

Versuch 241 - Wechselstromeigenschaften von RLC-Gliedern

Felix Fleischle

9.3.2022 und 11.3.2022

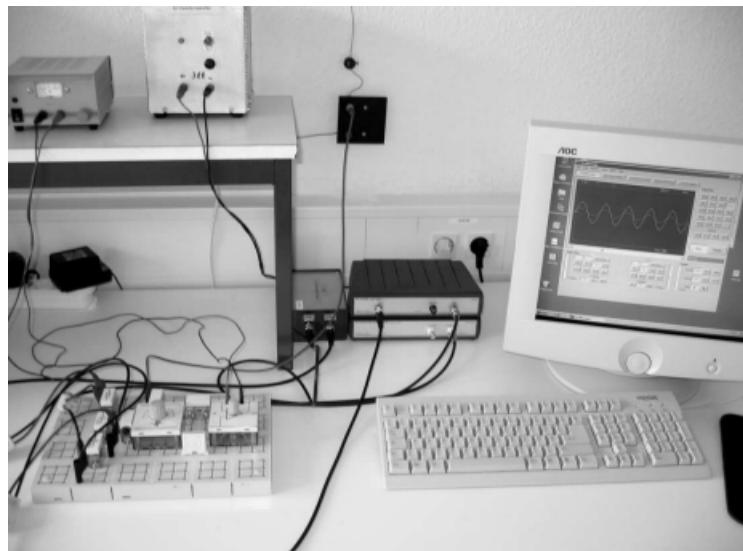


Abbildung 1: Bild des Versuchsaufbaus aus der Praktikumsanleitung.

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung	3
1.1 Grundlagen	3
1.1.1 Wechselstromkreis und Impedanz	3
1.1.2 Frequenzverhalten von RC-Gliedern	4
1.1.3 RC-Glied als Integrator und Differentiator	5
1.1.4 RLC Schwingkreis	7
1.1.5 Resonanz im Schwingkreis	9
1.1.6 Anwendung von RLC-Gliedern	12
1.2 Durchführung	12
1.2.1 Bestimmung der Zeitkonstante eines RC-Glieds	12
1.2.2 RC-Glied als Integrator und Differentiator	13
1.2.3 Frequenz- und Phasengang eines RC-Glieds	13
1.2.4 Frequenzgang eines Serienschwingkreises	13
1.2.5 Bestimmung der Dämpfungskonstanten eines Schwingkreises	14
1.2.6 Resonanzüberhöhung	14
1.2.7 Parallelschwingkreis- Bandsperre	14
1.2.8 Signalformung	14
1.2.9 Aufbau eines einfachen AM-Empfängers	15
2 Messprotokoll	15
3 Auswertung	29
3.1 Bestimmung der Zeitkonstante eines RC-Glieds	29
3.2 RC-Glied als Integrator und Differentiator	29
3.3 Frequenz- und Phasengang eines RC-Glieds	29
3.4 Frequenzgang eines Serienschwingkreises	32
3.5 Bestimmung der Dämpfungskonstanten eines freien, gedämpften Schwingkreises .	33
3.6 Resonanzüberhöhung und Bandsperre	34
3.7 Signalformung	35
4 Zusammenfassung und Diskussion	41

1 Einleitung

Das Ziel des Versuches ist es, das Verhalten von RC- und RCL-Gliedern im Wechselstromkreis zu untersuchen. Dabei arbeiten wir mit einem RC-Glied als Hoch- oder Tiefpass sowie Differenzierer/Integrator, einem Serienschwingkreis sowie einem Parallelschwingkreis als Bandpassfilter. Wir bestimmen die Zeitkonstante eines RC-Glieds, sowie die Grenzfrequenz beim RC-Glied als Hoch- und Tiefpass. Beim Serienschwingkreis bestimmen wir die Induktivität der Spule aus der Resonanzfrequenz, sowie den Gesamtwiderstand aus der Breite der Resonanzkurve. Außerdem bestimmen wir das logarithmische Dekrement des Serienschwingkreises. Beim Parallelschwingkreis bestimmen wir die Resonanzfrequenzen bei Messung der Spannung über den Widerstand, die Spule, sowie den Kondensator. Zum Schluss analysieren wir die Wirkung von verschiedenen Filtern auf ein gestörtes Signal.

1.1 Grundlagen

1.1.1 Wechselstromkreis und Impedanz

Wenn RLC-Glieder, also Schaltungen bestehend aus Widerständen, Kondensatoren und Spulen, an einen Wechselstrom angeschlossen werden, kann man das Verhalten analog zum Gleichstrom mit den Kirchhoff'schen Gesetzen beschreiben, wenn man statt den Widerständen die Impedanzen der einzelnen Bauelemente verwendet. Die Impedanz ist definiert als

$$Z = \frac{U}{I} \quad (1.1)$$

also analog zum Widerstand beim Gleichstrom. Entsprechend gilt für einen Ohmschen Widerstand an der Wechselspannung $U(t) = U_0 e^{i\omega t}$ und dem Strom $I(t) = I_0 e^{i\omega t}$

$$Z_R = \frac{U(t)}{I(t)} = R \quad (1.2)$$

also genau dem Ohmschen Widerstand des Bauteils.

Bei einem Kondensator gilt

$$\begin{aligned} U &= \frac{Q}{C} \\ \dot{U} &= \frac{I}{C} \\ i\omega U &= \frac{I}{C} \\ \frac{U}{I} &= \frac{1}{i\omega C} \\ Z_C &= \frac{1}{i\omega C} \end{aligned} \quad (1.3)$$

Dabei ist für Gleichstrom, also $\omega \rightarrow 0$, die Impedanz unendlich groß, und für $\omega \rightarrow \infty$ die Impedanz 0. Aufgrund des Faktors von $-i$ im Zähler sind Strom und Spannung Phasenverschoben, sodass der Strom der Spannung um $\frac{\pi}{2}$ vorausseilt.

Für eine Spule gilt

$$\begin{aligned} U &= L\dot{I} \\ U &= Li\omega I \\ \frac{U}{I} &= i\omega L \\ Z_L &= i\omega L \end{aligned} \tag{1.4}$$

damit wird für Gleichstrom die Impedanz 0, und für $\omega \rightarrow \infty$ die Impedanz unendlich groß. Außerdem eilt die Spannung dem Strom um $\frac{\pi}{2}$ voraus.

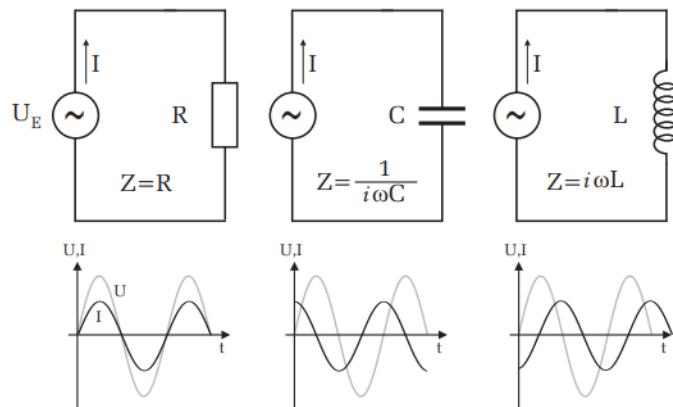


Abbildung 2: Impedanz von Widerstand, Kondensator und Spule¹.

1.1.2 Frequenzverhalten von RC-Gliedern

Für die Spannung am Kondensator gilt im RC-Glied

$$U_C = Z_C I = \frac{Z_C}{Z_R + Z_C} U_E = \frac{\frac{-i}{\omega C}}{R - \frac{i}{\omega C}} U_0 e^{i\omega t} \tag{1.5}$$

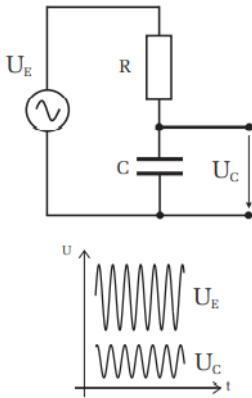
und damit

$$|U_C| = \frac{|U_E|}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} \tag{1.6}$$

und

$$\tan \varphi = -\omega RC \tag{1.7}$$

¹Quelle: [Praktikumsanleitung](#)

Abbildung 3: RC-Glied als Tiefpass².

für den Betrag und die Phase der Kondensatorspannung. Wie man sehen kann ist die Ausgangsspannung frequenzabhängig. Für $\omega \rightarrow 0$ nimmt die Kondensatorspannung die Eingangsspannung an, während für $\omega \rightarrow \infty$ die Spannung gegen 0 geht. Es handelt sich also um einen Tiefpassfilter.

Wenn wir in der Schaltung den Widerstand und den Kondensator vertauschen, und die Spannung am Widerstand messen, erhalten wir

$$|U_R| = \frac{|U_E|}{\sqrt{1 + (1/(\omega RC))^2}} \quad (1.8)$$

und

$$\tan \varphi = -\frac{1}{\omega RC} \quad (1.9)$$

was einem Hochpassfilter entspricht. Das Frequenzverhalten ist in Abbildung 4 noch einmal dargestellt.

Um die Wirkung des Filters zu quantifizieren definiert man die Grenzfrequenz

$$\omega_g = \frac{1}{RC} = \frac{1}{\tau} \quad (1.10)$$

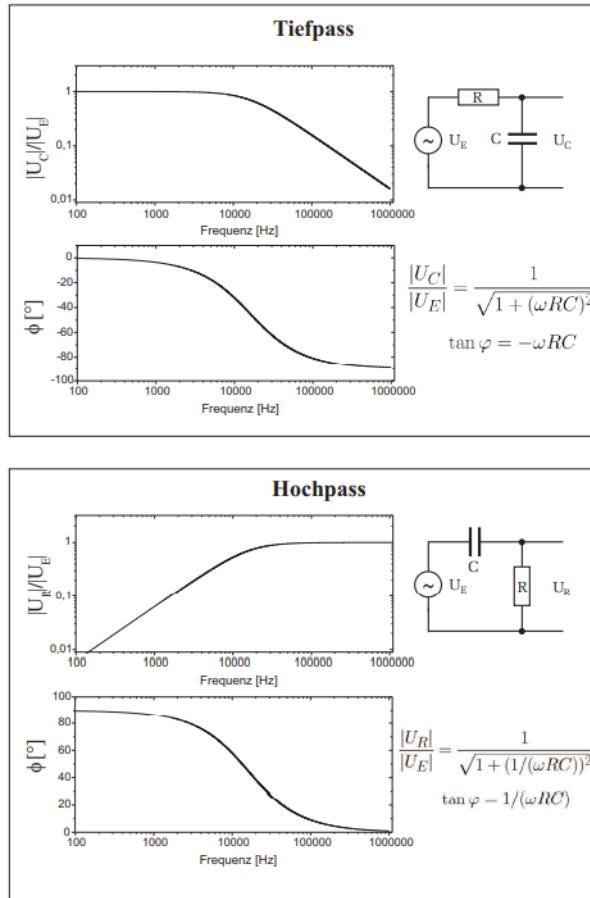
Bei dieser Frequenz ist die Spannung auf das $\frac{1}{\sqrt{2}}$ -fache abgefallen/angestiegen.

1.1.3 RC-Glied als Integrator und Differentiator

Ein Hoch- und Tiefpass können außerdem als Differentiator/Integrator funktionieren, sodass das Ausgangssignal genau dem differenzierten/integrierten des Eingangssignals entspricht. Dies ist der Fall, wenn

$$\tau = RC > T \quad (1.11)$$

²Quelle: [Praktikumsanleitung](#)

Abbildung 4: Hochpass- und Tiefpassfilter³.

gilt, mit der Periodendauer des Eingangssignals T . Dies gilt aufgrund

$$\frac{dU_A}{dt} = \frac{I}{C} = \frac{1}{RC}(U_E - U_A) \quad (1.12)$$

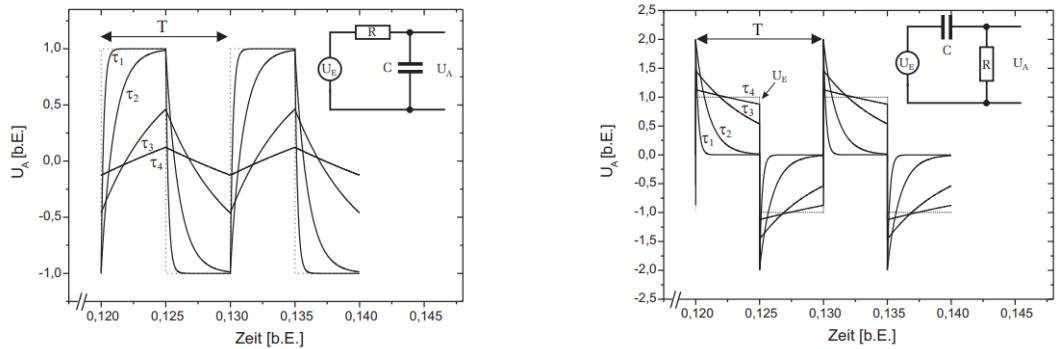
beim Tiefpass, wobei mit $U_A \ll U_E$ bei $\tau > T$

$$\frac{dU_A}{dt} = \frac{I}{C} = \frac{1}{RC}U_E \quad (1.13)$$

folgt. Also entspricht die Ausgangsspannung der nach der Zeit integrierten Eingangsspannung. Beim Hochpass folgt analog

$$I = C \frac{d}{dt}(U_E - U_A) \approx C \frac{d}{dt}U_E \Rightarrow U_A = RC \frac{dU_E}{dt} \quad (1.14)$$

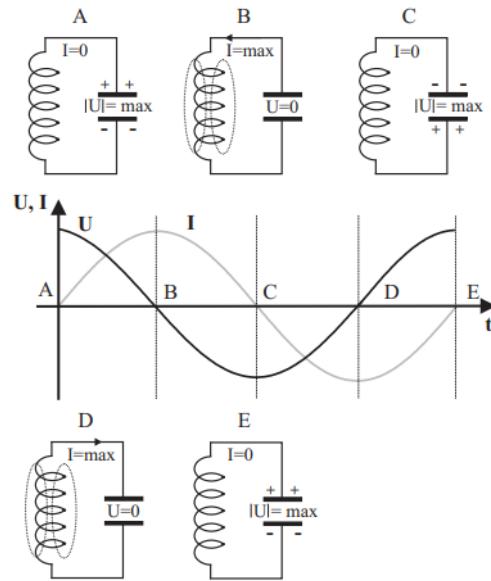
³Quelle: Praktikumsanleitung

Abbildung 5: Integrator (links) und Differentiator (rechts)⁴.

sodass die Ausgangsspannung der nach der Zeit abgeleiteten Eingangsspannung entspricht. Die entsprechenden Spannungsverläufe sind in Abbildung 5 zu sehen.

1.1.4 RLC Schwingkreis

Ein Schaltkreis mit Spule und Kondensator ist ein elektrischer Schwingkreis. Die Vorgänge im Schwingkreis sind in Abbildung 6 genauer zu sehen. Dabei oszillieren Spannung und Strom

Abbildung 6: Vorgänge im Schwingkreis⁵.

im Stromkreis. Zuerst ist der Kondensator voll aufgeladen. Dann entlädt sich der Kondensator

⁴Quelle: [Praktikumsanleitung](#)

⁵Quelle: [Praktikumsanleitung](#)

über die Spule, wobei in der Spule ein Magnetfeld entsteht. Wenn der Kondensator vollständig entladen ist, ist der Strom maximal. Der nun abnehmende Strom induziert eine Spannung in entgegengesetzter Richtung, bis der Kondensator wieder voll geladen ist. Dann beginnt der Vorgang von neuem, allerdings mit umgekehrtem Vorzeichen.

In der Realität besitzen alle Bauteile natürlich einen Ohmschen Widerstand, sodass die Schwingung nicht unendlich lange anhält. Deshalb besteht ein realer Schwingkreis immer aus Widerstand, Spule und Kondensator, wie in Abbildung 7 zu sehen ist.

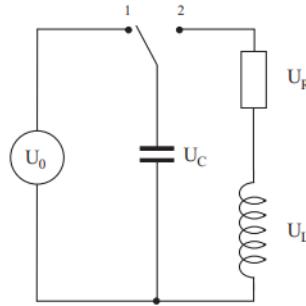


Abbildung 7: RLC Serienschwingkreis⁶.

Nach der Maschenregel gilt im Serienschwingkreis:

$$\begin{aligned} U_R + U_C - U_L &= 0 \\ L\ddot{I} + R\dot{I} + \frac{1}{C}I &= 0 \end{aligned} \tag{1.15}$$

und wenn wir annehmen, dass der Ohmsche Widerstand verschwindet

$$\ddot{I} + \omega_0^2 I = 0 \tag{1.16}$$

mit

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \tag{1.17}$$

der Eigenfrequenz dieser Oszillatorgleichung. Falls wir den ohmschen Widerstand berücksichtigen, ergibt sich ein gedämpfter harmonischer Oszillator. Dieser hat im Schwingfall ($\frac{R^2}{4L^2} < \omega_0^2$) die Lösung

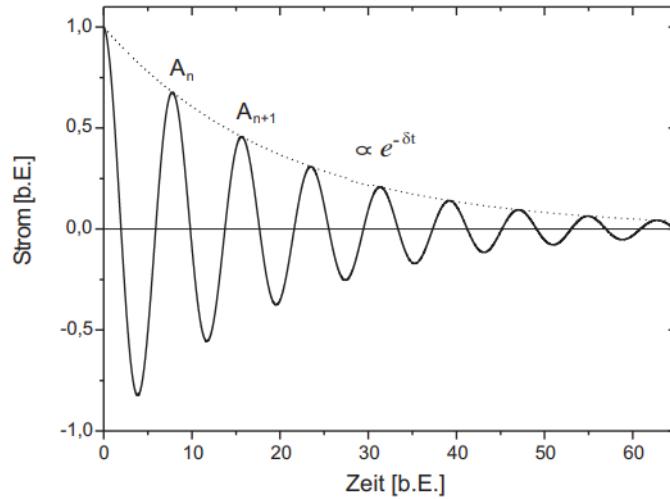
$$I = I_0 e^{-\frac{R}{2L}t} e^{i(\omega_f t + \varphi)} \tag{1.18}$$

mit

$$\omega_f = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} \tag{1.19}$$

Damit ergibt sich ein Stromverlauf gemäß Abbildung 8. Dabei ist die Amplitude proportional zu

⁶Quelle: [Praktikumsanleitung](#)

Abbildung 8: Stromverlauf im RLC Schwingkreis⁷.

$e^{-\delta t}$ mit

$$\delta = \frac{R}{2L} \quad (1.20)$$

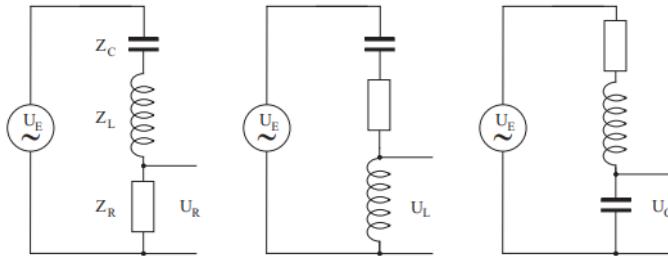
der Dämpfungskonstante. Experimentell kann man diese über das logarithmische Dekrement bestimmen:

$$\Lambda = \ln \left(\frac{A_n}{A_{n+1}} \right) = \delta T \quad (1.21)$$

mit der Amplitude zweier benachbarter Schwingungen A_n .

1.1.5 Resonanz im Schwingkreis

Wenn wir den Schwingkreis von außen mit einem Sinussignal anregen, erhalten wir einen getriebenen harmonischen Oszillatator, wie er in Abbildung 9 zu sehen ist. Die Amplitude der Ausgangsspannung

Abbildung 9: Schaltplan eines getriebenen Oszillators, mit Messung der Ausgangsspannung an verschiedenen Bauteilen⁸.

⁷Quelle: Praktikumsanleitung

Spannung hängt dabei von der Anregungsfrequenz ab. Die Resonanzfrequenz entspricht genau der Eigenfrequenz des Oszillators. Bei der Resonanzfrequenz gilt

$$I(\omega_R) = \frac{U_0}{R} \quad (1.22)$$

Der Stromkreis verhält sich also so, als wäre die Schaltung nur aus einem Ohmschen Widerstand aufgebaut.

Wenn man die Spannungen über Widerstand, Spule und Kondensator betrachtet, zeigt sich, dass die Spannung über dem Widerstand U_R die gleiche Phasenabhängigkeit aufweist wie der Strom. So ergibt sich eine Resonanzkurve nach Abbildung 10, wobei hier die Amplitude normiert ist. Ein Serienschwingkreis stellt also somit einen Bandpass dar, welcher nur ein bestimmtes

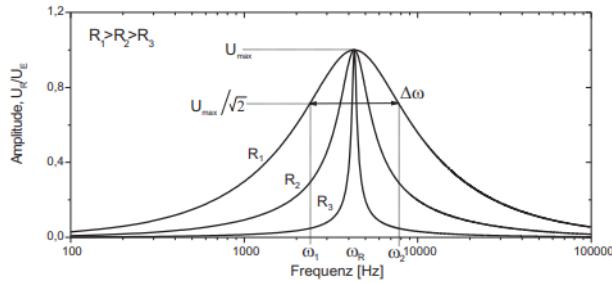


Abbildung 10: Resonanzkurve des Widerstandes für unterschiedlich große Widerstände⁹.

Frequenzband passieren lässt.

Die Bandbreite ist definiert über die Frequenzen ω_1 und ω_2 , bei denen die Amplitude nur noch dem $\frac{1}{\sqrt{2}}$ -fache der Maximalamplitude entspricht.

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = \frac{R}{L} = 2\delta \quad (1.23)$$

Die Güte des Bandpasses ist definiert als

$$Q = \frac{\omega_R}{\Delta\omega} \quad (1.24)$$

Wenn man die Spannung über Kondensator oder Spule statt über dem Widerstand misst, erhält man eine andere Resonanzfrequenz. Für diese gilt

$$\omega_C = \sqrt{\omega_R^2 - 2\delta^2} \quad (1.25)$$

$$\omega_L = \sqrt{\omega_R^2 + 2\delta^2} \quad (1.26)$$

⁸Quelle: [Praktikumsanleitung](#)

⁹Quelle: [Praktikumsanleitung](#)

Die drei Resonanzkurven in einem Diagramm sind in Abbildung 11 zu sehen. Bei der Messung

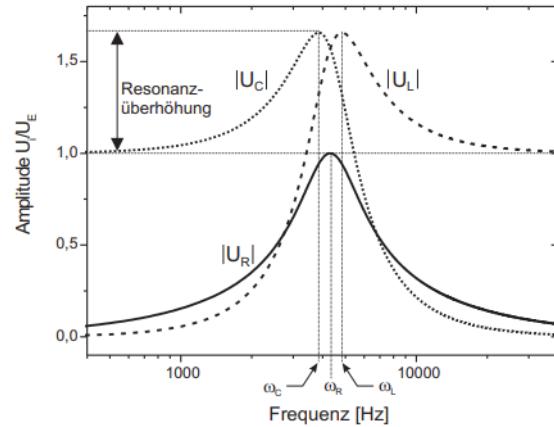


Abbildung 11: Resonanzkurve bei Messung über dem Widerstand, der Spule und dem Kondensator¹⁰.

über der Spule und dem Kondensator ist die Spannung im Resonanzfall größer als die Eingangsspannung, was als Resonanzüberhöhung bezeichnet wird.

Wenn man einen Parallelschwingkreis benutzt, erhält man einen Isolator/Bandsperre. Der Aufbau und die Resonanzkurve ist in Abbildung 12 zu sehen. Für die Gesamtempedanz gilt hier

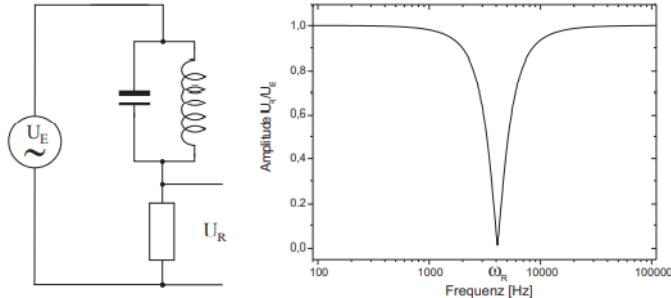


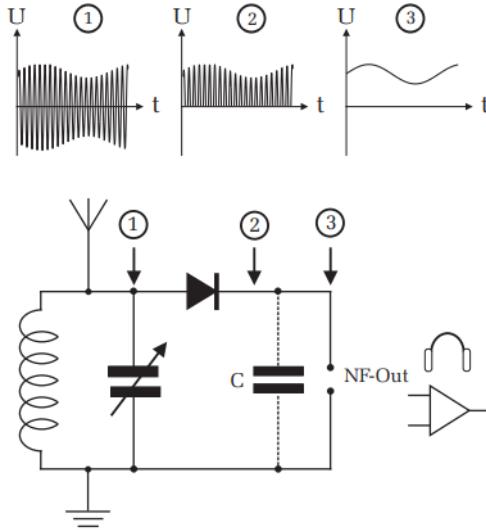
Abbildung 12: Schaltplan und Resonanzkurve des Parallelschwingkreises¹¹.

$$\frac{1}{Z_P} = \frac{1}{Z_L} + \frac{1}{Z_C} \Leftrightarrow Z_P = \left| \frac{1}{\omega L - \frac{1}{\omega C}} \right| \quad (1.27)$$

sodass bei der Resonanzfrequenz $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$ die Impedanz gegen unendlich geht.

¹⁰Quelle: [Praktikumsanleitung](#)

¹¹Quelle: [Praktikumsanleitung](#)

Abbildung 13: Einfacher AM-Empfänger¹².

1.1.6 Anwendung von RLC-Gliedern

Wir werden in diesem Versuch ein einfaches Mittelwellenradio aufbauen. Dazu bauen wir einen einfachen AM-Empfänger, wie er in Abbildung 13 zu sehen ist. Dabei wollen wir ein Signal empfangen, welches moduliert ist, um die Information mit hoher Frequenz übermitteln zu können, und symmetrisch ist, mit einem Lautsprecher auslesen. Die Diode im Aufbau entfernt zuerst den negativen Anteil des Signals, und der Kondensator macht die Modulation des Signals rückgängig, sodass der Lautsprecher das Signal wiedergeben kann.

Da wir aber bestimmte Frequenzen herausfiltern wollen, um nur bestimmte Programme zu empfangen, müssen wir noch einen Bandpassfilter einbauen, mit variabler Kapazität und Induktivität, damit wir die empfangene Frequenz einstellen können.

1.2 Durchführung

1.2.1 Bestimmung der Zeitkonstante eines RC-Glieds

Wir bauen zunächst ein RC-Glied auf. Dabei schließen wir den Funktionsgenerator an den Impedanzwandler an, und dessen Ausgangssignal an den Widerstand. Dann schalten wir den Kondensator in Reihe zwischen Widerstand und Masse. Wir messen an Channel 1 des Oszilloskops die Spannung am Kondensator, und an Channel 2 die Gesamtspannung. Wir stellen am Funktionsgenerator ein Rechtecksignal ein mit $V_{pp} = 1$ und messen für drei verschiedene Kombinationen von C und R die Halbwertszeit:

- $C = 470\text{nF}$, $R = 1\text{k}\Omega$

¹²Quelle: [Praktikumsanleitung](#)

- $C = 4,7nF, R = 10k\Omega$
- $C = 47nF, R = 1k\Omega$

Die Fehler entsprechen dabei der Ablesegenauigkeit mit der Cursorfunktion des Oszilloskops.
Wir drucken das letzte Oszilloskopbild aus.

Anschließend vertauschen wir Kondensator und Widerstand für das letzte Kondensator-Widerstand-Paar, um einen Hochpass zu erhalten. Wir überzeugen uns durch Messung der Halbwertszeit, dass der Stromvergleich die gleiche Zeitkonstante aufweist und drucken das Oszilloskopbild aus.

1.2.2 RC-Glied als Integrator und Differentiator

Wir bauen wieder einen Tiefpass mit $C = 47nF$ und einem Potentiometer mit $5k\Omega$ auf. Wir erhöhen den Widerstand bis wir sehen, dass das Ausgangssignal dem integrierten Eingangssignal entspricht. Wir testen dies für verschiedene Eingangssignale und drucken das Bild für ein beliebiges Signal aus.

Wir wiederholen dies für den Hochpass/Differentiator.

1.2.3 Frequenz- und Phasengang eines RC-Glieds

Wir nutzen nun den Circuit Analyzer um den Frequenzgang vom Tief- und vom Hochpass zu bestimmen. Wir stellen am Funktionsgenerator ein Sinussignal mit $2V_{pp}$ ein, und wählen beim Circuit Analyzer die Einstellungen Vertical Scale 5dB/div, V-Range 1,5V, Frequency-Start 100Hz, Frequency-Range 100kHz, Frequenzschritte 20%, und Automatic Volgate Scale.

Wir nehmen zunächst den Frequenzgang eines Tiefpassfilters mit $47nF$ und $1k\Omega$ auf und messen mit der Cursorfunktion die Grenzfrequenz, bei der die Amplitude auf das $\frac{1}{\sqrt{2}}$ -fache abgefallen ist, was einer Dämpfung von 3dB entspricht. Wir drucken den Frequenzgang aus.

Wir wiederholen die Messung für einen Hochpassfilter mit $47nF$ und $1k\Omega$.

Anschließend messen wir den Phasengang des Hochpassfilters am Oszilloskop von 1kHz bis 10kHz, indem wir die Zeitdistanz der Maxima in Abhängigkeit der Generatorfrequenz messen. Wir berechnen daraus die Phase $\varphi = 360f\Delta t$.

1.2.4 Frequenzgang eines Serienschwingkreises

Wir bauen einen Serienschwingkreis mit $47nF$, $1k\Omega$ und der Spule mit Induktivität L_1 . Wir greifen die Ausgangsspannung am Widerstand ab und wählen am Funktionsgenerator eine Sinusspannung mit $3V_{pp}$. Am Circuit Analyzer messen wir von 1kHz bis 10kHz in Schritten von 10% den Frequenzgang für drei verschiedene Widerstände mit $1k\Omega$, 220Ω und 47Ω .

Bei allen drei Kurven bestimmen wir die Resonanzfrequenz, die Bandbreite, sowie den Effektivwert von Eingangs- und Ausgangsspannung.

1.2.5 Bestimmung der Dämpfungskonstanten eines Schwingkreises

Wir bauen einen Serienschwingkreis mit 47nF , 47Ω , und L_1 . Wir greifen die Ausgangsspannung an der Spule ab. Wir stellen eine Rechteckspannung ein und justieren die Frequenz so, dass der Oszillator frei schwingen kann, also viel niedriger als die Resonanzfrequenz, und so dass wir einen kompletten Schwingungsvorgang beobachten können. Wir notieren die Frequenz und messen die Amplitude von 5 benachbarten Schwingungen, sowie die Periodendauer.

Danach beobachten wir qualitativ mit einem Potentiometer den Schwingungsvorgang in Abhängigkeit der Dämpfung.

1.2.6 Resonanzüberhöhung

Wir messen nun den Frequenzgang eines Serienschwingkreises (47nF , 220Ω , L_1) bei Abgiff der Ausgangsspannung über dem Widerstand, der Spule und dem Kondensator. Den Frequenzbereich wählen wir von 1kHz bis 10kHz in 10% -Schritten. Am Ende messen wir bei allen drei Kurven die Resonanzfrequenz aus und drucken das Diagramm aus.

1.2.7 Parallelschwingkreis- Bandsperre

Wir bauen einen Parallelschwingkreis mit 47nF , $1\text{k}\Omega$ und L_1 und schließen die Ausgangsspannung über dem Widerstand an. Wir messen den Frequenzgang von 100Hz bis 100kHz in 10% -Schritten und bestimmen die Resonanzfrequenz. Zum Schluss drucken wir das Diagramm aus.

1.2.8 Signalformung

Wir analysieren nun die Auswirkungen verschiedener Filterschaltungen auf ein Signal, welches hauptsächlich aus drei verschiedenen Sinusschwingungen überschließlicher Frequenz zusammengesetzt ist. Dazu stellen wir am Frequenzgenerator das Signal "Signalformung.lib" ein mit $f = 100\text{Hz}$, und schließen dies an das Oszilloskop an. Wir nehmen ein Bild des Oszilloskops auf, sowie ein Bild des Spectrum Analyzers, welcher die Anteile des Signals in den verschiedenen Frequenzen darstellt. Wir bestimmen die Frequenz der drei Hauptmaxima, sowie die grobe Amplitude, ohne Fehlerabschätzung.

Dasselbe tun wir nun für verschiedene Filterschaltungen. Wir beginnen mit einem RC-Glied wie in Versuchsteil 3 als Hochpassfilter, welches das 100Hz -Signal herausfiltern sollte.

Danach vertauschen wir Kondensator und Widerstand, um zu beobachten, dass die Dämpfung des 8kHz -Signals nicht sehr gut ist, da die Frequenz zu nah an der $3,6\text{kHz}$ -Frequenz ist, welche wir hervorheben wollen. Wir bauen daher ein LC-Glied als Hochpassfilter auf, indem wir den Widerstand mit der Spule L_1 ersetzen.

Danach führen wir die Messung mit zwei verschiedenen Bandpassfiltern durch, indem wir zwei Serienschwingkreise aufbauen, einmal mit $R = 1\text{k}\Omega$ und $R = 47\Omega$.

1.2.9 Aufbau eines einfachen AM-Empfängers

Wir bauen einen einfachen AM-Empfänger mit dem Drehkondensator 500pF und der Spule L_2 auf und verbinden diesen Schwingkreis mit der Antennenbuchse. Wir schauen uns das Frequenzspektrum an, und variieren Kapazität und Induktivität (durch Verschieben des Kerns), bis der Hauptfrequenzanteil bei ca. 1MHz am besten vom Untergrund hervorgehoben ist.

Dann demodulieren wir das Signal mit einer Diode und schließen es an den Verstärker mit Kopfhörer an. Wir sollten dann das Radioprogramm hören.

2 Messprotokoll

Versuch 241 Wechselstromeigenschaften von RLC-Gliedern

Messprotokoll

9.3.2021 Felix Florschüre Daniel Schub

Messaufbau

- PC-gesteuerter Funktionsgenerator und Speicher-oscilloskop
- Analog-Oszilloskop
- Diverse passive Bauteile → Widerstände, Spulen, Kondensatoren, Diode
- Steckbrett zum Aufbau von Schaltungen
- Impedanzwandler mit Netzteil
- Niedertypenz-Verstärker mit Netzteil
- Langdrahtantenne, Erdleitung
- Zwei Kopfhörer mit unterschiedlicher Impedanz
- Computer mit Drucker

1. Bestimmung der Zeitkonstante eines RC-Glieds

Wir bauen ein RC-Glied auf und messen Ein- und

Ausgangsspannung am Widerstand mit dem Oszilloskop.

Wir stellen eine Rechteckspannung ein mit 1 Vpp Amplitude und messen die Halbwertszeit:

Tabelle 1: Halbwertszeit als Funktion von Kapazität u. Widerstand

C [nF]	R [kΩ]	f [Hz]	$T_{1/2} [\mu\text{s}]$
470	1	150,00	360 ± 10
4,7	10	500,00	$32,000 \pm 0,10$ $32,00 \pm 0,10$
47	1	500,00	$32,000 \pm 0,10$ $32,00 \pm 0,10$

Wir verzweilen nur Kondensator und Widerstand

bei $C = 47 \text{ nF}$, $R = 1 \text{ k}\Omega$

Wir messen die Halbwertszeit und überzeugen uns, dass diese gleich ist:

$$T_{1/2} = (36,000 \pm 0,10) \mu\text{s}$$

Wir drucken jetzt die Oszilloskopbilder aus.

2. RC-Glied als Integrator und Differenziator

Wir bauen einen Integrator mit $C = 47 \text{ nF}$ und einen Polen-Komparator mit $5 \text{ k}\Omega$ auf und drucken für ein beliebiges Signal das Oszilloskopbild der Spannung über dem Kondensator aus.

Wir wiederholen dies für einen Differenziator mit Widerstand und Kondensator verzweigt.

3. Frequenz und Phasenweng eines RC-Glieds

Wir bauen Hoch/Tiefpassfilter mit $C = 47 \text{ nF}$, $R = 1 \text{ k}\Omega$ auf und analysieren das Verhalten mit dem CircuitLab

Analyse. Wir notieren die Grenzfrequenz f_g , bei der die Amplitude auf das $\frac{1}{\sqrt{2}}$ -fache abgesunken ist.

Hochpass: $f_g = (3,12 \pm 0,08) \text{ kHz}$

Tiefpass: $f_g = (3,08 \pm 0,08) \text{ kHz}$

bei V_{orange} 1,0 V

Tabelle 2: Phasenmessung ~~Widerstandspair~~ Hauptpassfilter

f [kHz]	$\Delta\phi$ [μ s]	φ [$^\circ$] = $360^\circ f \cdot \Delta\phi$
1	20 ± 5	$74,4 \pm 1,8$ $74,5 \pm 1,8$
2	$8,1 \pm 3$	$58,3 \pm 2,2$ $58,3 \pm 2,2$
3	$4,7 \pm 3$	$50,8 \pm 3$ 51 ± 3
4	$2,8 \pm 3$	40 ± 5
5	$2,1 \pm 3$	38 ± 5
6	$1,6 \pm 1,0$	$29,4 \pm 2,2$
7	$0,6 \pm 0,7$	$24,2 \pm 1,8$
8	$0,10 \pm 0,6$	$25,9 \pm 1,8$
9	$0,8 \pm 0,5$	$22,0 \pm 1,7$
10	$0,10 \pm 0,5$	$18,0 \pm 1,8$

4. Frequenzgang eines Schwingkreises

Wir bauen einen Schwingkreis mit m_2 ($C=47\text{nF}$, $R=1\text{k}\Omega$, L_1 aut.). Die Ausgangsspannung greift wir über den Widerstand ab.

Wir messen mit dem Circuit Analyzer den Frequenzgang für $R=1\text{k}\Omega$, 220Ω und 47Ω .

Tabelle 3: Frequenzgang und Spannung für verschiedene Widerstände

R [Ω]	f_R [kHz]	Δf [kHz]	U_{min} [V]	U_{max} [V]
1000	$4,02 \pm 0,08$	$3,86 \pm 0,20$	$0,91 \pm 0,03$	$0,89 \pm 0,03$
220	$3,84 \pm 0,08$	$1,38 \pm 0,20$	$0,87 \pm 0,03$	$0,71 \pm 0,03$
47	$3,75 \pm 0,08$	$0,56 \pm 0,10$	$0,97 \pm 0,03$	$0,34 \pm 0,03$

I Bestimmung der Dämpfungskonstante eines freien, gedämpften Schwingkreises

Wir bauen einen Serienschwingkreis mit $C = 47 \text{ nF}$, $R = 47 \Omega$ und L_1 auf. Wir greifen die Ausgangsspannung über der Spule ab. Wir stellen eine Rechteckspannung ein.
Wir notieren die eingestellte Frequenz:

$$f = 150,00 \text{ Hz}$$

Wir messen die Amplitude von 5 benachbarten Schwingungen und bestimmen zusätzlich T :

Tabelle 4: Amplitude benachbarter Schwingungen

Schwingung	Amplitude [V]
1	$4,13 \pm 0,10$
2	$2,72 \pm 0,10$
3	$1,60 \pm 0,05$
4	$0,91 \pm 0,05$
5	$0,44 \pm 0,05$

$$T = 0,25 \pm 0,04 \text{ ms}$$

6. Resonanzübereinstimmung

Wir messen mit dem Circuit Analyzer den Frequenzgang eines Leitwertes bei Abgriff über den Widerstand, über den Kondensator und der Spule.
Wir nutzen die Resonanzfrequenzen.

$$\text{Widerstand: } f_R = (4,07 \pm 0,03) \text{ (Schwarz)} \text{ kHz}$$

$$\text{Kondensator: } f_C = (3,9820,03) \text{ (Rot)} \text{ kHz}$$

$$\text{Spule: } f_L = (4,210403) \text{ (Blau)} \text{ kHz}$$

7. Parallelenschwingkreis - Bandspur

Wir bauen einen Parallelschwingkreis mit $C = 47\text{nF}$, $R = 1k\Omega$ und L_1 auf und messen die Spurung am Widerstand ab. Wir messen den Frequenzgang.

$$L_1 = 4,11 \pm 0,03 \text{ mH}$$

8. Signallösung

Wir wählen am Signalgenerator die Datei `Signallösung.lib` mit einer Amplitude von 5Vpp und einer Frequenz von 1kHz. Wir drucken ein gut erkennbares Bild vom Oszilloskop aus.

Wir schalten auf den Spectrum Analyzer und messen Frequenz und Amplitude der drei stärksten Signaleanteile.

Wir wollen nun das LpLHz-Signal herausfiltern.

Wir drucken für jede der folgenden Filterschaltung aus das Oszilloskopbild und das Frequenzspektrum aus und messen die Amplitude der jeweiligen Frequenzanteile (ohne Fehler)

Tabelle 5: Hochpassfilter kein Filter

<u>f [Hz]</u>	<u>Amplitude [dBV]</u>
100 ± 3	-3,7
3610 ± 30	-8,06
7970 ± 30	-9,31

Tabelle 6: Hochpassfilter

<u>f [Hz]</u>	<u>Amplitude [dBV]</u>
100 ± 3	-31,81
3610 ± 30	-11,50
8000 ± 30	-10,88

Tabelle 7: Tiefpassfilter

<u>f [Hz]</u>	<u>Amplitude [dBV]</u>
100 ± 3	-4,31
3610 ± 30	5,50
8000 ± 30	-18,50

Tabelle 8: Bandpassfilter $R = 1\text{k}\Omega$

<u>f [Hz]</u>	<u>Amplitude [dBV]</u>
100 ± 3	-33,50
3610 ± 30	-9,12
8000 ± 30	-12,82

Tabelle 9: Bandpassfilter $R = 47 \Omega$

f [Hz]	Amplitude [dB]
100 ± 30	-59,67
$36-16 \pm 30$	-21,48
8660 ± 30	-36,79

9. Aufbau eines einfachen AM-Empfängers

Wir bauen aus L_2 und einem Drehkondensator ($500 \Omega F$) einen Parallelschwingkreis, welches einen Bandpassfilter darstellt

Wir verbinden den Schwingkreis mit der Antenneschaltung und schließen die Schaltung an das Oszilloskop an.

Wir beobachten die Frequenzschwankungen beim Verschieben des Spulenkerns.

Wir stellen den Bandpassfilter auf ungefähr $1 MHz$ ein. Um das Signal zu demodulieren schließen wir noch eine Diode an, ~~abziehen~~ vor dem Kopfhörer.

Wir schauen uns mit dem Oszilloskop das modulierte und das demodulierte Signal an.

Zum Schluss bauen wir noch einen NF-Vorstärker ein, um weitere Radioprogramme zu empfangen.

(Unterschrift)



Abbildung 14: Oszilloskopbild RC-Glied als Tiefpass.



Abbildung 15: Oszilloskopbild RC-Glied als Hochpass.



Abbildung 16: Oszilloskopbild RC-Glied als Tiefpass/Integrator.

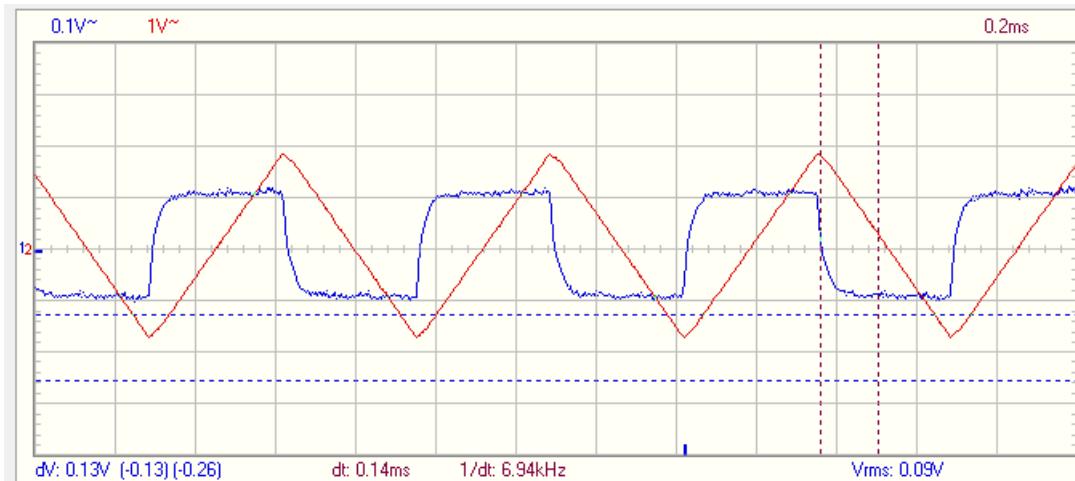


Abbildung 17: Oszilloskopbild RC-Glied als Hochpass/Differentiator.

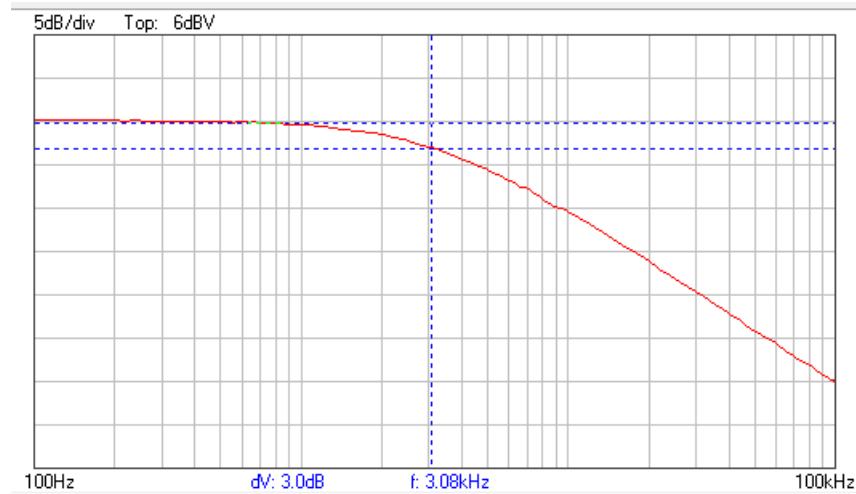


Abbildung 18: Frequenzgang RC-Glied als Tiefpass.

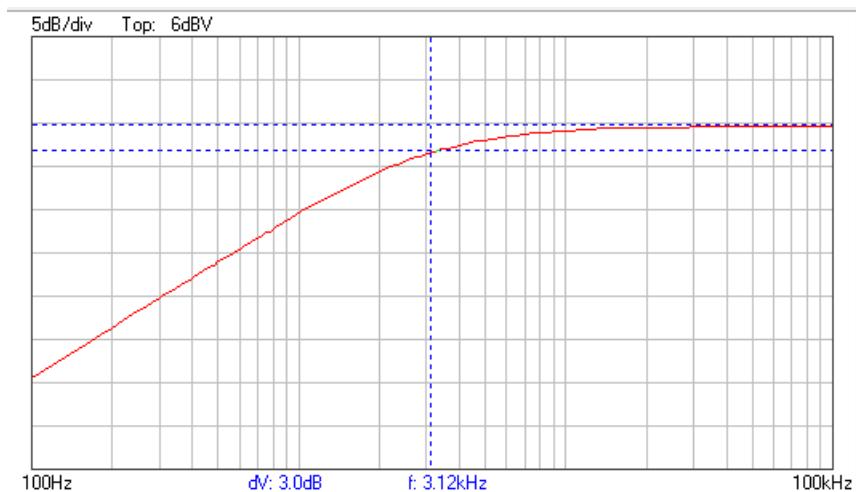
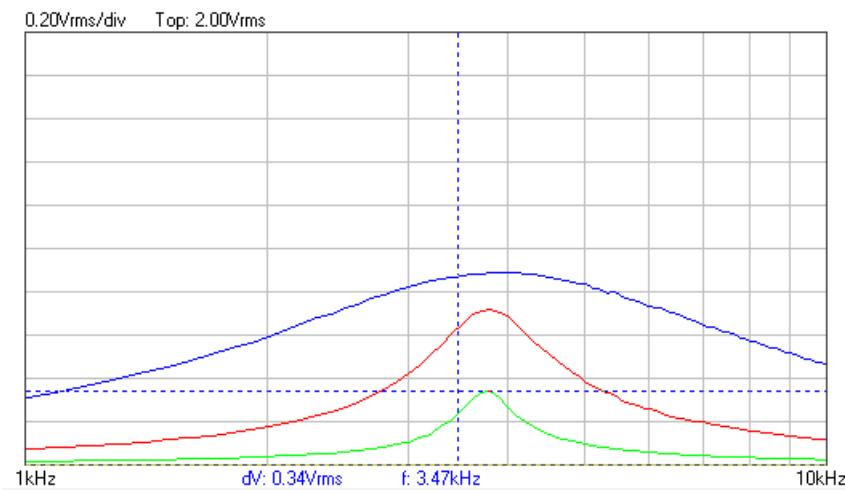
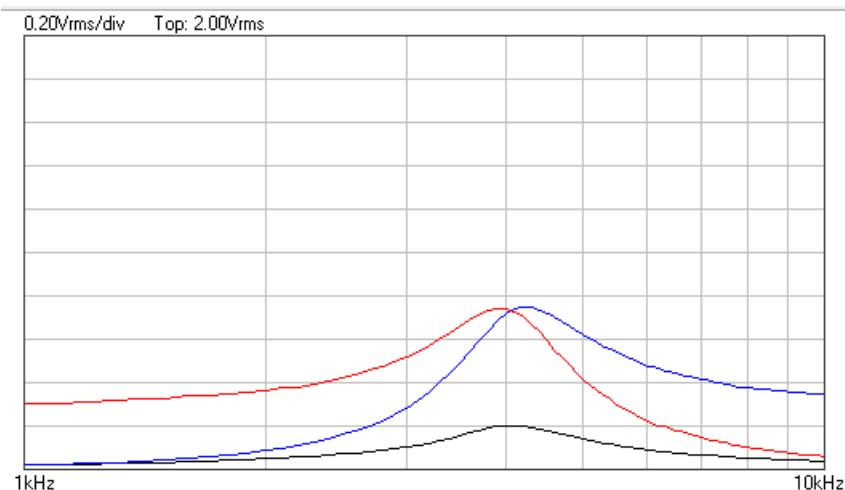


Abbildung 19: Frequenzgang RC-Glied als Hochpass.

Abbildung 20: Frequenzgang RLC-Schwingkreis für verschiedene Widerstände¹³.Abbildung 21: Frequenzgang RLC-Glied mit Spannung abgegriffen über Widerstand, Kondensator, und Spule¹⁴.¹³Blau: $1\text{k}\Omega$, rot: 220Ω , grün: 47Ω .¹⁴Schwarz: Widerstand, Blau: Spule, Rot: Kondensator.

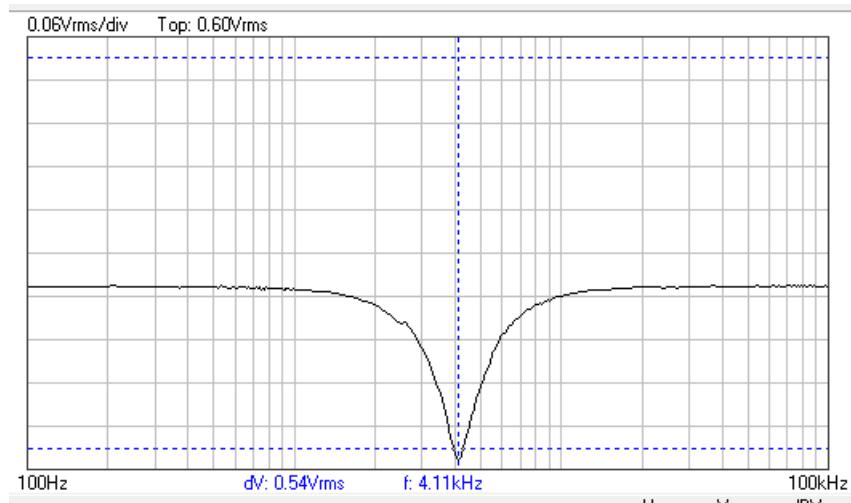


Abbildung 22: Frequenzgang RLC-Parallelschwingkreis mit Spannung abgegriffen über dem Widerstand.

Die Bilder zum 8. Versuchsteil sind in der Auswertung eingefügt, da wir diese zur Auswertung genauer brauchen.

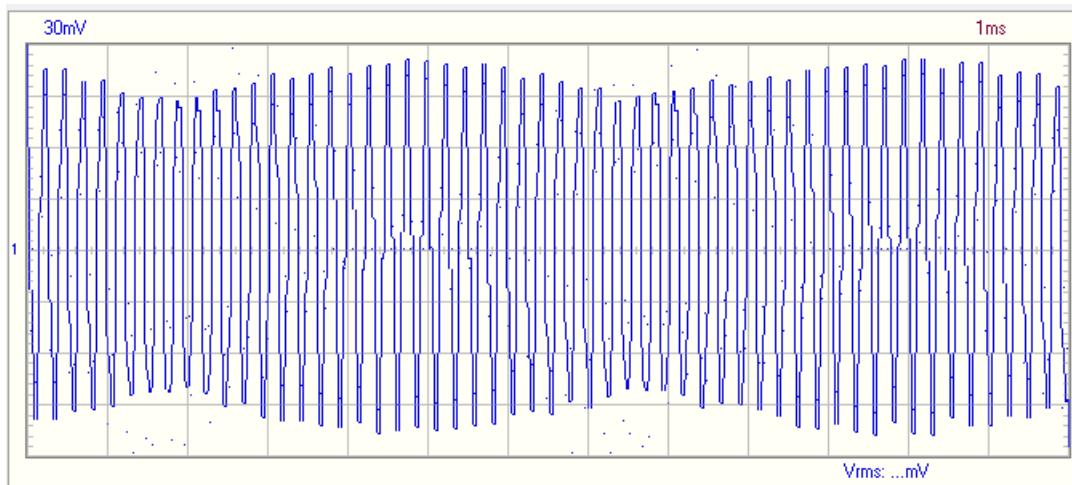


Abbildung 23: Signal der Antenne im Oszilloskop.



Abbildung 24: Signal der Antenne im Spectrum Analyzer.

3 Auswertung

3.1 Bestimmung der Zeitkonstante eines RC-Glieds

Wir berechnen aus unseren Messdaten der Halbwertszeit in Abhängigkeit von Widerstand und Kapazität die Zeitkonstante

$$\tau = \frac{T_{1/2}}{\ln 2} \pm \frac{\Delta T_{1/2}}{\ln 2} \quad (3.1)$$

Außerdem berechnen wir den Theoretische zu erwartenden Wert aus

$$\tau = RC \pm \sqrt{(C\Delta R)^2 + (R\Delta C)^2} \quad (3.2)$$

mit den Fehlern von 5% bei den Widerständen und 10% bei den Kondensatoren. Wir erhalten folgende Ergebnisse:

R [kΩ], ±5%	C [nF], ±10%	$T_{1/2}$ [μs]	τ_{exp} [μs]	τ_{theo} [μs]	σ -Abweichung
1	470	360 ± 10	519 ± 14	470 ± 50	0,91
10	4,7	$32,00 \pm 0,10$	$46,17 \pm 0,14$	47 ± 5	0,16
1	47	$32,00 \pm 0,10$	$46,17 \pm 0,14$	47 ± 5	0,16

Tabelle 1: Bestimmung der Zeitkonstante

Wie erwartet ist also die Zeitkonstante invariant, wenn man den Widerstand um den Faktor 10 reduziert, und die Kapazität um den Faktor 10 erhöht. Die Abweichungen sind alle nicht signifikant.

3.2 RC-Glied als Integrator und Differentiator

In diesem Versuchsteil konnten wir gut beobachten, wie der Hoch-/Tiefpass als Differentiator und Integrator funktionieren. Wenn wir den Widerstand durch das Potentiometer erhöht haben, sodass $\tau > T$ gilt, sind die Bilder in Diagramm 16 und 17 entstanden.

Hier können wir gut sehen, dass beim Sägezahnignal die Fläche unter dem Graphen zuerst wächst, und dann nach dem durchqueren der Null des Signals wieder auf Null absinkt. An den "Wendepunkten" des Signals ist die Integrierte demenstprechend Null.

Beim Hochpass konten wir gut beobachten, wie das Dreiecksignal zum Rechtecksignal wird, da die Steigung immer schlagartig konstant positiv und dann wieder konstant negativ wird. Das Ausgangssignal entspricht also tatsächlich dem differentierten Eingangssignal.

3.3 Frequenz- und Phasengang eines RC-Glieds

Wir zeichnen zunächst durch die linearen Bereiche in den erhaltenen Diagrammen zwei Geraden, wobei der Schnittpunkt dieser Geraden genau der Grenzfrequenz entsprechen sollte. Wir erhalten die folgenden beiden Abbildungen:

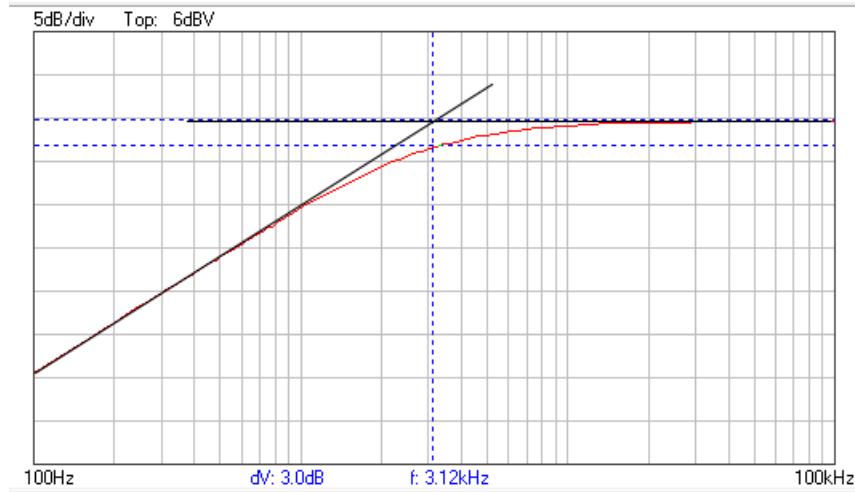


Abbildung 25: Frequenzgang Hochpass mit Geraden

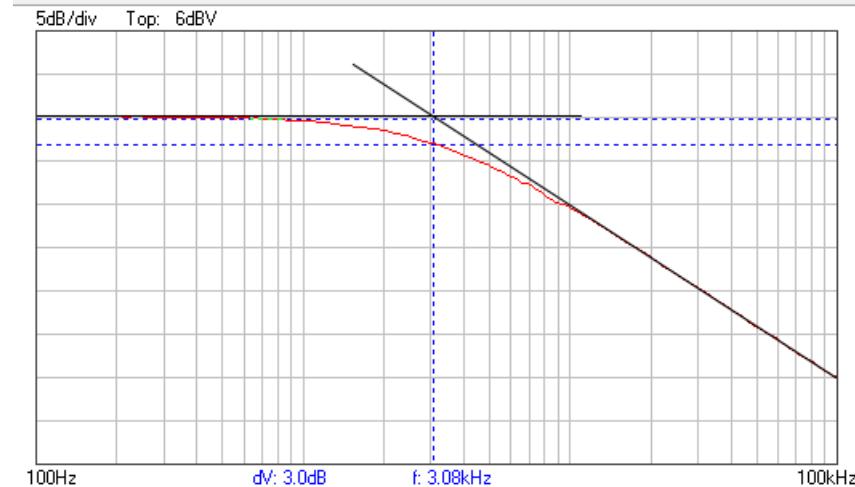


Abbildung 26: Frequenzgang Tiefpass mit Geraden

Wir können sehen, dass sich die Geraden genau in dem Punkt schneiden, welchen wir auch mit den Cursorn ausgemessen haben. Wir können also unsere Messergebnisse aus dem Messprotokoll für die Grenzfrequenzen verwenden.

Wir berechnen zunächst die theoretische Grenzfrequenz, um unsere Werte mit dieser vergleichen zu können. Wir erhalten

$$f_{g,\text{theo}} = \frac{1}{2\pi RC} = \frac{1}{2\pi\tau} \pm \frac{\Delta\tau}{2\pi\tau^2} = (3,4 \pm 0,4)\text{kHz} \quad (3.3)$$

Damit entspricht die Abweichung unserer experimentell bestimmten Werte (aus den Diagram-

men)

$$\sigma_{f,HP} = \frac{(3,4 - 3,12)k\text{Hz}}{\sqrt{0,08^2 + 0,4^2}\text{kHz}} = 0,69 \quad (3.4)$$

$$\sigma_{f,TP} = \frac{(3,4 - 3,08)k\text{Hz}}{\sqrt{0,08^2 + 0,4^2}\text{kHz}} = 0,79 \quad (3.5)$$

Die Abweichungen sind also nicht signifikant.

Wir wollen nun aus unserer Messung der Phase in Abhängigkeit der Frequenz zusätzlich die Grenzfrequenz bestimmen. Dazu tragen wir die Phase logarithmisch gegen die Frequenz auf. Da wir die Frequenz bestimmen wollen, bei der $\varphi = 45^\circ$ gilt, tragen wir in das Diagramm gleich eine Gerade bei 45° ein, sowie einen Exponentialfit $\varphi(f) = Ae^{-\mu f} + b$ durch die Messwerte:

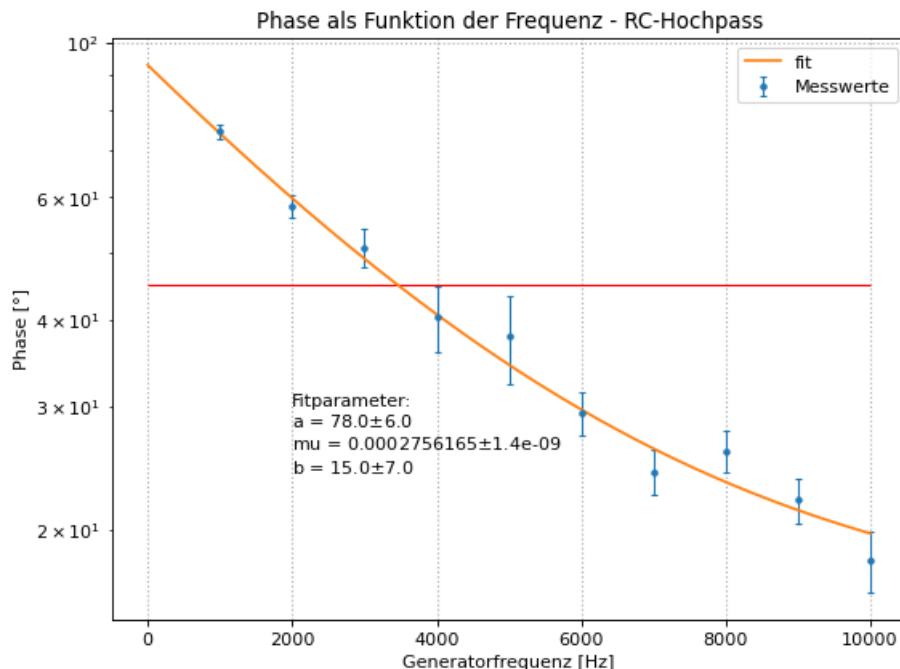


Abbildung 27: Phase in Abhängigkeit der Frequenz

Die Grenzfrequenz erhalten wir durch

$$45^\circ = Ae^{-\mu f} + b \Leftrightarrow f = -\frac{\ln\left(\frac{45^\circ - b}{A}\right)}{\mu} \quad (3.6)$$

Für den Fehler gilt

$$\Delta f = \sqrt{\left(\frac{\Delta\mu \ln\left(\frac{45^\circ - b}{A}\right)}{\mu^2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta b}{\mu(45^\circ - b)}\right)^2 + \left(\frac{\Delta A}{\mu A}\right)^2} \quad (3.7)$$

Somit erhalten wir das Ergebnis

$$f_{g, Ph} = (3, 4 \pm 0, 6) \text{ kHz} \quad (3.8)$$

Was einer Abweichung zum theoretischen Wert von

$$\sigma_{f, Ph} = 0, 08 \quad (3.9)$$

entspricht, und einer Abweichung zum experimentellen Wert beim Hochpass von

$$\sigma_{f, Ph, HP} = 0, 55 \quad (3.10)$$

Somit sind die Abweichungen nicht signifikant.

3.4 Frequenzgang eines Serienschwingkreises

Wir berechnen zunächst die Induktivität der Spule L_1 aus den gemessenen Resonanzfrequenzen. Die Formel ergibt sich aus der Formel für die Eigen-/Resonanzfrequenz des Schwingkreises:

$$L = \frac{1}{f^2 4\pi^2 C} \pm \sqrt{\left(\frac{2\Delta f}{f^3 4\pi^2 C}\right)^2 + \left(\frac{\Delta C}{f^2 4\pi^2 C^2}\right)^2} \quad (3.11)$$

Für die drei verschiedenen Widerstände und Resonanzfrequenzen erhalten wir also drei verschiedene Werte für die Induktivität. Außerdem bestimmen wir gleich den Gesamtwiderstand (Ohmscher Widerstand und Verlustwiderstand), welchen wir aus der Breite der Resonanzkurve Δf bestimmen können:

$$R_{ges} = L 2\pi \Delta f \pm \sqrt{(\Delta L 2\pi \Delta f)^2 + (L 2\pi \Delta(\Delta f))^2} \quad (3.12)$$

Daraus bestimmen wir noch den Verlustwiderstand $R_v = R_{ges} - R$:

R [Ω]	f_R [kHz]	C [nF]	L [H]	Mean L [H]	Δf [kHz]	R_{ges} [Ω]	R_v [Ω]
1000 ± 50	$4,02 \pm 0,08$	47 ± 5	$0,033 \pm 0,004$		$3,86 \pm 0,20$	810 ± 100	-190 ± 110
220 ± 11	$3,84 \pm 0,08$	47 ± 5	$0,037 \pm 0,004$	$0,036 \pm 0,004$	$1,38 \pm 0,20$	320 ± 60	100 ± 60
$47,0 \pm 2,4$	$3,75 \pm 0,08$	47 ± 5	$0,038 \pm 0,004$		$0,56 \pm 0,10$	135 ± 28	88 ± 29

Tabelle 2: Berechnung der Induktivität und des Gesamtwiderstandes aus der Resonanzfrequenz

Der Fehler des Mittelwertes ergibt sich dabei durch quadratische Addition des systematischen Fehlers und der Standardabweichung.

Wir erhalten hier für den Verlustwiderstand einmal einen negativen Wert, was natürlich keinen Sinn macht. Allerdings ist der Fehler des Wertes aufgrund des Fehlers des Ohmschen Widerstandes und des Gesamtwiderstandes, welche quadratisch addiert werden, auch sehr groß, sodass

der Wert innerhalb des 3σ -Bereichs noch positiv sein kann.

Wir bestimmen nun den Verlustwiderstand aus den Kirchhoffschen Regeln gemäß

$$R_v = R \left(\frac{U_E}{U_A} - 1 \right) \pm \sqrt{\left(\frac{U_E \Delta R}{U_A} - \Delta R \right)^2 + \left(\frac{R \Delta U_E}{U_A} \right)^2 + \left(\frac{R U_E \Delta U_A}{U_A^2} \right)^2} \quad (3.13)$$

Wir vergleichen diese Werte mit den zuvor berechneten Verlustwiderständen:

R [Ω]	$R_{v,1}$ [Ω]	U_E [V]	U_A [V]	$R_{v,2}$	σ
1000 ± 50	-190 ± 110	$0,91 \pm 0,03$	$0,89 \pm 0,03$	20 ± 50	1,80
220 ± 11	100 ± 60	$0,87 \pm 0,03$	$0,71 \pm 0,03$	50 ± 15	0,79
$47,0 \pm 2,4$	88 ± 29	$0,97 \pm 0,03$	$0,34 \pm 0,03$	87 ± 13	0,02

Tabelle 3: Berechnung des Verlustwiderstandes aus den Kirchhoffschen Regeln

Die Abweichungen sind also nicht signifikant, auch wenn die Werte definitiv nicht schön aussehen. Die Fehler sind leider riesig, dadurch dass fast alle Größen in der Rechnung fehlerbehaftet sind.

3.5 Bestimmung der Dämpfungskonstanten eines freien, gedämpften Schwingkreises

Wir bestimmen nun das logarithmische Dekrement und berechnen daraus den Gesamtwiderstand des Schwingkreises. Für das logarithmische Dekrement gilt

$$\Lambda = \ln \left(\frac{A_n}{A_{n+1}} \right) \pm \frac{1}{\frac{A_n}{A_{n+1}}} \sqrt{\left(\frac{\Delta A_n}{A_{n+1}} \right)^2 + \left(\frac{A_n \Delta A_{n+1}}{A_{n+1}^2} \right)^2} \quad (3.14)$$

Wir haben 5 Messwerte für die Amplituden, sodass wir 4 verschiedene Werte für das logarithmische Dekrement erhalten, von denen wir den Mittelwert bilden. Wir erhalten so

$$\Lambda = 0,56 \pm 0,25 \quad (3.15)$$

Der Fehler ist hier sehr groß, da unsere 4 Werte für das logarithmische Dekrement komischerweise relativ weit aufeinander liegen, sodass die Standardabweichung des Mittelwertes groß ist.

Den Gesamtwiderstand berechnen wir aus

$$R_{ges} = \frac{2\Lambda L}{T} \pm \sqrt{\left(\frac{\Delta \Lambda}{\Lambda} \right)^2 + \left(\frac{\Delta L}{L} \right)^2 + \left(\frac{\Delta T}{T} \right)^2} \cdot R_{ges} = (170 \pm 80)\Omega \quad (3.16)$$

Mit dem im vorherigen Aufgabenteil berechneten Wert für den letzten der drei Widerstände ergibt dies eine σ -Abweichung von

$$\sigma_{R_{ges}} = 0,42 \quad (3.17)$$

Die Abweichung ist also nicht signifikant. Dies könnte auch am außergewöhnlich großen Fehler liegen, jedoch liegen die Werte hier auch nicht sehr weit aufeinander, sodass wir selbst ohne den riesigen Fehler des logarithmischen Dekrements wahrscheinlich eine gute Abweichung erhalten hätten.

In der Praktikumsanleitung steht, wir sollten hier noch die Induktivität aus der Resonanzfrequenz berechnen, jedoch ist die Resonanzfrequenz gleich wie die dritte Resonanzfrequenz im vorherigen Aufgabenteil, sodass wir das gleiche Ergebnis von

$$L = (0,038 \pm 0,004)H \quad (3.18)$$

erhalten.

3.6 Resonanzüberhöhung und Bandsperre

Wir vergleichen nun die experimentell bestimmten Resonanzfrequenzen mit den theoretischen Werten. Dazu berechnen wir zunächst die Resonanzkreisfrequenz bei Abgriff über dem Widerstand:

$$\omega_R = \frac{1}{\sqrt{LC}} \pm \sqrt{\left(\frac{C\Delta L}{2\sqrt{LC^3}}\right)^2 + \left(\frac{L\Delta C}{2\sqrt{LC^3}}\right)^2} = (24,3 \pm 1,8) \frac{10^3}{s} \quad (3.19)$$

Für die theoretischen Resonanzfrequenzen benötigen wir die Dämpfungskonstante für die Bauteile in diesem Versuchsteil. Diese berechnen wir über

$$\delta = \frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{\Delta R}{R}\right)^2 + \left(\frac{\Delta L}{L}\right)^2} \delta = (3000 \pm 400) \frac{1}{s} \quad (3.20)$$

Die Resonanzkreisfrequenzen für den Spannungsabgriff über Spule und Kondensator übergeben sich nun durch

$$\omega_C = \sqrt{\omega_R^2 - 2\delta^2} \pm \sqrt{\left(\frac{\omega_R \Delta \omega_R}{\sqrt{\omega_R^2 - 2\delta^2}}\right)^2 + \left(\frac{2\delta \Delta \delta}{\sqrt{\omega_R^2 - 2\delta^2}}\right)^2} = (23,9 \pm 1,9) \frac{10^3}{s} \quad (3.21)$$

$$\omega_L = \sqrt{\omega_R^2 + 2\delta^2} \pm \sqrt{\left(\frac{\omega_R \Delta \omega_R}{\sqrt{\omega_R^2 + 2\delta^2}}\right)^2 + \left(\frac{2\delta \Delta \delta}{\sqrt{\omega_R^2 + 2\delta^2}}\right)^2} = (24,7 \pm 1,8) \frac{10^3}{s} \quad (3.22)$$

Wir rechnen nun diese Werte in Frequenzen um und vergleichen sie mit den experimentell bestimmten Werten:

Versuchsteil & R/L/C	$\omega_{theo} \left[\frac{10^3}{s} \right]$	$f_{theo} [\text{kHz}]$	$f_{exp} [\text{kHz}]$	σ
6, Widerstand	$24,3 \pm 1,8$	$3,87 \pm 0,29$	$4,07 \pm 0,03$	0,05
6, Kondensator	$23,9 \pm 1,9$	$3,8 \pm 0,3$	$3,98 \pm 0,03$	0,05
6, Spule	$24,7 \pm 1,8$	$3,93 \pm 0,29$	$4,21 \pm 0,03$	0,07
7, Widerstand	$24,3 \pm 1,8$	$3,87 \pm 0,29$	$4,11 \pm 0,03$	0,06

Tabelle 4: Vergleich der Resonanzfrequenzen mit den theoretischen Werten

Die Abweichungen sind also alle nicht signifikant.

3.7 Signalformung

Wir haben zunächst die Eingangsspannung, also das ursprüngliche Signal, am Oszilloskop und im Spectrum Analyzer angeschaut:

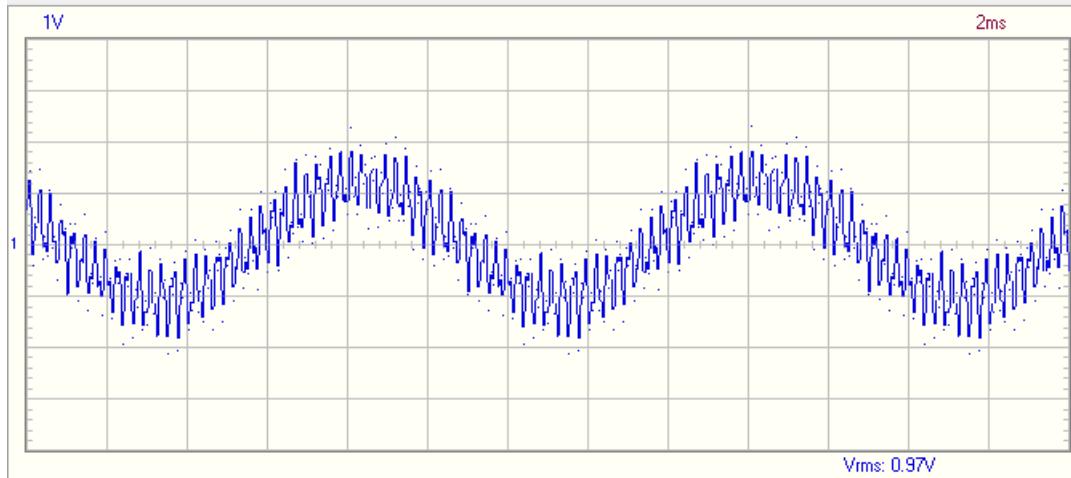


Abbildung 28: Eingangssignal am Oszilloskop

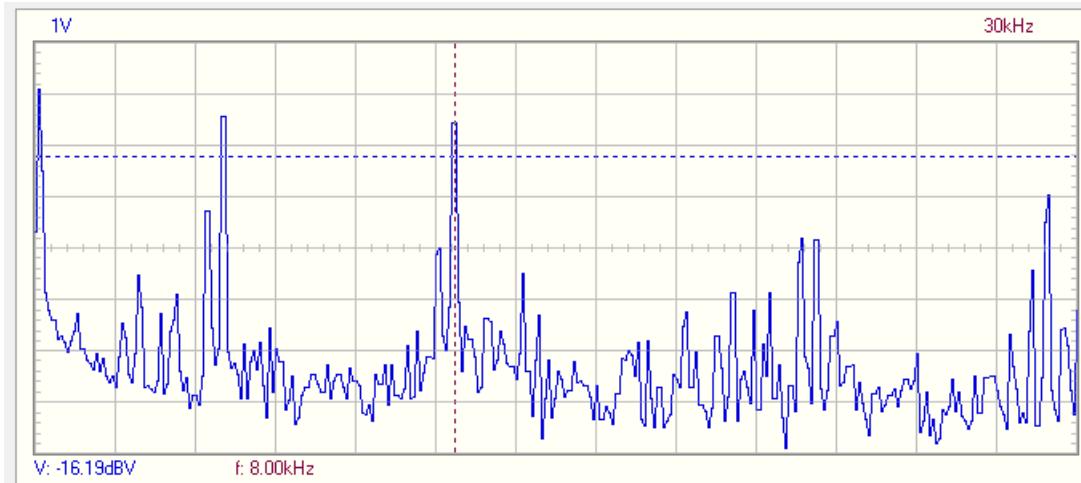


Abbildung 29: Eingangssignal am Spectrum Analyzer

Wir können sehen, dass das Signal hauptsächlich aus drei verschiedenen Sinussignalen unterschiedlicher Frequenz zusammengesetzt ist. Wir haben die Frequenzen der drei Hauptmaxima und deren grobe Amplitude (ohne Fehler) abgelesen. Die erhaltenen Werte stehen im Messprotokoll.

Mit dem Hochpassfilter haben wir folgende Bilder erhalten

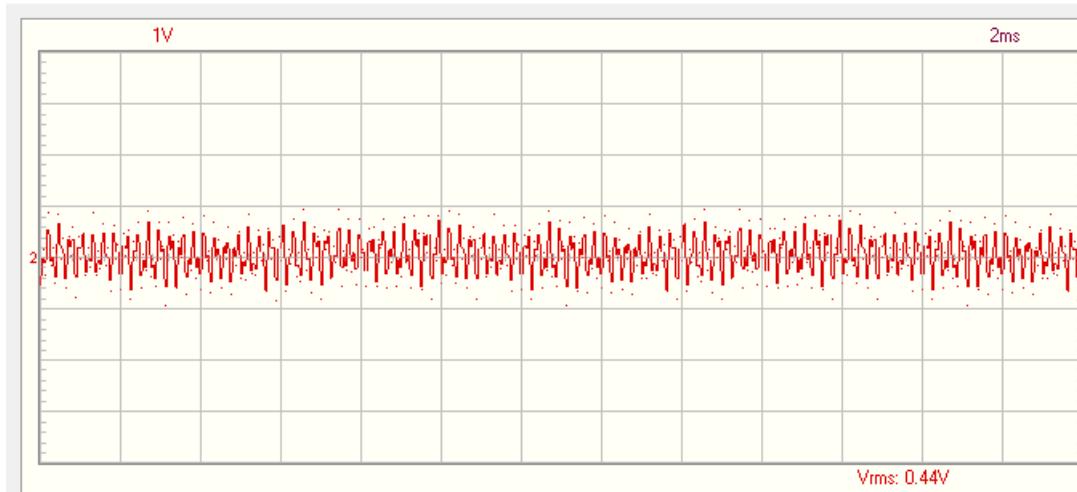


Abbildung 30: Signal mit Hochpass am Oszilloskop

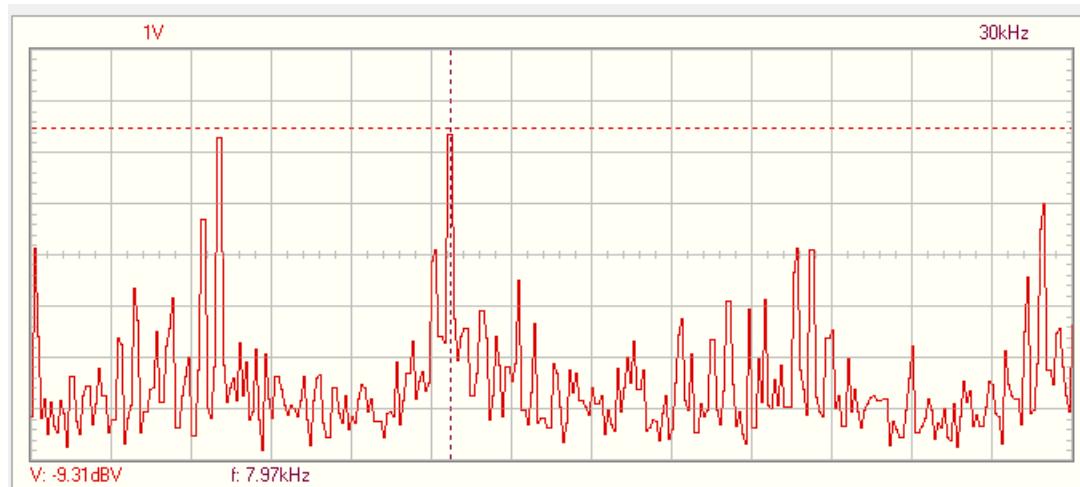


Abbildung 31: Signal mit Hochpass am Spectrum Analyzer

Wir konnten messen, dass die Amplitude des 100Hz-Signals wie erwartet stark abfällt, von -3,7dBV auf -31,81dBV, während die anderen Signale kaum abfallen. Am Oszilloskop sehen wir, dass die größte Schwingung nicht mehr vorhanden ist, sodass sich eine Gerade mit den Schwingungen großer Frequenzen bildet.

Beim Tiefpassfilter mit RC-Glied haben wir gesehen, dass sich das 8kHz Signal kaum verändert, da es zu nahe am 3,6kHz-Signal liegt, welches wir herausfiltern wollen. Als wir dann das LC-Glied als Tiefpass benutzt haben, haben wir folgende Bilder erhalten

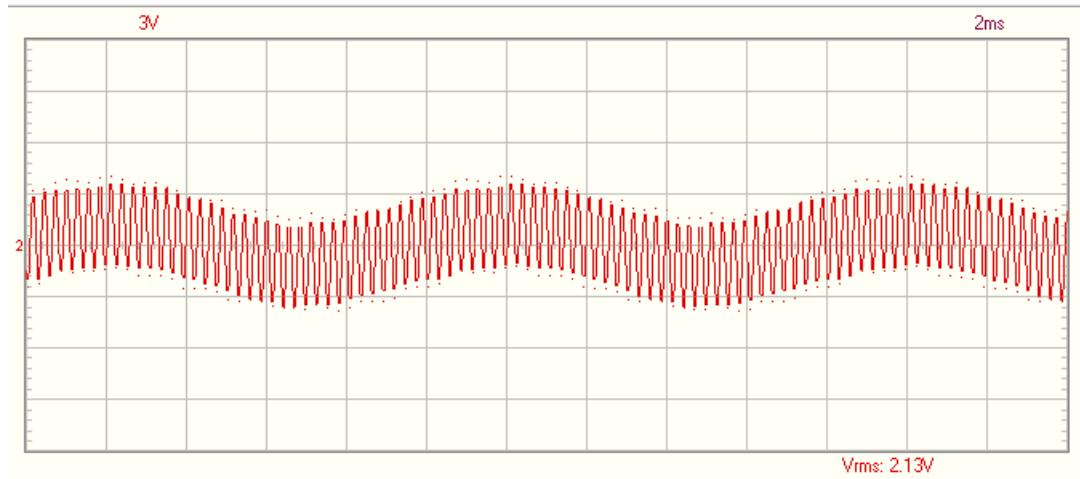


Abbildung 32: Signal mit Tiefpass am Oszilloskop

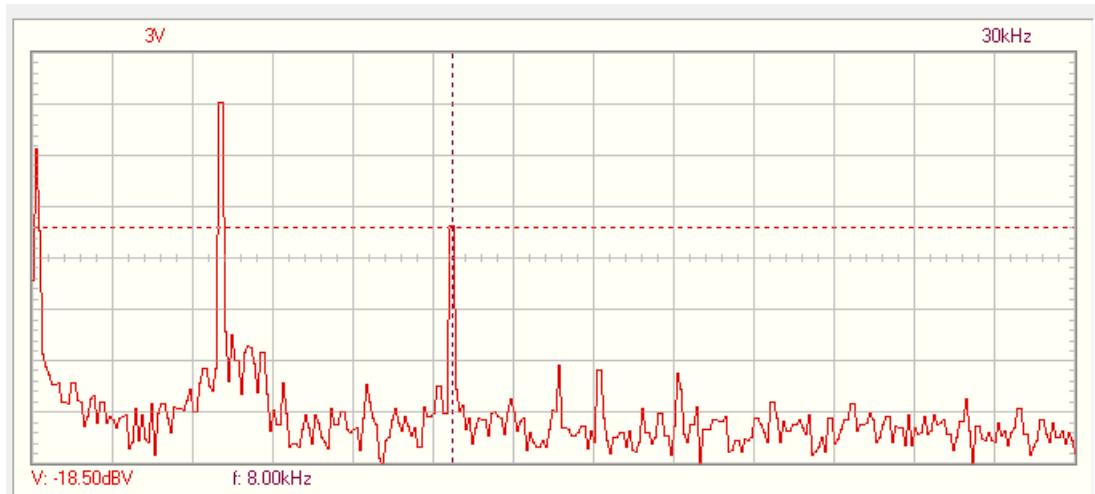


Abbildung 33: Signal mit Tiefpass am Spectrum Analyzer

Wir haben gemessen, dass das 100Hz-Signal wieder eine ähnliche Amplitude hat wie ohne Filter, während die Amplitude des 8kHz-Signals stark verringert wird. Die Amplitude des 3,6kHz-Signals erhöht sich deutlich, vermutlich da hier Resonanzüberhöhung stattfindet. Am Oszilloskop sehen wir wieder die Schwingung 100Hz mit großer Periodendauer, und nur noch eine Frequenz, die die "innere" Schwingung dominiert.

Danach haben wir einen Bandpassfilter mit $1\text{k}\Omega$ verwendet:

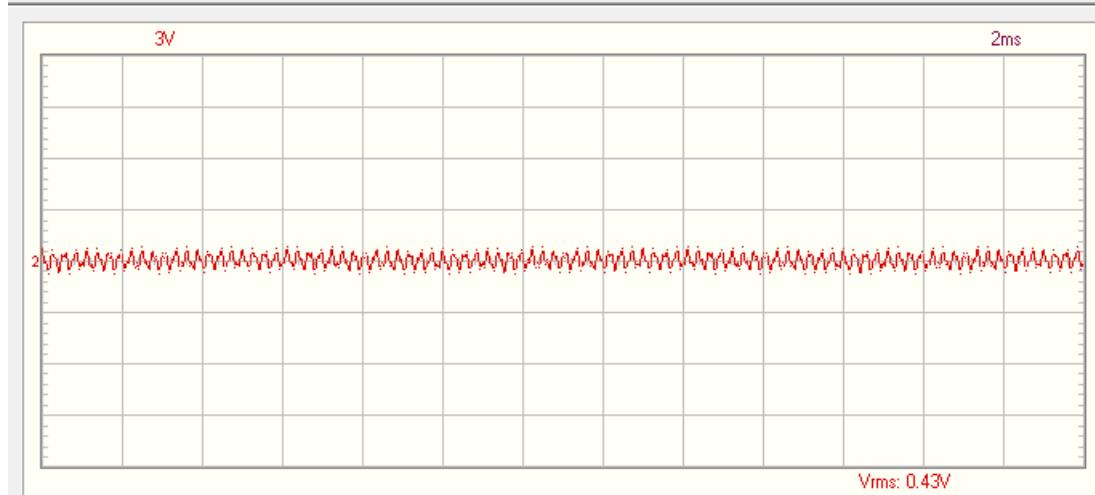
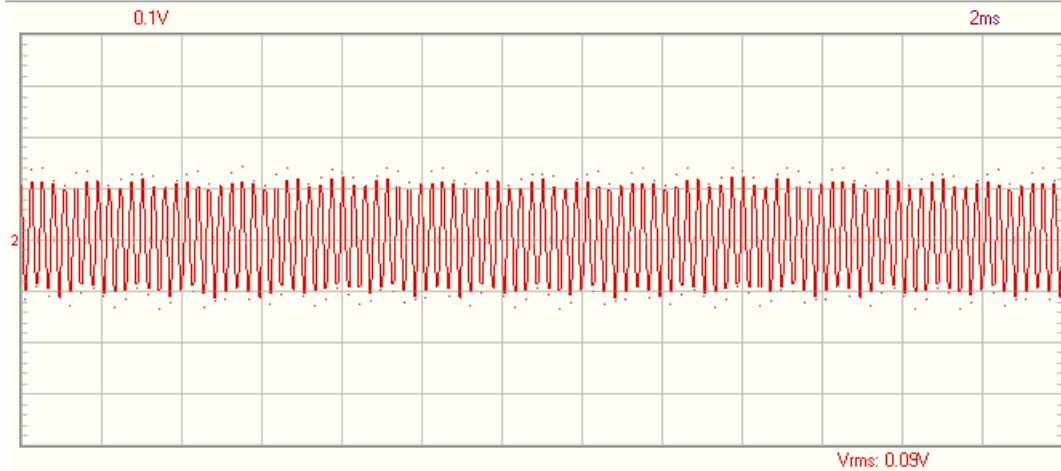
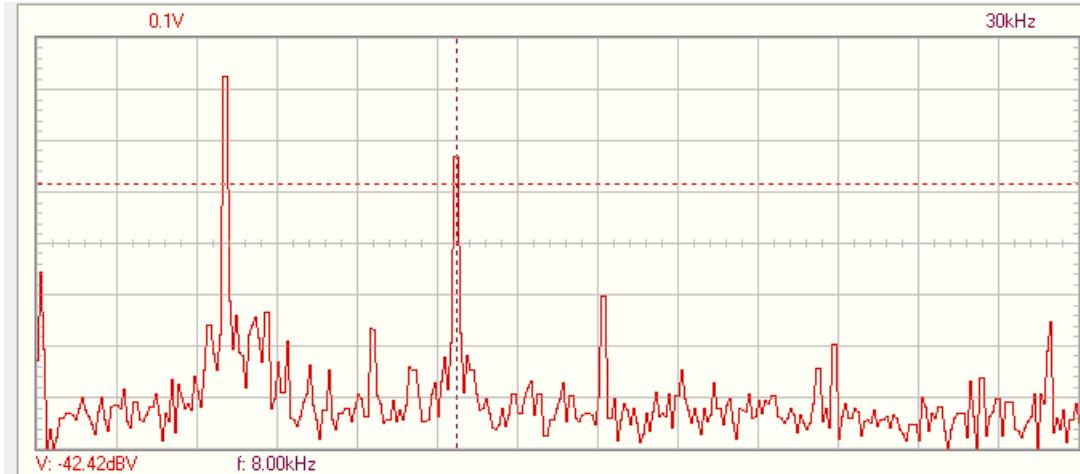
Abbildung 34: Signal mit Bandpass $1\text{k}\Omega$ am Oszilloskop

Abbildung 35: Signal mit Bandpass $1\text{k}\Omega$ am Spectrum Analyzer

Wir konnten messen, dass sowohl die Amplitude des 100Hz- als auch die Amplitude des 8kHz-Signals deutlich abfallen, während die Amplitude des 3,6kHz-Signals nur etwa um 1dBV kleiner wird. Wir sehen am Oszilloskop keine 100Hz-Schwingung mehr, jedoch sieht die innere Schwingung auch nicht sehr eindeutig aus, da die Amplitude der 8kHz-Schwingung nur um etwa 3dBV abgefallen ist, was deutlich weniger ist als beim LC-Tiefpass.

Zum Schluss haben wir einen 47Ω -Widerstand für den Bandpassfilter verwendet:

Abbildung 36: Signal mit Bandpass 47Ω am Oszilloskop

Abbildung 37: Signal mit Bandpass 47Ω am Spectrum Analyzer

Wir konnten messen, dass das 100Hz- und das 8kHz-Signal sehr deutlich schwächer werden, mit Amplituden -59,61dBV und -36,79dBV. Allerdings wird auch das 3,6kHz deutlich abgeschwächt auf -21,48kHz. Am Oszilloskop sehen wir hier das Signal am eindeutigsten.

Die Störsignale werden also beim Bandpassfilter mit 47Ω am besten abgeschwächt, aber auch das relevante 3,6kHz Signal wird hier gedämpft.

Wir vergleichen nun die Dämpfung des 100Hz-Signals beim RC-Glied/Hochpass mit unserer Messung aus Aufgabe 3. Dazu bestimmen wir die Dämpfung in diesem Versuchsteil:

$$d_1 = \frac{-3,7dBV}{-31,81dBV} = 0,116 \quad (3.23)$$

Da wir für die Amplituden keinen Fehler abgeschätzt haben, tun wir das hier auch nicht.

Für die Dämpfung im Versuchsteil 3 lesen wir aus Diagramm 19 die Spannung in der Gerade oben, sowie ganz am linken Rand ab und erhalten

$$d_2 = \frac{-4dBV}{-33dBV} = 0,121 \quad (3.24)$$

Wir sehen, dass die Dämpfungen sehr ähnlich sind.

4 Zusammenfassung und Diskussion

Die Ziele des Versuches waren es, das Verhalten von RC- und RCL-Gliedern im Wechselstromkreis zu untersuchen. Dabei haben wir mit einem RC-Glied als Hoch- oder Tiefpass sowie Differenziator/Integrator, einem Serienschwingkreis sowie einem Parallelschwingkreis als Bandpassfilter gearbeitet. Wir haben die Zeitkonstante eines RC-Glieds, sowie die Grenzfrequenz beim RC-Glied als Hoch- und Tiefpass bestimmt. Beim Serienschwingkreis haben wir die Induktivität der Spule aus der Resonanzfrequenz, sowie den Gesamtwiderstand aus der Breite der Resonanzkurve bestimmt. Außerdem haben wir das logarithmische Dekrement des Serienschwingkreises bestimmt. Beim Parallelschwingkreis haben wir die Resonanzfrequenzen bei Messung der Spannung über den Widerstand, die Spule, sowie den Kondensator bestimmt. Zum Schluss haben wir die Auswirkung verschiedener Filter auf ein gestörtes Signal analysiert.

Wir haben mit der Bestimmung der Zeitkonstante eines RC-Glieds begonnen. Dabei haben wir die Halbwertszeit für drei Verschiedene Kombinationen von Widerständen und Kapazitäten gemessen, und dann in der Auswertung die experimentelle Zeitkonstante aus der Halbwertszeit, sowie die theoretische Zeitkonstante aus Widerstand und Kapazität berechnet. Unser Ergebnis war die folgende Tabelle.

R [kΩ], ±5%	C [nF], ±10%	T _{1/2} [μs]	τ _{exp} [μs]	τ _{theo} [μs]	σ-Abweichung
1	470	360 ± 10	519 ± 14	470 ± 50	0,91
10	4,7	32,00 ± 0,10	46,17 ± 0,14	47 ± 5	0,16
1	47	32,00 ± 0,10	46,17 ± 0,14	47 ± 5	0,16

Tabelle 5: Bestimmung der Zeitkonstante

Dabei hatten wir keine signifikanten Abweichungen erhalten.

Im nächsten Versuchsteil haben wir das RC-Glied als Differentiator bzw. Integrator betrieben. Wir haben gesehen, dass ab einer gewissen Zeitkonstante $\tau > T$ das Ausgangssignal dem differenzierten/integrierten Eingangssignal entspricht. Entsprechend wurde das Sägezahnsignal integriert zum "Hügelsignal", und das Dreieckssignal wurde differentiiert zum Rechtecksignal.

Danach haben wir den Frequenz- und Phasengang eines RC-Gliedes gemessen. Dabei haben wir mit dem Circuit Analyzer die Amplitude in Abhängigkeit der Frequenz bestimmt, und wie erwartet einen Hochpassverlauf für das RC-Glied als Hochpass erhalten, sowie einen Tiefpassverlauf für den Tiefpass. Wir haben in beiden Diagrammen die Grenzfrequenz bestimmt. Durch Extrapolation haben wir uns überzeugt, dass der Schnittpunkt beider linearer Geraden, welcher in der Grenzfrequenz liegen sollte, auch wirklich bei der von uns gemessenen Grenzfrequenz liegt. Die theoretische Grenzfrequenz haben wir aus Widerstand und Kapazität berechnet, und folgendes Ergebnis erhalten

$$f_{g,\text{theo}} = \frac{1}{2\pi RC} = \frac{1}{2\pi\tau} \pm \frac{\Delta\tau}{2\pi\tau^2} = (3,4 \pm 0,4) \text{ kHz} \quad (4.1)$$

wodurch wir die Abweichungen zu den beiden experimentell bestimmten Werten von

$$\sigma_{f,Ph} = 0,08 \quad (4.2)$$

und

$$\sigma_{f,Ph,HP} = 0,55 \quad (4.3)$$

erhalten haben. Die Abweichungen waren also nicht signifikant. Wir haben zusätzlich für den Hochpass die Phase in Abhängigkeit der Frequenz gemessen. Diese haben wir dann in einem Diagramm aufgetragen und mithilfe eines Exponentialfits die Frequenz bestimmt, bei der die Phase 45° entspricht. Diese sollte genau der Grenzfrequenz entsprechen. Wir haben

$$f_{g,Ph} = (3,4 \pm 0,6)kHz \quad (4.4)$$

erhalten, was einer Abweichung zum theoretischen Wert von

$$\sigma_{f,Ph} = 0,08 \quad (4.5)$$

entspricht, und einer Abweichung zum experimentellen Wert beim Hochpass von

$$\sigma_{f,Ph,HP} = 0,55 \quad (4.6)$$

Die Abweichungen sind somit auch nicht signifikant.

Im nächsten Versuchsteil haben wir mit einem Serienschwingkreis gearbeitet, wobei wir für drei verschiedene Widerstände den Frequenzgang und die Resonanzfrequenz bestimmt haben. Wie erwartet haben wir dabei gesehen, dass die Breite der Resonanzkurve größer ist, je größer der Widerstand. Außerdem haben wir die Frequenzbreite, sowie die effektive Eingangs- und Ausgangsspannung gemessen.

Aus den drei Resonanzfrequenzen haben wir zunächst die Induktivität der Spule bestimmt. Außerdem haben wir den Gesamtwiderstand und den Verlustwiderstand aus der Frequenzbreite bestimmt. Die verschiedenen Ergebnisse sind in der folgenden Tabelle zusammengefasst:

R [Ω]	f_R [kHz]	C [nF]	L [H]	Mean L [H]	Δf [kHz]	R_{ges} [Ω]	R_v [Ω]
1000 ± 50	$4,02 \pm 0,08$	47 ± 5	$0,033 \pm 0,004$		$3,86 \pm 0,20$	810 ± 100	-190 ± 110
220 ± 11	$3,84 \pm 0,08$	47 ± 5	$0,037 \pm 0,004$	$0,036 \pm 0,004$	$1,38 \pm 0,20$	320 ± 60	100 ± 60
$47,0 \pm 2,4$	$3,75 \pm 0,08$	47 ± 5	$0,038 \pm 0,004$		$0,56 \pm 0,10$	135 ± 28	88 ± 29

Tabelle 6: Berechnung der Induktivität und des Gesamtwiderstandes aus der Resonanzfrequenz

Dabei haben wir für den Verlustwiderstand etwas dubiose Werte erhalten, wie einen negativen Verlustwiderstand im ersten Fall, was natürlich nicht sein kann. Die Fehler sind allerdings auch sehr groß, da bei der Berechnung fast alle Größen Fehlerbehaftet sind, und der Verlustwiderstand als eine Differenz von zwei Fehlerbehafteten Größen berechnet wird. Somit liegt der

Verlustwiderstand hier zwar im negativen, aber noch innerhalb des 3σ -Bereichs der Null, sodass dieses Ergebnis durchaus statistischen Ursprungs sein kann. Dennoch sind die Werte hier nicht sehr gut, was daran liegen könnte, dass wir die Frequenzbreite Δf nicht richtig bestimmt haben. Ich bin mir hier nicht mehr sicher, ob wir die Frequenz, welche um einen Faktor von $\frac{1}{\sqrt{2}}$ kleiner sein sollte, richtig abgelesen haben, da wir uns hier nicht ganz sicher waren. Die Werte des Verlustwiderstandes, welche wir gleich über die Kirchhoffschen Regeln bestimmen werden, ergeben auf jeden Fall deutlich mehr Sinn.

Wir haben dann den Verlustwiderstand noch aus Eingangs- und Ausgangsspannung gemäß den Kirchhoffschen Regeln bestimmt, und folgende Ergebnisse erhalten:

R [Ω]	$R_{v,1}$ [Ω]	U_E [V]	U_A [V]	$R_{v,2}$	σ
1000 ± 50	-190 ± 110	$0,91 \pm 0,03$	$0,89 \pm 0,03$	20 ± 50	1,80
220 ± 11	100 ± 60	$0,87 \pm 0,03$	$0,71 \pm 0,03$	50 ± 15	0,79
$47,0 \pm 2,4$	88 ± 29	$0,97 \pm 0,03$	$0,34 \pm 0,03$	87 ± 13	0,02

Tabelle 7: Berechnung des Verlustwiderstandes aus den Kirchhoffschen Regeln

Wir haben hier unsere Ergebnisse direkt mit den zuvor berechneten Verlustwiderständen verglichen. Die Abweichungen sind aufgrund der sehr großen Fehler nicht signifikant. Allerdings sehen die Werte bei dieser Methode wie schon erwähnt viel sinnvoller aus.

Anschließend haben wir das logarithmische Dekrement des RLC-Schwingkreises bestimmt, indem wir die Amplitude von 5 aufeinanderfolgenden Schwingungen gemessen haben. Unser Ergebnis war

$$\Lambda = 0,56 \pm 0,25 \quad (4.7)$$

Hier ist der Fehler des Wertes sehr groß, da unsere 4 Einzelwerte, von denen wir den Mittelwert gebildet haben, relativ weit voneinander lagen. Ein Grund dafür könnte sein, dass aus einem unerklärlichen Grund die Rechteckspannung in diesem Versuchsteil, sobald wir die Spannung über der Spule abgegriffen haben, kleine Unregelmäßigkeiten aufwies, in Form von wellenartigen Linien. Auch mit Hilfe der Tutorin konnten wir das Rechtecksignal nicht korrigieren. Möglicherweise hat dies die gemessenen Amplituden verfälscht.

Aus dem logarithmischen Dekrement und der Periodendauer haben wir dann den Gesamtwiderstand berechnet. Wir haben

$$R_{ges} = (170 \pm 80)\Omega \quad (4.8)$$

erhalten, was einer Abweichung vom im vorherigen Versuchsteil bestimmten Wert von

$$\sigma_{R_{ges}} = 0,42 \quad (4.9)$$

entspricht. Die Abweichung ist also nicht signifikant. Die Fehler sind hier auch sehr groß, weshalb dies nicht sehr überraschen ist, jedoch sind die Werte auch so relativ nah aneinander.

Im nächsten Versuchsteil haben wir die Frequenzgänge des RLC-Serienschwingkreises bei Ab-

griff über Widerstand, Spule und Kondensator gemessen und die erwarteten Bilder der Resonanzüberhöhung erhalten. Dabei haben wir die Resonanzfrequenzen notiert. Wir haben dann die theoretischen Resonanzfrequenzen aus Induktivität und Kapazität, sowie der Dämpfungskonstante berechnet, und folgende Ergebnisse erhalten:

$$\omega_R = (24,3 \pm 1,8) \frac{10^3}{s} \quad (4.10)$$

$$\omega_C = (23,9 \pm 1,9) \frac{10^3}{s} \quad (4.11)$$

$$\omega_L = (24,7 \pm 1,8) \frac{10^3}{s} \quad (4.12)$$

Diese Werte haben wir mit den experimentell bestimmten Werten verglichen, und dabei das folgende Ergebnis erhalten:

Versuchsteil & R/L/C	ω_{theo} [$\frac{10^3}{s}$]	f_{theo} [kHz]	f_{exp} [kHz]	σ
6, Widerstand	$24,3 \pm 1,8$	$3,87 \pm 0,29$	$4,07 \pm 0,03$	0,05
6, Kondensator	$23,9 \pm 1,9$	$3,8 \pm 0,3$	$3,98 \pm 0,03$	0,05
6, Spule	$24,7 \pm 1,8$	$3,93 \pm 0,29$	$4,21 \pm 0,03$	0,07
7, Widerstand	$24,3 \pm 1,8$	$3,87 \pm 0,29$	$4,11 \pm 0,03$	0,06

Tabelle 8: Vergleich der Resonanzfrequenzen mit den theoretischen Werten

Dabei haben wir direkt die Resonanzfrequenz des nächsten Versuchsteils mit verglichen, wo wir den Frequenzgang des Parallelschwingkreises analysiert haben. Alle Abweichungen waren nicht signifikant.

Im letzten quantitativen Versuchsteil haben wir die Auswirkungen verschiedener Filterschaltungen auf ein überlagertes Sinussignal untersucht, mit einem Hochpass, einem Tiefpass, und zwei verschiedenen Bandpässen. Wir haben dabei gesehen, dass der Hochpass die 100Hz-Schwingung gut herausfiltert. Beim Hochpass mit LC-Glied wird die 8kHz-Schwingung ebenfalls gut herausgefiltert. Beim Bandpassfilter mit großem Widerstand wird das 100Hz-Signal gut herausgefiltert, jedoch das 8kHz-Signal nicht sehr gut, mit nur einer kleinen Dämpfung. Bei dem Bandpassfilter mit kleinem Widerstand wurden beide Störsignale sehr gut gedämpft, allerdings auch das Haupt-3,6kHz-Signal wurde gedämpft.

Wir haben zum Schluss die Dämpfung des 100Hz-Signals verglichen mit der Dämpfung bei 100Hz des Hochpasses in Versuchsteil 3. Für die beiden Dämpfungen haben wir folgende Ergebnisse erhalten:

$$d_1 = \frac{-3,7dBV}{-31,81dBV} = 0,116 \quad (4.13)$$

$$d_2 = \frac{-4dBV}{-33dBV} = 0,121 \quad (4.14)$$

Dabei sollten wir für die Amplituden keinen Fehler abschätzen. Wie wir sehen konnten sind die Werte sehr ähnlich.

Am Ende des Versuches haben wir noch qualitativ einen AM-Empfänger aufgebaut. Wir konnten mit Demodulation und Verstärker dann tatsächlich ein gutes Signal von der Antenne empfangen.

Versuch 241 RLC Glieder - Auswertung

Felix Fleischle - 9.3.2022 und 11.3.2022

```
In [1]: import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
from scipy.optimize import curve_fit

#%matplotlib qt5
```

1. Bestimmung der Zeitkonstante

```
In [2]: C_1 = np.array([470, 4.7, 47]) * 10**(-9) #F
C_1_err = 0.1 * C_1

R_1 = np.array([1000, 10000, 1000]) #Ohm
R_1_err = 0.05 * R_1

f_1 = np.array([150, 500, 500]) #Hz

T_h_1 = np.array([360, 32, 32]) * 10**(-6) #s
T_h_1_err = np.array([10, 0.1, 0.1]) * 10**(-6) #s
```

```
In [3]: tau_1_exp = T_h_1 / np.log(2)
tau_1_exp_err = T_h_1_err / np.log(2)

print("Tau exp:", tau_1_exp * 10**6, "+-", tau_1_exp_err * 10**6, "[10^(-6)s]")

tau_1_theo = C_1 * R_1
tau_1_theo_err = np.sqrt((C_1_err * R_1)**2 + (C_1 * R_1_err)**2)
print("Tau theo:", tau_1_theo * 10**6, "+-", tau_1_theo_err * 10**6, "[10^(-6)s]")

sigma_tau_1 = np.abs((tau_1_exp - tau_1_theo) / (np.sqrt(tau_1_exp_err**2 + tau_1_theo_err**2)))
print("Abweichung:", sigma_tau_1)
```

Tau exp: [519.37021472 46.16624131 46.16624131] +- [14.42695041 0.1442695 0.1442695] [10^(-6)s]
Tau theo: [470. 47. 47.] +- [52.54759747 5.25475975 5.25475975] [10^(-6)s]

Abweichung: [0.90600714 0.15860756 0.15860756]

3. Frequenzgang und Phasengang des RC-Glieds

In [4]:

```
# Phase
f_3 = np.array([1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10]) * 10**3 #Hz
dt_3 = np.array([207, 81, 47, 28, 21, 13.6, 9.6, 9.0, 6.8, 5.0]) * 10**(-6) #s
dt_3_err = np.array([5, 3, 3, 3, 3, 1.0, 0.7, 0.6, 0.5, 0.5]) * 10**(-6) #s
phi_3 = 360 * f_3 * dt_3
phi_3_err = 360 * f_3 * dt_3_err
print("Phase:", phi_3, "+-", phi_3_err)

x_3 = np.linspace(0, 10000, 20000)
```

Phase: [74.52 58.32 50.76 40.32 37.8 29.376 24.192 25.92 22.032 18.] +- [1.8 2.16 3.24 4.32 5.4 2.16 1.764 1.728
1.62 1.8]

In [5]:

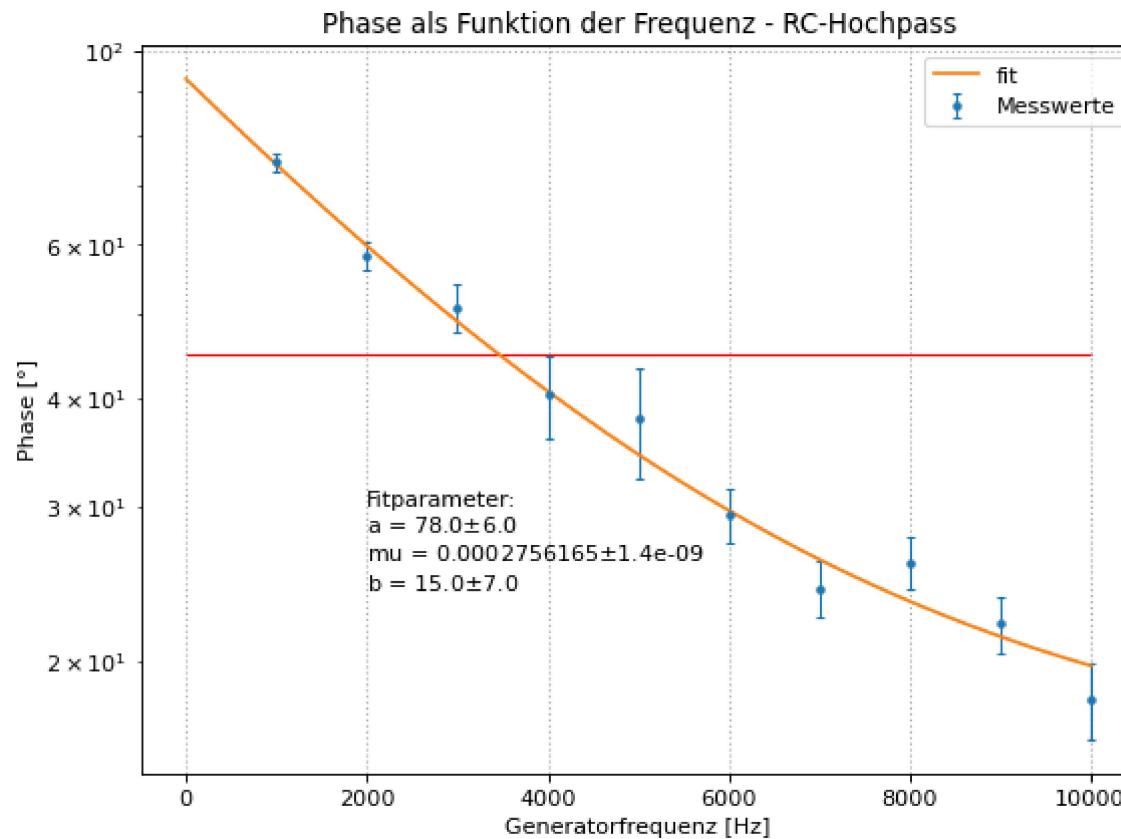
```
def expfunc(x,A,mu,b):
    return A*np.exp(-mu*x)+b

popt_3, pcov_3 = curve_fit(expfunc, f_3, phi_3, sigma=phi_3_err, p0=[75, 0.00024, 10])
```

In [6]:

```
plt.figure(figsize=(8, 6), dpi=80)
plt.errorbar(f_3,phi_3, yerr = phi_3_err, linestyle='None', marker = ".", label="Messwerte", capsize = 2, elinewidth=1)
plt.plot(x_3, expfunc(x_3, *popt_3), label="fit")
plt.hlines(45,0,10000, color="red", linewidth=1)
plt.xlabel('Generatorfrequenz [Hz]')
plt.ylabel('Phase [°]')
plt.title('Phase als Funktion der Frequenz - RC-Hochpass')
plt.yscale('log')
plt.legend()
plt.grid(linestyle=":", linewidth=1)
plt.text(2000, 30, 'Fitparameter:')
plt.text(2000, 28, 'a = ' + str(np.round(popt_3[0],0)) + '\u00b1' + str(np.round(pcov_3[0,0],0)))
plt.text(2000, 26, 'mu = ' + str(np.round(popt_3[1],10)) + '\u00b1' + str(np.round(pcov_3[1,1],10)))
plt.text(2000, 24, 'b = ' + str(np.round(popt_3[2],0)) + '\u00b1' + str(np.round(pcov_3[2,2],0)))
```

Out[6]: Text(2000, 24, 'b = 15.0\u00b17.0')



```
In [7]: f_45 = -(np.log((45-popt_3[2])/popt_3[0]) / popt_3[1])

A_3 = popt_3[0]
A_3_err = np.sqrt(pcov_3[0,0])
mu_3 = popt_3[1]
mu_3_err = np.sqrt(pcov_3[1,1])
b_3 = popt_3[2]
b_3_err = np.sqrt(pcov_3[2,2])

f_45_err = np.sqrt( ( np.log((45-b_3)/A_3) * mu_3_err/(mu_3)**2 )**2 + ( b_3_err/(mu_3*(45-b_3)) )**2 + ( A_3_err/(mu_3*A_3) )**2 )
print("Grenzfrequenz:", f_45, "+-", f_45_err, "[Hz]")

#Theoretische Grenzfrequenz
f_g_theo = 1/(2*np.pi*tau_1_theo[2])
f_g_theo_err = tau_1_theo_err[2]/(2*np.pi*(tau_1_theo[2])**2)
print("Theoretische Grenzfrequenz:", f_g_theo, "+-", f_g_theo_err, "[Hz]")
```

```

sigma_hp_phase = (f_45 - f_g_theo)/np.sqrt(f_45_err**2 + f_g_theo_err**2)
print("Abweichung von durch Phase bestimmter Grenzfrequenz:", sigma_hp_phase)

# Vergleich der Werte die durch Gerade im Diagramm bestimmt wurden:
f_g_hp = 3.12*10**3
f_g_hp_err = 0.08*10**3
f_g_tp = 3.08*10**3
f_g_tp_err = 0.08*10**3

sigma_hp_phaseexp = np.abs((f_45 - f_g_hp)/np.sqrt(f_45_err**2 + f_g_hp_err**2))
print("Abweichung von durch Phase bestimmter Grenzfrequenz zu experimentellem Wert:", sigma_hp_phaseexp)

sigma_hp_theo = np.abs((f_g_hp - f_g_theo)/np.sqrt(f_g_hp_err**2 + f_g_theo_err**2))
print("Abweichung Hochpass exp und theo:", sigma_hp_theo)

sigma_tp_theo = np.abs((f_g_tp - f_g_theo)/np.sqrt(f_g_tp_err**2 + f_g_theo_err**2))
print("Abweichung Tiefpass exp und theo:", sigma_tp_theo)

```

Grenzfrequenz: 3444.499785024824 +- 585.9823614628776 [Hz]
 Theoretische Grenzfrequenz: 3386.275384933943 +- 378.5970975623282 [Hz]
 Abweichung von durch Phase bestimmter Grenzfrequenz: 0.08345827449688839
 Abweichung von durch Phase bestimmter Grenzfrequenz zu experimentellem Wert: 0.5486808808729521
 Abweichung Hochpass exp und theo: 0.6881264512699041
 Abweichung Tiefpass exp und theo: 0.7914970953781628

Frequenzgang eines Serienschwingkreises

In [8]:

```

# Induktivität der Spule
R_4 = np.array([1000, 220, 47])
R_4_err = 0.05 * R_4

f_R_4 = np.array([4.02, 3.84, 3.75]) * 10**(3) #Hz
f_R_4_err = np.array([0.08, 0.08, 0.08]) * 10**(3) #Hz

df_4 = np.array([3.86, 1.38, 0.56]) * 10**(3) #Hz
df_4_err = np.array([0.20, 0.20, 0.10]) * 10**(3) #Hz

U_in_4 = np.array([0.91, 0.87, 0.97]) #V
U_in_4_err = np.array([0.03, 0.03, 0.03]) #V

U_out_4 = np.array([0.89, 0.71, 0.34])
U_out_4_err = np.array([0.03, 0.03, 0.03]) #V

```

```
C_4 = 47*10**(-9) #F
C_4_err = 0.1 * C_4
```

In [9]:

```
L_4 = 1/(f_R_4**2 *4*np.pi**2 * C_4)
L_4_err = np.sqrt( (2*f_R_4_err/(f_R_4**3 *4*np.pi**2 *C_4))**2 + (C_4_err/(f_R_4**2 *4*np.pi**2 *(C_4**2)))**2 )
print("Induktivität L1:", L_4, "+-", L_4_err, "[H]")

L_4_mean = np.mean(L_4)
L_4_err_mean = np.mean(L_4_err)
L_4_mean_err = np.sqrt( (L_4_err_mean)**2 + (np.std(L_4)/np.sqrt(3))**2 )
print("L1 Mittelwert:", L_4_mean, "+-", L_4_mean_err, "[H]")
```

Induktivität L1: [0.03334957 0.03654938 0.0383248] +- [0.0035894 0.00395952 0.00416674] [H]
 L1 Mittelwert: 0.03607458246459152 +- 0.004082091302359131 [H]

In [10]:

```
# Gesamtwiderstand
R_ges_4 = L_4 * 2 * np.pi * df_4
R_ges_4_err = np.sqrt( (L_4_err * 2* np.pi * df_4)**2 + (L_4 * 2 * np.pi * df_4_err)**2 )
print("Gesamtwiderstand:", R_ges_4, "+-", R_ges_4_err, "[Ohm]")

R_v_4 = R_ges_4 - R_4
R_v_4_err = np.sqrt(R_ges_4_err**2 + R_4_err**2)
print("Verlustwiderstand:", R_v_4, "+-", R_v_4_err, "[Ohm']")
```

Gesamtwiderstand: [808.83041174 316.91216574 134.84901088] +- [96.61632479 57.34280386 28.19221663] [Ohm]
 Verlustwiderstand: [-191.16958826 96.91216574 87.84901088] +- [108.7874727 58.38833063 28.28999078] [Ohm']

In [11]:

```
# Berechnung Verlustwiderstand aus Kirchhoff
R_v_K = (R_4 * U_in_4 / U_out_4) - R_4
R_v_K_err = np.sqrt( (R_4_err * U_in_4 / U_out_4 - R_4_err)**2 + (R_4 * U_in_4_err / U_out_4)**2 + (R_4 * U_in_4 * U_out_4_err / (
print("Verlustwiderstand Kirchhoff:", R_v_K, "+-", R_v_K_err, "[Ohm]")

sigma_R_v = np.abs((R_v_K - R_v_4)/np.sqrt(R_v_K_err**2 + R_v_4_err**2) )
print("Abweichung:", sigma_R_v)
```

Verlustwiderstand Kirchhoff: [22.47191011 49.57746479 87.08823529] +- [48.22180696 14.90979347 13.27173728] [Ohm]
 Abweichung: [1.7953665 0.78548278 0.02434606]

Bestimmung der Dämpfungskonstanten eines freien, gedämpften Schwingkreises

In [12]:

```
f_5 = 150 #Hz

A_5 = np.array([4.13, 2.72, 1.66, 0.91, 0.44])
A_5_err = np.array([0.10, 0.10, 0.05, 0.05, 0.05])

T_5 = 0.25 * 10**(-3) #s
T_5_err = 0.04 * 10**(-3)

A_5_rel = np.array([])
A_5_rel_err = np.array([])

for i in range(4):
    A_5_rel = np.append(A_5_rel, (A_5[i]/A_5[(i+1)]))
    A_5_rel_err = np.append(A_5_rel_err, np.sqrt((A_5_err[i]/A_5[i+1])**2 + (A_5_err[i+1]*A_5[i]/(A_5[i+1]**2))**2) )
print("Brüche:", A_5_rel, "+-", A_5_rel_err)

Lambda = np.log(A_5_rel)
Lambda_err = A_5_rel_err/A_5_rel
print("Log Dekrement:", Lambda, "+-", Lambda_err)

Lambda_mean = np.mean(Lambda)
Lambda_err_mean = np.mean(Lambda_err)
Lambda_mean_err = np.sqrt(Lambda_err_mean**2 + np.std(Lambda)/np.sqrt(4))
print("Mittelwert Lambda:", Lambda_mean, "+-", Lambda_mean_err)
```

Brüche: [1.51838235 1.63855422 1.82417582 2.06818182] +- [0.06684189 0.0778768 0.11430179 0.26105159]
 Log Dekrement: [0.41764553 0.49381428 0.60112828 0.72666987] +- [0.04402177 0.04752775 0.06265942 0.12622275]
 Mittelwert Lambda: 0.5598144897606929 +- 0.251141425036483

In [13]:

```
#L_5 = 1/(f_R_5**2 *4*np.pi**2 * C_5)
#L_5_err = np.sqrt( (2*f_R_5_err/(f_R_5**3 *4*np.pi**2 *C_5))**2 + (C_5_err/(f_R_5**2 *4*np.pi**2 *(C_5**2)))**2 )
#print("Induktivität L1:", L_5, "+-", L_5_err, "[H]")
```

In [14]:

```
# Gesamtwiderstand:
R_ges_5 = 2 * Lambda_mean * L_4[2] / T_5
R_ges_5_err = np.sqrt((Lambda_mean_err / Lambda_mean)**2 + (L_4_err[2]/L_4[2])**2 + (T_5_err / T_5)**2 ) * R_ges_5

print("Gesamtwiderstand:", R_ges_5, "+-", R_ges_5_err, "[Ohm]")

sigma_R_ges_45 = np.abs((R_ges_5 - R_ges_4[2])/np.sqrt(R_ges_4_err[2]**2 + R_ges_5_err**2))
print("Abweichung:", sigma_R_ges_45)
```

```
#delta_5 = R_ges_5 / (2*L_4[2])
#delta_5_err = np.sqrt((R_ges_5_err / R_ges_5)**2 + (L_4_err[2]/L_4[2])**2) * delta_5
#print("Dämpfungskonstante:", delta_5, "+-", delta_5_err, "[Hz]")
```

Gesamtwiderstand: 171.63821608755677 +- 83.8529997723032 [Ohm]
Abweichung: 0.41585982792189835

Resonanzüberhöhung und Bandsperre

In [15]:

```
f_R_67 = np.array([4.07, 3.98, 4.21, 4.11]) * 10**(3) #Hz
f_R_67_err = np.array([0.03, 0.03, 0.03, 0.03]) * 10**3

C_67 = 47 * 10**(-9)
C_67_err = 0.1 * C_67

L_67 = L_4_mean
L_67_err = L_4_mean_err

R_67 = np.array([220, 220, 220, 1000])
R_67_err = 0.05 * R_67

omega_R_67_theo = 1/(np.sqrt(L_67*C_67))
omega_R_67_theo_err = np.sqrt( (L_67_err * C_67/(2*(np.sqrt(L_67*C_67))**3))**2 + (L_67 * C_67_err/(2*(np.sqrt(L_67*C_67))**3))**2 )
print("Resonanzkreisfrequenz Widerstand:", omega_R_67_theo, "+-", omega_R_67_theo_err, "[1/s]")

delta_6 = R_67[0]/(2*L_67)
delta_6_err = np.sqrt((R_67_err[0]/R_67[0])**2 + (L_67_err / L_67)**2)*delta_6
print("Dämpfungskonstante Teil 6:", delta_6, "+-", delta_6_err, "[Hz]")

omega_C_67_theo = np.sqrt(omega_R_67_theo**2 - 2*delta_6**2)
omega_C_67_theo_err = np.sqrt(((omega_R_67_theo_err * omega_R_67_theo)/np.sqrt(omega_R_67_theo**2 - 2*delta_6**2))**2 + ((2*delta_
print("Resonanzkreisfrequenz Kondensator:", omega_C_67_theo, "+-", omega_C_67_theo_err, "[1/s]")

omega_L_67_theo = np.sqrt(omega_R_67_theo**2 + 2*delta_6**2)
omega_L_67_theo_err = np.sqrt(((omega_R_67_theo_err * omega_R_67_theo)/np.sqrt(omega_R_67_theo**2 + 2*delta_6**2))**2 + ((2*delta_
print("Resonanzkreisfrequenz Kondensator:", omega_L_67_theo, "+-", omega_L_67_theo_err, "[1/s]")

f_R_67_theo = 1/(2*np.pi) * np.array([omega_R_67_theo, omega_C_67_theo, omega_L_67_theo, omega_R_67_theo])
f_R_67_theo_err = 1/(2*np.pi) * np.array([omega_R_67_theo_err, omega_C_67_theo_err, omega_L_67_theo_err, omega_R_67_theo_err])
print("Theoretische Resonanzfrequenzen:", f_R_67_theo, "+-", f_R_67_theo_err, "[Hz]")

sigma_f_67 = np.abs((f_R_67 - f_R_67_theo)/np.sqrt(f_R_67_err**2 + f_R_67_theo_err**2))
print("Abweichungen:", sigma_f_67)
```

```
Resonanzkreisfrequenz Widerstand: 24285.688175725354 +- 1833.7103906168916 [1/s]
Dämpfungskonstante Teil 6: 3049.238341371488 +- 377.2254793676007 [Hz]
Resonanzkreisfrequenz Kondensator: 23899.76864414353 +- 1865.8046426534536 [1/s]
Resonanzkreisfrequenz Kondensator: 24665.570317621812 +- 1807.8762712706616 [1/s]
Theoretische Resonanzfrequenzen: [3865.18731956 3803.76631847 3925.64744023 3865.18731956] +- [291.84407287 296.95203172 287.73244
507 291.84407287] [Hz]
Abweichungen: [0.05298747 0.04632992 0.07243245 0.06333595]
```

Signalformung

In [16]:

```
#Dämpfung in diesem Aufgabenteil:
dBV1 = -3.7
dBV2 = -31.81

dBVd = dBV1 / dBV2
print("Dämpfung hier:", dBVd)
```

Dämpfung hier: 0.11631562401760454

In [17]:

```
dBV3 = -4
dBV4 = -33
dBVd2 = dBV3 / dBV4
print("Dämpfung in Teil 3:", dBVd2)
```

Dämpfung in Teil 3: 0.121212121212122

In []: