.          59.98675058] +- [0.66247102 0.66247102]
```

In [29]:

```
# Messdaten Intensitäten der Minima und Maxima, Normierung
```

```
int_esf_u = 0.002
int_esf_u_err = 0.001
```

```

int_esf_o0 = np.array([0.648]) - int_esf_u
int_esf_o0_err = np.sqrt(np.array([0.002])**2 + (int_esf_u_err)**2 )

print("Intensitäten ohne Untergrund Ordnung 0:", int_esf_o0, "+-", int_esf_o0_err)

int_esf_o1 = np.array([0.445, 0.610]) - int_esf_u
int_esf_o1_err = np.sqrt( np.array([0.002 , 0.002])**2 + int_esf_u_err**2)

print("Intensitäten ohne Untergrund Ordnung 1:", int_esf_o1, "+-", int_esf_o1_err)

int_esf_o2 = np.array([0.593, 0.445, 0.596]) - int_esf_u
int_esf_o2_err = np.sqrt( (np.ones(3)*0.002)**2 + int_esf_u_err**2 )

print("Intensitäten ohne Untergrund Ordnung 2:", int_esf_o2, "+-", int_esf_o2_err)

int_esf_o3 = np.array([0.495, 0.563, 0.439, 0.594]) - int_esf_u
int_esf_o3_err = np.sqrt( (np.ones(4)*0.002)**2 + int_esf_u_err**2 )

print("Intensitäten ohne Untergrund Ordnung 3:", int_esf_o3, "+-", int_esf_o3_err)

norm_fkt_esf = 1 / int_esf_o0[0]
norm_fkt_esf_err = int_esf_o0_err[0] / (int_esf_o0[0])**2
print("Normierungsfaktor Fourier Einzelspalt:", norm_fkt_esf, "+-", norm_fkt_esf_err)

# Normierung:

int_esf_o0_corr = norm_fkt_esf * int_esf_o0
int_esf_o0_corr_err = np.sqrt((norm_fkt_esf * int_esf_o0_err)**2 + (norm_fkt_esf_err * int_esf_o0)**2 )
print("Normierte Intensitäten Ordnung 0:", int_esf_o0_corr, "+-", int_esf_o0_corr_err)

int_esf_o1_corr = norm_fkt_esf * int_esf_o1
int_esf_o1_corr_err = np.sqrt((norm_fkt_esf * int_esf_o1_err)**2 + (norm_fkt_esf_err * int_esf_o1)**2 )
print("Normierte Intensitäten Ordnung 1:", int_esf_o1_corr, "+-", int_esf_o1_corr_err)

int_esf_o2_corr = norm_fkt_esf * int_esf_o2
int_esf_o2_corr_err = np.sqrt((norm_fkt_esf * int_esf_o2_err)**2 + (norm_fkt_esf_err * int_esf_o2)**2 )
print("Normierte Intensitäten Ordnung 2:", int_esf_o2_corr, "+-", int_esf_o2_corr_err)

int_esf_o3_corr = norm_fkt_esf * int_esf_o3
int_esf_o3_corr_err = np.sqrt((norm_fkt_esf * int_esf_o3_err)**2 + (norm_fkt_esf_err * int_esf_o3)**2 )
print("Normierte Intensitäten Ordnung 3:", int_esf_o3_corr, "+-", int_esf_o3_corr_err)

```

Intensitäten ohne Untergrund Ordnung 0: [0.646] +- [0.00223607]

Intensitäten ohne Untergrund Ordnung 1: [0.443 0.608] +- [0.00223607 0.00223607]

```

Intensitäten ohne Untergrund Ordnung 2: [0.591 0.443 0.594] +- [0.00223607 0.00223607 0.00223607]
Intensitäten ohne Untergrund Ordnung 3: [0.493 0.561 0.437 0.592] +- [0.00223607 0.00223607 0.00223607 0.00223607]
Normierungsfaktor Fourier Einzelspalt: 1.547987616099071 +- 0.005358212907005218
Normierte Intensitäten Ordnung 0: [1.] +- [0.00489517]
Normierte Intensitäten Ordnung 1: [0.68575851 0.94117647] +- [0.00419711 0.00475337]
Normierte Intensitäten Ordnung 2: [0.91486068 0.68575851 0.91950464] +- [0.00469141 0.00419711 0.00470228]
Normierte Intensitäten Ordnung 3: [0.76315789 0.86842105 0.67647059 0.91640867] +- [0.00435424 0.00458444 0.00417901 0.00469503]

```

In [30]: # Messwerte Positionen der Maxima, Umrechnung in Abstand zum 0. Max bei 0. Ordnung

```

pos_esf_o0 = np.array([859]) #px
pos_esf_o0_err = np.array([3]) #px

pos_esf_o1 = np.array([819])
pos_esf_o1_err = np.array([3])

pos_esf_o2 = np.array([857, 805])
pos_esf_o2_err = np.ones(2)*3

pos_esf_o3 = np.array([839, 799])
pos_esf_o3_err = np.ones(2)*3

# Relativ zum 0. Max bei Betrachtung 0.Ordnung:

pos_esf_o0_rel = pos_esf_o0 - pos_esf_o0
pos_esf_o0_rel_err = np.sqrt(pos_esf_o0_err**2 + pos_esf_o0_err**2)
print("Position Maxima 0.Ordnung relativ:", pos_esf_o0_rel, "+-", pos_esf_o0_rel_err)

pos_esf_o1_rel = pos_esf_o0 - pos_esf_o1
pos_esf_o1_rel_err = np.sqrt(pos_esf_o0_err**2 + pos_esf_o1_err**2)
print("Position Maxima 1.Ordnung relativ:", pos_esf_o1_rel, "+-", pos_esf_o1_rel_err)

pos_esf_o2_rel = pos_esf_o0 - pos_esf_o2
pos_esf_o2_rel_err = np.sqrt(pos_esf_o0_err**2 + pos_esf_o2_err**2)
print("Position Maxima 1.Ordnung relativ:", pos_esf_o2_rel, "+-", pos_esf_o2_rel_err)

pos_esf_o3_rel = pos_esf_o0 - pos_esf_o3
pos_esf_o3_rel_err = np.sqrt(pos_esf_o0_err**2 + pos_esf_o3_err**2)
print("Position Maxima 1.Ordnung relativ:", pos_esf_o3_rel, "+-", pos_esf_o3_rel_err)

Position Maxima 0.Ordnung relativ: [0] +- [4.24264069]
Position Maxima 1.Ordnung relativ: [40] +- [4.24264069]
Position Maxima 1.Ordnung relativ: [ 2 54] +- [4.24264069 4.24264069]
Position Maxima 1.Ordnung relativ: [20 60] +- [4.24264069 4.24264069]

```

```
In [31]: # Berechnung der Abweichungen - Intensitäten
sigma_int_esf_o0 = np.abs((int_esf_o0_theo - int_esf_o0_corr)/np.sqrt(int_esf_o0_theo_err**2 + int_esf_o0_corr_err**2))
print("Abweichungen Intensitäten 0. Ordnung:", sigma_int_esf_o0)

sigma_int_esf_o1 = np.abs((int_esf_o1_theo - int_esf_o1_corr)/np.sqrt(int_esf_o1_theo_err**2 + int_esf_o1_corr_err**2))
print("Abweichungen Intensitäten 1. Ordnung:", sigma_int_esf_o1)

sigma_int_esf_o2 = np.abs((int_esf_o2_theo - int_esf_o2_corr)/np.sqrt(int_esf_o2_theo_err**2 + int_esf_o2_corr_err**2))
print("Abweichungen Intensitäten 2. Ordnung:", sigma_int_esf_o2)

sigma_int_esf_o3 = np.abs((int_esf_o3_theo - int_esf_o3_corr)/np.sqrt(int_esf_o3_theo_err**2 + int_esf_o3_corr_err**2))
print("Abweichungen Intensitäten 3. Ordnung:", sigma_int_esf_o3)
```

Abweichungen Intensitäten 0. Ordnung: [0.]  
 Abweichungen Intensitäten 1. Ordnung: [ 9.11601271 12.35054233]  
 Abweichungen Intensitäten 2. Ordnung: [ 3.70970908 2.71910253 17.08364648]  
 Abweichungen Intensitäten 3. Ordnung: [ 5.00804224 9.13728505 9.86437394 17.76798172]

```
In [32]: # Berechnung der Abweichungen - Position
sigma_pos_esf_o0 = np.abs((pos_esf_o0_theo_m - pos_esf_o0_rel)/np.sqrt(pos_esf_o0_theo_m_err**2 + pos_esf_o0_rel_err**2))
print("Abweichungen Positionen 0. Ordnung:", sigma_pos_esf_o0)

sigma_pos_esf_o1 = np.abs((pos_esf_o1_theo_m - pos_esf_o1_rel)/np.sqrt(pos_esf_o1_theo_m_err**2 + pos_esf_o1_rel_err**2))
print("Abweichungen Positionen 1. Ordnung:", sigma_pos_esf_o1)

sigma_pos_esf_o2 = np.abs((pos_esf_o2_theo_m - pos_esf_o2_rel)/np.sqrt(pos_esf_o2_theo_m_err**2 + pos_esf_o2_rel_err**2))
print("Abweichungen Positionen 2. Ordnung:", sigma_pos_esf_o2)

sigma_pos_esf_o3 = np.abs((pos_esf_o3_theo_m - pos_esf_o3_rel)/np.sqrt(pos_esf_o3_theo_m_err**2 + pos_esf_o3_rel_err**2))
print("Abweichungen Positionen 3. Ordnung:", sigma_pos_esf_o3)
```

Abweichungen Positionen 0. Ordnung: [0.]  
 Abweichungen Positionen 1. Ordnung: [0.12650672]  
 Abweichungen Positionen 2. Ordnung: [0.46576073 0.1994795 ]  
 Abweichungen Positionen 3. Ordnung: [8.27357260e-16 3.08552985e-03]

## Fourierbild des Doppelspalts

```
In [33]: # Breite und Spaltabstand des Doppelspalts
breite_ds_k = breite_ds * 14 * 10**(-6)
breite_ds_k_err = breite_ds_err * 14 * 10**(-6)

abstand_ds_k = abstand_ds * 14 * 10**(-6)
abstand_ds_k_err = abstand_ds_err * 14 * 10**(-6)
```

```

breite_ds_k_real = breite_ds_k / abbm
breite_ds_k_real_err = np.sqrt((breite_ds_k_err / abbm)**2 + (breite_ds_k * abbm_err / (abbm)**2)**2)
print("Berechnete Spaltbreite in Metern:", breite_ds_k_real, "+-", breite_ds_k_real_err)

abstand_ds_k_real = abstand_ds_k / abbm
abstand_ds_k_real_err = np.sqrt((abstand_ds_k_err / abbm)**2 + (abstand_ds_k * abbm_err / (abbm)**2)**2)
print("Berechneter Spaltabstand in Metern:", abstand_ds_k_real, "+-", abstand_ds_k_real_err)

```

Berechnete Spaltbreite in Metern: 0.0002686046511627907 +- 1.076740929270809e-05

Abweichung Spaltbreite: 0.21289154938431845

Berechneter Spaltabstand in Metern: 0.0005827906976744186 +- 5.760969006482166e-06

Abweichung Spaltabstand: 0.21289154938431845

In [34]: d\_ds = breite\_ds\_k\_real

```

def doppelspalt(k):
    return d/np.pi*np.cos(k*g/2)*np.sin(k*d_ds/2)/(k*d_ds/2)*np.cos(y*k)

g = v * d_ds
print(g)
print(v)

```

#Startwert für raten von n (Fall b):

```

n_guess = d_ds / g
print("Startwert n:", n_guess)

```

```

k_guess = 2*np.pi / abstand_ds_k_real
k_guess_test = 2*np.pi*n_guess / breite_ds_k_real
print("Startwert k:", k_guess, k_guess_test)
#Spaltabstand in Einheiten der Spaltbreite:

```

n = 0.3095

Y\_ds=np.linspace(-2,2,400)\*d\_ds

0.0005827906976744187

2.16969696969697

Startwert n: 0.4608938547486033

Startwert k: 10781.203839134965 10781.203839134962

In [35]: #Berechnung des resultierenden Objektbilds  
from scipy.integrate import quad

```
f_modifiziert_ds=[]
for i in range(len(Y_ds)):
    y=Y_ds[i]
    result, error = quad(doppelspalt, 0, 2*np.pi*n/d_ds)
    f_modifiziert_ds.append(result**2)

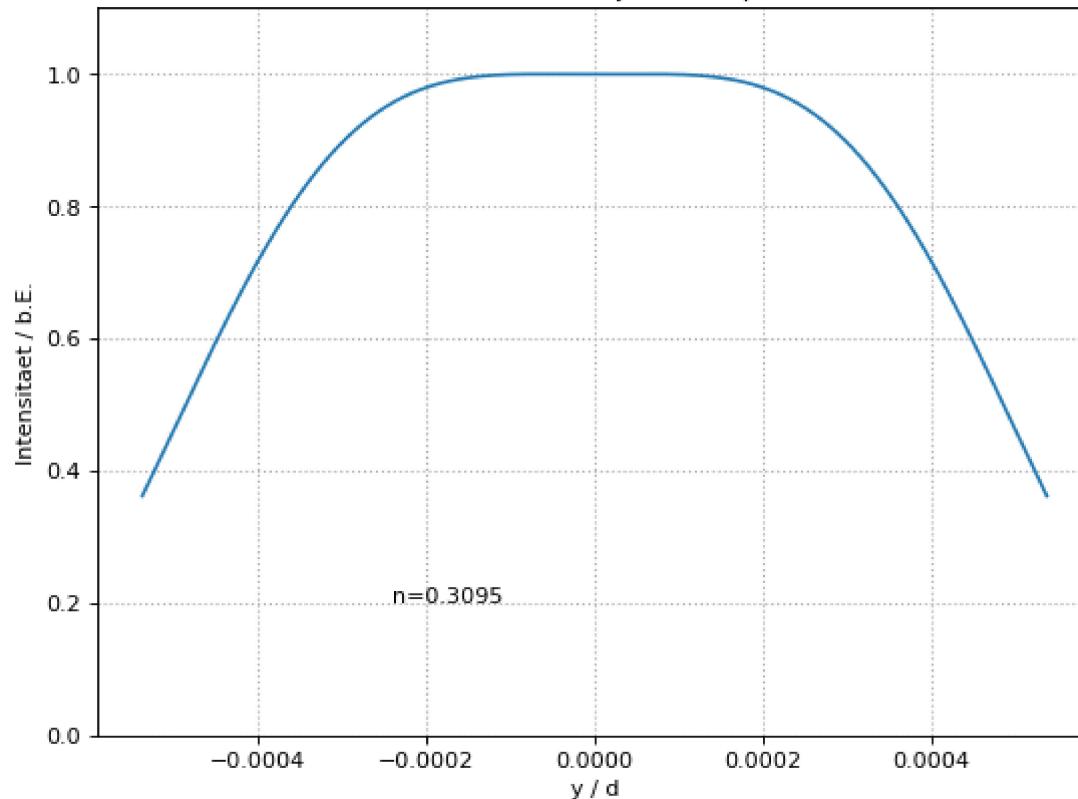
#Kurve auf 1 normieren:
f_modifiziert_ds=f_modifiziert_ds/np.max(f_modifiziert_ds)
```

In [36]: `ordstr = "n={}" .format(n)`

```
plt.figure(figsize=(8, 6), dpi=80)
plt.plot(Y_ds,f_modifiziert_ds)
plt.xlabel("y / d")
plt.ylabel("Intensitaet / b.E.")
plt.title("modifiziertes Objektbild Spalt")
plt.ylim(0,1.1)
plt.grid(linestyle=":", linewidth=1)
plt.text(-0.00024, 0.2, ordstr)
#plt.savefig("figures/spalt.pdf", format="pdf")
```

Out[36]: `Text(-0.00024, 0.2, 'n=0.3095')`

modifiziertes Objektbild Spalt



In [37]:

```
n_bestimmt = 0.3095
n_bestimmt_err = 0.0003

k_y_bestimmt = 2*np.pi*n_bestimmt / breite_ds_k_real
k_y_bestimmt_err = np.sqrt((2*np.pi*n_bestimmt_err / breite_ds_k_real)**2 + (2*np.pi*n_bestimmt*breite_ds_k_real_err / (breite_ds_
print("Durch Iteration bestimmte Integrationsgrenze:", k_y_bestimmt, "+-", k_y_bestimmt_err, "[1/m]")

b_analysier = 0.210 * 10**(-3) #m
b_analysier_err = 0.005 * 10**(-3) #m

k_y_exp = np.pi * b_analysier * 2 / (f_l1 * lmbda)
k_y_exp_err = np.pi * b_analysier_err * 2 / (f_l1 * lmbda)
print("Experimentelle Integrationsgrenze:", k_y_exp, "+-", k_y_exp_err, "[1/m]")
```

```
sigma_k_y = (k_y_exp - k_y_bestimmt)/(np.sqrt(k_y_exp_err**2 + k_y_bestimmt_err**2))
print("Abweichung:", sigma_k_y)
```

Durch Iteration bestimmte Integrationsgrenze: 7239.807070181777 +- 290.3030595976557 [1/m]  
Experimentelle Integrationsgrenze: 25973.79752967939 +- 618.4237507066522 [1/m]  
Abweichung: 27.422075358333554

In [ ]: