

# Versuch 222 - Heißluftmotor

Felix Fleischle

15.11.2021

## Einleitung

## Grundlagen

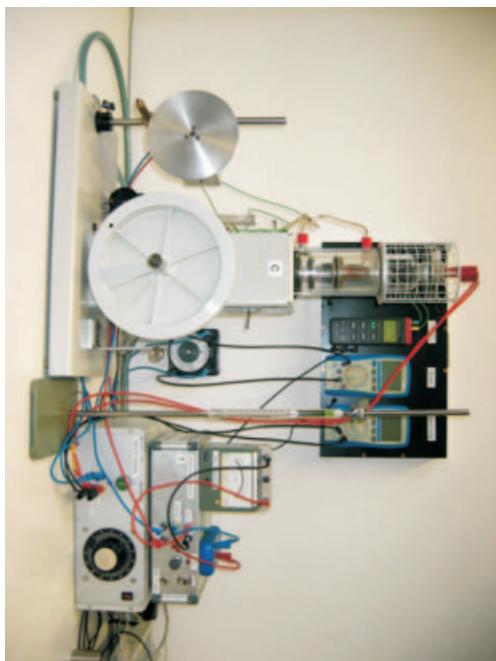


Abbildung 1: Bild des Versuchsaufbaus aus der Praktikumsanleitung

Bei diesem Versuch ist es das Ziel, beim Betrieb des Heißluftmotors als Kältemaschine die Kälteleistung zu bestimmen, sowie qualitativ die Wirkungsweise als Kältemaschine und Wärme pumpe zu untersuchen. Außerdem bestimmen wir den Wirkungsgrad aus dem pV-Diagramm, sowie aus einer Drehmomentmessung.

Wir arbeiten bei dem Versuch mit einem  $\beta$ -Typ Stirlingmotor:

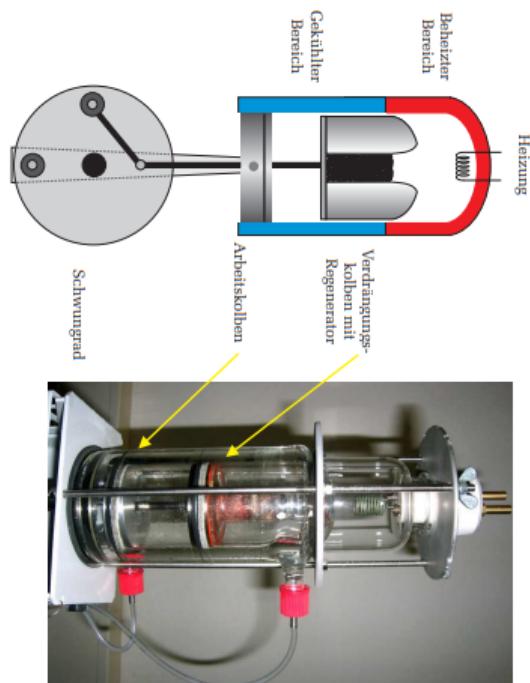


Abbildung 2: Aufbau eines  $\beta$ -Typ Stirlingmotors

Dieser besteht aus einem Zylinder mit Arbeitskolben, welcher das Gas komprimiert/expandiert, und Verdrängerkolben, welcher das Gas in den gekühlten bzw. beheizten Bereich verschiebt. Beim idealen Stirling-Prozess werden vier Zustandsänderungen durchlaufen:

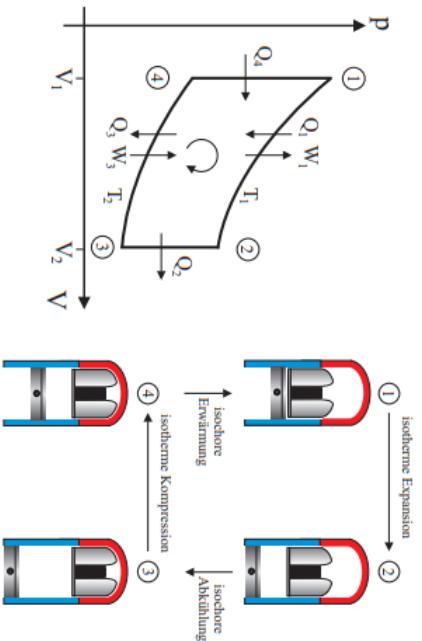


Abbildung 3: Idealer Stirlingprozess

- Isotherme Expansion von 1 nach 2:

Der Verdrängerkolben befindet sich ganz unten und die Luft wird aufgeheizt. Dabei nimmt das Arbeitsgas die Wärmemenge  $Q_1$  auf, dehnt sich aus und verschiebt den Arbeitskolben

nach unten, wobei die mechanische Arbeit  $W_1$  verrichtet wird.

Es gilt

$$dQ_1 = pdV = nRT_1 \frac{dV}{V} \quad (1)$$

$$Q_1 = nRT_1 \ln \frac{V_1}{V_2} \quad (2)$$

mit  $Q_1 = W_1$

- Isochore Abkühlung von 2 nach 3:

Der Verdängerkolben bewegt sich nach oben, wodurch das Gas in den kalten Bereich gehängt und abgekühlt wird. Dabei wird die Wärmemenge  $Q_2$  an das Kühlsystem abgegeben. Es gilt

$$dQ_2 = -C_V n dT \quad (3)$$

$$Q_2 = -C_V n(T_2 - T_1) \quad (4)$$

mit  $W_2=0$

- Isotherme Kompression von 3 nach 4:

Der Arbeitskolben bewegt sich nach oben und komprimiert die kalte Luft. Vom Kolben wird die Arbeit  $W_3$  verrichtet und die von der Kompression freiwerdende Wärme  $Q_3$  wird an das Kühlsystem abgegeben. Es gilt

$$Q_3 = -nRT_2 \ln \frac{V_2}{V_1} = W_3 \quad (5)$$

- Isochore Erwärmung von 4 nach 1:

Der Verdängerkolben bewegt sich nach unten und die Luft wird wieder in den geheizten Bereich gedängt. Dabei wird die Wärmemenge  $Q_4$  aufgenommen und die Temperatur steigt wieder auf den Anfangswert  $T_1$ . Es gilt

$$Q_4 = C_V n(T_1 - T_2) \quad (6)$$

mit  $W_4=0$ .

Der ideale Stirling-Prozess ist jedoch nicht realisierbar. Bei unserem Motor werden beide Kolben über das Schwungrad direkt an die Kurbelwelle angekoppelt. Beide Kolben weisen eine annähernd sinusförmige Bewegung auf, mit  $\pi/2$  Phasenverschiebung. Dadurch überlappen die Zustandsänderungen ein wenig und es ergibt sich folgendes pV-Diagramm:

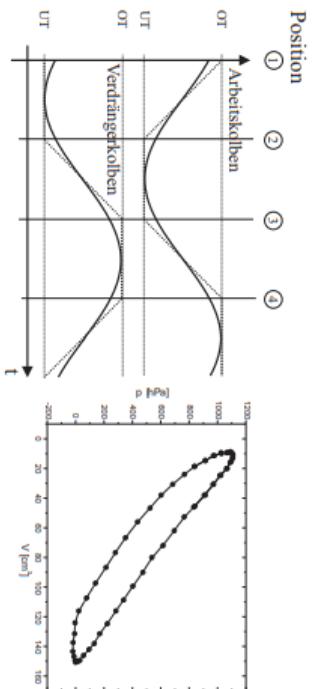


Abbildung 4: Kurbelwellendiagramm und pV-Diagramm unseres Heißluftmotors

Die Nutzarbeit des Stirling-Prozesses lässt sich aus dem Kurvenintegral über das pV-Diagramm berechnen:

$$W_N = \oint pdV \quad (7)$$

oder durch das Aufaddieren der Arbeiten  $W_1$  und  $W_3$ :

$$W_N = W_1 + W_2 = nR(T_1 - T_2) \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (8)$$

Der Wirkungsgrad ist gegeben durch

$$\eta = \frac{W_N}{Q^+} \quad (9)$$

wobei  $Q^+$  die aufgenommene Wärmemenge ist. In unserem Fall entspricht dies  $Q_1 + Q_4$ . Wenn wir einen Regenerator in den Verdängerkolben einbauen, welcher die Wärmeenergie der heißen Luft, die bei der Isochoren Abkühlung in den kalten Bereich gedrängt wird, speichert. Dadurch kann das Gas auf dem Rückweg die Wärme wieder aufnehmen, und die Wärme  $Q_4$  muss nicht für  $Q^+$  berücksichtigt werden. Damit ergibt sich der Wirkungsgrad zu

$$\eta_{th}^R = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \quad (10)$$

Der Stirling Kreisprozess ist aber auch umkehrbar. Wenn das Schwunggrad von einem Motor angetrieben wird, kann der Heißluftmotor als Wärmepumpe oder Kältemaschine verwendet werden. Dabei werden die Zustandsänderungen entgegen dem Uhrzeigersinn durchlaufen:

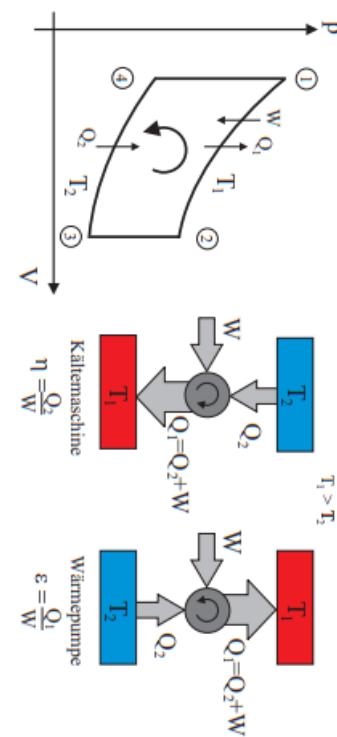


Abbildung 5: pV-Diagramm und Energiebilanzen beim Betrieb als Wärmepumpe oder Kältemaschine

Beim Betrieb als Kältemaschine wird dem zu kühlenden Bereich die Wärme  $Q_2$  entzogen und dem Wärmereservoir die Wärme  $Q_1 = W + Q_2$  zugeführt.

Der Wirkungsgrad der Kältemaschine ergibt sich zu

$$\eta = \frac{Q_2}{W} = \frac{T_2}{T_1 - T_2} \quad (11)$$

Dabei entspricht die Energiebilanz gilt

$$Q_1 = Q_2 + W_M \quad (12)$$

mit

$$Q_2 = W_H = \frac{U_H I_H}{f} \quad (13)$$

der entzogenen Wärme,

$$Q_1 = \frac{c_W \rho_W \Delta T \dot{V}}{f} \quad (14)$$

der zugeführten Wärme, sowie

$$W_M = \frac{U_M I_M}{f} \quad (15)$$

der Arbeit des Motors.

Die Effizienz der Wärmepumpe bestimmt man durch

$$\epsilon = \frac{Q_1}{W} = \frac{T_1}{T_1 - T_2} \quad (16)$$

## Durchführung

Als erstes betreiben wir den Motor als Kältemaschine. Wir montieren den Tefflonkopf mit Heizwendel auf den Motor und messen mit einem Thermoelement die Temperatur  $T_3$  im Zylinderkopf. Wir spannen den Antriebsriemen über das Schwungrad des Heißluftmotors und über

die Riemenscheibe des Elektromotors. Wir messen Strom und Spannung des Heißkopfs ( $U_H$ ,  $I_H$ ) und des Elektromotors ( $U_M$ ,  $I_M$ ) mit Amperemetern und Voltmetern. Außerdem messen wir die Temperaturen  $T_1$  und  $T_2$  des Kühlwassers und stellen die Temperaturverläufe, auch von  $T_3$ , mit dem Programm Thermolink auf dem PC dar. Danach starten wir den Motor und die Temperatur  $T_3$  beginnt zu sinken. Wir erhöhen die Heizleistung langsam bis sich konstant die Anfangstemperatur eingestellt hat. Wir protokollieren  $U_H$ ,  $I_H$ , die Durchflussmenge  $\dot{V}$  des Kühlwassers, sowie die Temperaturen  $T_1$  und  $T_2$ .

Danach motieren wir den Zylinderkopf mit Reagenzgas und Temperaturfühler. In das Reagenzglas füllen wir 1ml Wasser. Wir benutzen Casy Lab zum Auslesen des Temperaturfühlers und Thermolink für die Temperaturen des Kühlwassers. Wir starten den Motor und protokollieren Motorspannung und Motorstrom. Wir messen den Temperaturverlauf für 10 bis 15min und drücken diesen aus. Anschließend bestimmen wir die Drehzahl. Wir wiederholen den Versuch für die andere Drehrichtung, als Wärmepumpe.

Im letzten Versuchsteil nutzen wir den Heißluftmotor als Wärmekraftmaschine. Dazu montieren wir wieder den Heizkopf und entfernen den Antriebsriemen. Wir schalten den Motor ein und werfen den Motor von Hand an. Wir drücken zuerst ein  $p(t)$  und ein  $V(t)$  Diagramm aus, welches wir mit Casy Lab erstellen, und bestimmen Heizstrom  $I_H$ , Heizspannung  $U_H$ , den Kühlwasserdurchsatz  $\dot{V}$ , Drehzahl  $f$ ,  $T_1$ ,  $T_2$  und den Flächeninhalt des pV-Diagramms. Anschließend messen wir die real abgegebene Arbeit  $W_D$  durch eine Drehmomentmessung. Wir lösen die Schrauben des Prony-Zauns und schieben ihn auf die Achse des laufenden Motors. Dann hängen wir den Federkraftmesser in den Bremszaun ein. Wir messen für vier verschiedene Bremskräfte, 0,2N bis 0,8N, die Drehzahl, den Flächeninhalt des pV-Diagramms,  $U_H$  und  $I_H$ .

# Versuch 222 Heißblattmotor -

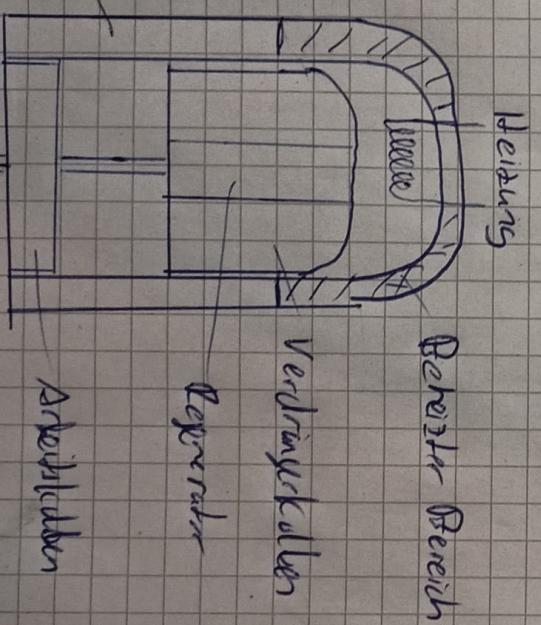
## Messprotokoll

Felix Fleischle  
Hisayin Yildiz

### 1. Messaufbau

- Heißblattmotor
- regulables Motorzteil für die Heizventile
- Schaltsystem "Casy" mit Druck - Temperatur - und Wegsensor
- PC mit Drucker
- Drehzahlmesser Thermometer
- Multimeter
- Elektromischer Antriebsmotor mit regelbarem Motorzteil
- Durchflussmengen - Messgrat des Kühlmotors

### 2. Skizze



## 2. Durchführung

### 1. Betrieb als Kühlemachine

Tabelle 1:

Kühlemachine

Drehzahlspannung U<sub>U</sub> [V] Strom I<sub>H</sub> [A]

U <sub>U</sub>	I <sub>H</sub> [A]	Durchflussergebnis i [min <sup>-1</sup> ]	<del>W</del>
254,4 ± 1,0	23,9 ± 0,1	4,7 ± 0,1	264 ± 3
5,37 ± 0,01	1,04 ± 0,01		

1/5 der tatsächlichen Ströme

Wir haben die elektrische Heizung so lange eingeschaltet, bis wir die Anfangstemperatur ohne Lautstärke-Meter erreicht haben.

$$U_m = 23,9 \pm 0,01 \text{ V}$$

$$I_H = 1,7 \pm 0,1 \text{ A}$$

$$T_1 = 20,1 \pm 0,1^\circ\text{C}$$

$$T_2 = 17,1 \pm 0,1^\circ\text{C}$$

$$T_3 = 20,0 \pm 0,5^\circ\text{C}$$

## 2. Betrieb als Kühlemulsion und Wärmeumpe

Strom und Spannungsmessung zur Bestimmung der Leistung:

$$U_n = 24,1 \pm 0,1 V$$

$$I_n = 0,47 \pm 0,02 A$$

$$f = 296,2 \pm 2,0 \frac{1}{\text{min}}$$

Die Temperaturverläufe werden separat ausgedrückt.

Wir erwärmen / kühlen das Wasser im Reagenzglas und bestimmen Temperaturverläufe von Wärme- und Kühlung.

### 3. Betrieb als Wärmeleaddmaschine

Tabelle 2: Wärmeleaddmaschine

hPa cm<sup>3</sup>

Messung | Drehzahl [min<sup>-1</sup>] Fläche in  $\text{m}^2$  |

1	$307 \pm 1$	26200
2	$307,7 \pm 1$	26000
3	$307,3 \pm 1$	26500

$$I_n = 13,42 \pm 0,01 A$$

$$U_n = 2,93 \pm 0,01 V$$

$$T_1 = 22,9 \pm 0,1 ^\circ C$$

$$T_2 = 17,0 \pm 0,1 ^\circ C$$

# ① Dehnungsmessung:

Abrissung Drehzahl [ ] Fläche [ ]

Außerdem:

$$\cancel{I_h} =$$

Tabelle 3. Dehnungsmessung  $\nu$

Bremssatt [N]	$\frac{T_0}{G}$ [Nm]	Drehzahl [ ]	Fläche $\nu$ [ ]
0,8	$299 \pm 6\%$	$136,9 \pm 1\%$	$234 \pm 1$
0,6	$2,919 \pm 6\%$	$126,5 \pm 6\%$	$237 \pm 1$
0,4	$2,95 \pm 0,01$	$136,4 \pm 0,01$	$32200$
0,2			

$m/cm^3$

Log

## Auswertung (Zusammenfassung)

### Betrieb als Kältemaschine

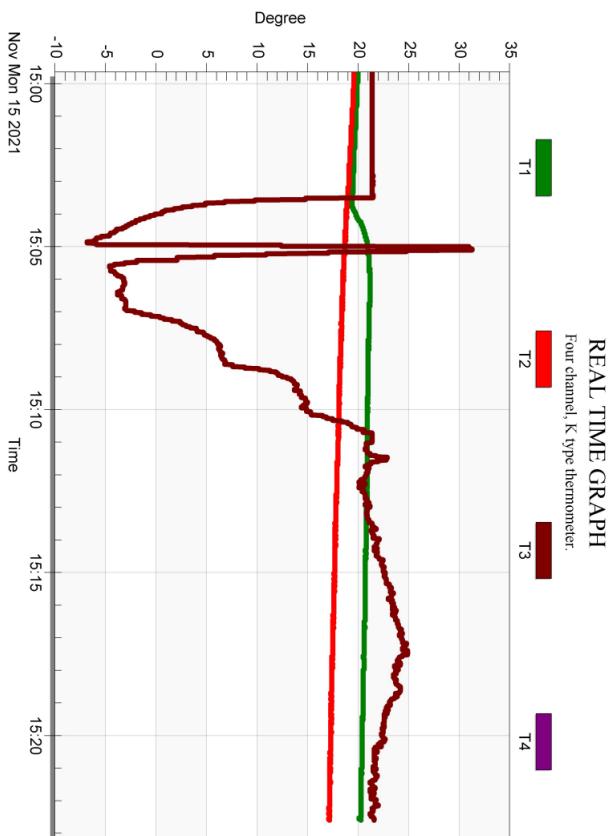


Abbildung 6: Thermolink-Temperaturverlauf beim ersten Versuchsteil

Unser Ziel in diesem Versuchsteil ist es, die Energiebilanz aufzustellen, sowie die Kälteleistung zu bestimmen. Die Auswertung wurde in Python durchgeführt, daher hier nur eine Zusammenfassung. Der Code ist am Ende des Dokuments zu finden.

Zuerst haben wir  $Q_1$ , die Wärme die dem Kühlssystem zugeführt wird, bestimmt über

$$Q_1 = \frac{c_W \rho_W \dot{V} \Delta T}{f}$$

Alle der benötigten Werte hatten wir während des Versuchs direkt gemessen oder waren Literaturwerte. Unser Ergebnis lautet

$$Q_1 = 11,1 \pm 0,5 J$$

Danach haben wir  $Q_2$ , die Wärme die im Zylinderkopf entzogen wird, bestimmt, über

$$Q_2 = \frac{U_H I_H}{f}$$

wobei wir auch direkt die Heizleistung (Kälteleistung) bestimmt haben. Unsere Ergebnisse sind

$$Q_2 = 5,69 \pm 0,06 J$$

$$P_H = 27,92 \pm 0,27 \frac{J}{s}$$

Anschließend haben wir noch die mechanische Arbeit des Motors  $W_M$  bestimmt über

$$W_M = \frac{U_M I_M}{f}$$

mit dem Ergebnis

$$W_M = 8,3 \pm 0,5 J$$

Für die Wärmebilanz gilt  $Q_1 = Q_2 + W_M$ . Jedoch finden wir, dass  $Q_2 + W_M > Q_1$ . Die Differenz zwischen den Energien beträgt

$$\Delta E = 2,7 \pm 0,7 J$$

Die Differenz liegt nicht mehr im 3-sigma Bereich mit

$$\sigma_{\Delta E} = 3,75$$

Die Energiediskrepanz kommt wahrscheinlich dadurch zustande, dass der Antriebsmotor selbst einen Wirkungsgrad von kleiner als 1 hat. Die tatsächliche Motorleistung  $P_M$  und damit auch  $W_M$  sind vermutlich kleiner als die mit unseren Spannungs- und Stromwerten berechneten Werte. Zum Schluss haben wir noch den Wirkungsgrad der Kältemaschine berechnet:

$$\eta_{km} = 0,68 \pm 0,04$$

## Betrieb als Kältemaschine und Wärmepumpe

Wir interpretieren zuerst den Temperaturverlauf beim Betrieb als Kältemaschine:

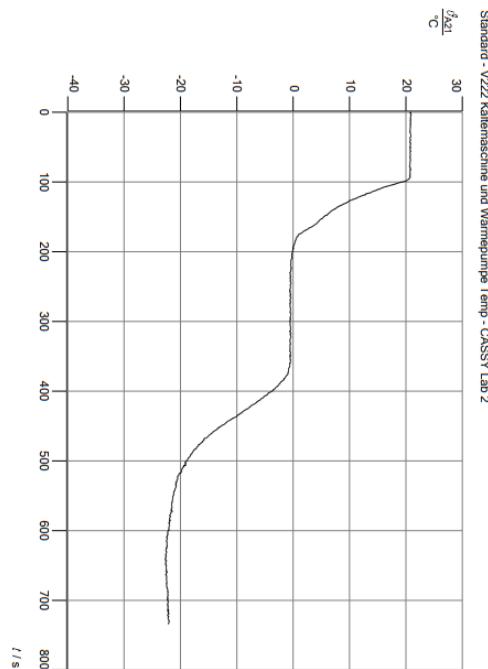


Abbildung 7: Temperaturverlauf Kältemaschine Versuchsteil 2 (CASSY)

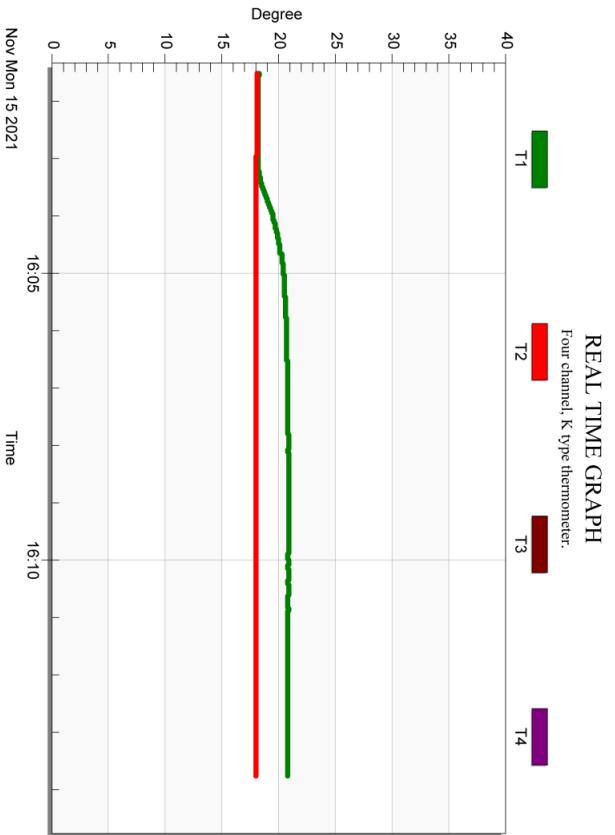


Abbildung 8: Temperaturverlauf des Kühlsystems Kältemaschine Versuchsteil 2 (Thermolink)

Wie man sehen kann, sinkt nach dem Einschalten des Motors die Temperatur des Wassers kontinuierlich, bis der Gefrierpunkt von Wasser erreicht ist. Daraufhin stagniert der Temperaturverlauf für  $t_{gef} = 200 \pm 10\text{s}$ , bis die Temperatur erneut abfällt. Hier findet also der Phasenübergang

statt und das Wasser gefriert. Ab einer Temperatur von etwa  $-22$  Grad stagniert der Temperaturverlauf wieder. Ab hier die Motorleistung nicht mehr groß genug, um das Wasser weiter abzukühlen.

Das Kühlwasser erwärmt sich zuerst leicht, nimmt dann aber einen konstanten Wert an. Es wird also eine konstante Wärmemenge abgegeben, bei konstanter Motorleistung.

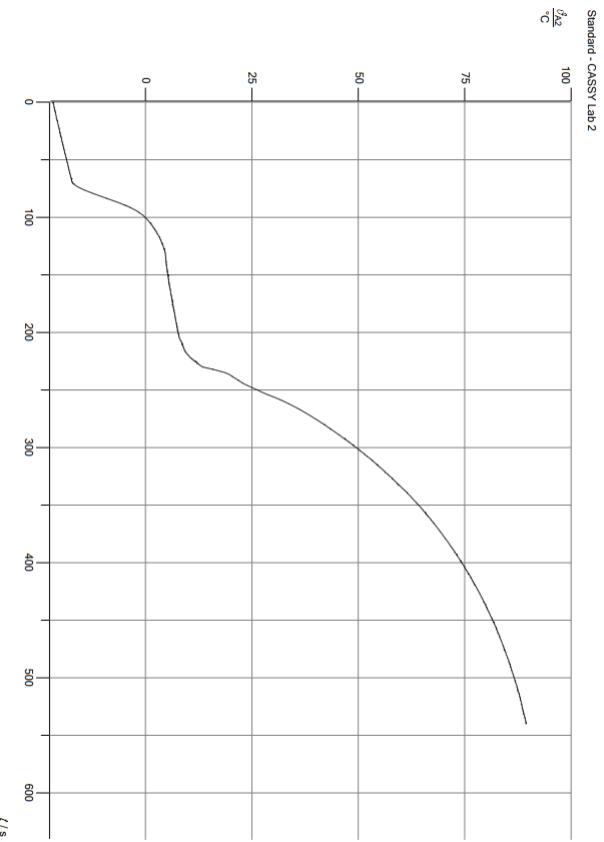


Abbildung 9: Temperaturverlauf Wärmepumpe Versuchsteil 2 (CASSY)

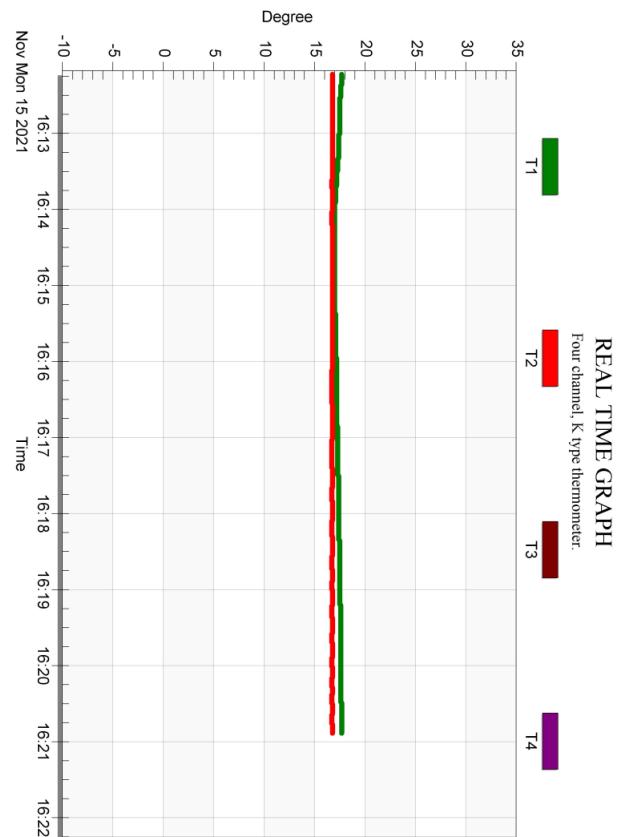


Abbildung 10: Temperaturverlauf des Kühlsystems Kältemaschine Versuchsteil 2 (Thermolink)

Bei der Wärmeleitung steigt die Temperatur des Wassers wie erwartet bis zu etwa 0 Grad an, wo erneut ein Phasenübergang stattfindet, und die Steigung dementsprechend abflacht. Man sieht hier, dass der Phasenübergang deutlich schneller abläuft als bei der Kältemaschine. Der Grund dafür ist die Umgebungstemperatur, welche ebenfalls das Wasser erwärmt. Nach dem Phasenübergang steigt die Temperatur wie erwartet weiter an. Die Kühlwassertemperatur ist für das ablaufende und zulaufende Wasser fast gleich.

Nun sollten wir die Kälteleistung bestimmen aus

$$P_k = \frac{\lambda_{H2O} \rho_w V_w}{t_{gef}} = 1,66 \pm 0,08 \frac{J}{s}$$

Wir sehen, dass dieser Wert viel kleiner ist, als der im ersten Versuchsteil bestimmte. Der Grund dafür ist vermutlich, dass hier ein viel kleineres Volumen gekühlten wurden als im ersten Versuchsteil, mit nur 1ml Wasser.

## Betrieb als Wärmekraftmaschine

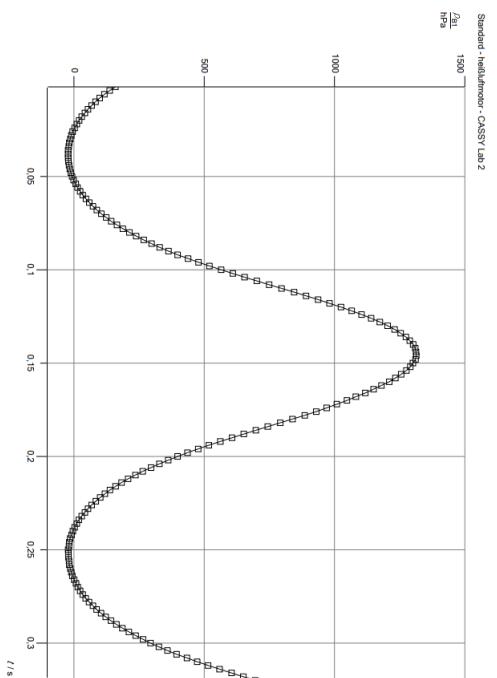


Abbildung 11:  $p(t)$  Diagramm der Wärmekraftmaschine

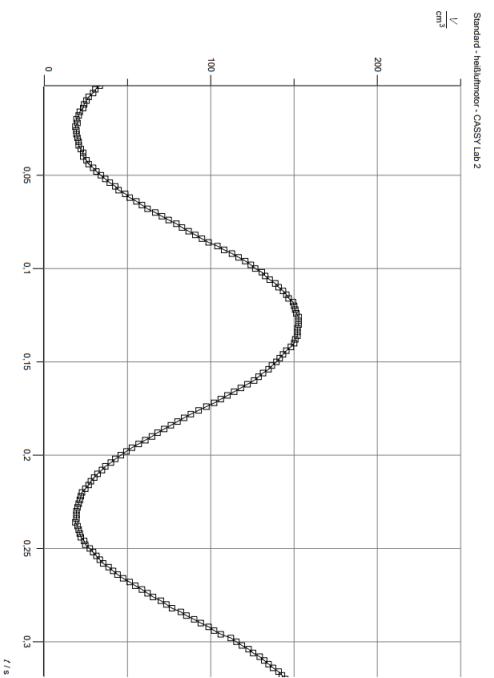


Abbildung 12:  $V(t)$  Diagramm der Wärmekraftmaschine



Abbildung 13: Thermolink Temperaturverlauf der Wärmekraftmaschine

Bei der Wärmekraftmaschine sollten wir im Leerlauf folgende Größen bestimmen:

- $f$  als Mittelwert unserer Messwerte
- $P_{el} = U_H I_H$
- $Q_{el} = P_{el}/f$
- $P_{ab} = c_W \rho_W \Delta T \dot{V}$  mit  $\Delta T$  aus Abbildung 13
- $Q_{ab} = P_{ab}/f$
- $P_{pV} = W_{pV}/f$
- $Q_{pV} = W_{pV}$  mit dem Mittelwert unserer Messwerte
- $\eta_{th} = W_{pV}/Q_{el}$

Unsere Ergebnisse sind

$f[1/s]$	$P_{el}[J/s]$	$Q_{el}[J]$	$P_{ab}[J/s]$	$Q_{ab}[J]$	$P_{pV}[J/s]$	$Q_{pV}[J]$	$\eta_{th}$
$4,07 \pm 0,06$	$16,4,4 \pm 0,6$	$40,4 \pm 0,6$	$116 \pm 10$	$28,6 \pm 2,4$	$10,68 \pm 0,24$	$2,62 \pm 0,04$	$0,0650 \pm 0,0015$

Tabelle 4: Werte Leerlauf Wärmekraftmaschine

Wir sollten dann die Energiebilanz  $Q_{el} = Q_v + W_{pV} + Q_{ab} + Q_R$  aufstellen, und die Verlustwärme berechnen:

$$Q_V = Q_v + Q_R = 9,2 \pm 2,5 J$$

Es geht also Energie über Reibung  $Q_R$  und über Wärmestrahlung  $Q_v$  verloren. Teile des Heißluft-motors sind aus Glas gebaut, sodass der Anteil der Wärmestrahlung  $Q_v$  relativ groß ist.  
Zum Schluss sollten wir die mechanische Arbeit  $W_D$ , sowie  $W_{pV}$ ,  $\eta_{th} = \frac{W_{pV}}{Q_{el}}$  und  $\eta_{eff} = \frac{W_D}{Q_{el}}$  für die verschiedenen Drehmomente / Kräfte  $F$  bestimmen. Unsere Ergebnisse sind

$F[N]$	$W_D[J]$	$W_{pV}[J]$	$\eta_{th}$	$\eta_{eff}$
$0,80 \pm 0,01$	$0,503 \pm 0,006$	$3,369 \pm 0,027$	$0,0834 \pm 0,0015$	$0,01244 \pm 0,00025$
$0,60 \pm 0,01$	$0,377 \pm 0,006$	$3,1363 \pm 0,0015$	$0,0776 \pm 0,0012$	$0,00933 \pm 0,00021$
$0,40 \pm 0,01$	$0,251 \pm 0,006$	$3,287 \pm 0,012$	$0,0814 \pm 0,0014$	$0,00622 \pm 0,00018$
$0,20 \pm 0,01$	$0,126 \pm 0,006$	$3,139 \pm 0,012$	$0,0777 \pm 0,0012$	$0,00311 \pm 0,00016$

Tabelle 5: Werte Drehmomentmessung Wärmeleistungsmaschine

Anschließend sollten wir  $\eta_{th}$  und  $\eta_{eff}$  als Funktion der Drehzahl auftragen:

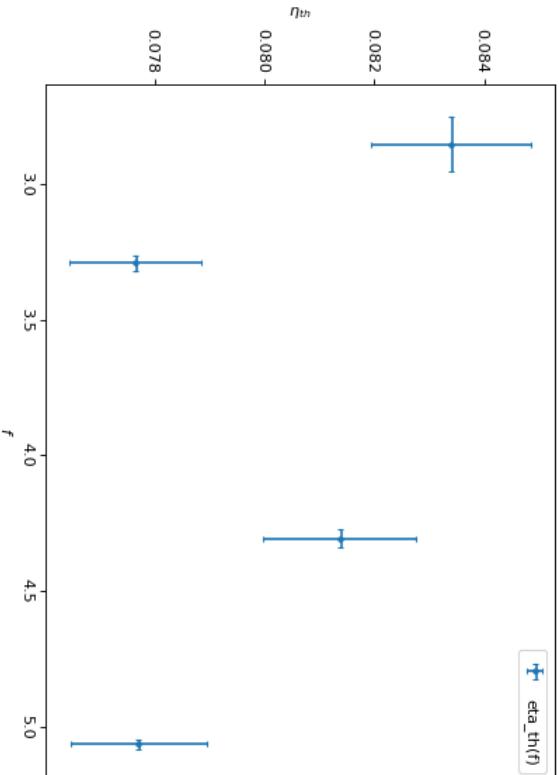


Abbildung 14:  $\eta_{th}$  als Funktion von  $f$

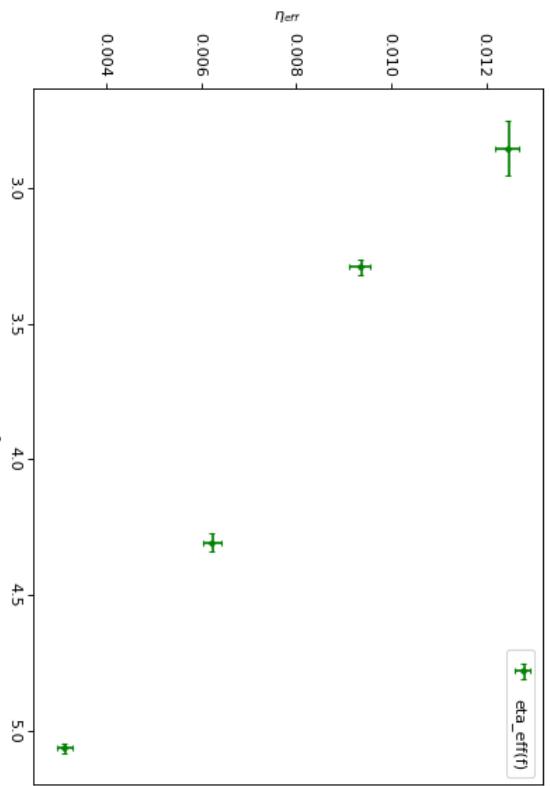


Abbildung 15:  $\eta_{eff}$  als Funktion von  $f$

Wie man sehen kann ist  $\eta_{eff}$  etwa antiproportional zur Drehzahl, während unsere Werte für  $\eta_{th}$  sehr verteilt sind. Vermutlich sollte gelten

$$\eta_{th} = \frac{W_{pV}}{Q_{el}} = \frac{W_{pV}f}{P_{el}}$$

womit der Wirkungsgrad proportional zur Drehzahl wäre. Warum dies nicht der Fall ist ist in unserem Fall schwer zu sagen, da bei die Dichtung des Motors nicht mehr richtig funktioniert hat, und wir daher für diesen Teil die Messwerte der anderen Gruppe übernommen haben. Wir können daher nicht sagen, ob zum Beispiel der Prony-Zaun nicht genau parallel war, oder andere Ungenauigkeiten aufgetreten sind.

Auf jeden fall sehen wir, dass  $\eta_{th}$  deutlich größer ist als  $\eta_{eff}$ . Der Grund dafür sind vermutlich Reibungseffekte am Schwungrad und Prony-Zaun, oder im Kolben selbst.

## Diskussion

Insgesamt waren die meisten Ergebnisse bei diesem Versuch gemäß unseren Erwartungen.

Bei der Kältemaschine konnten wir die Energiedifferenz wie schon erwähnt mit dem Wirkungsgrad des Antriebsmotors erklären. Die Phasenübergänge waren bei Kältemaschine und Wärmepumpe gut zu erkennen, und der Phasenübergang lief bei der Wärmepumpe wie erwartet deutlich schneller ab, aufgrund der Umgebungstemperatur. Zwischen den Kälteleistungen in den ersten beiden Versuchsteilen lag ein sehr großer Unterschied, was vielleicht mit dem unterschiedlichen abzukühlenden Volumen erklärbar ist.

Beim Betrieb als Wärmekraftmaschine haben wir wie erwartet eine große Verlustwärme gefunden, aufgrund der Reibung und Wärmestrahlung, da der Heißluftmotor zu einem großen Teil aus Glas gebaut ist, was die Wärmeverluste erhöht. Lediglich der Zusammenhang  $\eta_{th}(f)$  war nicht wie erwartet proportional. Hier fällt die Erklärung eher schwer, da wir wie schon erwähnt die Messwerte einer anderen Gruppe nehmen mussten, und daher den Versuchsteil nicht selbst durchgeführt haben.

# Versuch 222 Heißluftmotor - Auswertung

Felix Fleischle - 15.11.2021

```
In [1]:  
import numpy as np  
import matplotlib.pyplot as plt  
from scipy.optimize import curve_fit
```

## Betrieb als Kältemaschine

Wir wollen die Kälteleistung des Motors berechnen, und die Energiebilanz aufstellen.

```
In [2]:  
# Unsere Messdaten:  
f_km = 294.4 / 60 #Drehzahl in 1/s  
f_km_err = 1 / 60  
  
U_H_km = 5.37  
U_H_km_err = 0.01  
  
I_H_km = 1.04 * 5  
I_H_km_err = 0.01 * 5  
  
V_punkt_km = 264 / (60 * 10**6) # L/s  
V_punkt_km_err = 3 / (60 * 10**6)  
  
U_M_km = 23.9  
U_M_km_err = 0.1  
  
I_M_km = 1.7  
I_M_km_err = 0.1  
  
T_1_km = 20.1 + 273.15  
T_1_km_err = 0.1  
  
T_2_km = 17.1 + 273.15  
T_2_km_err = 0.1  
  
T_3_km = 20 + 273.15  
T_3_km_err = 0.1
```

```
c_W = 4180 # J/kgK  
rho_W = 997 # kg/m^3
```

```
In [3]:
```

```
# Wir berechnen Q_1  
Q_1_km = (c_W * rho_W * V_punkt_km * (T_1_km - T_2_km)) / (f_km)  
  
def errorFrac(x, x_err, p):  
    return (x_err * p) / x
```

```
V_punkt_km_errfrac = errorFrac(V_punkt_km, V_punkt_km_err, 1)  
Delta_T_km_errfrac = errorFrac((T_1_km - T_2_km), np.sqrt(T_1_km_err**2 + T_2_km_err**2), 1)  
f_km_errfrac = errorFrac(f_km, f_km_err, 1)
```

```
Q_1_km_err = np.sqrt(V_punkt_km_errfrac**2 + Delta_T_km_errfrac**2 + f_km_errfrac**2) * Q_1_km
```

```
print("Q_1:", Q_1_km, "+-", Q_1_km_err, "[J])")
```

```
Q_1: 11.211373369565218 +- 0.5449802686412554 [J]
```

```
In [4]:
```

```
# Wir berechnen Q_2 und die Kälteleistung  
Q_2_km = (U_H_km * I_H_km) / f_km  
P_H_km = (U_H_km * I_H_km)
```

```
U_H_km_errfrac = errorFrac(U_H_km, U_H_km_err, 1)  
I_H_km_errfrac = errorFrac(I_H_km, I_H_km_err, 1)
```

```
Q_2_km_err = np.sqrt(U_H_km_errfrac**2 + I_H_km_errfrac**2 + f_km_errfrac**2) * Q_2_km  
P_H_km_err = np.sqrt(U_H_km_errfrac**2 + I_H_km_errfrac**2) * P_H_km
```

```
print("Q_2:", Q_2_km, "+-", Q_2_km_err, "[J])")  
print("Kälteleistung:", P_H_km, "+-", P_H_km_err, "[J/s]")
```

```
Q_2: 5.691032608695653 +- 0.058995242698796156 [J]  
Kälteleistung: 27.92400000000003 +- 0.27348903085864346 [J/s]
```

```
In [5]:
```

```
# Wir berechnen W_M  
W_M_km = (U_M_km * I_M_km) / f_km  
  
U_M_km_errfrac = errorFrac(U_M_km, U_M_km_err, 1)  
I_M_km_errfrac = errorFrac(I_M_km, I_M_km_err, 1)  
  
W_M_km_err = np.sqrt(U_M_km_errfrac**2 + I_M_km_errfrac**2 + f_km_errfrac**2) * W_M_km  
  
print("W_M:", W_M_km, "+-", W_M_km_err, "[J])")
```

```
W_M: 8.280570652173912 +- 0.4891324144444677 [J]
```

```
In [6]:
```

```
# Es sollte sein: Q_1 = Q_2 + W_M. Wir prüfen:  
E_km_diff = Q_2_km + W_M_km - Q_1_km  
E_km_diff_err = np.sqrt((Q_2_km_err**2 + W_M_km_err**2)**2)
```

```
print("Differenz der Energiebilanz:", E_km_diff, "+-", E_km_diff_err, "[J]")
```

```
# Abweichung:  
sigma_E_km_diff = E_km_diff / E_km_diff_err
```

```
print("Sigma-Abweichung:", sigma_E_km_diff)
```

```
Differenz der Energiebilanz: 2.7602298913043466 +- 0.7346662172236174 [J]  
Sigma-Abweichung: 3.7571210252943876
```

```
In [7]:
```

```
# Wir berechnen noch den Wirkungsgrad  
eta_km = Q_2_km / W_M_km  
eta_km_err = np.sqrt((Q_2_km_err / W_M_km)**2 + (Q_2_km * W_M_km_err / (W_M_km)**2)**2)
```

```
print("Wirkungsgrad:", eta_km, "+-", eta_km_err)
```

```
Wirkungsgrad: 0.6872754122569531 +- 0.04121769700974085
```

## Betrieb als Kältemaschine und Wärmepumpe

Berechnung der Kälteleistung:  $P_{km} = \frac{\lambda_{H2O} m_W}{t_{gef}}$

```
In [8]:
```

```
# Wir bestimmen aus dem Temperaturverlauf die Gefrierzeit zu  
t_gef = 200 #S  
t_gef_err = 10  
  
lmbda_h2o = 335 * 1000 #J/kg  
V_W = 1*10**(-6) #m^3  
  
m_W = rho_W * V_W  
  
P_km = lmbda_h2o * m_W / t_gef  
P_km_err = np.sqrt((lmbda_h2o * m_W * t_gef_err / (t_gef)**2)**2)  
  
print("Kälteleistung:", P_km, "+-", P_km_err, "[J/s])
```

```
Kälteleistung: 1.669975 +- 0.08349875 [J/s]
```

# Betrieb als Wärmekraftmaschine

In [9]:

```
# Unsere Messwerte
U_H_wk = 12.27 #V
I_H_wk_err = 0.01

I_H_wk = 2.68 * 5 #A
I_H_wk_err = 0.01 * 5

f_wk_array = np.array([253 , 241.7 , 238]) / 60 # 1/s
f_wk = np.mean(f_wk_array)
f_wk_err = np.std(f_wk_array) / np.sqrt(3)

print("Gemittelte Drehzahl:", f_wk, "+-", f_wk_err, "[1/s]")

delta_T_wk = 6 #K
delta_T_wk_err = 0.5 #K

W_pV_wk_array = np.array([25350*10**(-4) , 27200*10**(-4) , 26190*10**(-4)]) #Pa m^3
W_pV_wk = np.mean(W_pV_wk_array)
W_pV_wk_err = np.std(W_pV_wk_array) / np.sqrt(3)

print("Gemittelte Arbeit pV:", W_pV_wk, "+-", W_pV_wk_err, "[Pa/m^3"])

V_punkt_wk = 279 / (60 * 10**(6))
V_punkt_wk_err = 4 / (60 * 10**(6))

Gemittelte Drehzahl: 4.07055555555556 +- 0.06139496366792646 [1/s]
Gemittelte Arbeit pV: 2.6246666666666667 +- 0.043666242576396945 [Pa/m^3]
```

In [10]:

```
# Wir berechnen: P_el, Q_el, P_ab, Q_ab, P_pV, eta_th

P_el = U_H_wk * I_H_wk
P_el_err = np.sqrt((U_H_wk * I_H_wk_err)**2 + (U_H_wk_err * I_H_wk)**2)
print("P_el:", P_el, "+-", P_el_err, "[J/s]")

Q_el = P_el / f_wk
Q_el_err = np.sqrt((P_el_err / f_wk)**2 + (P_el * f_wk_err / (f_wk)**2)**2)
print("Q_el:", Q_el, "+-", Q_el_err, "[J]")

P_ab = c_W * rho_W * delta_T_wk * V_punkt_wk
P_ab_err = np.sqrt((c_W * rho_W * delta_T_wk_err * V_punkt_wk_err / (f_wk)**2)**2 + (c_W * rho_W * delta_T_wk * V_punkt_wk_err)**2)
print("P_ab:", P_ab, "+-", P_ab_err, "[J/s]")
```

```

Q_ab = P_ab / f_wk
Q_ab_err = np.sqrt((P_ab_err / f_wk)**2 + (P_ab * f_wk_err / (f_wk)**2)**2)
print("Q_ab:", Q_ab, "+-", Q_ab_err, "[J]")

```

```

P_pv = W_pv_wk * f_wk
P_pv_err = np.sqrt((W_pv_wk_err * f_wk)**2 + (W_pv_wk * f_wk_err)**2)
print("P_pv:", P_pv, "+-", P_pv_err, "[J/s"])

```

```

eta_th = W_pv_wk / Q_el
eta_th_err = np.sqrt((W_pv_wk_err / Q_el)**2 + (W_pv_wk * Q_el_err / (Q_el)**2)**2)
print("eta_th:", eta_th, "+-", eta_th_err)

```

```

P_el: 164.418 +- 0.6279635737843399 [J/s]
Q_el: 40.392029480005455 +- 0.6284498062049172 [J]
P_ab: 116.27213400000001 +- 9.831695301215161 [J/s]
Q_ab: 28.56419287566535 +- 2.4534429359826446 [J]
P_pv: 10.683851481481483 +- 0.23991689451597278 [J/s]
eta_th: 0.06497981657410674 +- 0.001480143299182087

```

```

In [11]: # Energiebilanz Q_el = Q_V + W_pv + Q_ab + Q_R, Q_V = Q_V + Q_R
Q_V = Q_el - W_pv_wk - Q_ab
Q_V_err = np.sqrt(Q_el_err**2 + W_pv_wk_err**2 + Q_ab_err**2)
print("Energieverluste:", Q_V, "+-", Q_V_err, "[J]")

```

Energieverluste: 9.203169937673437 +- 2.5330294391859876 [J]

In [12]: # Drehmomentmessung und Bestimmung von W\_D, W\_pv\_dreh, eta\_th\_dreh und eta\_eff

```

# Berechnung der Mittelwerte
#@.8N
f_08_array = np.array([185.5, 160.1, 168]) / 60 #1/s
f_08_err = np.std(f_08_array) / np.sqrt(3)

W_pv_08_array = np.array([3.435, 3.334, 3.337]) # Pa m^3
W_pv_08 = np.mean(W_pv_08_array)
W_pv_08_err = np.std(W_pv_08_array) / np.sqrt(3)

#0.6N
f_06_array = np.array([197.1, 194.1, 201.4]) / 60 #1/s
f_06 = np.mean(f_06_array)
f_06_err = np.std(f_06_array) / np.sqrt(3)

W_pv_06_array = np.array([3.135, 3.134, 3.14]) # Pa m^3
W_pv_06 = np.mean(W_pv_06_array)

```

```
w_pV_06_err = np.std(w_pV_06_array)/np.sqrt(3)
```

```
#0.4N
```

```
f_04_array = np.array([262.8 , 255.3 , 256.8]) / 60 #1/s
f_04 = np.mean(f_04_array)
f_04_err = np.std(f_04_array)/np.sqrt(3)
```

```
w_pV_04_array = np.array([3.328 , 3.232 , 3.3]) # Pa m^3
w_pV_04 = np.mean(w_pV_04_array)
w_pV_04_err = np.std(w_pV_04_array)/np.sqrt(3)
```

```
#0.2N
```

```
f_02_array = np.array([306.3 , 303.2 , 301.8]) / 60 #1/s
f_02 = np.mean(f_02_array)
f_02_err = np.std(f_02_array)/np.sqrt(3)
```

```
w_pV_02_array = np.array([3.161 , 3.143 , 3.112]) # Pa m^3
w_pV_02 = np.mean(w_pV_02_array)
w_pV_02_err = np.std(w_pV_02_array)/np.sqrt(3)
```

```
In [13]:
```

```
# Wir berechnen w_D = 2*pi*l*F
l = 0.2 * 0.5 #m
F = np.array([0.8 , 0.6 , 0.4 , 0.2])#N
F_err = np.ones(4)*0.01

w_D_array = 2*np.pi*1*F
w_D_array_err = 2*np.pi*1*F_err
print("Mechanische Arbeiten: ", w_D_array, "+-", w_D_array_err, "[J]")

# Wir berechnen eta_th_dreh = w_pV_dreh / Q_el
w_pV_dreh = np.array([w_pV_08 , w_pV_06 , w_pV_04 , w_pV_02])
w_pV_dreh_err = np.array([w_pV_08_err , w_pV_06_err , w_pV_04_err , w_pV_02_err])

print("w_pV Mittelwerte:", w_pV_dreh, "+-", w_pV_dreh_err, "[Nm^3"])

eta_th_dreh = w_pV_dreh / Q_el
eta_th_dreh_err = np.sqrt((w_pV_dreh_err / Q_el)**2 + (w_pV_dreh * Q_el_err / (Q_el)**2)**2)

print("eta_th Drehmomentmessung:", eta_th_dreh, "+-", eta_th_dreh_err)

# Wir berechnen eta_eff = w_D / Q_el

eta_eff = w_D_array / Q_el
```

```

eta_eff_err = np.sqrt((W_D_array_err / Q_el)**2 + (W_D_array * Q_el_err / (Q_el)**2)**2)
print("eta_eff:", eta_eff, "+-", eta_eff_err)

```

Mechanische Arbeiten: [0.50265482 0.37699112 0.25132741 0.12566371] +- [0.00628319 0.00628319 0.00628319 0.00628319] [J]  
 $w_{pV}$  Mittelwerte: [3.36866667 3.13633333 3.28666667 3.13866667] +- [0.0270897 0.00151535 0.02327294 0.01168411] [Nm^3]  
 $\eta_{th}$  Drehmomentmessung: [0.08339929 0.07764733 0.08136919 0.0777051] +- [0.00146066 0.00120868 0.00139095 0.00124312]  
 $\eta_{eff}$ : [0.01244441 0.0093333 0.0062222 0.003111] +- [0.00024837 0.0002128 0.00018322 0.00016291]

In [14]: # Wir tragen  $\eta_{th}$  und  $\eta_{eff}$  als Funktion der Frequenz auf:  
f\_array = np.array([f\_08, f\_06, f\_04, f\_02])
f\_array\_err = np.array([f\_08\_err, f\_06\_err, f\_04\_err, f\_02\_err])

plt.figure(figsize=(8, 6), dpi=80)
plt.errorbar(f\_array, eta\_th\_dreh, linestyle="None", marker = ".", yerr = eta\_th\_dreh\_err, xerr = f\_array\_err, capsize = 2, label="Diagramm 1:  $\eta_{th}$  als Funktion der Drehzahl")
plt.legend()
plt.xlabel("\$f\$")
plt.ylabel("\$\eta\_{th}\$")

Out[14]: Text( $\theta$ , 0.5, '\$\\eta\_{th}\$')

Diagramm 1:  $\eta_{\text{th}}$  als Funktion der Drehzahl

eta\_th(f)



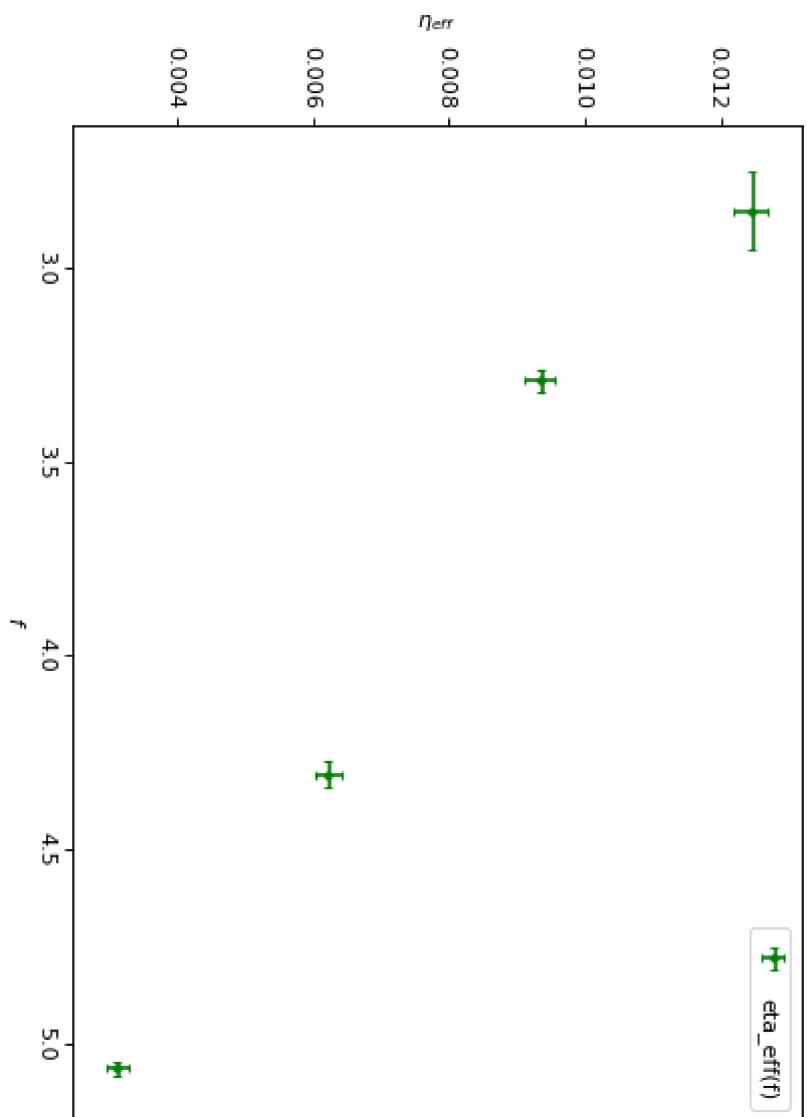
In [15]:

```
plt.figure(figsize=(8, 6), dpi=80)
plt.errorbar(f_array, eta_eff, linestyle="None", marker = ".",
             yerr = eta_eff_err, xerr = f_array_err, capsized = 2,
             label="eta_eff")
plt.title("Diagramm 2: eta_eff als Funktion der Drehzahl")
plt.legend()
plt.xlabel("$f$")
plt.ylabel("$\eta_{\text{eff}}$")
```

Out[15]: Text(0, 0.5, '\$\\eta\_{\\text{eff}}\$')

Diagramm 2: eta\_eff als Funktion der Drehzahl

eta\_eff(f)



In [ ]:

In [ ]: