

# Versuch 234 - Lichtquellen

Felix Fleischle

10.1.2022

## Einleitung



Abbildung 1: Bild des Versuchsaufbaus aus der Praktikumsanleitung

Das Ziel des Versuches ist es, die Lichtspektren von verschiedenen Lichtquellen zu analysieren. Dabei untersuchen wir quantitativ das Sonnenlichtspektrum mit und ohne Glasscheibe, und bestimmen daraus die Absorption von Fensterglas. Außerdem untersuchen wir qualitativ die Lichtspektren von Glühlampen, Energiesparlampen, LEDs und einem Laser. Zum Schluss messen wir das Spektrum einer Natriumlampe, und ordnen die Maxima den verschiedenen Serien zu.

## Grundlagen

Wir untersuchen im Versuch drei verschiedene Arten von Lichtquellen: Temperaturstrahler, Lichtquellen durch Anregung von Atomzuständen in Gasen oder Festkörpern, sowie Lichtquellen durch Rekombination von Elektron-Loch Paaren in Halbleitern.

## Temperaturstrahler

Jeder Körper mit Temperatur größer als 0K sendet elektromagnetische Strahlung aus. Zur Quantifizierung betrachtet man den idealisierten schwarzen Körper, der die gesamte auf ihn einfallende elektromagnetische Strahlung absorbiert, mit einem Emissionsvermögen  $\epsilon = 1$ . Die Intensitätsverteilung, die vom schwarzen Körper ausgeht, wird durch das Plancksche Strahlungsgesetz beschrieben:

$$M_\lambda(\lambda, T) dA d\lambda = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1} dA d\lambda \quad (1)$$

mit der Strahlungsleistung  $M_\lambda$  vom Flächenelement  $dA$  aus im Wellenlängenbereich  $\lambda + d\lambda$ . Die Intensitätsverteilung ist in der folgenden Abbildung für verschiedene Temperaturen dargestellt:

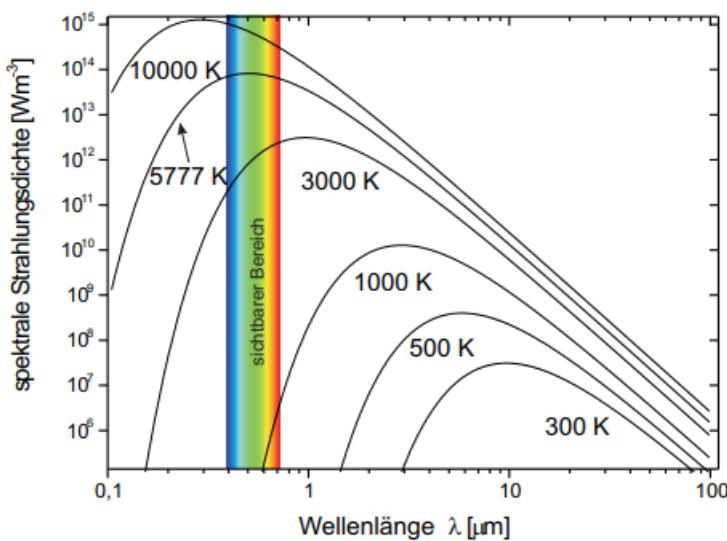


Abbildung 2: Intensitätsverteilung schwarzer Körper

Bei reinen Temperaturstrahlern hängt die Verteilung nur von der Temperatur ab, und die Wellenlänge maximaler Intensität wird durch das Wiensche Verschiebungsgesetz beschrieben:

$$\lambda_{\max} = \frac{2897,8 \mu\text{m} \cdot K}{T} \quad (2)$$

Bei einer Temperatur von 0K erscheint fast jeder Körper schwarz. Bei zunehmender Erwärmung wird dann irgendwann rotes Licht emittiert. Mit weiter zunehmender Temperaturerhöhung werden dann zusätzlich grüne Lichtanteile emittiert, sodass das Licht insgesamt orange/gelblich erscheint. Bei einer Temperatur von ca. 5500K werden alle Wellenlängen des sichtbaren Bereichs emittiert und das Licht erscheint weiß. Eine weitere Erwärmung bewirkt, dass mehr Blauanteile emittiert werden, und sich die Farbe zu blau/violett ändert.

Sonnenlicht besitzt ein kontinuierliches Spektrum, welches von Absorptionslinien durchzogen ist. Die Absorption findet in der Sonnenatmosphäre und der Erdatmosphäre statt. Die Absorptionslinien sind in der folgenden Tabelle aufgelistet:

Symbol	Wellenlänge (nm)	Element/Molekül
A	759,4	telluric oxygen
B	686,7	telluric oxygen
C	656,3	hydrogen
D <sub>1</sub>	589,6	sodium
D <sub>2</sub>	589,0	sodium
D <sub>3</sub>	587,6	helium
E	527,0	iron and calcium
b <sub>1</sub>	518,4	magnesium
F	486,1	hydrogen
G	430,8	iron and calcium
H	396,8	calcium
K	393,4	calcium

Abbildung 3: Fraunhoferlinien aus der Praktikumsanleitung

### Nichttemperaturstrahler

Nichttemperaturstrahler haben im Gegensatz zu Temperaturstrahlern ein diskretes Spektrum. Die spektrale Zusammensetzung des Lichts hängt bei Gasentladungslampen vom verwendeten Leuchtgas ab. Dazu gehören zum Beispiel Energiesparlampen mit Quecksilber, welches blaues/lilanes Licht erzeugt, und zum großen Anteil auch UV-Licht. Deshalb sind Energiesparlampen mit einem Leuchtstoff beschichtet, welcher bei Bestrahlung mit UV-Licht sichtbares Licht abstrahlt. Natriumlampen gehören ebenfalls dazu.

Die Emission von Licht bei LEDs beruht auf der Rekombination von Elektron-Loch Paaren. Bei den sogenannten direkten Halbleitern wird dabei ein Photon emittiert. Die Farbe hängt hier vom Halbleiter ab. Weißes Licht kann hier durch die Überlagerung von rot, grün und blau erzeugt werden.

Im letzten Versuchsteil werden wir die Natriumlampe genauer untersuchen. Das Potential im Natriumatom kann als kugelsymmetrisches Potential beschrieben werden

$$V(r) = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (3)$$

und für große Radien durch das Potential im Wasserstoffatom genähert werden

$$V(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (4)$$

In guter Näherung ergeben sich damit die Energieniveaus des Natriumatoms zu

$$E_{n,l} = -R_y^* \frac{1}{(n - \Delta_l)^2} \quad (5)$$

mit der Rydberg-Energie  $R_y^* = 13,6\text{eV}$  und der Hauptquantenzahl  $n$ , sowie der Korrektur  $\Delta_l(l)$ . Anschaulich sind s-Elektronen näher am Kern als p-Elektronen. Bei fester Hauptquantenzahl  $n$  liegt somit das s-Niveau am tiefsten, und das d-Niveau am höchsten:

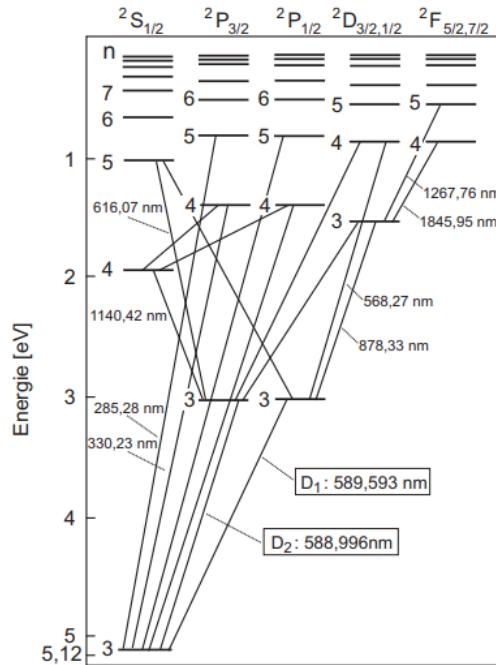


Abbildung 4: Energieschema und Photonübergänge Natriumatom

Die Hauptserie entspricht den  $np \rightarrow 3s$  Übergängen. Die Nebenserien sind  $nd \rightarrow 3p$  und  $ns \rightarrow 3p$ . Das beobachtbare Spektrum ist in der folgenden Abbildung zu sehen.

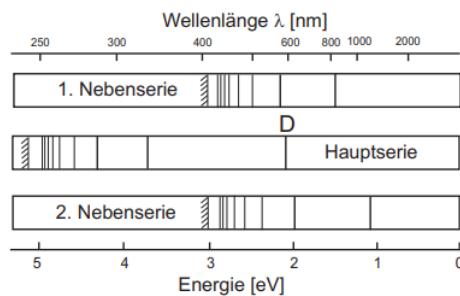


Abbildung 5: Beobachtbares Spektrum Natrium

## **Durchführung**

Bei jeder Messung eines Lichtspektrums richten wir zuerst das Objektiv auf die Lichtquelle aus. Wir passen die Blende, Abstand zur Lichtquelle und Integrationszeit so an, dass das Maximum der Intensität ca. 2/3 des Skalenbereichs im Messprogramm ausmacht.

Zuerst messen wir das Sonnenlichtspektrum, mit Fenster und ohne Fenster, und speichern das Bild sowie die Daten ab. Danach vergleichen wir verschiedene LEDs und speichern die Spektren der LEDs im selben Bild ab. Danach vergleichen wir Glühlampe, Energiesparlampe und Laser. Zum Schluss nehmen wir das Spektrum der Natriumlampe auf. Hier speichern wir wieder die Daten zur quantitativen Auswertung. Beim Natriumspektrum nehmen wir einmal die Linien kleiner Intensität im Bereich von 400-540nm auf, und danach nochmal die intensiven Linien, mit dem Hauptmaximum gerade so nicht in Sättigung.

## **Messprotokoll**

Die Daten der Spektren wurden als Textdatei gespeichert, und die Bilder digital abgespeichert.

## Auswertung

### Zuordnung der Spektren, Abschätzung der mittleren Wellenlänge und der Farbtemperatur

Wir haben folgende Spektren beim Vergleich der LEDs gemessen:

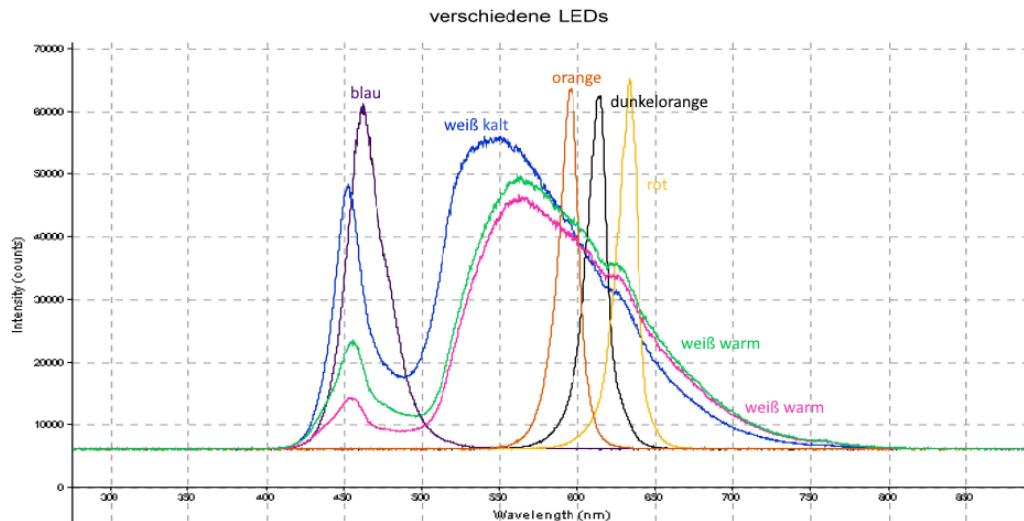


Abbildung 6: Verschiedene LEDs

Hier wurde die warme weiße LED vermutlich ausversehen zwei mal aufgenommen.  
Wir schätzen die mittleren Wellenlängen ab:

Lampe	Mittlere Wellenlänge [nm]
LED rot	$630 \pm 10$
LED dunkelorange	$610 \pm 10$
LED orange	$590 \pm 10$
LED blau	$460 \pm 10$
LED weiß warm	$550 \pm 20$
LED weiß kalt	$510 \pm 30$

Tabelle 1: Geschätzte mittlere Wellenlängen für LEDs

Wir können bei den einfarbigen LEDs gut erkennen, dass es sich um diskrete Spektren handelt. Wie erwartet ist der Peak bei der roten LED bei der höchsten Wellenlänge, und entsprechend absteigend die dunkelorangene, die orangene, und dann die blaue LED. Die weißen LEDs haben wie erwartet kein so diskretes Spektrum. Die kalte weiße LED hat auch wie erwartet größere Anteile im blauen Anteil als die warme weiße LED.

Bei der Glühlampe, der Energiesparlampe, der weißen LED, sowie des Lasers haben wir folgende Spektren gemessen:

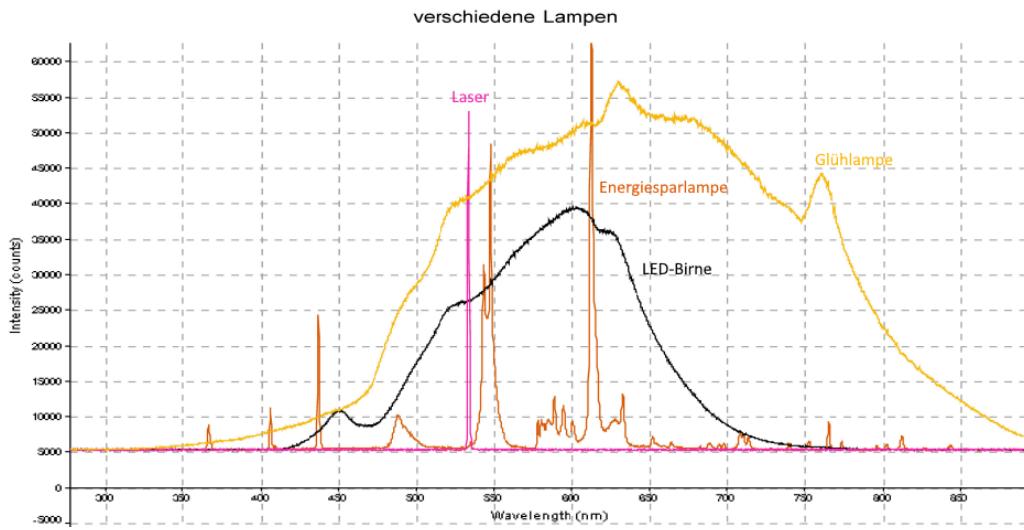


Abbildung 7: Verschiedene Lampen und Laser

Wir schätzen die mittleren Wellenlängen ab:

Lampe	Mittlere Wellenlänge [nm]
LED weiß	$580 \pm 30$
Glühlampe	$640 \pm 20$
Energiesparlampe	$585 \pm 20$
Laser	$535 \pm 5$

Tabelle 2: Geschätzte mittlere Wellenlängen für verschiedene Lampen

Wir können sehen, dass der Laser und die Energiesparlampe als Quecksilberlampe diskrete Spektren haben. Die Glühbirne als Temperaturstrahler hat dies nicht, genau wie die weiße LED, als Überlagerung von verschiedenfarbigem Licht.

## Auswertung des Sonnenspektrums

Ab hier wurde die Auswertung in Python durchgeführt. Das Skript ist am Ende des Dokuments zu finden.

### Absorption von Glas

Wir bestimmen zunächst die Glasabsorption. Dazu importieren wir unsere Messdaten vom Sonnenspektrum mit und ohne Fensterglas in Python und tragen beide in ein gemeinsames Diagramm ein:

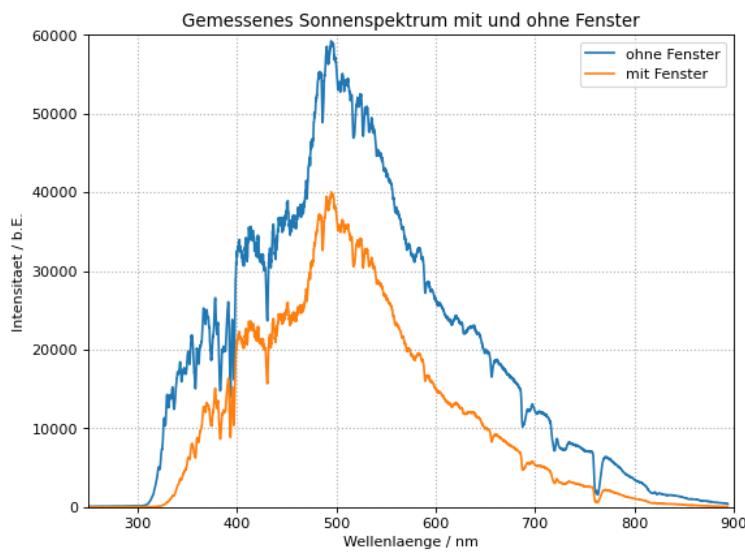


Abbildung 8: Sonnenspektrum mit und ohne Fensterglas

Wir bestimmen die Absorption des Glas durch

$$A_{glas} = 1 - \frac{I_{mG}(\lambda)}{I_{oG}(\lambda)} \quad (6)$$

wodurch sich das folgende Diagramm ergibt:

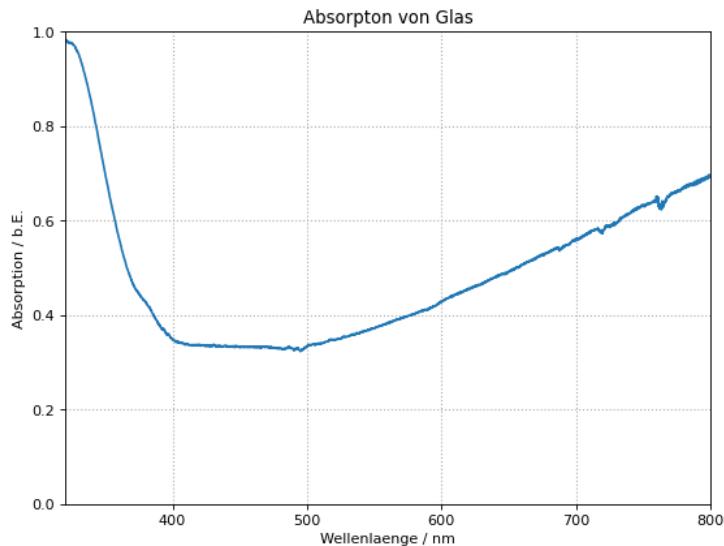


Abbildung 9: Absorption von Fensterglas

Wir können deutlich erkennen, dass vor allem das kurzwellige UV-Licht vom Fensterglas absorbiert wird. Das sichtbare Licht im Bereich von 380-750 Nanometer wird am besten vom Fensterglas durchgelassen, wobei die Absorption wieder ein wenig zunimmt mit größerer Wellenlänge, bis in den Infrarotbereich.

### Fraunhoferlinien

Wir bestimmen nun anhand des Sonnenlichtspektrums die wichtigsten Fraunhoferlinien. Dazu plotten wir die Intensität ohne Fensterglas in ein eigenes Diagramm:

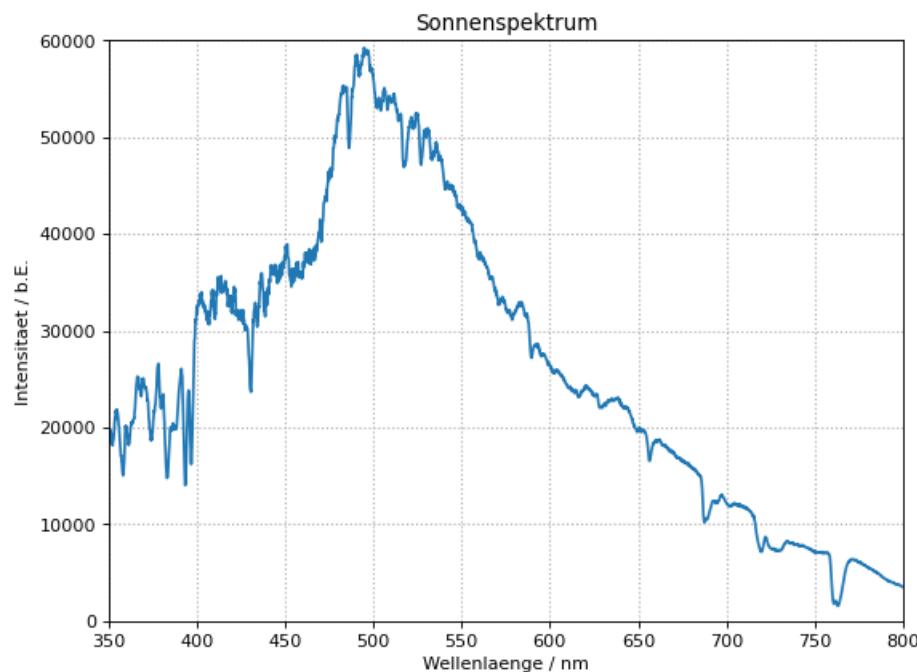


Abbildung 10: Sonnenspektrum ohne Fensterglas

Wir benutzen nun die Cursor-Funktion, um die Wellenlängen der Absorptionslinien im Spektrum zu bestimmen. Dabei berücksichtigen wir einen Ablesefehler, der sich zum Großteil aus den diskontinuierlichen Wellenlängendaten des Messprogramms ergibt, wodurch die Tiefpunkte nicht immer gut erkennbar waren. Wir vergleichen unsere gemessene Wellenlänge direkt mit dem Literaturwert aus Abbildung 3.

Symbol	Element	Gemessene Wellenlänge [nm]	Literaturwert [nm]	$\sigma$ -Abweichung
K	Ca	393,2 ± 0,5	393,4	0,14
H	Ca	396,8 ± 0,5	396,8	0,06
$H_\delta$	H	410,3 ± 0,5	410,2	0,2
G	Fe&Ca	430,4 ± 0,5	430,8	0,80
$H_\gamma$	H	434,1 ± 0,5	434,1	0,18
F / $H_\beta$	H	486,2 ± 0,5	486,1	0,22
$b_1$	Mg	517,4 ± 0,5	518,4	2,04
E	Fe&Ca	526,9 ± 0,5	527,0	0,12
D	Na	599,0 ± 0,5	589,0	1,98
C / $H_\alpha$	H	656,5 ± 0,5	656,3	0,32
B	O	687,5 ± 0,5	686,7	1,60
A	O	760,9 ± 0,5	759,4	2,98

Tabelle 3: Wellenlängen der Fraunhoferlinien

Wie wir sehen können gibt es keine signifikanten Abweichungen. Lediglich bei der A-Linie ist die Abweichung etwas hoch, da in unserem gemessenen Spektrum dort noch ein Knick im Minimum ist, was die Bestimmung des tatsächlichen Minimums schwierig macht.

Die  $H_\alpha$  und  $H_\beta$ -Linien der Balmerserie waren gut zu erkennen, während die  $H_\delta$ -Linie etwas schwächer war, und die  $H_\gamma$ -Linie kaum vom Rauschen zu unterscheiden war. Die zwei gelben Natriumlinien waren in unserem Spektrum nicht voneinander unterscheidbar und als ein großes Maximum abgebildet. Die gelbe Heliumlinie war gar nicht zu erkennen, da auch sie vermutlich von der Natriumlinie überschattet wurde. Theoretisch sollte diese bei 587,6 nm zu finden sein.

## Auswertung des Natriumspektrums

Wir importieren unsere Messdaten für das Natriumspektrum, einmal mit der Natriumlinie in Sättigung, und einmal mit dem vollen Spektrum, in Python. Wir plotten einmal das gesamte Natriumspektrum für die Auswertung der starken Linien, sowie den Bereich 300 bis 540 nm und den Bereich 600 bis 850 nm für die Auswertung der schwachen Linien. Es ergeben sich folgende Bilder:

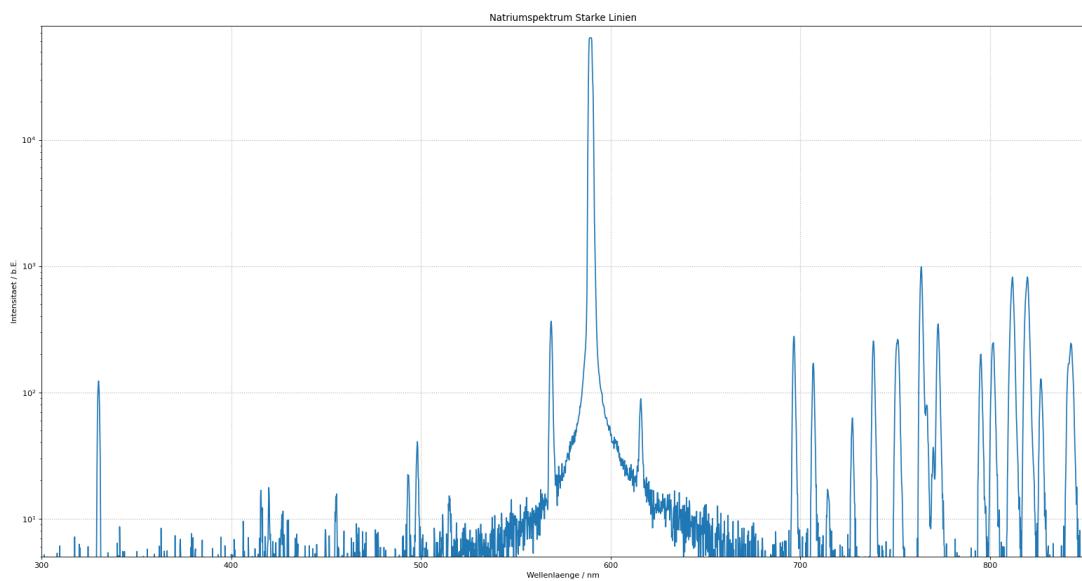


Abbildung 11: Messdaten für die starken Linien des Natriumspektrums

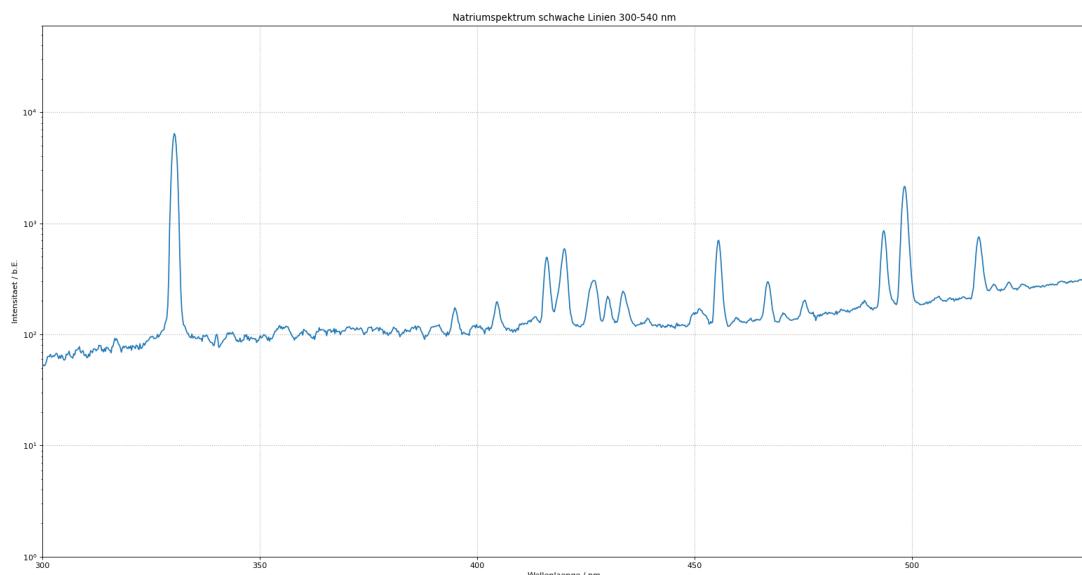


Abbildung 12: Messdaten für die schwachen Linien 300-540nm

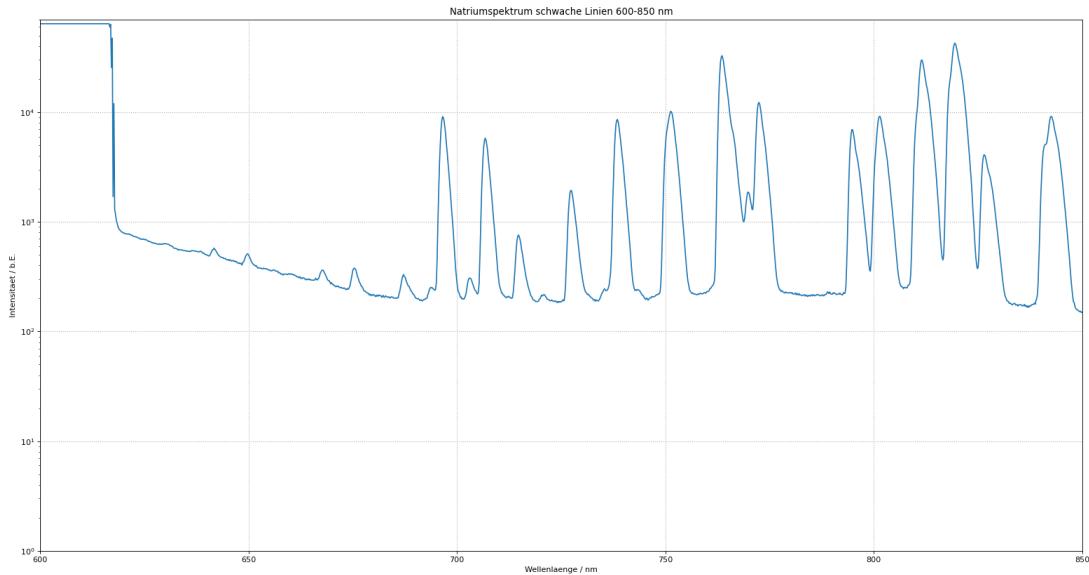


Abbildung 13: Messdaten für die schwachen Linien 600-850nm

### Erwartete Linien für die 1.Nebenserie: $md \rightarrow 3p$

Wir berechnen nun die theoretischen Wellenlängen für die 1. Nebenserie. Dabei nehmen wir an, dass der Korrekturterm für die d-Energieniveaus  $\Delta_d = 0$  ist. Damit ergibt sich

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{R_y^*}{m^2} - E_{3p} \quad (7)$$

bzw.

$$\lambda_m = \frac{hc}{\frac{R_y^*}{m^2} - E_{3p}} \quad (8)$$

Dabei ist  $h$  das Plancksche Wirkungsquantum,  $c$  die Lichtgeschwindigkeit,  $R_y^* = -13,605\text{eV}$  die Rydberg-Energie,  $m$  die Hauptquantenzahl des d-Niveaus, und  $E_{3p}$  die Energie des 3p-Niveaus. Wir ordnen zunächst der Linie bei  $\lambda = (819,4 \pm 1,0)\text{nm}$  den Wert  $m=3$  zu, um daraus die Energie  $E_{3p}$  zu berechnen.

$$E_{3p} = \frac{R_y^*}{m^2} - \frac{hc}{\lambda} = (-3,0247 \pm 0,0018)\text{eV} \quad (9)$$

wobei sich der Fehler durch simple Fehlerfortpflanzung aus dem Ablesefehler der Wellenlänge ergibt.

Daraus können wir nun die weiteren Wellenlängen berechnen, mit Gleichung 7. Der Fehler ergibt sich dabei aus dem Fehler von  $E_{3p}$ .

Nun versuchen wir unsere gemessenen Linien zu den theoretischen zuzuordnen, und tragen alles zusammen in eine Tabelle.

m	Theoretische Wellenlänge [nm]	Gemessene Wellenlänge [nm]	$\sigma$ -Abweichung
3	$819,4 \pm 1,0$	$819,4 \pm 1,0$	0*
4	$570,2 \pm 0,5$	$568,7 \pm 1,0$	1,33
5	$499,8 \pm 0,4$	$498,2 \pm 1,0$	1,51
6	$468,4 \pm 0,3$	$466,8 \pm 1,0$	1,54
7	$451,3 \pm 0,3$	$451,7 \pm 1,0$	0,37
8	$440,87 \pm 0,29$	$441,2 \pm 1,0$	0,28
9	$433,99 \pm 0,28$	$433,7 \pm 1,0$	0,25
10	$429,19 \pm 0,27$	$429,6 \pm 1,0$	0,41
11	$425,71 \pm 0,27$	$426,8 \pm 1,0$	1,05
12	$423,10 \pm 0,27$	$423,7 \pm 1,0$	0,55

Tabelle 4: Wellenlängen der 1. Nebenserie

\*Über diese Wellenlänge haben wir  $E_{3p}$  berechnet, entsprechend ist die Abweichung hier 0. Insgesamt sind die Abweichungen also nicht signifikant.

### Erwartete Linien für die 2. Nebenserie ms→3p

Hier ist der Korrekturfaktor nicht vernachlässigbar. Wir berechnen diesen aus

$$\Delta_s = 3 - \sqrt{\frac{R_y^*}{E_{3s}}} \quad (10)$$

wobei wir die Grundzustandsenergie  $E_{3s}$  aus der bekannten Wellenlänge der Natriumlinie  $\lambda = 589\text{nm}$  gemäß

$$E_{3s} = E_{3p} - \frac{hc}{\lambda} = (-5,1296 \pm 0,0018)\text{eV} \quad (11)$$

berechnen. Damit erhalten wir

$$\Delta_s = 1,37143 \pm 0,00029 \quad (12)$$

mit der etwas komplizierteren Fehlerfortpflanzung

$$\Delta(\Delta_s) = \left| \frac{1}{2} \sqrt{\frac{E_{3s}}{R_y^*} \frac{R_y^* \cdot \Delta E_{3s}}{E_{3s}^2}} \right| \quad (13)$$

Nun können wir die übrigen Wellenlängen berechnen aus

$$\lambda_m = \frac{hc}{\frac{R_y^*}{(m-\Delta_s)^2} - E_{3p}} \quad (14)$$

mit dem auch etwas komplizierteren Fehler

$$\Delta\lambda_m = \sqrt{\left( \frac{hc\Delta E_{3p}}{\left(\frac{R_y^*}{(m-\Delta_s)^2} - E_{3p}\right)^2} \right)^2 + \left( \frac{2hc\Delta(\Delta_s)R_y^*}{\left(\frac{R_y^*}{(m-\Delta_s)^2} - E_{3p}\right)^2(m-\Delta_s)^3} \right)^2} \quad (15)$$

Auch hier versuchen wir unsere gemessenen Linien den theoretischen direkt zuzuordnen. Wir erhalten

m	Theoretische Wellenlänge [nm]	Gemessene Wellenlänge [nm]	$\sigma$ -Abweichung
5	622,6 ± 0,6	615,3 ± 1,0	6,23
6	518,8 ± 0,4	515,5 ± 1,0	3,07
7	477,7 ± 0,3	475,5 ± 1,0	2,12
8	456,6 ± 0,3	455,6 ± 1,0	0,99
9	444,22 ± 0,29	443,0 ± 1,0	1,17

Tabelle 5: Wellenlängen der 2. Nebenserie

Der Übergang bei  $m = 4$  ist hier zu langwellig für das von uns gemessene Spektrum. Wir haben also bei zwei der Wellenlängen signifikante Abweichungen. Die Wellenlänge zu  $m = 5$  haben wir in Abbildung 11 gemessen. Hier gibt es in der Mitte generell einen großen Intensitätsanstieg, der die Maxima nicht so deutlich vom Hintergrund unterscheiden lässt wie in anderen Bereichen des Spektrums. Wenn man auf das relevante Maximum hereinzoomt erkennt man außerdem, dass das Maximum leicht mit anderen Intensitäten "verschmilzt", und kein sauberes Maximum darstellt. Daher kann es gut sein dass unser gemessenes Spektrum dort etwas verfälscht ist, was zu dieser Abweichung führt. Der Wellenlänge zu  $m = 6$  hat nur eine leicht signifikante Abweichung.

### Erwartete Linien der Hauptserie mp→3s

Für diese Serie können wir den Korrekturfaktor aus

$$\Delta_p = 3 - \sqrt{\frac{R_y^*}{E_{3p}}} = 0,8792 \pm 0,0006 \quad (16)$$

bestimmen. Die Wellenlängen ergeben sich dann aus

$$\lambda_m = \frac{hc}{\frac{R_y^*}{(m-\Delta_p)^2} - E_{3s}} \quad (17)$$

Die Fehlerrechnung ist in beiden Rechnungen analog zur 2. Nebenserie. Wir vergleichen wieder mit den gemessenen Wellenlängen und erhalten

m	Theoretische Wellenlänge [nm]	Gemessene Wellenlänge [nm]	$\sigma$ -Abweichung
4	332,14 ± 0,16	330,3 ± 1,0	1,82
5	286,43 ± 0,12	286,9 ± 1,0	0,47

Tabelle 6: Wellenlängen der Hauptserie

Die Abweichungen sind also nicht signifikant.

## Bestimmung der Serienenergien und der l-abhängigen Korrekturfaktoren

Wir nutzen nun die gemessenen Wellenlängen der Serien, und die Rydbergenergie,  $E_{3p}$ , sowie die Korrekturterme  $\Delta_p$  und  $\Delta_s$  zu bestimmen. Dazu tragen wir für beide Nebenserien unsere gemessenen Wellenlängen gegen die Hauptquantenzahl auf, und führen einen fit mit

$$\lambda_m = \frac{hc}{\frac{R_y^*}{(m-\Delta_d)^2} - E_{3p}} \quad (18)$$

für die 1. Nebenserie und

$$\lambda_m = \frac{hc}{\frac{R_y^*}{(m-\Delta_s)^2} - E_{3p}} \quad (19)$$

bei der 2. Nebenserie durch. Außerdem berechnen berechnen wir die  $\chi^2$ -Summe

$$\chi^2 = \sum_i^N \left( \frac{\lambda_{fit} - \lambda_{exp}}{\Delta\lambda_{exp}} \right)^2 \quad (20)$$

und  $\chi^2_{red} = \frac{\chi^2}{m_{ges}-3}$  mit der Anzahl an Hauptquantenzahlen m. Danach berechnen wir die Wahrscheinlichkeit, dass bei einer Wiederholungsmessung ein  $\chi^2$ -Wert größer oder gleich dem aktuellen herauskommen würde. Zuletzt vergleichen wir die bestimmten Werte mit den von uns vorher berechneten.

So erhalten wir für die 1. Nebenserie das folgende Diagramm

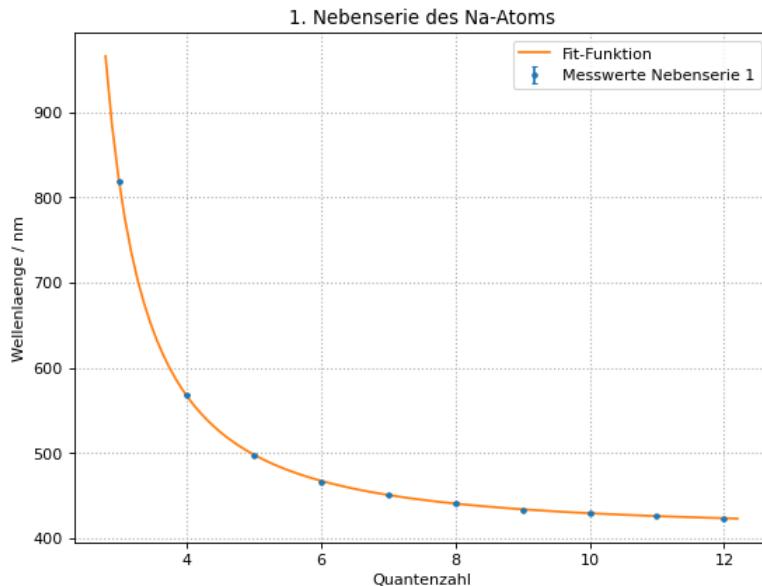


Abbildung 14: 1. Nebenserie Natrium

Für die fit-Werte erhalten wir  $R_y^* = (-12,81 \pm 0,18)eV$  und  $E_{3p} = (-3,0161 \pm 0,0027)eV$ , sowie  $\Delta_d = 0,081 \pm 0,019$ . Außerdem erhalten wir  $\chi^2 = 2,40$ ,  $\chi^2_{red} = 0,34$ ,  $P_\chi = 93,0\%$ . Wenn wir die Abweichungen zu den vorher berechneten Werten der Rydberg-Energie und der 3p-Energie berechnen, erhalten wir

$$\sigma_{R_y^*} = 4,39 \quad (21)$$

und

$$\sigma_{E_{3p}} = 3,14 \quad (22)$$

Die Abweichungen sind also signifikant. Dies ist sehr verwunderlich, da unsere gemessenen Wellenlängen bei der 1. Nebenserie sehr gut mit den theoretischen Werten übereingestimmt haben. Vielleicht haben wir den systematischen Fehler zu klein abgeschätzt, da das Spektrum in der Ansicht der Software manchmal sehr stark geschwankt hat, oder das Rauschen trotz Dunkelmessung sehr groß war.

Der Korrekturfaktor  $\Delta_d$  ist auf jeden Fall wie erwartet sehr klein.

Für die 2. Nebenserie erhalten wir

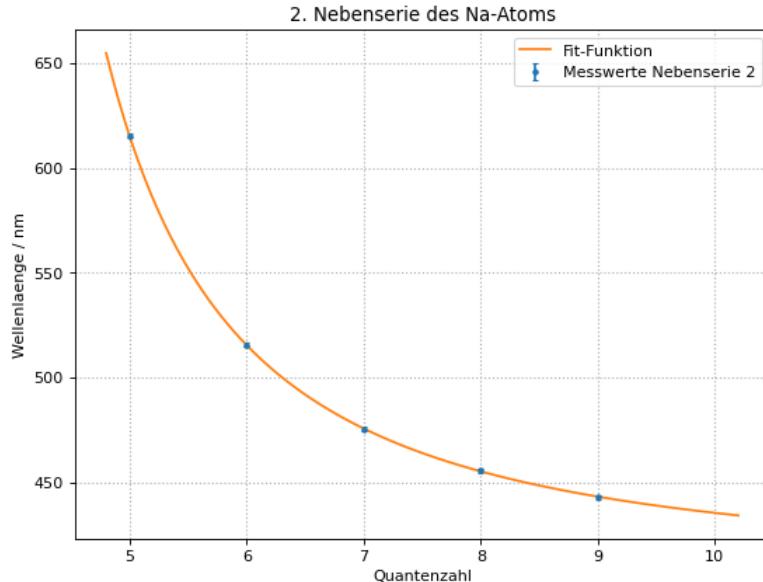


Abbildung 15: 2. Nebenserie Natrium

mit den fit-Werten  $R_y^* = (-13,2 \pm 0,4)eV$ ,  $E_{3p} = (-3,025 \pm 0,005)eV$ ,  $\Delta_s = 1,38 \pm 0,04$ , sowie  $\chi^2 = 0,20$ ,  $\chi^2_{red} = 0,10$  und  $P_\chi = 90,0\%$ . Dies entspricht Abweichungen von

$$\sigma_{R_y^*} = 1,00 \quad (23)$$

und

$$\sigma_{E_{3p}} = 0,13 \quad (24)$$

sowie

$$\sigma_{\Delta_s} = 0,24 \quad (25)$$

Die Abweichungen sind hier also nicht signifikant.

## Zusammenfassung und Diskussion

Die Ziele des Versuches waren es, die Lichtspektren von verschiedenen Lichtquellen zu analysieren. Dabei haben wir zuerst quantitativ das Sonnenlichtspektrum mit und ohne Glasscheibe analysiert, und daraus die Absorption von Fensterglas bestimmt. Außerdem haben wir qualitativ die Lichtspektren von Glühlampen, Energiesparlampen, LEDs und einem Laser untersucht. Zum Schluss haben wir das Spektrum einer Natriumlampe gemessen, sowie die Maxima den verschiedenen Serien zugeordnet.

Bei dem qualitativen Vergleich der LEDs haben wir wie erwartet gesehen, dass die roten LEDs eine größere mittlere Wellenlänge haben als blaue LEDs. Außerdem haben wir gesehen, dass weiße LEDs kein diskretes Spektrum mehr haben, im Gegensatz zu farbigen LEDs. Die kaltweiße LED hatte auch wie erwartet größere Blauanteile als die warmweiße LED.

Beim Vergleich der Glühlampe, Energiesparlampe, weißen LED, sowie dem Laser haben wir wie erwartet ein diskrete Spektrum bei Energiesparlampe und Laser gefunden, und ein kontinuierliches bei der Glühlampe und weißen LED.

Anschließend haben wir das Sonnenspektrum ausgewertet. Wir haben die Absorption von Glas bestimmt, und gesehen, dass das Fensterglas im UV-Bereich das Licht deutlich absorbiert, und das sichtbare Licht am besten durchgelassen wird. Danach haben wir die wichtigsten Fraunhoferlinien bestimmt, und mit den Literaturwerten verglichen, wodurch wir folgendes Endergebnis erhalten haben:

Symbol	Element	Gemessene Wellenlänge [nm]	Literaturwert [nm]	$\sigma$ -Abweichung
K	Ca	393,2 ± 0,5	393,4	0,14
H	Ca	396,8 ± 0,5	396,8	0,06
$H_\delta$	H	410,3 ± 0,5	410,2	0,2
G	Fe&Ca	430,4 ± 0,5	430,8	0,80
$H_\gamma$	H	434,1 ± 0,5	434,1	0,18
F / $H_\beta$	H	486,2 ± 0,5	486,1	0,22
$b_1$	Mg	517,4 ± 0,5	518,4	2,04
E	Fe&Ca	526,9 ± 0,5	527,0	0,12
D	Na	599,0 ± 0,5	589,0	1,98
C / $H_\alpha$	H	656,5 ± 0,5	656,3	0,32
B	O	687,5 ± 0,5	686,7	1,60
A	O	760,9 ± 0,5	759,4	2,98

Tabelle 7: Wellenlängen der Fraunhoferlinien

Die Werte stimmen also gut überein. Die zwei gelben Natriumlinien waren nicht voneinander unterscheidbar, sondern als ein großes Maximum wahrnehmbar. Genauso wurde die gelbe Heliumlinie vollständig von der Natriumlinie überschattet.

Zum Schluss haben wir das Spektrum der Natriumlampe ausgewertet. Wir haben die theoretischen Wellenlängen der 1. Nebenserie, der 2. Nebenserie und der Hauptserie berechnet, und mit den abgelesenen Werten aus unserem gemessenen Spektrum verglichen. Dabei haben wir

folgende Tabelle als Endergebnisse erhalten:

m	Theoretische Wellenlänge [nm]	Gemessene Wellenlänge [nm]	$\sigma$ -Abweichung
3	819,4 ± 1,0	819,4 ± 1,0	0*
4	570,2 ± 0,5	568,7 ± 1,0	1,33
5	499,8 ± 0,4	498,2 ± 1,0	1,51
6	468,4 ± 0,3	466,8 ± 1,0	1,54
7	451,3 ± 0,3	451,7 ± 1,0	0,37
8	440,87 ± 0,29	441,2 ± 1,0	0,28
9	433,99 ± 0,28	433,7 ± 1,0	0,25
10	429,19 ± 0,27	429,6 ± 1,0	0,41
11	425,71 ± 0,27	426,8 ± 1,0	1,05
12	423,10 ± 0,27	423,7 ± 1,0	0,55

Tabelle 8: Wellenlängen der 1. Nebenserie

m	Theoretische Wellenlänge [nm]	Gemessene Wellenlänge [nm]	$\sigma$ -Abweichung
5	622,6 ± 0,6	615,3 ± 1,0	6,23
6	518,8 ± 0,4	515,5 ± 1,0	3,07
7	477,7 ± 0,3	475,5 ± 1,0	2,12
8	456,6 ± 0,3	455,6 ± 1,0	0,99
9	444,22 ± 0,29	443,0 ± 1,0	1,17

Tabelle 9: Wellenlängen der 2. Nebenserie

m	Theoretische Wellenlänge [nm]	Gemessene Wellenlänge [nm]	$\sigma$ -Abweichung
4	332,14 ± 0,16	330,3 ± 1,0	1,82
5	286,43 ± 0,12	286,9 ± 1,0	0,47

Tabelle 10: Wellenlängen der Hauptserie

Bei der Berechnung haben wir außerdem die Energie des 3p-Zustandes berechnet:

$$E_{3p} = (-3,0247 \pm 0,0018) eV$$

genau wie die Energie des 3s-Zustandes

$$E_{3s} = (-5,1296 \pm 0,0018) eV$$

sowie den Korrekturfaktor bei der 2. Nebenserie

$$\Delta_s = 1,37143 \pm 0,00029$$

und den Korrekturfaktor bei der Hauptserie

$$\Delta_p = 0,8792 \pm 0,0006$$

Zum Schluss haben wir noch die Rydberg-Energie und die l-abhängigen Korrekturfaktoren aus den Nebenserien bestimmt. Dazu haben wir unsere gemessenen Wellenlängen gegen die Hauptquantenzahl aufgetragen, und einen fit durchgeführt. Unsere Ergebnisse waren dabei folgende Werte

Sr.	$R_y^*$ [eV]	$\sigma_{R_y^*}$	$E_{3p}$ [eV]	$\sigma_{E_{3p}}$	$\Delta$	$\sigma_\Delta$	$\chi^2$	$\chi^2_{red}$	$P_\chi$
1	$-12,81 \pm 0,18$	4,39	$-3,0161 \pm 0,0027$	3,14	$\Delta_d = 0,081 \pm 0,019$	-	2,40	0,34	93,0%
2	$-13,2 \pm 0,4$	1,00	$-3,025 \pm 0,005$	0,13	$\Delta_s = 1,38 \pm 0,04$	0,24	0,20	0,10	90,0%

Tabelle 11: Ergebnisse der Auswertung der Nebenserien

Wie auch schon in der Auswertung erwähnt haben wir hier bei der 1. Nebenserie signifikante Abweichungen, was komisch ist, da unsere Wellenlängen keine signifikanten Abweichungen hatten, weshalb diese eigentlich die Funktion gut fitten sollten. Möglicherweise haben wir den systematischen Fehler zu klein abgeschätzt, da das Spektrum manchmal sehr stark "geflackert" hat, oder da das Rauschen trotz Dunkelmessung und Abdunklung anderer Lichtquellen relativ groß war.

Bei der 2. Nebenserie waren die Abweichungen jedoch nicht signifikant, und wir haben auch gesehen, dass der Wert von  $\Delta_d$  wie erwartet sehr klein ist.

# Versuch 234 - Lichtquellen

Felix Fleischle - 10.1.2022

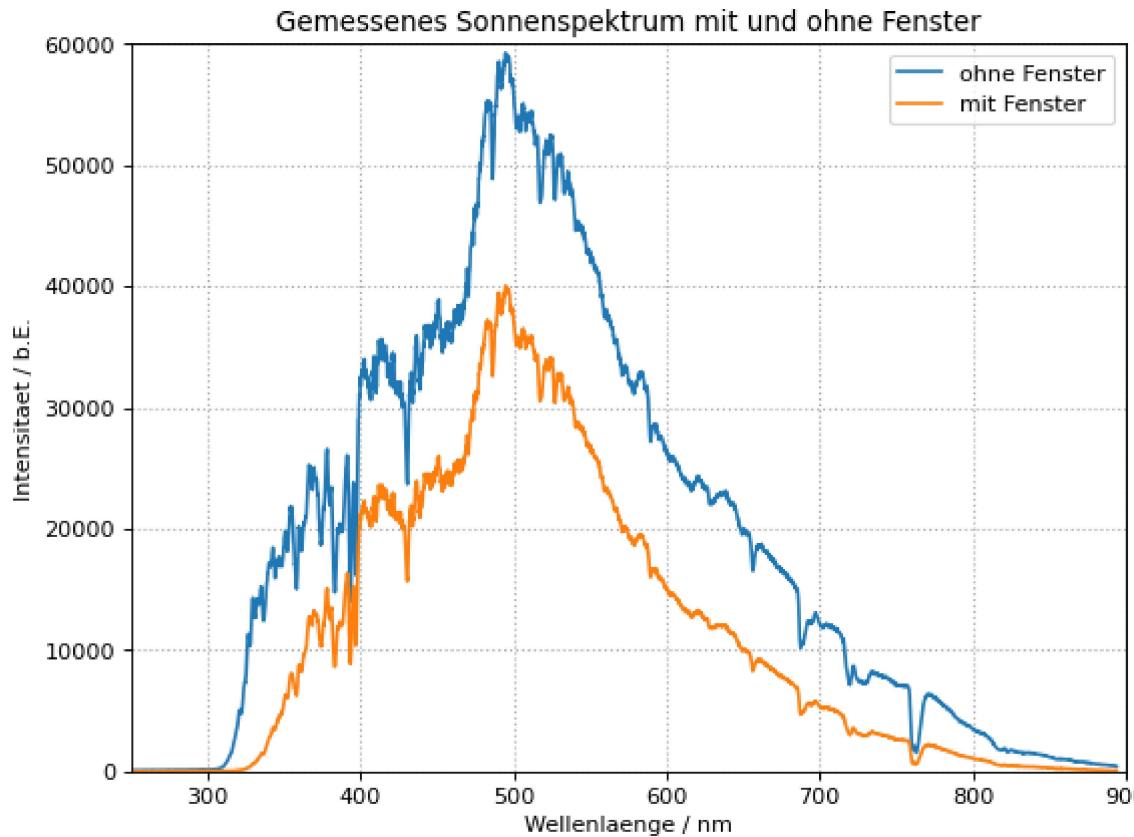
```
In [1]: import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.optimize import curve_fit
#%matplotlib qt5
```

```
In [2]: def comma_to_float(valstr):
    return float(valstr.decode("utf-8").replace(',', '.'))
```

```
In [3]: lamb_og, inten_og=np.loadtxt('C:/Users/fexfl/Documents/.Keine Programme Docs/Studium/PAP2/234/himmel_ohne_fenster.txt', converters=
lamb_mg, inten_mg=np.loadtxt('C:/Users/fexfl/Documents/.Keine Programme Docs/Studium/PAP2/234/himmel_mit_fenster.txt', converters=
```

```
In [4]: plt.figure(figsize=(8, 6), dpi=80)
plt.plot(lamb_og, inten_og, label='ohne Fenster')
plt.plot(lamb_mg, inten_mg, label='mit Fenster')
plt.title('Gemessenes Sonnenspektrum mit und ohne Fenster')
plt.xlabel('Wellenlaenge / nm')
plt.ylabel('Intensitaet / b.E.')
plt.legend()
plt.grid(linestyle=":", linewidth=1)
plt.ylim((0,60000))
plt.xlim((250,900))
#plt.savefig("figures/Himmel_m_o_G.pdf", format="pdf")
```

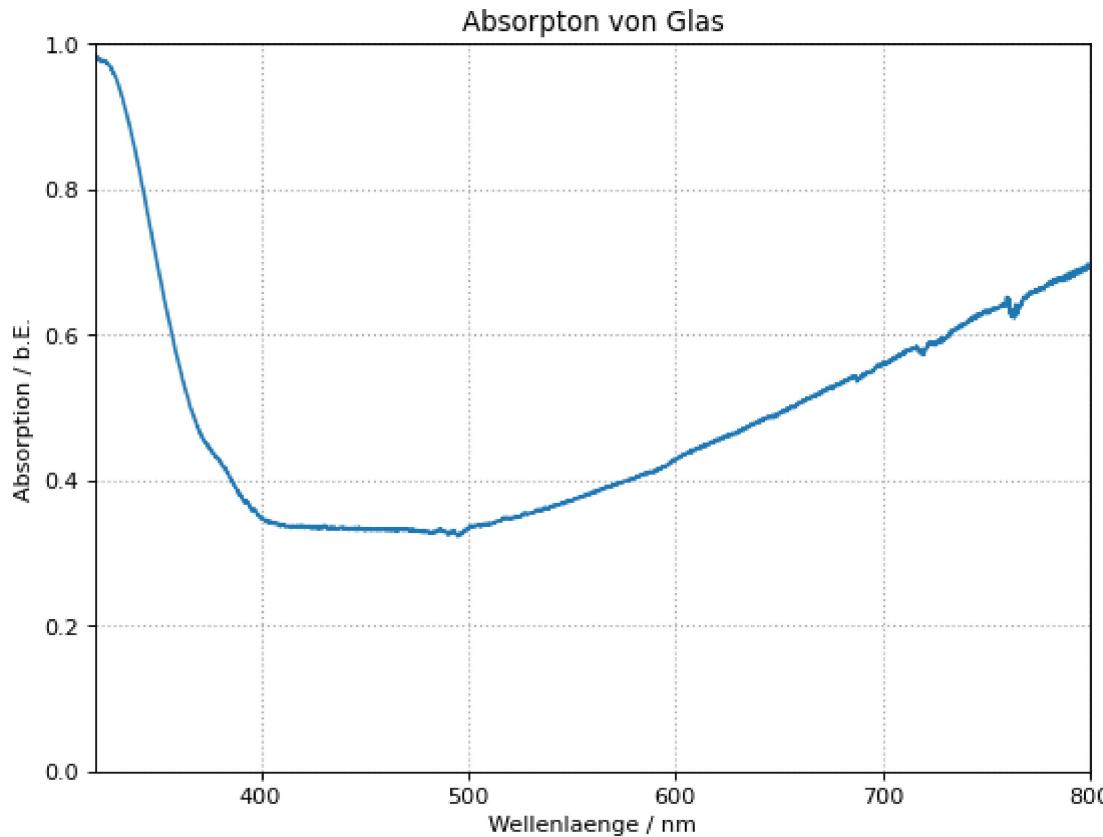
```
Out[4]: (250.0, 900.0)
```



```
In [5]: A=1-inten_mg/inten_og
```

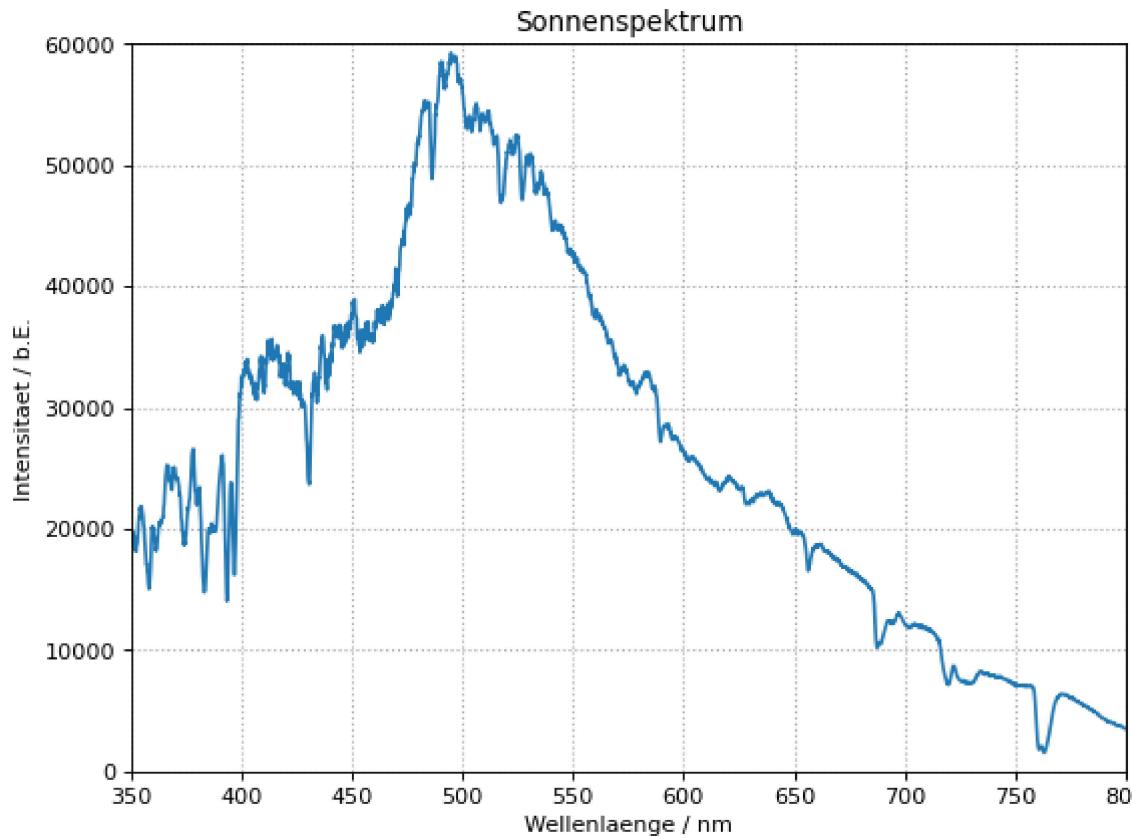
```
plt.figure(figsize=(8, 6), dpi=80)
plt.plot(lamb_mg, A)
plt.title('Absorptio von Glas')
plt.xlabel('Wellenlaenge / nm')
plt.ylabel('Absorption / b.E.')
plt.grid(linestyle=":", linewidth=1)
plt.ylim(0,1)
plt.xlim(320,800))
#plt.savefig("figures/Absorption_Glas.pdf", format="pdf")
```

```
Out[5]: (320.0, 800.0)
```



```
In [6]: plt.figure(figsize=(8, 6), dpi=80)
plt.plot(lamb_og, inten_og)
plt.title('Sonnenpektrum')
plt.grid(linestyle=":", linewidth=1)
plt.xlabel('Wellenlaenge / nm')
plt.ylabel('Intensitaet / b.E.')
plt.ylim(0,60000)
plt.xlim((350,800))
```

```
Out[6]: (350.0, 800.0)
```



```
In [7]: lmbda_f_exp = np.array([393.33, 396.77, 430.40, 486.21, 517.38, 526.94, 589.99, 656.46, 687.50, 760.89, 410.27, 434.14])
lmbda_f_exp_err = np.ones(12)*0.5

#int_f_exp = np.array([1.411, 1.625, 2.373, 4.892, 4.690, 4.715, 2.718, 1.650, 1.021])*10**4
#int_f_exp_err = np.ones(10)*0.01*10**4

lmbda_f_theo = np.array([393.4, 396.8, 430.8, 486.1, 518.4, 527.0, 589.0, 656.3, 686.7, 759.4, 410.17, 434.05])

sigma_lambda_f = np.abs((lmbda_f_exp - lmbda_f_theo)/(lmbda_f_exp_err))
print("Sigma-Abweichungen Fraunhoferlinien:", sigma_lambda_f)
```

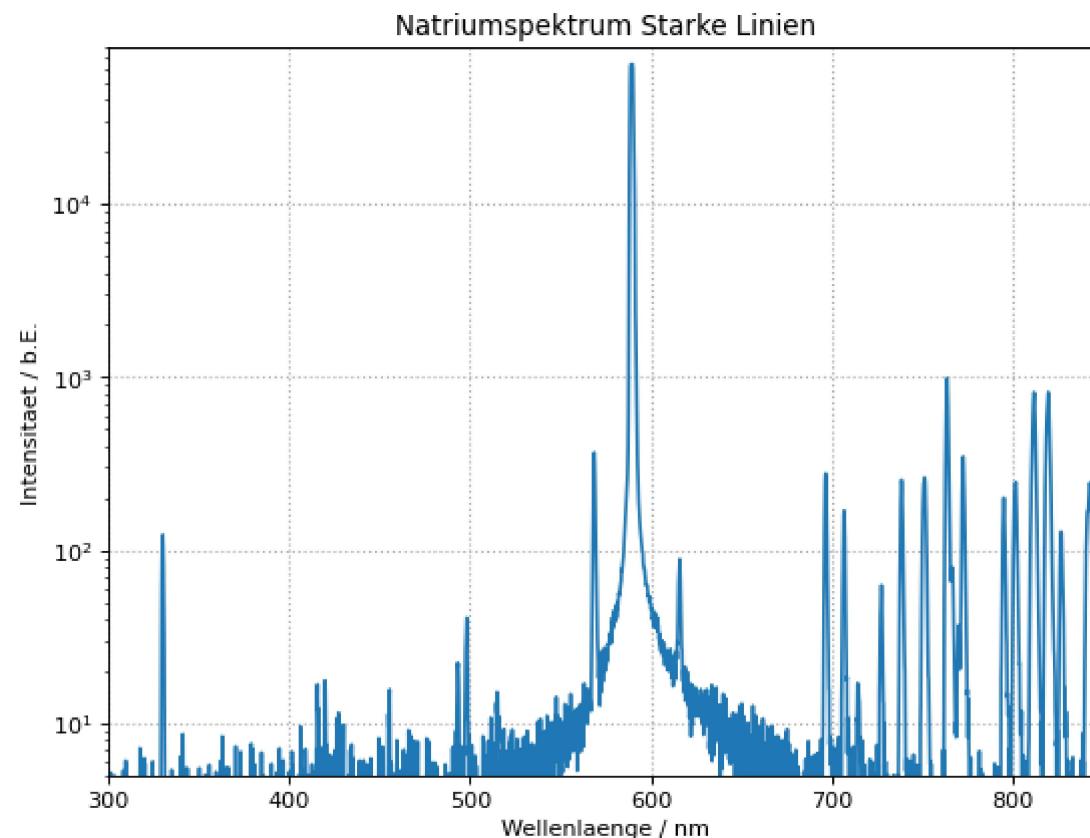
Sigma-Abweichungen Fraunhoferlinien: [0.14 0.06 0.8 0.22 2.04 0.12 1.98 0.32 1.6 2.98 0.2 0.18]

## Natriumspektrum

```
In [8]: lamb_na_g, inten_na_g=np.loadtxt('C:/Users/fexfl/Documents/.Keine Programme Docs/Studium/PAP2/234/Natrium_geringe_Intensitaet.txt')

plt.figure(figsize=(8, 6), dpi=80)
plt.plot(lamb_na_g, inten_na_g)
plt.title('Natriumspektrum Starke Linien')
plt.xlabel('Wellenlaenge / nm')
plt.ylabel('Intensitaet / b.E.')
plt.yscale('log')
plt.grid linestyle=":", linewidth=1
plt.ylim((5,80000))
plt.xlim((300,850))
```

```
Out[8]: (300.0, 850.0)
```

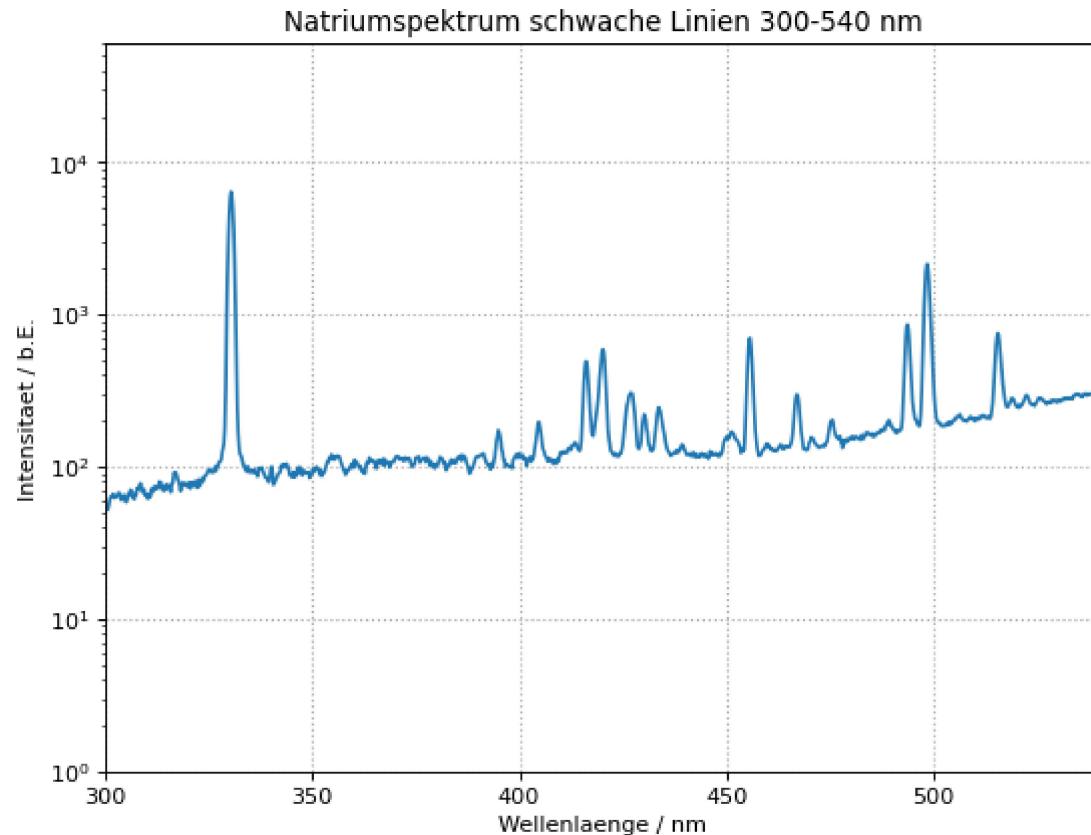


```
In [9]: lamb_na_s, inten_na_s=np.loadtxt('C:/Users/fexfl/Documents/.Keine Programme Docs/Studium/PAP2/234/Natrium_hohe_Intensitaet.txt', s

plt.figure(figsize=(8, 6), dpi=80)
```

```
plt.plot(lamb_na_s, inten_na_s)
plt.title('Natriumspektrum schwache Linien 300-540 nm')
plt.xlabel('Wellenlaenge / nm')
plt.ylabel('Intensitaet / b.E.')
plt.yscale('log')
plt.grid(linestyle=":", linewidth=1)
plt.ylim((1,6000))
plt.xlim((300,540))
```

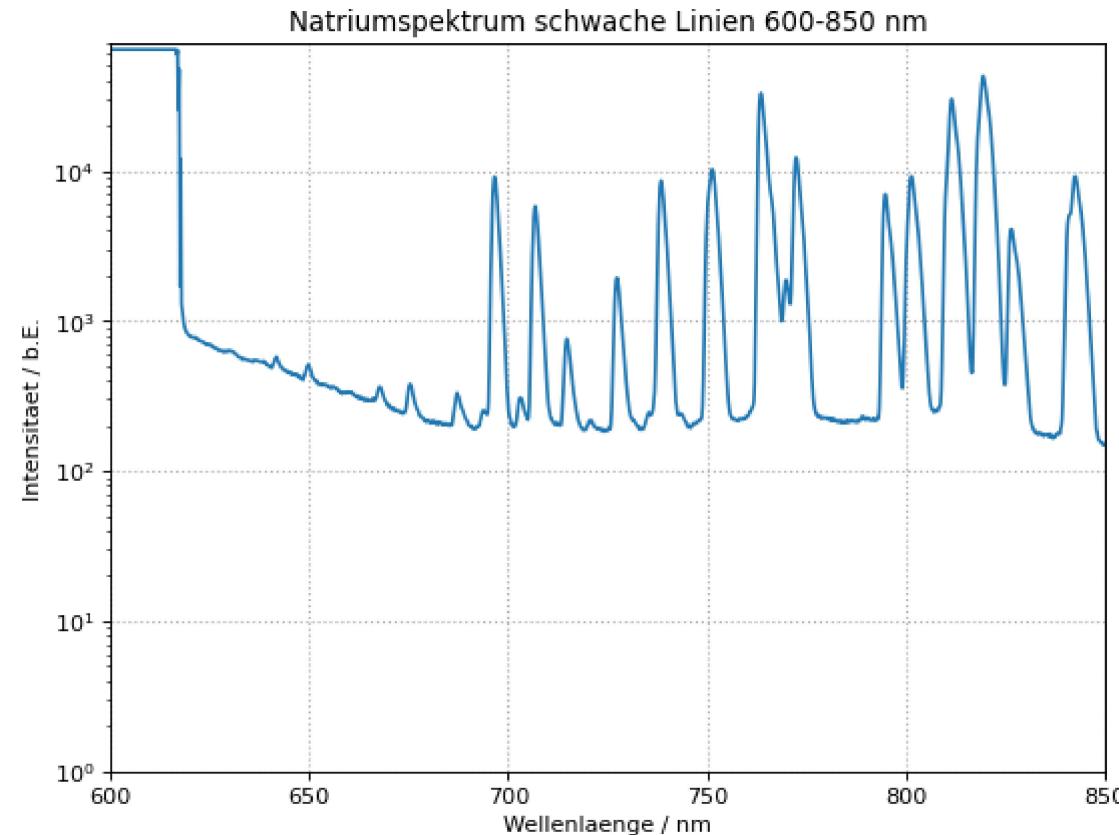
Out[9]: (300.0, 540.0)



```
In [10]: lamb_na_s, inten_na_s=np.loadtxt('C:/Users/fexfl/Documents/.Keine Programme Docs/Studium/PAP2/234/Natrium_hohe_Intensitaet.txt', s
plt.figure(figsize=(8, 6), dpi=80)
plt.plot(lamb_na_s, inten_na_s)
plt.title('Natriumspektrum schwache Linien 600-850 nm')
plt.xlabel('Wellenlaenge / nm')
```

```
plt.ylabel('Intensitaet / b.E.')
plt.yscale('log')
plt.grid(linestyle=":", linewidth=1)
plt.ylim((1,70000))
plt.xlim((600,850))
```

Out[10]: (600.0, 850.0)



## Erste Nebenserie

```
In [11]: lmbda_m3 = 819.4
lmbda_m3_err = 1.0
Ry = -13.605 #eV
hc = 1.2398*10**3 #nm eV

E_3p = (Ry/9) - (hc / lmbda_m3)
```

```

E_3p_err = (hc * lmbda_m3_err / lmbda_m3**2)
print("Energie E_3p:", E_3p, "+-", E_3p_err, "[eV]")

for m in range(3,13):
    l=hc/(Ry/m**2-E_3p)
    l_err = hc * E_3p_err/(Ry/m**2-E_3p)**2
    print('m={m:2d}, lambda={l:6.2f}, error={l_err}'.format(m=m,l=l,l_err=l_err))

lmbda_m_theo = np.array([819.40, 570.18, 499.81, 468.41, 451.32, 440.87, 433.99, 429.19, 425.71, 423.10])
lmbda_m_theo_err = np.array([1.0, 0.5, 0.4, 0.3, 0.3, 0.29, 0.28, 0.27, 0.27, 0.27])

```

Energie E\_3p: -3.0247250020340086 +- 0.0018465442218298046 [eV]  
m= 3, lambda=819.40, error=1.0  
m= 4, lambda=570.18, error=0.4842029956076653  
m= 5, lambda=499.81, error=0.3720695484544519  
m= 6, lambda=468.41, error=0.32678819343771887  
m= 7, lambda=451.32, error=0.30336905511475803  
m= 8, lambda=440.87, error=0.28949118562582643  
m= 9, lambda=433.99, error=0.28051960083245925  
m=10, lambda=429.19, error=0.2743556943067877  
m=11, lambda=425.71, error=0.26992493529165273  
m=12, lambda=423.10, error=0.26662644984951933

In [12]: # Gemessene Wellenlängen  
lmbda\_m\_exp = np.array([819.40, 568.69, 498.18, 466.8, 451.71, 441.16, 433.73, 429.61, 426.8, 423.67])  
lmbda\_m\_exp\_err = np.ones(10)

sigma\_lmbda\_m = np.abs((lmbda\_m\_exp - lmbda\_m\_theo) / (np.sqrt(lmbda\_m\_exp\_err\*\*2 + lmbda\_m\_theo\_err\*\*2)))
print("Abweichungen:", sigma\_lmbda\_m)

Abweichungen: [0. 1.33269651 1.51341701 1.54210032 0.37355225 0.27852445  
0.25037065 0.40548021 1.0523177 0.55029458]

## Zweite Nebenserie

In [13]: lmbda\_na = 589 #nm  
E\_3s = E\_3p - hc/lmbda\_na  
E\_3s\_err = E\_3p\_err  
print("E\_3s:", E\_3s, "+-", E\_3s\_err, "[eV]")

E\_3s: -5.129648601354891 +- 0.0018465442218298046 [eV]

In [14]: Delta\_s = 3 - np.sqrt(Ry / E\_3s)  
Delta\_s\_err = np.abs(1/2 \* np.sqrt(E\_3s / Ry) \* (Ry / (E\_3s)\*\*2) \* E\_3s\_err)

```

print("Delta_s:", Delta_s, "+-", Delta_s_err)
Delta_s: 1.3714336187954752 +- 0.0002931214274877616

```

```

In [15]: for m in range(5,10):
    l=hc/(Ry/(m-Delta_s)**2-E_3p)
    l_err = np.sqrt( (hc * E_3p_err/(Ry/(m-Delta_s)**2-E_3p)**2)**2 + (hc /(Ry/(m-Delta_s)**2-E_3p)**2 * (2*Ry/(m-Delta_s)**3 * Delta_s_err)/(Ry/(m-Delta_s)**2-E_3p))**2 )
    print('m={m:2d}, lambda={l:6.2f}, error={l_err}'.format(m=m,l=l,l_err=l_err))

lmbda_m2_theo = np.array([622.57, 518.81, 477.71, 456.63, 444.22])
lmbda_m2_theo_err = np.array([0.6, 0.4, 0.3, 0.3, 0.29])

lmbda_m2_exp = np.array([615.3, 515.5, 475.5, 455.6, 443.0])
lmbda_m2_exp_err = np.ones(5)

sigma_lmbda_m2 = np.abs((lmbda_m2_exp - lmbda_m2_theo) / (np.sqrt(lmbda_m2_exp_err**2 + lmbda_m2_theo_err**2)))
print("Abweichungen:", sigma_lmbda_m2)

m= 5, lambda=622.57, error=0.5772861758368669
m= 6, lambda=518.81, error=0.400898381748705
m= 7, lambda=477.71, error=0.33989288818068103
m= 8, lambda=456.63, error=0.31055983301724316
m= 9, lambda=444.22, error=0.2939069192088662
Abweichungen: [6.23397357 3.07325785 2.11679609 0.98656107 1.17172355]

```

## Hauptserie

```

In [16]: Delta_p = 3 - np.sqrt(Ry / E_3p)
Delta_p_err = np.abs(1/2 * np.sqrt(E_3p / Ry) * (Ry / (E_3p)**2) * E_3p_err)

print("Delta_p:", Delta_p, "+-", Delta_p_err)

for m in range(4,6):
    l=hc/(Ry/(m-Delta_p)**2-E_3s)
    l_err = np.sqrt( (hc * E_3s_err/(Ry/(m-Delta_p)**2-E_3s)**2)**2 + (hc /(Ry/(m-Delta_p)**2-E_3s)**2 * (2*Ry/(m-Delta_p)**3 * Delta_p_err)/(Ry/(m-Delta_p)**2-E_3s))**2 )
    print('m={m:2d}, lambda={l:6.2f}, error={l_err}'.format(m=m,l=l,l_err=l_err))

lmbda_h_theo = np.array([332.14, 286.43])
lmbda_h_theo_err = np.array([0.16, 0.12])

lmbda_h_exp = np.array([330.3, 286.9])
lmbda_h_exp_err = np.ones(2)

```

```
sigma_lmbda_h = np.abs((lmbda_h_exp - lmbda_h_theo) / (np.sqrt(lmbda_h_exp_err**2 + lmbda_h_theo_err**2)))
print("Abweichungen:", sigma_lmbda_h)

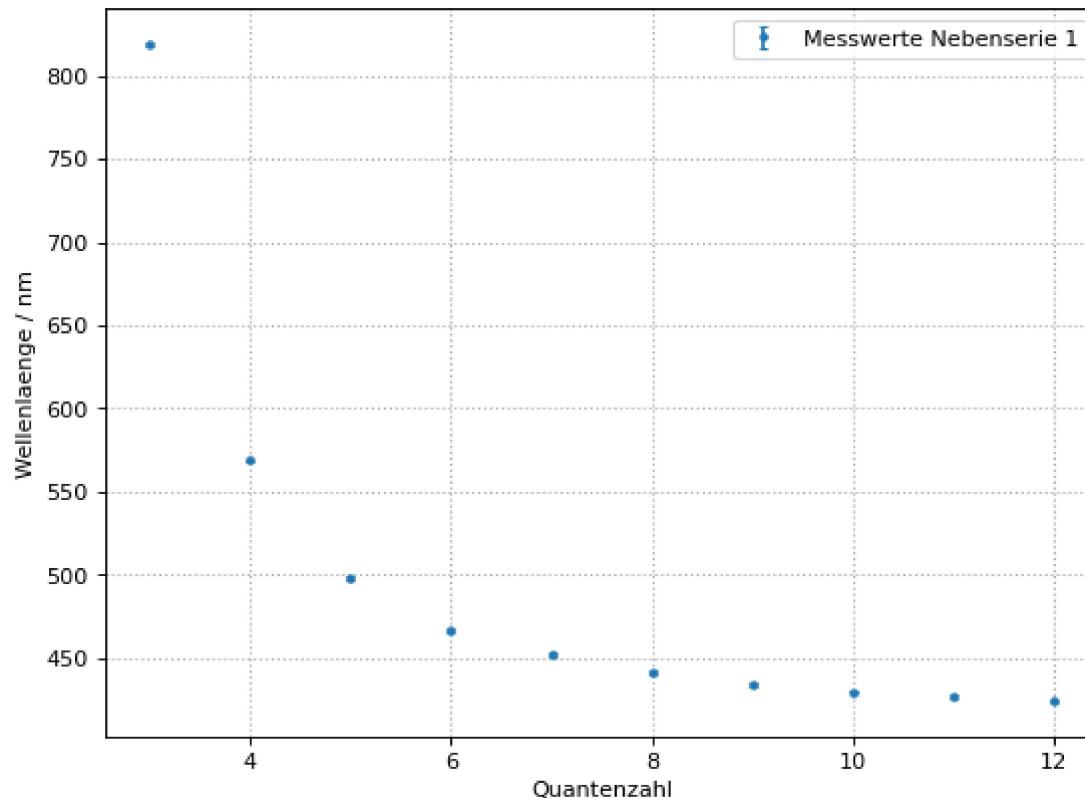
Delta_p: 0.8791677197807539 +- 0.0006473663870063362
m= 4, lambda=332.14, error=0.1643949183574299
m= 5, lambda=286.43, error=0.12220901543082734
Abweichungen: [1.81689076 0.46665211]
```

## Serienenergien etc.

```
In [17]: qz_m = np.arange(3,13)

plt.figure(figsize=(8, 6), dpi=80)
plt.errorbar(qz_m,lmbda_m_exp , yerr=lmbda_m_exp_err, linestyle="none",marker = ".", label="Messwerte Nebenserie 1", capsize = 2)
plt.xlabel('Quantenzahl')
plt.ylabel('Wellenlaenge / nm')
plt.title('1. Nebenserie des Na-Atoms')
plt.legend()
plt.grid(linestyle":", linewidth=1)
```

### 1. Nebenserie des Na-Atoms



```
In [18]: def fit_func_m(m,Ry,E_3p,Delta_d):
    return hc/(Ry/(m-Delta_d)**2-E_3p)

para = [Ry,E_3p,-0.02]
popt_m, pcov_m= curve_fit(fit_func_m, qz_m, lmbda_m_exp, sigma=lmbda_m_exp_err ,p0=para)

print(lmbda_m_exp)
print(lmbda_m_exp_err)

print("Ry=",popt_m[0], ", Standardfehler=", np.sqrt(pcov_m[0][0]))
print("E_3p=",popt_m[1], ", Standardfehler=", np.sqrt(pcov_m[1][1]))
print("Delta_d=",popt_m[2], ", Standardfehler=", np.sqrt(pcov_m[2][2]))
```

[819.4 568.69 498.18 466.8 451.71 441.16 433.73 429.61 426.8 423.67]  
[1. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1.]  
Ry= -12.80984673735542 , Standardfehler= 0.1810679871601931

```
E_3p= -3.016096770926673 , Standardfehler= 0.002744229591440165
Delta_d= 0.08074287208060656 , Standardfehler= 0.018542645218379984
```

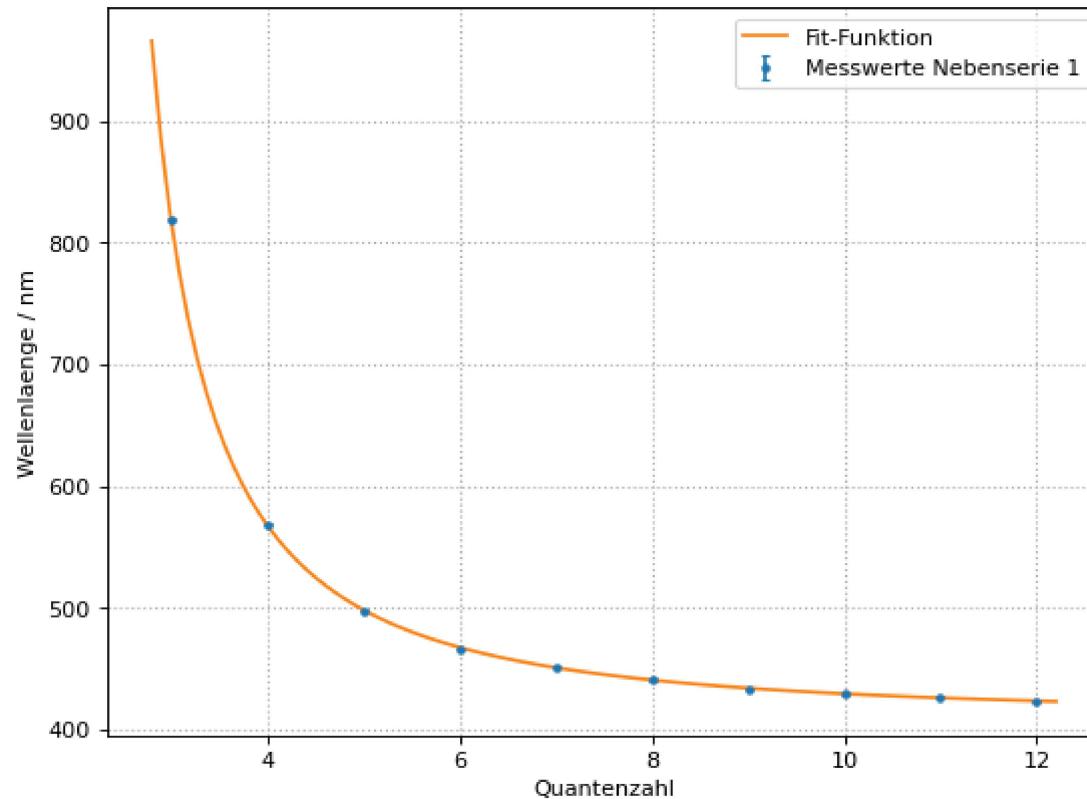
```
In [19]: chi2_=np.sum((fit_func_m(qz_m,*popt_m)-lmbda_m_exp)**2/lmbda_m_exp_err**2)
dof=len(qz_m)-3 #dof:degrees of freedom, Freiheitsgrad
chi2_red=chi2_/dof
print("chi2=", chi2_)
print("chi2_red=",chi2_red)

from scipy.stats import chi2
prob=round(1-chi2.cdf(chi2_,dof),2)*100
print("Wahrscheinlichkeit:", prob,"%")

chi2= 2.3968240542089343
chi2_red= 0.342403436315562
Wahrscheinlichkeit: 93.0 %
```

```
In [20]: plt.figure(figsize=(8, 6), dpi=80)
plt.errorbar(qz_m,lmbda_m_exp , yerr=lmbda_m_exp_err, linestyle="none",marker = ".", label="Messwerte Nebenserie 1", capsize = 2)
x=np.linspace(2.8,12.2, 100)
plt.plot(x, fit_func_m(x,*popt_m), label="Fit-Funktion")
plt.xlabel('Quantenzahl')
plt.ylabel('Wellenlaenge / nm')
plt.title('1. Nebenserie des Na-Atoms')
plt.legend()
plt.grid(linestyle":", linewidth=1)
```

## 1. Nebenserie des Na-Atoms



```
In [25]: sigma_Ry_m = (popt_m[0] - Ry) / (np.sqrt(pcov_m[0][0]))
print("Abweichung Ry:", sigma_Ry_m)

sigma_E_3p_m = (popt_m[1] - E_3p) / (np.sqrt(pcov_m[1][1]))
print("Abweichung E_3p:", sigma_E_3p_m)
```

Abweichung Ry: 4.391462428646201  
Abweichung E\_3p: 3.144136020633652

```
In [26]: def fit_func_m2(m,Ry,E_3p,Delta_s):
    return hc/(Ry/(m-Delta_s)**2-E_3p)

qz_m2 = np.arange(5,10)

para = [-13.6,-3,-0.02]
popt_m2, pcov_m2= curve_fit(fit_func_m2, qz_m2, lmbda_m2_exp, sigma=lmbda_m2_exp_err ,p0=para)
```

```
print("Ry=",popt_m2[0], ", Standardfehler=", np.sqrt(pcov_m2[0][0]))
print("E_3p=",popt_m2[1], ", Standardfehler=", np.sqrt(pcov_m2[1][1]))
print("Delta_s=",popt_m2[2], ", Standardfehler=", np.sqrt(pcov_m2[2][2]))
```

```
Ry= -13.23002139068427 , Standardfehler= 0.37188187487619523
E_3p= -3.0254050326399566 , Standardfehler= 0.005193061828289982
Delta_s= 1.3815441696521982 , Standardfehler= 0.04237562753936226
```

```
In [27]: chi2_=np.sum((fit_func_m2(qz_m2,*popt_m2)-lmbda_m2_exp)**2/lmbda_m2_exp_err**2)
```

```
dof=len(qz_m2)-3 #dof: degrees of freedom, Freiheitsgrad
```

```
chi2_red=chi2_/dof
```

```
print("chi2=", chi2_)
```

```
print("chi2_red=",chi2_red)
```

```
prob=round(1-chi2.cdf(chi2_,dof),2)*100
```

```
print("Wahrscheinlichkeit:", prob,"%")
```

```
chi2= 0.20042408203468565
```

```
chi2_red= 0.10021204101734282
```

```
Wahrscheinlichkeit: 90.0 %
```

```
In [28]: plt.figure(figsize=(8, 6), dpi=80)
```

```
plt.errorbar(qz_m2,lmbda_m2_exp , yerr=lmbda_m2_exp_err, linestyle="none",marker = ".", label="Messwerte Nebenserie 2", capsize = x=np.linspace(4.8,10.2, 100)
```

```
plt.plot(x, fit_func_m2(x,*popt_m2), label="Fit-Funktion")
```

```
plt.xlabel('Quantenzahl')
```

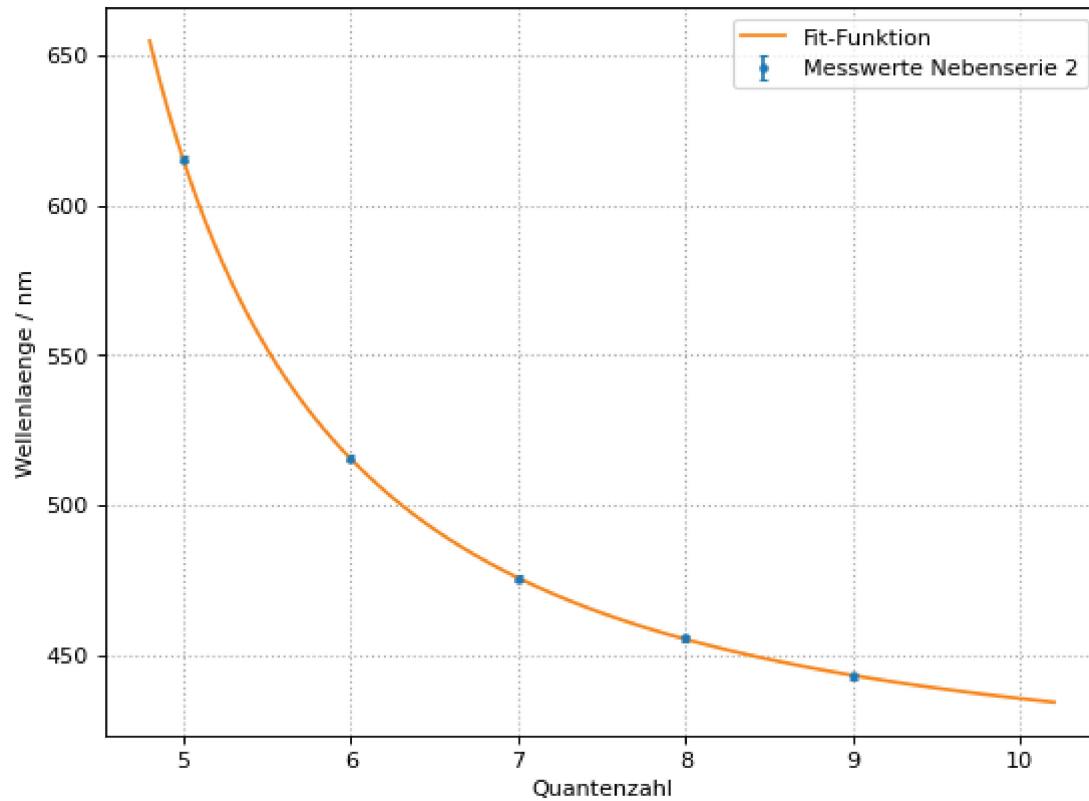
```
plt.ylabel('Wellenlaenge / nm')
```

```
plt.title('2. Nebenserie des Na-Atoms')
```

```
plt.legend()
```

```
plt.grid(linestyle=":", linewidth=1)
```

## 2. Nebenserie des Na-Atoms



```
In [29]: sigma_Ry_m2 = (popt_m2[0] - Ry) / (np.sqrt(pcov_m2[0][0]))
print("Abweichung Ry:", sigma_Ry_m2)

sigma_E_3p_m2 = np.abs((popt_m2[1] - E_3p) / (np.sqrt(pcov_m2[1][1])))
print("Abweichung E_3p:", sigma_E_3p_m2)

sigma_Delta_s = np.abs((popt_m2[2] - Delta_s) / (np.sqrt(pcov_m2[2][2])))
print("Abweichung Delta_s:", sigma_Delta_s)
```

Abweichung Ry: 1.00832719916927  
Abweichung E\_3p: 0.1309498381558724  
Abweichung Delta\_s: 0.23859353698848199

In [ ]: