

Versuch 256 - Röntgenfluoreszenz

Felix Fleischle

7.3.2022



Abbildung 1: Bild des Versuchsaufbaus aus der Praktikumsanleitung 

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung	3
1.1 Grundlagen	3
1.1.1 Röntgenfluoreszenz	3
1.1.2 Röntgenenergiedetektor	4
1.2 Durchführung	4
1.2.1 Messung der Röntgenfluoreszenz der Elemente und Legierungen	4
1.2.2 Energiekalibrierung	5
2 Messprotokoll	6
3 Auswertung	16
3.1 Zuordnung der Legierungen	16
3.2 Bestimmung der Rydberg Energie	16
4 Zusammenfassung und Diskussion	20

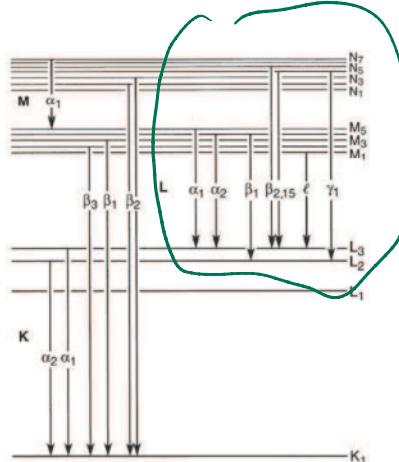
1 Einleitung

Das Ziel des Versuches ist es, die Energien der K_{α} und K_{β} für verschiedene Elemente zu bestimmen und damit das Mosley'sche Gesetz zu überprüfen. Außerdem bestimmen wir die Elementzusammensetzung verschiedener Legierungen.

1.1 Grundlagen

1.1.1 Röntgenfluoreszenz

Röntgenfluoreszenz nennt man die Röntgenstrahlung, die entsteht, wenn Röntgenstrahlung auf Materie trifft, und dabei Elektronen der inneren Schale herauslöst. Dabei werden die Fehlstellen von Elektronen aus höheren Schalen aufgefüllt und dabei die Röntgenfluoreszenz abgestrahlt. Die Energie der Fluoreszenzstrahlung lässt sich näherungsweise aus dem Bohrschen Atommodell herleiten:



Wenn du eine Abb. mit Feinstrukturen auswählst, sollte diese auch kurz in einer Satz erweitert werden.

Abbildung 2: Energieübergänge in einem Atom.

$$\Delta E = E_2 - E_1 = chR_{\infty}(Z - \sigma_{12}) \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \quad (1.1)$$

mit der Lichtgeschwindigkeit c , der Planckkonstante h , der Rydbergkonstante R_{∞} , der Kernladungszahl Z und einer mittleren Abschirmungskonstante σ_{12} . Für K_{α} -Strahlung gilt $n_2 = 2$ und $n_1 = 1$. Außerdem kann für Kerne mit $Z \approx 30$ $\sigma_{12} = 1$ genähert werden. So ergibt sich

$$\sqrt{E} = \sqrt{E_R}(Z - 1) \sqrt{\frac{3}{4}} \quad (1.2)$$

1.1.2 Röntgenenergiedetektor

Zur Energiebestimmung nutzen wir einen Halbleiterdetektor. Dieser besteht aus einem n-Halbleiter, welche eine hohe Zahl von frei beweglichen Elektronen aufweist, sowie einem p-Halbleiter, welcher eine hohe Zahl von Fehlstellen aufweist, welche sich wie positive Ladungsträger verhalten. Diese zwei Halbleiter werden in Kontakt gebracht, wobei die Elektronen in den p-Halbleiter diffundieren. Dabei kommt es zur Rekombination wenn ein Elektron auf ein Loch trifft. Dadurch entsteht ein Bereich, in dem keine Ladungsträger vorhanden sind, welcher auch Verarmungszone genannt wird:

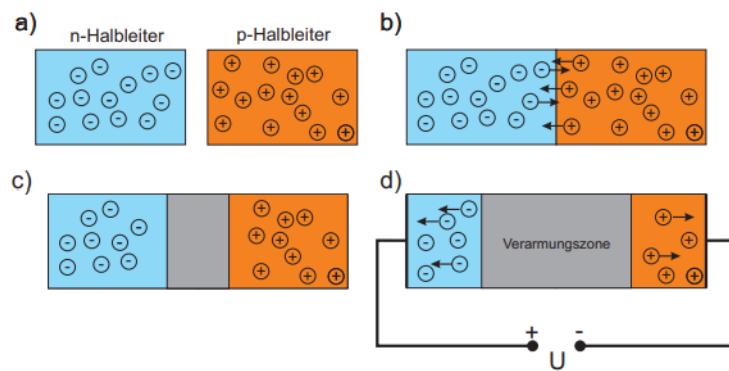


Abbildung 3: np-Übergang und Verarmungszone

Die Verarmungszone kann jedoch nicht beliebig groß werden, da das entstehende elektrische Feld der Diffusion entgegenwirkt. Wenn man aber zusätzlich eine äußere Spannung anlegt vergrößert sich die Verarmungszone. Wenn nun ein Röntgenphoton auf die Verarmungszone trifft, kann diese unter Aussenden eines Photoelektrons absorbiert werden, wobei ein Elektron-Loch-Paar entsteht. Die entstandene Ladung ist dabei proportional zur Energie der Röntgenquants. Die Ladungen werden mit einem Verstärker gemessen. Die dabei generierten Signale sind proportional zur Energie des Röntgenphotons. Die Impulse werden durch einen Vierkanalanalysator ausgewertet, welcher die Verteilung der Impulshöhen darstellt, wie in Abbildung 4 zu sehen ist. Dabei ist die Kanalnummer auf der x-Achse ein Maß für die Energie. Um die Kanalnummern einer Energie zuordnen zu können führen wir eine Energiekalibrierung durch, indem wir die bekannten K_{α} -Wellenlängen von Eisen und Molybdän ihren Kanalnummern der Peaks zuordnen.

1.2 Durchführung

1.2.1 Messung der Röntgenfluoreszenz der Elemente und Legierungen

Wir montieren zunächst das Eisenplättchen auf dem Kunststoffhalter im Röntgengerät und stellen den Halter auf einen Winkel von 45° und den Detektor auf einen Winkel von 90° . Wir starten das Messprogramm und stellen für die Messung der Häufigkeit N_A 512 Kanäle, negative

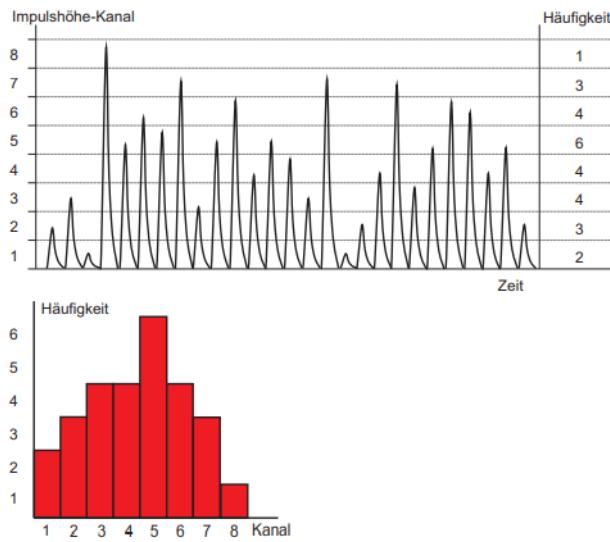


Abbildung 4: Funktionsprinzip des Vierkanalanalysators,

Pulse, eine Verstärkung von -2,5 und eine Messzeit von 180 Sekunden ein. Am Röntgengerät stellen wir die Hochspannung auf 35kV und die Stromstärke auf 1mA. Wir führen die Messung für alle Elemente, sowie die vorhandenen nummerierten Legierungen durch.

1.2.2 Energiekalibrierung

Wir fitten nun mit dem Messprogramm einen Gauß an den K_{α} -Peak von Eisen und Molybdän, und notieren uns den Fitparameter μ . Diese beiden Werte geben wir in das Messprogramm ein, welches dann die Kanalnummern den Energien zuordnet. Wir stellen die Energien als x-Achse ein und fitten an die K_{α} und K_{β} -Peaks der Elemente einen Gauß. Wir notieren jeweils μ und σ des Gauß.

Zum Schluss nutzen wir die Periodensystemfunktion des Messprogramms, welche die K-Peaks aller Elemente einblendet, um die Zusammensetzung der Legierungen zu bestimmen.

2 Messprotokoll

Versuch 256 Röntgenfluoreszenz - Messprotocoll

Felix Fleischle Daniel Schub 7.3.2022

Messaufbau

- Röntgengerät mit Röntgenröhre
- Röntgenenergiedetektor
- Vielkanalanalysegerät
- Metallplättchen
- Computer mit Drucker

Durchführung

Wir montieren das Eisenplättchen auf dem Kupferplatte im Röntgengerät und stellen $\alpha = \beta = 45^\circ$ ein. Für den Sensor stellen wir 90° ein. Wir starten das Messprogramm und wählen S12 Kanal, negative Pulse, Verstärkung +(-2,5) und $t=150\text{s}$ in der Einstellung.

Am Röntgengerät stellen wir $U=35\text{kV}$, $I=1\text{mA}$ ein. Wir führen die Messung für alle Metallplättchen durch:

Reihenfolge:

1. - Eisen (rot)
2. - Adolibit (blau)
3. - Nickel (Lila)
4. - Zink (grün)
5. - Titan (dunkelblau)
6. - Kupfer (pink)
7. - ~~Metall~~ Silber (braun)
8. Nr 2 (Schwarz)
9. Nr 3 (rot)
10. Nr 1 (blau)
11. Nr 4 (Lila)
12. Nr 5 (grün)

Energiekalibrierung

Wir fitten an den K_α-Peak von Eisen und Molybdän einen Gauß mit dem Messprogramm und notieren die Kanalnummer des Peakmaximums:

$$\text{Eisen: } \mu_1 = 75 \quad \sigma_1 = 4$$

$$\text{Molybdän: } \mu_1 = 211 \quad \sigma_1 = 3$$

Wir fitten nun den Gauß für alle Elemente:

Tabelle 1:

Element	μ_1 [keV]	σ_1 [keV]	μ_0 [keV]	σ_0 [keV]	
Nickel	7,37	0,30	8,01	0,30	
Zink	8,37	0,36	9,10	0,29	
Titan	4,90	0,15	4,92	0,19	Liegen an Lebunder?
Kupfer	7,99	0,29	8,71	0,32	
Silber	21,96	0,21	24,35	0,22	

zurück

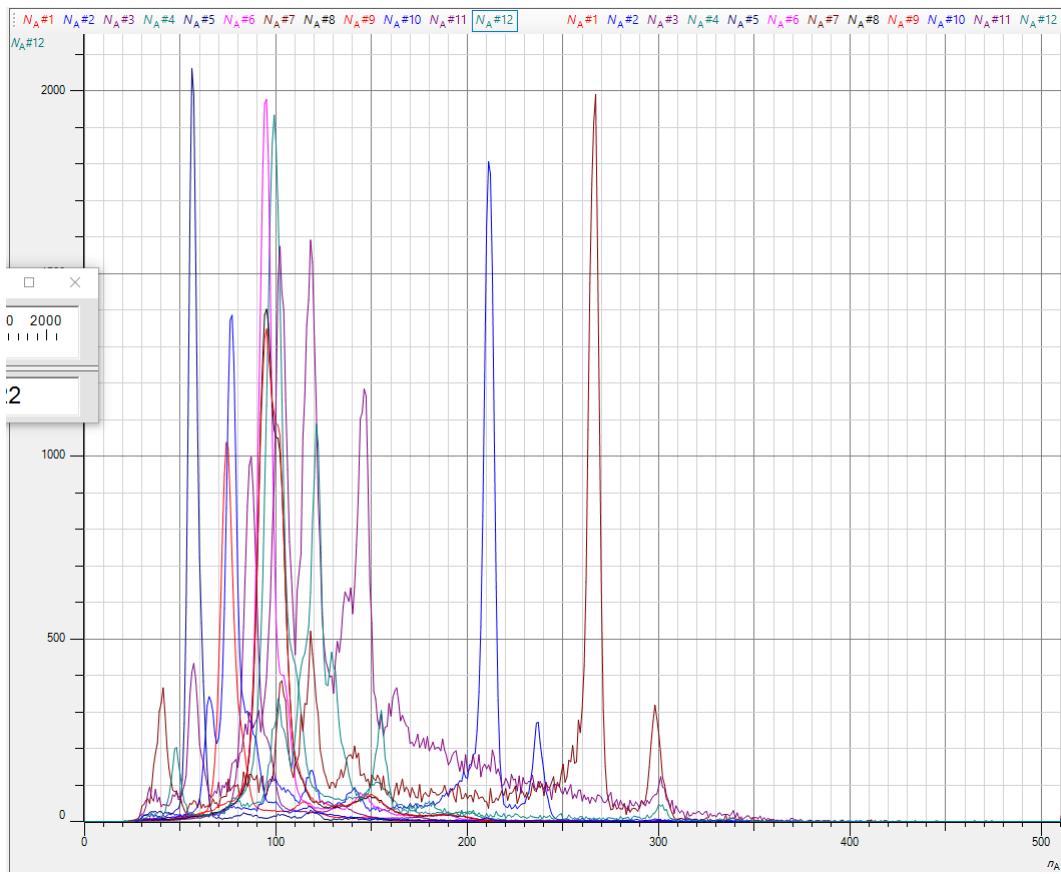


Abbildung 5: Gemessene Röntgenfluoreszenz aller Elemente und Legierungen

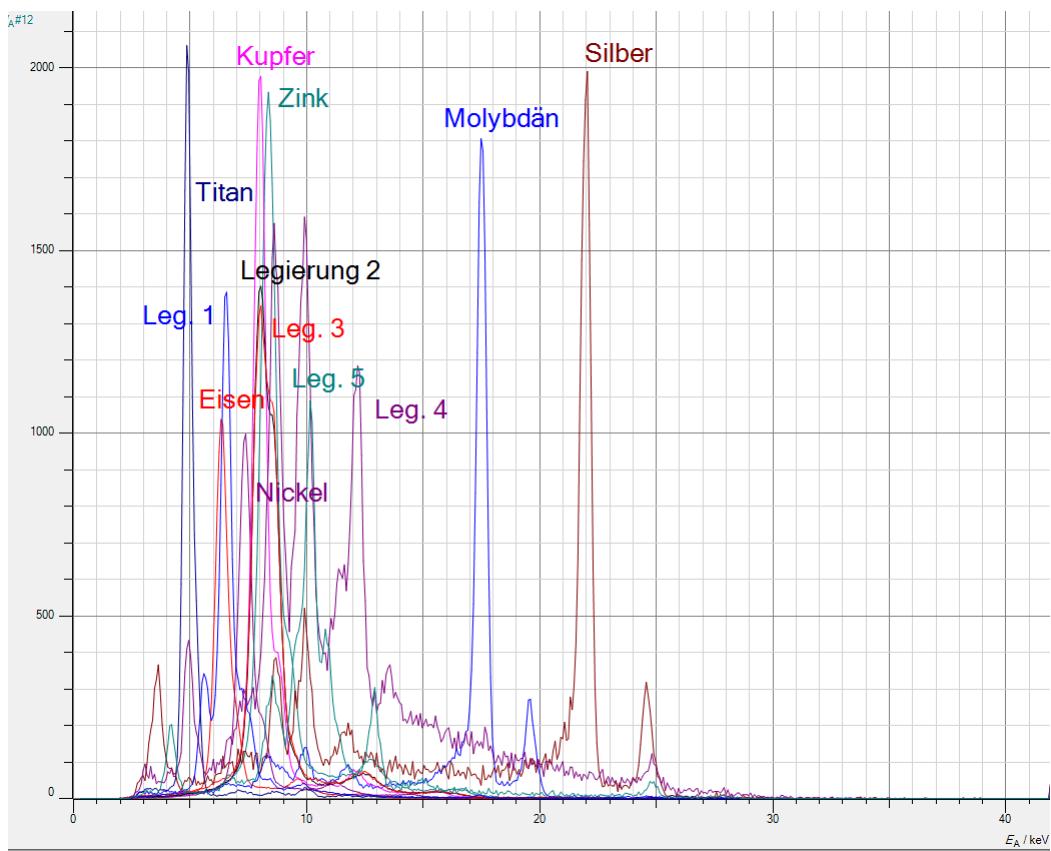


Abbildung 6: Gemessene Röntgenfluoreszenz aller Elemente und Legierungen - beschriftet

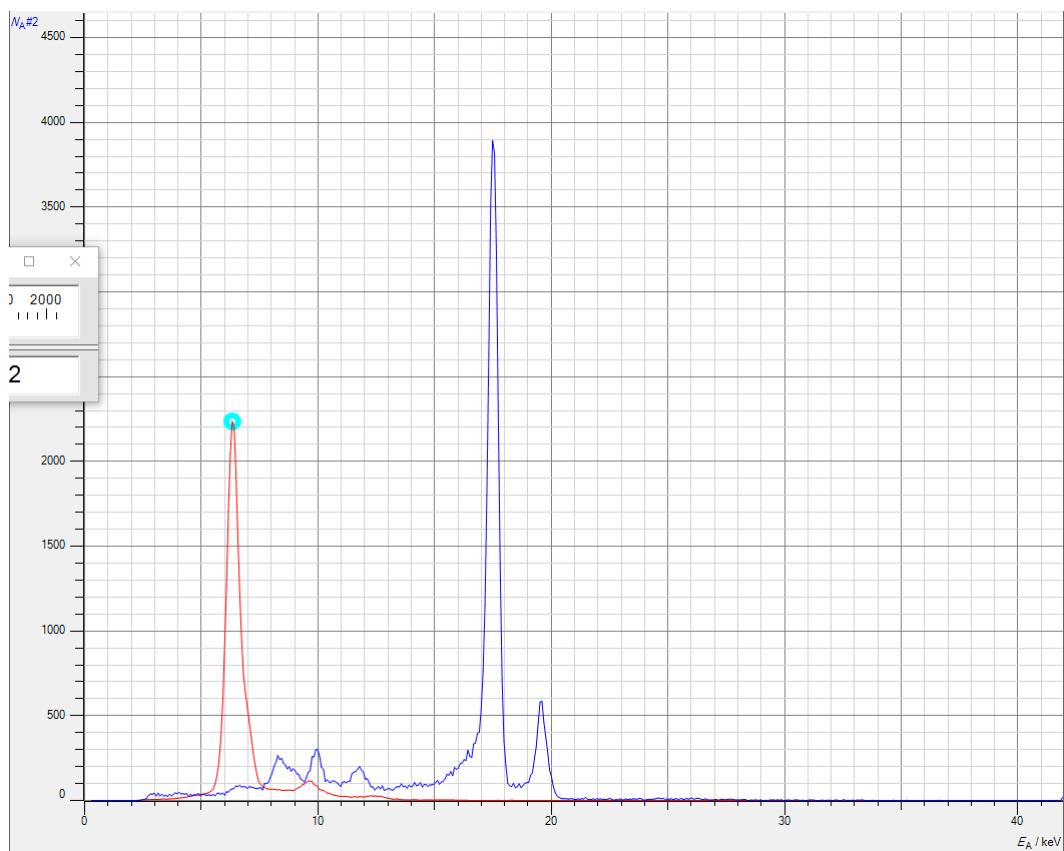


Abbildung 7: Gemessene Röntgenfluoreszenz von Eisen und Molybdän

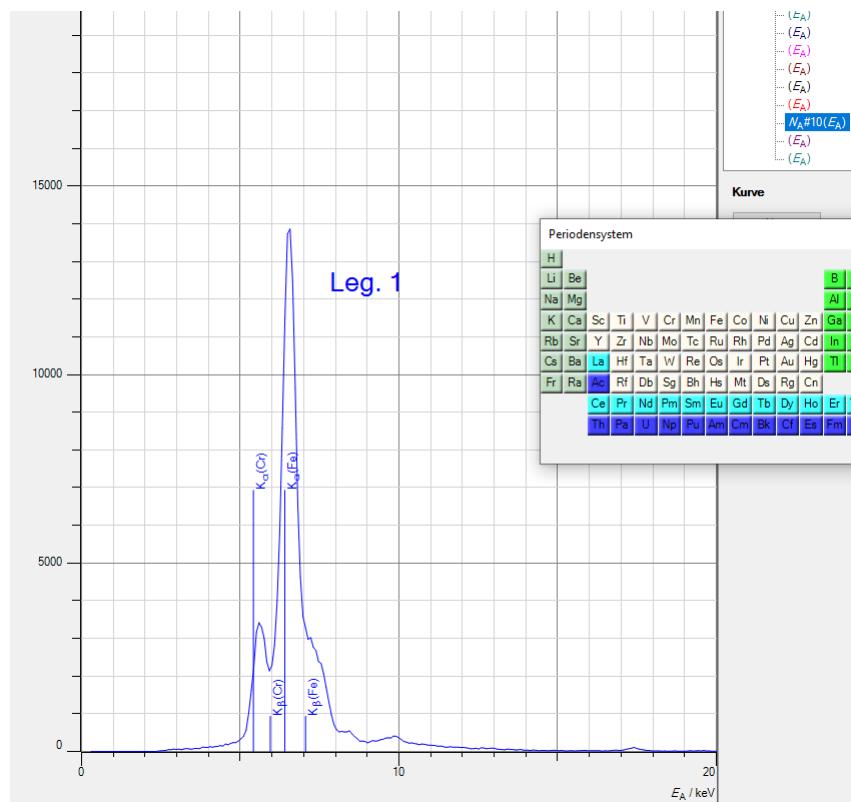


Abbildung 8: Gemessene Röntgenfluoreszenz der 1. Legierung

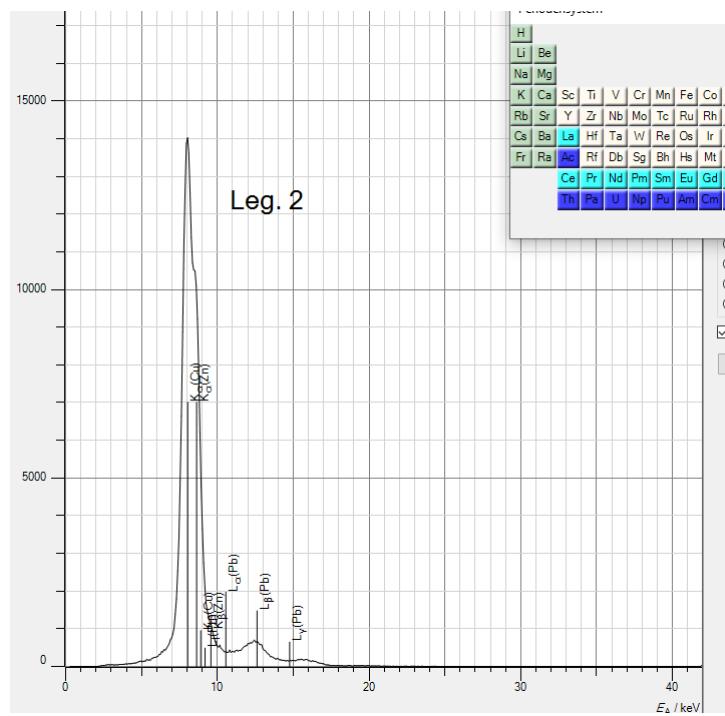


Abbildung 9: Gemessene Röntgenfluoreszenz der 2. Legierung

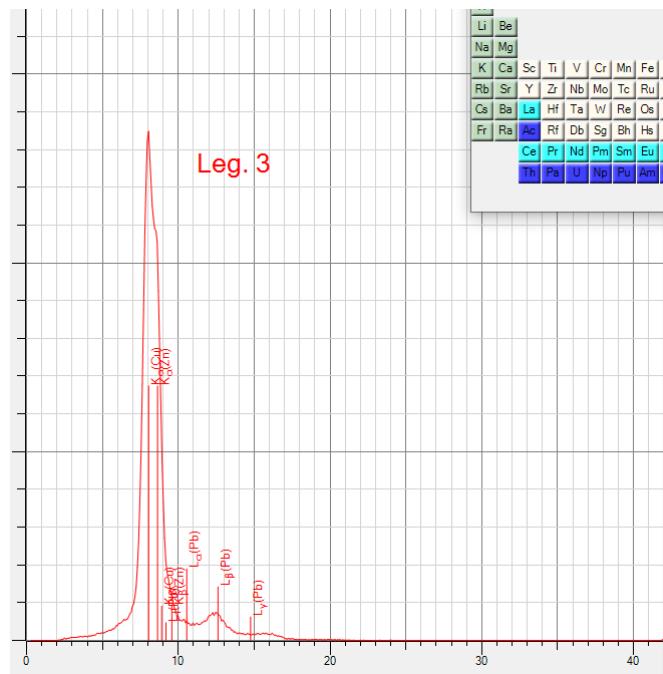


Abbildung 10: Gemessene Röntgenfluoreszenz der 3. Legierung

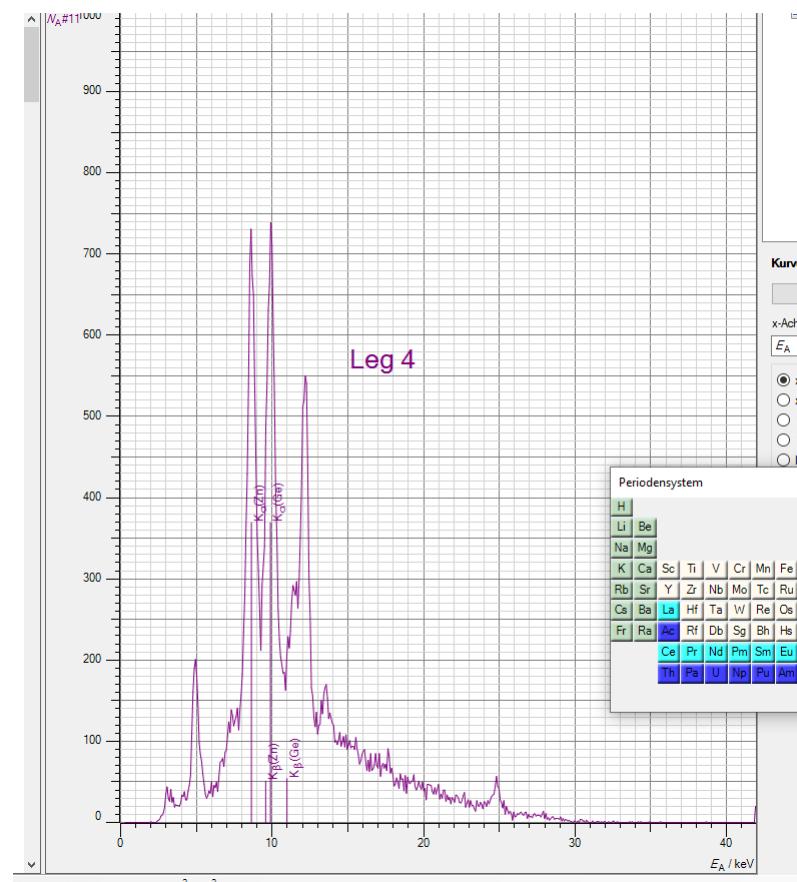


Abbildung 11: Gemessene Röntgenfluoreszenz der 4. Legierung

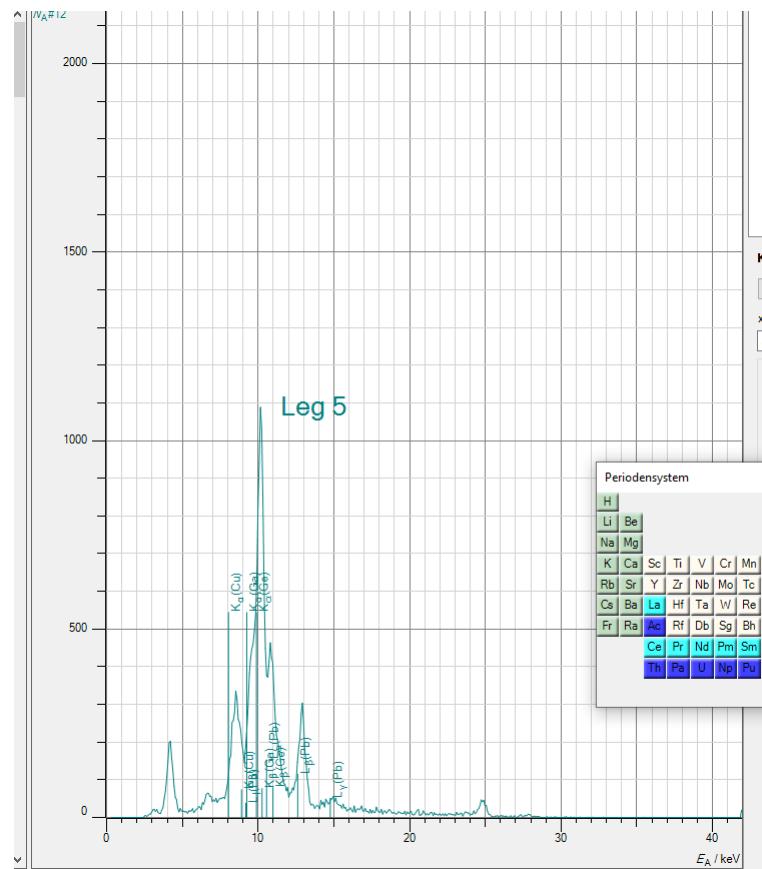


Abbildung 12: Gemessene Röntgenfluoreszenz der 5. Legierung

3 Auswertung

3.1 Zuordnung der Legierungen

Wir ordnen zunächst die vermessenen Legierungen anhand der in den Bildern gezeigten charakteristischen Linien der Elemente ihren Bestandteilen zu.

Für die erste Legierung erhalten wir am ehesten eine Mischung aus Eisen und Chrom, wobei beide Linien leicht nach rechts verschoben sind, aber trotzdem noch am besten passen.

Für die nächsten beiden Legierungen erhalten wir Messing, also eine Mischung aus Kupfer und Zink, wobei noch ein kleiner Peak bei der Energie von Blei zu sehen ist, weshalb dies auch ein Bestandteil sein könnte.

Bei der vierten Legierung erhalten wir für die beiden Hauptpeaks Zink und Germanium.

Für die letzte Legierung erhalten wir Germanium, Kupfer Gallium und Blei, wobei die Linien wieder bei allen Linien ein wenig nach rechts verschoben sind.

3.2 Bestimmung der Rydberg Energie

Die Auswertung wurde ab hier in Python durchgeführt, der Code ist am Ende des Dokuments zu finden.

Wir haben zunächst unsere Messdaten für die K_{α} -Linien in Python importiert. Wir berechnen die Wurzel der Energie gemäß

$$\sqrt{E} \pm \frac{\Delta E}{2\sqrt{E}} \quad (3.1)$$

und tragen diese gegen die Kernladungszahl auf. Das Ergebnis ist in Diagramm 13 zu sehen.

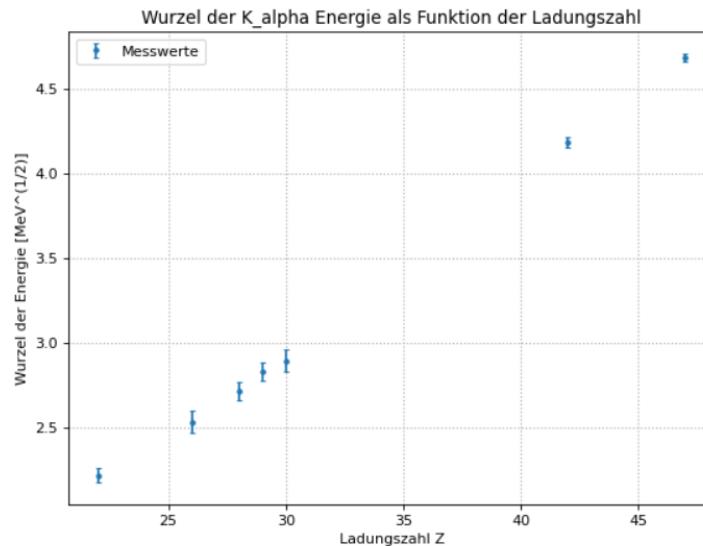


Abbildung 13: $\sqrt{E_{\alpha}}$ als Funktion der Kernladungszahl

Wir fitten eine Funktion gemäß Gleichung 1.2 und erhalten ein Diagramm nach Abbildung 14. Für die Fitparameter erhalten wir

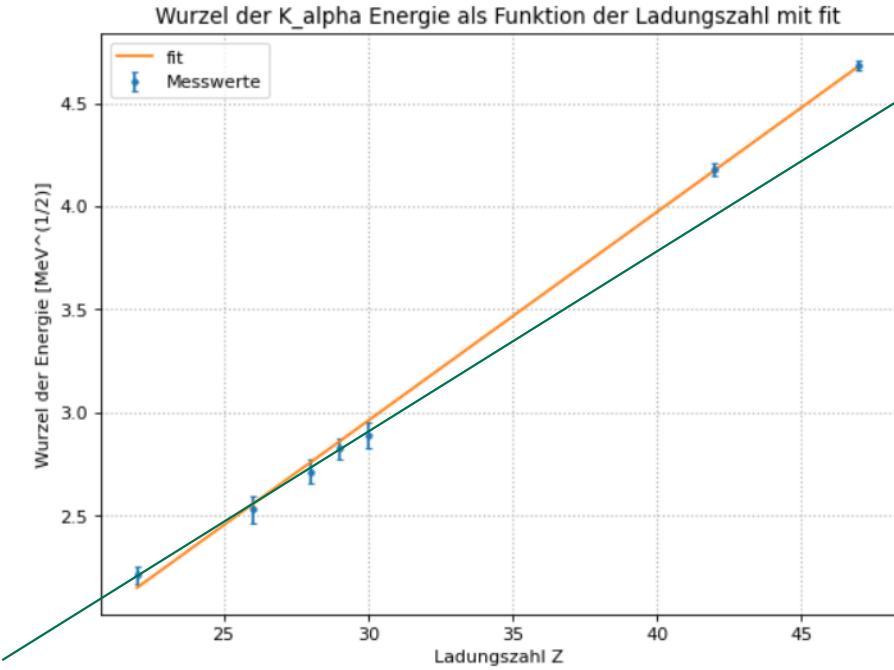


Abbildung 14: $\sqrt{E_\alpha}$ als Funktion der Kernladungszahl mit fit

$$\sqrt{E_{R,\alpha}} = (0,1169 \pm 0,0017)\sqrt{MeV} \quad (3.2)$$

$$\sigma_{12,\alpha} = 0,8 \pm 0,6 \quad (3.3)$$

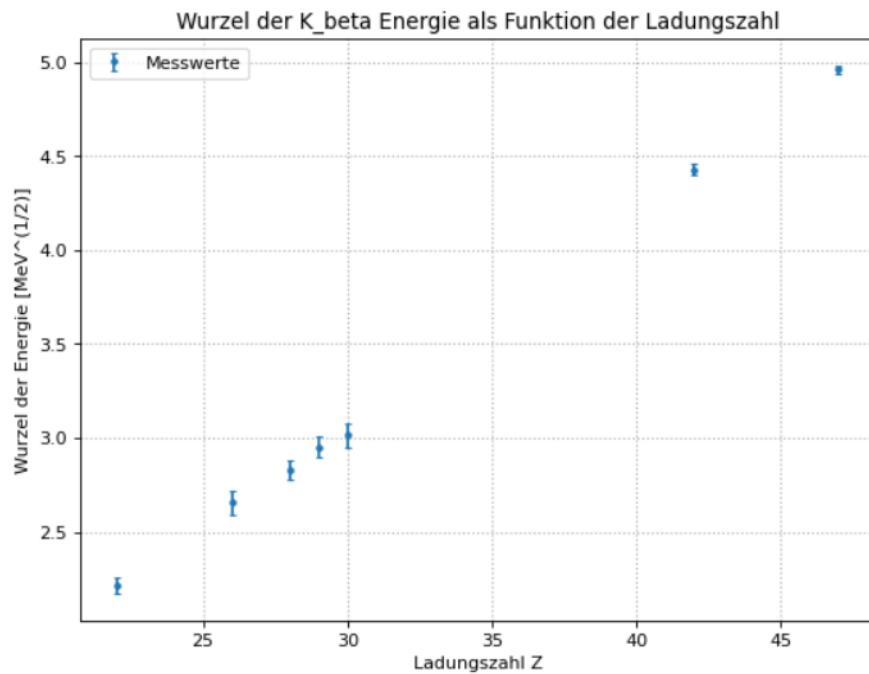
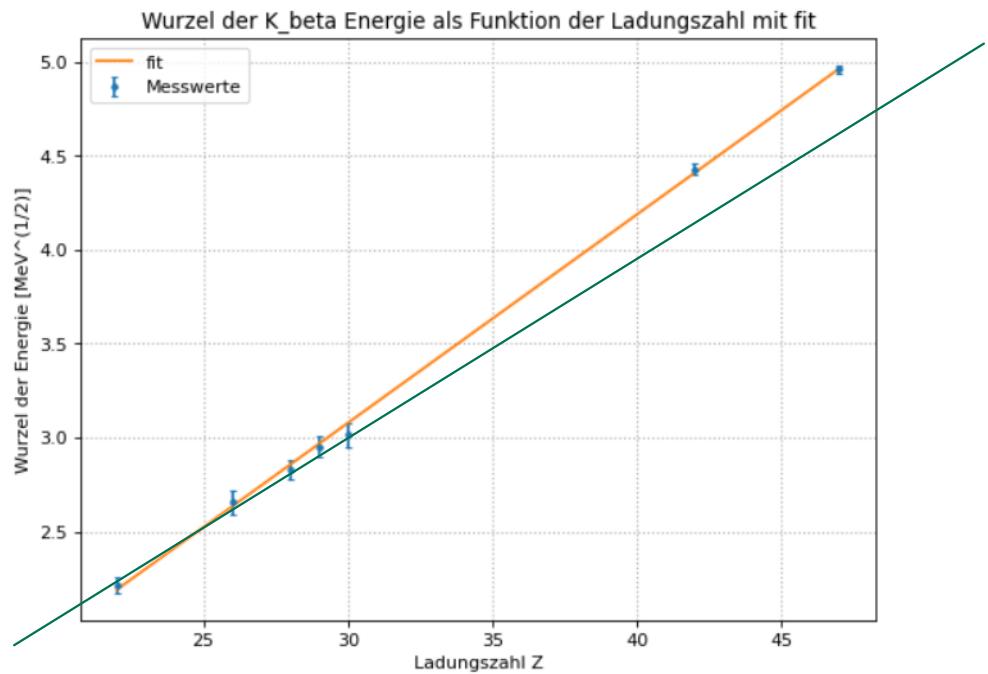
Wir berechnen daraus die Rydbergenergie zu

$$E_R = (0,0137 \pm 0,0004)MeV \quad (3.4)$$

Wir führen nun das gleiche für unsere Werte der K_β -Linien durch. Wir erhalten zunächst Diagramm 15 und mit fit Diagramm 16. Dabei ist hier bei der Fitfunktion $n_2 = 3$ zu beachten, da es sich um den K_β -Übergang handelt. Für die Fitparameter erhalten wir

$$\sqrt{E_{R,\beta}} = (0,1176 \pm 0,0011)\sqrt{MeV} \quad (3.5)$$

$$\sigma_{13,\beta} = 2,2 \pm 0,3 \quad (3.6)$$

Abbildung 15: $\sqrt{E_\beta}$ als Funktion der KernladungszahlAbbildung 16: $\sqrt{E_\beta}$ als Funktion der Kernladungszahl mit fit

Wir berechnen daraus die Rydbergenergie zu

$$E_R = (0,0138 \pm 0,0002) MeV \quad \checkmark \quad (3.7)$$

4 Zusammenfassung und Diskussion

Die Ziele des Versuches waren es, die Energien der K_α und K_β für verschiedene Elemente zu bestimmen und damit das Mosley'sche Gesetz zu überprüfen. Außerdem haben wir die Elementzusammensetzung verschiedener Legierungen bestimmt. ✓

Wir haben zunächst für alle Elemente Legierungen das charakteristische Röntgenspektrum bestimmt. Mithilfe des Eisen- und Molybdänspektrums haben wir dann eine Energiekalibrierung durchgeführt, wodurch wir die Energien der K_α - und K_β -Linien aller Elemente bestimmen konnten. Danach haben wir noch mit dem Messprogramm die passenden Linien der Elemente zum Spektrum der Legierungen bestimmt. ✓

Wir vergleichen nun die bestimmten Energien der K_α - und K_β -Linien mit den Literaturwerten aus der Praktikumsanleitung:

Element	E_α [keV]	$E_{\alpha,lit}$ [keV]	σ_α	E_β [keV]	$E_{\beta,lit}$ [keV]	σ_β
Eisen	$6,404 \pm 0^*$	6,404	0	$7,058 \pm 0$	7,058	0
Molybdän	$17,48 \pm 0^*$	17,48	0	$19,61 \pm 0$	19,61	0
Titan	$4,90 \pm 0,19$	4,511	2,04	$4,90 \pm 0,19$	4,932	0,17
Nickel	$7,4 \pm 0,3$	7,478	0,36	$8,0 \pm 0,3$	8,265	0,85
Kupfer	$7,99 \pm 0,29$	8,048	0,2	$8,7 \pm 0,3$	8,905	0,61
Zink	$8,4 \pm 0,4^{**}$	8,639	0,75	$9,1 \pm 0,4$	9,572	1,21
Silber	$21,96 \pm 0,21^{**}$	22,16	0,95	$24,59 \pm 0,22$	24,94	1,59

Tabelle 1: Vergleich der Energien mit den Literaturwerten

*Hier haben wir den Literaturwert genommen, da wir diese Messung für die Energiekalibrierung verwendet haben.

Wir sehen, dass alle Abweichungen nicht signifikant sind. Lediglich bei Titan ist die Abweichung der K_α -Linie etwas hoch. Hier lagen die K_α - und K_β -Linie genau übereinander, sodass wir diese nicht unterscheiden konnten. Entsprechend ist der Wert für die K_α -Linie verfälscht ✓ und K_β auch

Für die Elemente in den Legierungen haben wir wie erwartet für die erste, graue Legierung Eisen und Chrom erhalten, was auch vom Aussehen ungefähr so zu erwarten war. Analog haben wir für die nächsten zwei Legierungen Messing erhalten, was man ebenfalls schon an der Farbe vermuten konnte. Die anderen zwei Legierungen waren Zink und Germanium, sowie Germanium, Kupfer, Gallium und Blei, was den Legierungen nicht direkt anzusehen war, jedoch aufgrund der Häufigkeit der Elemente plausibel erscheint.

Wir haben dann mit Python die Rydberg-Energie sowie die Abschirmungskonstante aus jeweils den K_α - und K_β -Linien bestimmt. Für die Werte, die wir mit den K_α -Linien bestimmt haben, erhalten wir

$$E_R = (0,0137 \pm 0,0004) \text{ MeV} \quad \checkmark \quad (4.1)$$

was mit dem Literaturwert von $E_R = 13,605 \text{ eV}$ einer Abweichung von

$$\sigma_{E,\alpha} = 0,013 \quad \checkmark \quad (4.2)$$

entspricht, was also eine sehr gute Übereinstimmung ist. Für die Abschirmungskonstante erhalten wir

$$\sigma_{12,\alpha} = 0,8 \pm 0,6 \quad \checkmark \quad (4.3)$$

was etwa dem erwarteten Wert von 1 entspricht, welcher näherungsweise für kleine Kernladungszahlen gilt. Allerdings produziert der fit hier einen sehr großen Fehler.

Aus den Daten für die K_β -Linien erhalten wir

$$E_R = (0,0138 \pm 0,0002) MeV \quad \checkmark \quad (4.4)$$

was einer Abweichung von

$$\sigma_{E,\beta} = 0,95 \quad \checkmark \quad (4.5)$$

was auch nicht signifikant ist. Für die Abschirmungskonstante erhalten wir hier

$$\sigma_{13,\beta} = 2,2 \pm 0,3 \quad (4.6)$$

Es ergibt Sinn, dass die Abschirmungskonstante hier nicht mehr gleich ist wie beim α -Übergang, da der Übergang hier von der D-Schale zur S-Schale stattfindet, und daher mehr Elektronen abschirmen als zuvor. Warum diese Konstante jetzt genau 2 ist trauen wir uns aber nicht zu genauer zu erklären.

Kann man mit den State Refln auf $\sigma_{13,\beta} \approx 1,8$ bestimmen und findet man auf Wikipedia ebenfalls.

Versuch 256 Fluoreszenz - Auswertung

Felix Fleischle - 7.3.2022

In [1]:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.optimize import curve_fit

#%matplotlib qt5
```

In [47]:

```
Z=np.array([22,26,28,29,30,42,47])
#K_alpha (Ti, Fe , Ni, Cu, Zn , Mo , Ag) in keV:
K_alpha=np.array([4.90,6.404,7.37,7.99,8.37,17.48,21.96])
K_alpha_lit = np.array([4.511, 6.404, 7.478, 8.048, 8.639,17.48, 22.16])

Delta_K_alpha=np.array([0.19,0.34,0.30,0.29,0.36,0.25,0.21])
sqrt_K_alpha=np.sqrt(K_alpha)
sqrt_K_alpha_err= 0.5 * 1/(np.sqrt(K_alpha)) * Delta_K_alpha

print("Wurzel Kalpha : ", sqrt_K_alpha, "+-", sqrt_K_alpha_err)

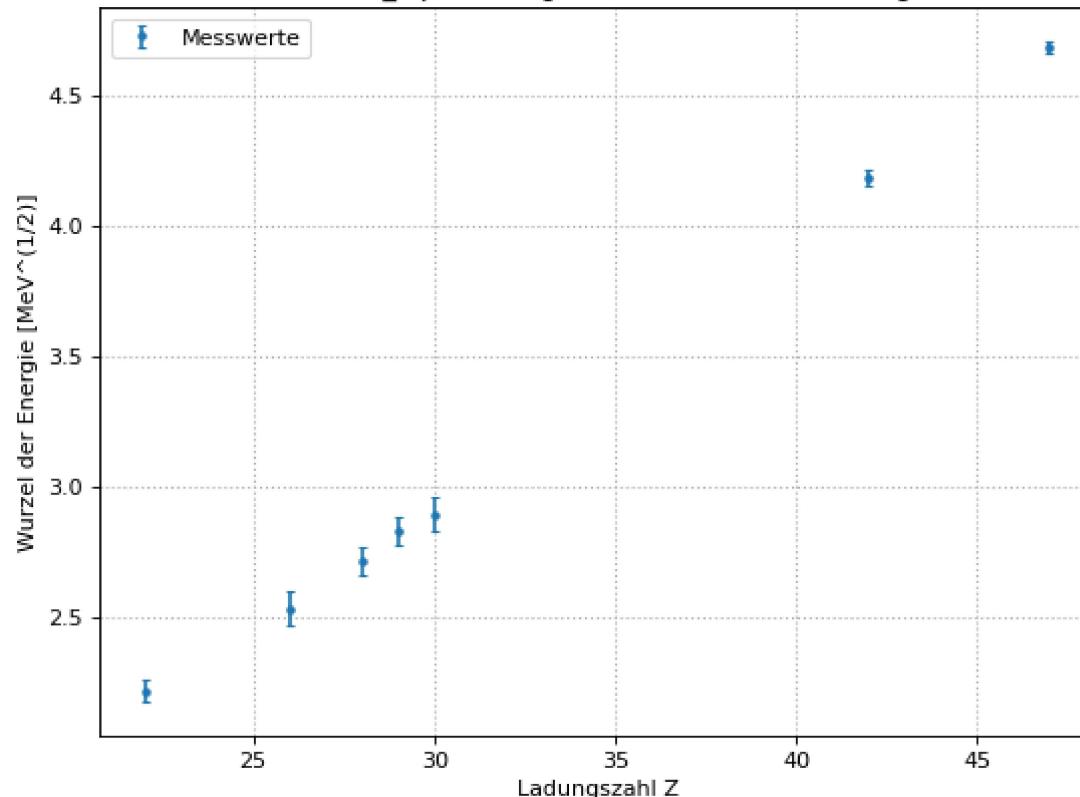
sigma_alpha = np.abs((K_alpha_lit - K_alpha)/Delta_K_alpha)
print("Abweichungen Energien:", sigma_alpha)
```

```
Wurzel Kalpha : [2.21359436 2.53061257 2.71477439 2.82665881 2.89309523 4.18090899
4.68614981] +- [0.04291663 0.06717741 0.05525321 0.05129731 0.0622171 0.0298978
0.02240645]
Abweichungen Energien: [2.04736842 0. 0.36 0.2 0.74722222 0.
0.95238095]
```

In [26]:

```
plt.figure(figsize=(8, 6), dpi=80)
plt.title('Wurzel der K_alpha Energie als Funktion der Ladungszahl')
plt.errorbar(Z, sqrt_K_alpha, linestyle="None", marker = ".", yerr = sqrt_K_alpha_err, capsize = 2, label="Messwerte")
plt.legend()
plt.xlabel("Ladungszahl Z")
plt.ylabel("Wurzel der Energie [MeV^(1/2)]")
plt.grid(linestyle=":", linewidth=1)
```

Wurzel der K_alpha Energie als Funktion der Ladungszahl



In [27]:

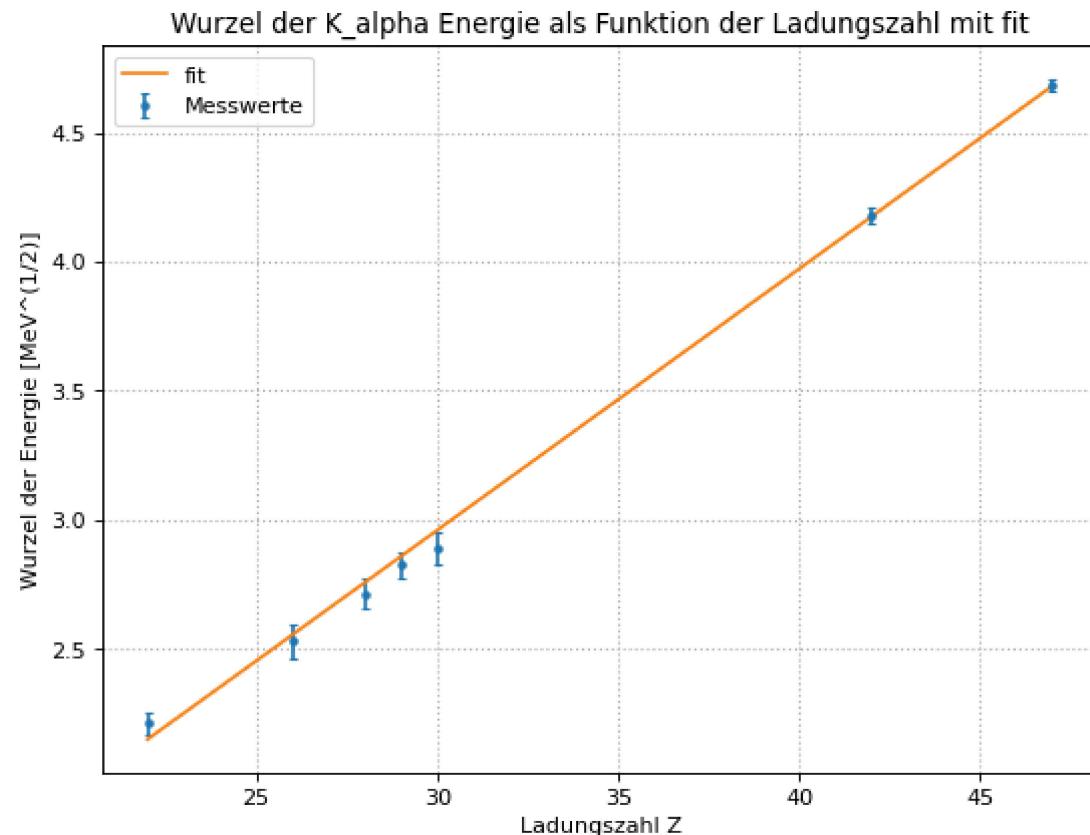
```
n1=1
n2=2
def fit_func(x, sqrt_Er, sig12):
    return sqrt_Er*(x-sig12)*np.sqrt(1/n1**2-1/n2**2)

popt, pcov=curve_fit(fit_func, Z, sqrt_K_alpha, sigma=sqrt_K_alpha_err)
```

In [28]:

```
plt.figure(figsize=(8, 6), dpi=80)
plt.title('Wurzel der K_alpha Energie als Funktion der Ladungszahl mit fit')
plt.errorbar(Z, sqrt_K_alpha, linestyle="None", marker = ".", yerr = sqrt_K_alpha_err, capsize = 2, label="Messwerte")
plt.plot(Z, fit_func(Z,*popt), label="fit")
plt.legend()
plt.xlabel("Ladungszahl Z")
```

```
plt.ylabel("Wurzel der Energie [MeV^(1/2)]")
plt.grid(linestyle=":", linewidth=1)
```



In [29]:

```
print("sqrt_Er=", popt[0], ",Standardfehler=", np.sqrt(pcov[0][0]))
print("sig12=", popt[1], ",Standardfehler=", np.sqrt(pcov[1][1]))
```

```
sqrt_Er= 0.11695031089372009 ,Standardfehler= 0.0016831401143132022
sig12= 0.7732047019454178 ,Standardfehler= 0.5592452002395191
```

In [49]:

```
E_ryd_alpha = popt[0]**2
E_ryd_alpha_err = 2*popt[0]*np.sqrt(pcov[0,0])
print("Rydbergenergie:", E_ryd_alpha, "+-", E_ryd_alpha_err)

E_ryd_lit = 0.013605 #keV
```

```
sigma_eryd_alpha = np.abs((E_ryd_lit - E_ryd_alpha)/E_ryd_alpha_err)
print("Abweichung:", sigma_eryd_alpha)
```

Rydbergenergie: 0.013677375218137782 +- 0.0003936875192932411
 Abweichung: 0.18383924963562903

In [48]:

```
# alles für beta:
#Z=np.array([22,26,28,29,30,42,47])
#K_alpha (Ti, Fe , Ni, Cu, Zn , Mo , Ag) in keV:
K_beta=np.array([4.90,7.058,8.01,8.71,9.10,19.61,24.59])
K_beta_lit = np.array([4.932, 7.058, 8.265, 8.905, 9.572, 19.61, 24.94])
Delta_K_beta=np.array([0.19,0.34,0.30,0.32,0.39,0.25,0.22])
sqrt_K_beta=np.sqrt(K_beta)
sqrt_K_beta_err= 0.5 * 1/(np.sqrt(K_beta)) * Delta_K_beta

print("Wurzel Kbeta :", sqrt_K_beta, "+-", sqrt_K_beta_err)

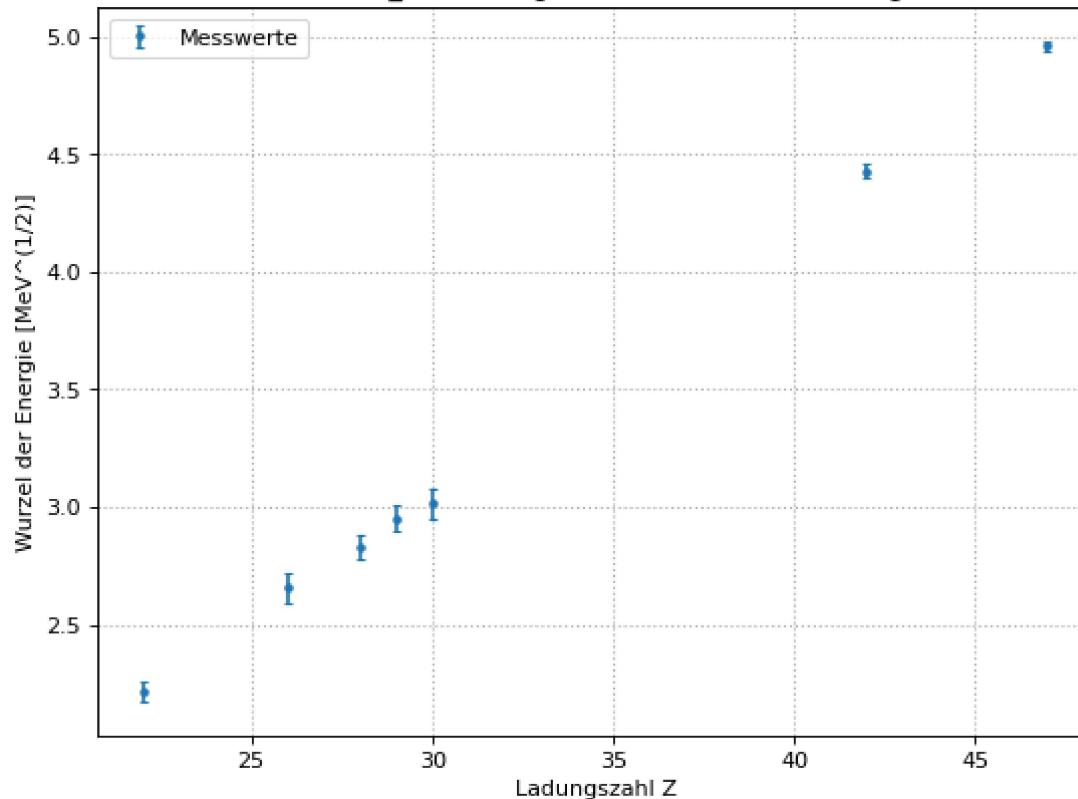
sigma_beta = np.abs((K_beta_lit - K_beta)/Delta_K_beta)
print("Abweichungen Energien:", sigma_beta)
```

Wurzel Kbeta : [2.21359436 2.65668967 2.83019434 2.95127091 3.01662063 4.42831797
 4.95883051] +- [0.04291663 0.06398941 0.05299989 0.05421393 0.06464187 0.02822742
 0.02218265]
 Abweichungen Energien: [0.16842105 0. 0.85 0.609375 1.21025641 0.
 1.59090909]

In [32]:

```
plt.figure(figsize=(8, 6), dpi=80)
plt.title('Wurzel der K_beta Energie als Funktion der Ladungszahl')
plt.errorbar(Z, sqrt_K_beta, linestyle="None", marker = ".", yerr = sqrt_K_beta_err, capsize = 2, label="Messwerte")
plt.legend()
plt.xlabel("Ladungszahl Z")
plt.ylabel("Wurzel der Energie [MeV^(1/2)]")
plt.grid(linestyle":", linewidth=1)
```

Wurzel der K_beta Energie als Funktion der Ladungszahl



In [37]:

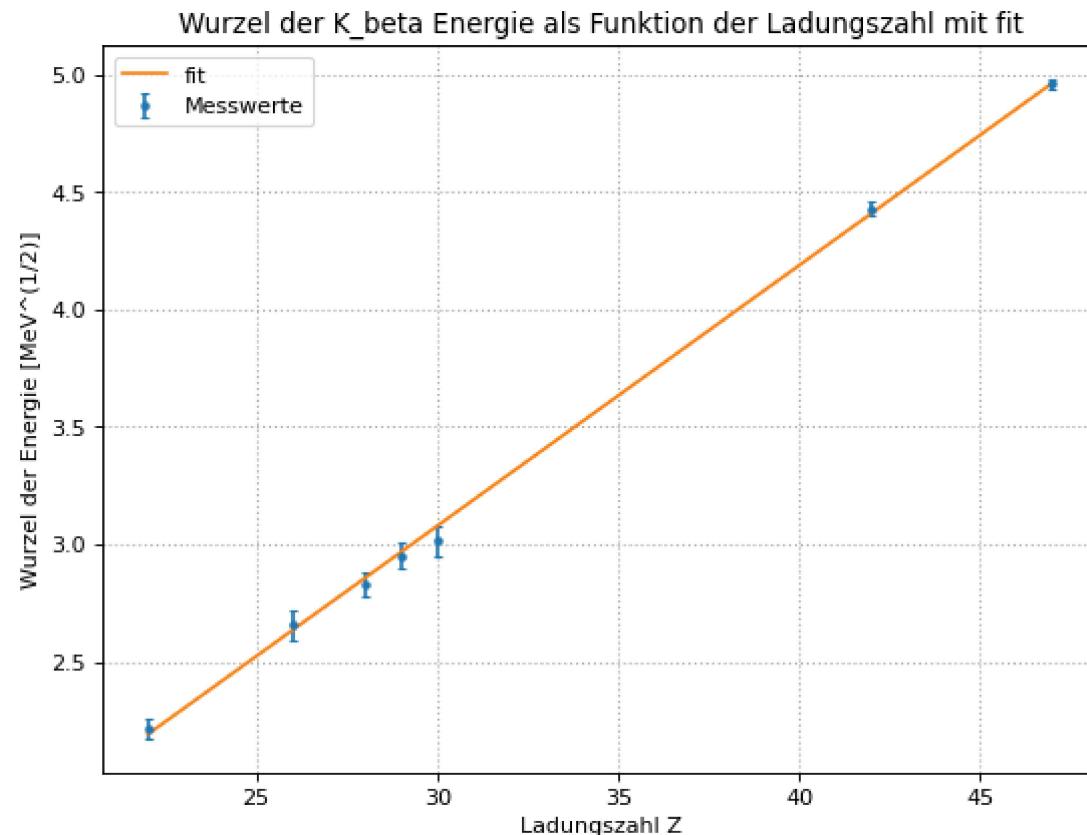
```
n1_beta=1
n2_beta=3
def fit_func_beta(x, sqrt_Er, sig12):
    return sqrt_Er*(x-sig12)*np.sqrt(1/n1_beta**2-1/n2_beta**2)

popt_beta, pcov_beta=curve_fit(fit_func_beta, Z, sqrt_K_beta, sigma=sqrt_K_beta_err)
```

In [38]:

```
plt.figure(figsize=(8, 6), dpi=80)
plt.title('Wurzel der K_beta Energie als Funktion der Ladungszahl mit fit')
plt.errorbar(Z, sqrt_K_beta, linestyle="None", marker = ".", yerr = sqrt_K_beta_err, capsize = 2, label="Messwerte")
plt.plot(Z, fit_func_beta(Z,*popt_beta), label="fit")
plt.legend()
plt.xlabel("Ladungszahl Z")
```

```
plt.ylabel("Wurzel der Energie [MeV^(1/2)]")
plt.grid(linestyle=":", linewidth=1)
```



```
In [39]: print("sqrt_Er=",popt_beta[0], ",Standardfehler=",np.sqrt(pcov_beta[0][0]))
print("sig12=",popt_beta[1], ",Standardfehler=",np.sqrt(pcov_beta[1][1]))
```

```
sqrt_Er= 0.11764915206503729 ,Standardfehler= 0.0010532878336782035
sig12= 2.2450336327333646 ,Standardfehler= 0.33626686959078605
```

```
In [50]: E_ryd_beta = popt_beta[0]**2
E_ryd_beta_err = 2*popt_beta[0] * np.sqrt(pcov_beta[0,0])
print("Rydbergenergie:", E_ryd_beta, "+-", E_ryd_beta_err)

sigma_eryd_beta = np.abs((E_ryd_lit - E_ryd_beta)/E_ryd_beta_err)
print("Abweichung:", sigma_eryd_beta)
```

Rydbergenergie: 0.013841322981622267 +- 0.00024783684102532136
Abweichung: 0.9535425832760746

In []: