

Versuch 221 - Adiabatenkoeffizient

Felix Fleischle

8.11.2021

Einleitung



Abbildung -2: Bild des Versuchsaufbaus aus der Praktikumsanleitung

Bei diesem Versuch ist es das Ziel, den Adiabatenkoeffizienten $\frac{c_p}{c_v}$ für Luft nach Clément-Desormes und Rüchardt, und für Argon nur nach Rüchardt, zu bestimmen.

Der Adiabatenkoeffizient ist das Verhältnis von Wärmekapazität bei konstantem Druck c_p und konstantem Volumen c_v und spielt bei adiabatischen Zustandsänderungen eine große Rolle. Bei adiabatischen Zustandsänderungen gilt

$Q = 0$, es wird also keine Wärme ausgetauscht. Dabei gilt dann

$$pV^\kappa = \text{const.} \quad (1)$$

mit dem Adiabatenkoeffizienten κ .

Wir messen den Adiabatenkoeffizienten auf zwei Methoden. Die erste Methode ist die nach Clément und Desormes:

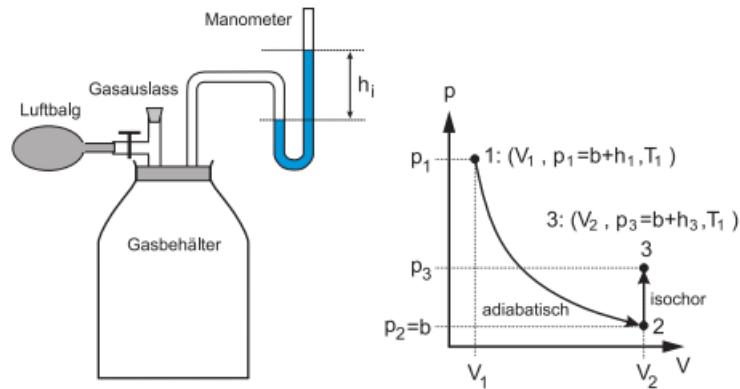


Abbildung -1: Methode nach Clément und Desormes

Der Messaufbau besteht aus einem Gasbehälter mit Luft, einem Luftbalg, mit dem sich der Druck im Behälter erhöhen lässt, einem Gasauslass, mit dem ein Druckausgleich erzielt werden kann, sowie ein Manometer, an dem der Druck abgelesen werden kann.

Zuerst erhöht man den Druck durch den Luftbalg, und wartet bis Zimmertemperatur erreicht ist. Dann ist Zustand 1 im pV-Diagramm erreicht und wir lesen die Höhendifferenz h_1 am Manometer ab. Danach wird der Gasauslass kurz geöffnet, was eine adiabatische Abkühlung auf Zustand 2 bedeutet. Danach wartet man erneut auf das Erreichen der Zimmertemperatur, und liest die Höhendifferenz h_3 am Manometer ab. Der Adiabatenkoeffizient lässt sich dann aus

$$\kappa = \frac{h_1}{h_1 - h_3} \quad (2)$$

bestimmen. Wir führen 5 Messungen der Höhen durch.

Die zweite Methode ist die nach Rüchardt:

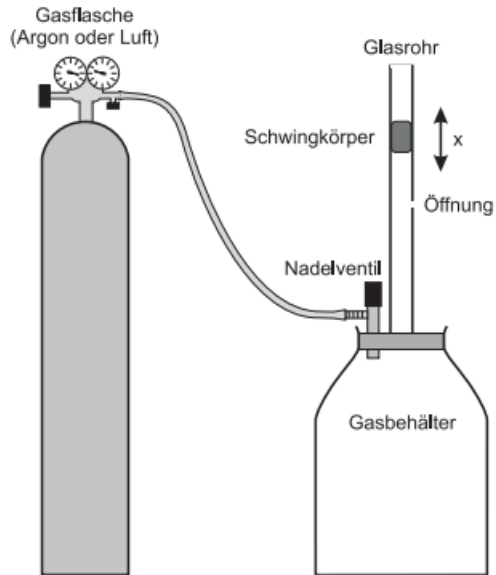


Abbildung 0: Methode nach Rüchardt

Dabei ist auf einen Gasbehälter ein Glasrohr montiert, mit einem Schwingkörper darin. Dieser schwingt im Rohr auf und ab, wobei das Gas periodisch adiabatisch expandiert und komprimiert wird. Die Periodendauer der Schwingung im Rohr entspricht nach dem Kräftegleichgewicht

$$T = \sqrt{\frac{4mV}{r^4\kappa p}} \quad (3)$$

und damit

$$\kappa = \frac{4mV}{r^4T^2p} \quad (4)$$

wobei T die Periodendauer, r der Radius des Glasrohrs, m die Masse des Schwingkörpers, V das Volumen des Schwingkörpers, und p der Druck des Gases ist. Wir messen für beide Gase die Dauer für 50 Schwingungen.

Geräte

- Gasbehälter mit Manometeraufsatz und Luftbalg
- Gasbehälter mit Rohransatz und Nadelventil
- Glasrohr mit zylindrischem Schwingkörper
- Gasflaschen (Luft, Argon)
- Stoppuhr

Luftdruck: $p_L = (1010,8 \pm 0,1) \text{ hPa}$

Methode nach Clément und Desormes

Tabelle 1: Messung der Druckdifferenz

| Nr. | $h_1 [\text{cm}]$ | $h_3 [\text{cm}]$ |
|-----|-------------------|-------------------|
| 1 | 8,0 | 1,2 |
| 2 | 7,9 | 1,2 |
| 3 | 12,1 | 5,6 |
| 4 | 11,9 | 2,6 |
| 5 | 8,5 | 3,8 |
| | $\pm 0,2$ | $\pm 0,2$ |

Methode nach Rüchardt

$$m_L = (26,116 \pm 0,002) \text{ g}$$

$$m_A = (26,006 \pm 0,002) \text{ g}$$

$$V_L = (5370 \pm 5) \text{ cm}^3$$

$$V_A = (5460 \pm 5) \text{ cm}^3$$

$$z_{rL} = (15,95 \pm 0,02) \text{ mm}$$

$$z_{rA} = (15,97 \pm 0,05) \text{ mm}$$

$$p_L = (0,75 \pm 0,10) \text{ bar}$$

$$p_A = (0,40 \pm 0,10) \text{ bar}$$

Tabelle 2: Messung der Zeiten für n Schwingungen

| | Luft | Argon |
|-----|----------------|----------------|
| n | $t [\text{s}]$ | $t [\text{s}]$ |
| 10 | 10,20 | 9,48 |
| 20 | 19,31 | 18,96 |
| 30 | 29,99 | 28,22 |
| 40 | 39,36 | 37,66 |
| 50 | 48,90 | 46,97 |
| | $\pm 0,20$ | $\pm 0,20$ |

08.11.21

Charlotte Ochs

Experiment 221 Adiabatenkoeffizient - Auswertung

Felix Fleischle - 8.11.2021

```
In [1]: import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.optimize import curve_fit
```

1. Bestimmung des Adiabatenkoeffizienten von Luft nach Clément und Desormes

Wir tragen zuerst unsere Messwerte für die Höhen in Arrays ein:

```
In [2]: h_1 = np.array([0.08 , 0.079 , 0.121 , 0.119 , 0.085]) # meter
h_1_err = np.ones([5])*0.002
h_3 = np.array([0.012 , 0.012 , 0.056 , 0.026 , 0.038]) # meter
h_3_err = np.ones([5])*0.002
```

```
In [3]: # Nun können wir den Adiabatenkoeffizienten bestimmen
kappa_cd = (h_1)/(h_1 - h_3)
kappa_cd_err = np.sqrt( ( (1 / (h_1 - h_3) + h_1 / (h_1 - h_3)**2) * h_1_err )**2 + (h_1 * h_3_err / (h_1 - h_3)**2)**2 )
print("Adiabatenkoeffizienten: ", kappa_cd)
print("Fehler Adiabatenkoeffizienten: ", kappa_cd_err)

# Wir bilden den Mittelwert
kappa_cd_mean = np.mean(kappa_cd)
kappa_cd_mean_std = np.std(kappa_cd)/np.sqrt(5)

print("Mittelwert Adiabatenkoeffizient: ", kappa_cd_mean)
print("Fehler Mittelwert: ", kappa_cd_mean_std)

# Wir schätzen den Fehler nach oben ab mit dem Mittelwert der systematischen Fehler der einzelnen Adiabatenkoeffizienten
kappa_cd_mean_sys = np.mean(kappa_cd_err)
kappa_cd_mean_err = np.sqrt(kappa_cd_mean_std**2 + kappa_cd_mean_sys**2)

print("Fehler Mittelwert nach oben abgeschätzt: ", kappa_cd_mean_err)
```

Adiabatenkoeffizienten: [1.17647059 1.17910448 1.86153846 1.27956989 1.80851064]

Fehler Adiabatenkoeffizienten: [0.07276727 0.07395991 0.10503864 0.05621811 0.14214577]

Mittelwert Adiabatenkoeffizient: 1.461038811631337

Fehler Mittelwert: 0.137772805878214

Fehler Mittelwert nach oben abgeschätzt: 0.1645782956880795

Unser Ergebnis ist also:

$$\kappa_{cd, Luft} = 1.46 \pm 0.16$$

2. Bestimmung des Adiabatenkoeffizienten von Luft und Argon nach Rüchardt

```
In [4]: t_Luft = 48.90 # Sekunden
t_Argon = 46.97 # Sekunden
t_err = 0.6 # Sekunden, Reaktionszeit

m_Luft = 0.026116 # kg
m_Luft_err = 0.000002 # kg
m_Argon = 0.026006 # kg
m_Argon_err = 0.000002 # kg

V_Luft = 5370 / (100*100*100) # m^3
V_Luft_err = 5 / (100*100*100) # m^3
V_Argon = 5460 / (100*100*100) # m^3
V_Argon_err = 5 / (100*100*100) # m^3

r_Luft = 15.95 / 1000 / 2 # m
r_Luft_err = 0.02 / 1000 / 2 # m
r_Argon = 15.97 / 1000 / 2 # m
r_Argon_err = 0.05 / 1000 / 2 # m

p_0 = 101080 # Pa
p_0_err = 10 # Pa

p_Luft = p_0 + m_Luft * 9.81 / (np.pi * r_Luft**2)
p_Luft_err = np.sqrt( ( p_0_err )**2 + ( m_Luft_err * 9.81 / (np.pi * r_Luft**2) )**2 + ( 2 * m_Luft * 9.81 * r_Luft_err / (np.pi
p_Argon = p_0 + m_Argon * 9.81 / (np.pi * r_Argon**2)
p_Argon_err = np.sqrt( ( p_0_err )**2 + ( m_Argon_err * 9.81 / (np.pi * r_Argon**2) )**2 + ( 2 * m_Argon * 9.81 * r_Argon_err / (np

print("Druck Luft: ", p_Luft, "+-", p_Luft_err, "Pa")
print("Druck Argon: ", p_Argon, "+-", p_Argon_err, "Pa")
```

Druck Luft: 102362.22550467262 +- 10.504751604073256 Pa

Druck Argon: 102353.62874409459 +- 12.791103968836067 Pa

```
In [5]: # Nun bestimmen wir die Periodendauer
T_Luft = t_Luft / 50
T_Argon = t_Argon / 50
```

```
T_err = t_err / 50
```

```
print("Periodendauern: Luft:", T_Luft, "[s]", "Argon:", T_Argon, "[s]")  
print("Fehler Periodendauern: Luft:", T_err, "[s]", "Argon:", T_err, "[s]")
```

Periodendauern: Luft: 0.978 [s] Argon: 0.9394 [s]
Fehler Periodendauern: Luft: 0.012 [s] Argon: 0.012 [s]

```
In [6]: # Wir definieren Funktionen für den Adiabatenkoeffizienten, sowie Funktionen für die Fehlerrechnung  
def adiabatenkoeff(m, V, r, T, p):  
    return (4*m*V)/(r**4 * T**2 * p)  
  
def errorFrac(x, x_err, p):  
    return (x_err * p)/x  
  
def adiabatenkoefferr(m_errfrac, V_errfrac, r_errfrac, T_errfrac, p_errfrac, adiabatenkoeff):  
    return np.sqrt(m_errfrac**2 + V_errfrac**2 + r_errfrac**2 + T_errfrac**2 + p_errfrac**2) * adiabatenkoeff  
  
# Wir berechnen die Werte  
kappa_r_Luft = adiabatenkoeff(m_Luft, V_Luft, r_Luft, T_Luft, p_Luft)  
kappa_r_Argon = adiabatenkoeff(m_Argon, V_Argon, r_Argon, T_Argon, p_Argon)  
  
print("Adiabatenkoeffizient Luft: ", kappa_r_Luft)  
print("Adiabatenkoeffizient Argon: ", kappa_r_Argon)
```

Adiabatenkoeffizient Luft: 1.416448343846403
Adiabatenkoeffizient Argon: 1.5467572286371283

```
In [7]: # Nun die Fehlerrechnung  
m_errfrac_Luft = errorFrac(m_Luft, m_Luft_err, 1)  
m_errfrac_Argon = errorFrac(m_Argon, m_Argon_err, 1)  
  
V_errfrac_Luft = errorFrac(V_Luft, V_Luft_err, 1)  
V_errfrac_Argon = errorFrac(V_Argon, V_Argon_err, 1)  
  
r_errfrac_Luft = errorFrac(r_Luft, r_Luft_err, 4)  
r_errfrac_Argon = errorFrac(r_Argon, r_Argon_err, 4)  
  
T_errfrac_Luft = errorFrac(T_Luft, T_err, 2)  
T_errfrac_Argon = errorFrac(T_Argon, T_err, 2)  
  
p_errfrac_Luft = errorFrac(p_Luft, p_Luft_err, 1)  
p_errfrac_Argon = errorFrac(p_Argon, p_Argon_err, 1)  
  
kappa_r_Luft_err = adiabatenkoefferr(m_errfrac_Luft, V_errfrac_Luft, r_errfrac_Luft, T_errfrac_Luft, p_errfrac_Luft, kappa_r_Luft)
```

```
kappa_r_Argon_err = adiabatenkoefferr(m_errfrac_Argon,V_errfrac_Argon,r_errfrac_Argon,T_errfrac_Argon,p_errfrac_Argon,kappa_r_Argo

print("Fehler Adiab. Luft: ", kappa_r_Luft_err)
print("Fehler Adiab. Argon: ", kappa_r_Argon_err)
```

Fehler Adiab. Luft: 0.03550304263655772
 Fehler Adiab. Argon: 0.04403260551764061

Damit sind unsere Ergebnisse:

$$\kappa_{r,Luft} = 1.42 \pm 0.04$$

$$\kappa_{r,Argon} = 1.55 \pm 0.04$$

3. Vergleichen der Werte

Wir bestimmen die σ -Abweichungen der Werte untereinander und mit den Literaturwerten.

```
In [8]: kappa_Luft_lit = 1.4
kappa_Argon_lit = 1.648

sigma_cd_Luft_r_Luft = (kappa_cd_mean - kappa_r_Luft)/(np.sqrt(kappa_cd_mean_err**2 + kappa_r_Luft_err**2))

print("Abweichung der von uns berechneten Werte aus beiden Methoden: ", sigma_cd_Luft_r_Luft)

sigma_cd_Luft_lit = (kappa_cd_mean - kappa_Luft_lit)/kappa_cd_mean_err

print("Abweichung Cl  mont-Desormes Wert (Luft) und Literaturwert: ", sigma_cd_Luft_lit)

sigma_r_Luft_lit = (kappa_r_Luft - kappa_Luft_lit)/kappa_r_Luft_err

print("Abweichung Rüchardt Wert (Luft) und Literaturwert: ", sigma_r_Luft_lit)

sigma_r_Argon_lit = (kappa_Argon_lit - kappa_r_Argon)/kappa_r_Argon_err

print("Abweichung Rüchardt Wert (Argon) und Literaturwert: ", sigma_r_Argon_lit)
```

Abweichung der von uns berechneten Werte aus beiden Methoden: 0.2648454089293676
 Abweichung Cl  mont-Desormes Wert (Luft) und Literaturwert: 0.3708800809738744
 Abweichung Rüchardt Wert (Luft) und Literaturwert: 0.46329392144734594
 Abweichung Rüchardt Wert (Argon) und Literaturwert: 2.2992682393575627

Unsere Messwerte stimmen also alle innerhalb der Fehlergrenzen überein.

In []:

Zusammenfassung und Diskussion

Das Ziel des Versuches war es, den Adiabatenkoeffizienten $\frac{c_p}{c_v}$ für Luft nach Clément-Desormes und Rüchardt, und für Argon nur nach Rüchardt, zu bestimmen.

Zuerst haben wir den Adiabatenkoeffizienten von Luft nach Clément-Desormes bestimmt. Aus unseren Messergebnissen für die Höhe haben wir den Adiabatenkoeffizienten

$$\kappa_{cd, Luft} = 1,64 \pm 0,16$$

bestimmt. Die Abweichung zum Literaturwert von $\kappa_{lit, Luft} = 1,4$ beträgt

$$\sigma_{cd, Luft, Lit} = 0,37$$

Die Werte stimmen also innerhalb der Fehlergrenzen überein.

Als nächstes haben wir die Adiabatenkoeffizienten von Luft und Argon nach Rüchardt bestimmt. Dabei waren unsere Ergebnisse

$$\kappa_{r, Luft} = 1,42 \pm 0,04$$

$$\kappa_{r, Argon} = 1,55 \pm 0,04$$

Die Abweichungen zu den Literaturwerten ($\kappa_{lit, Argon} = 1.648$) betragen

$$\sigma_{r, Luft, Lit} = 0,46$$

$$\sigma_{r, Argon, Lit} = 2,30$$

Auch hier stimmen die Werte also innerhalb von 3σ überein. Die Abweichung zwischen den beiden von uns bestimmten Werten beträgt

$$\sigma_{cd, r, Luft} = 0.26$$

Die Werte stimmen also ebenfalls überein.

Große Abweichungen gab es bei dem Versuch keine, jedoch könnte eine Ungenauigkeit sein, dass bei der Rüchardt-Methode der Schwingkörper nicht genau um die Öffnung oszilliert ist, wie eigentlich vorgesehen. Auch bei der Clément-Desormes Methode war die Durchführung nicht ganz genau. Hier war es schwer, den Stopfen genau so lange herauszuziehen, dass der Druck nicht komplett ausgeglichen wird, aber genug um eine sinnvolle Messung durchzuführen. De-

mentsprechend hatten wir einen eher komische Messwert, bei dem h_1 genau so groß war wie beim Messwert davor, h_3 jedoch fast halb so groß war. Die Abweichungen haben aber anscheinend nicht viel auf das Ergebnis ausgewirkt.