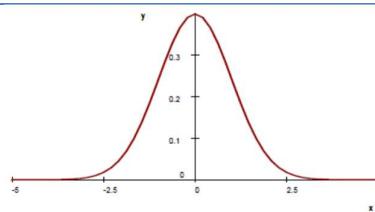


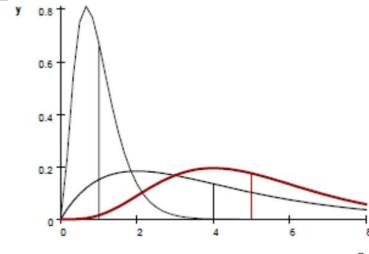
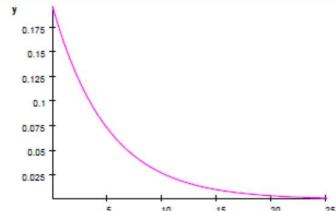
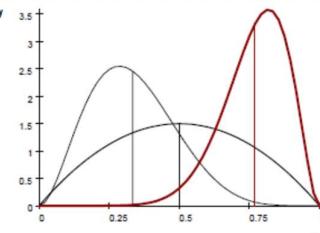
Funciones de probabilidad puntual o de densidad, esperanzas y varianzas de las variables aleatorias más frecuentes.

## Distribuciones discretas

|   |  |                       |  |
|---|--|-----------------------|--|
| Distribución Binomial $Bi(n, p)$  | $f(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$<br>$x = 0, 1, \dots, n; 0 < p < 1$   | $E(X) = np$           | $Var(X) = np(1-p)$                       |
| Un caso particular de la distribución binomial es cuando $n = 1$ . Esta distribución suele denominarse <i>Bernoulli</i> de parámetro $p$ , $Be(p) = Bi(1, p)$ . |  |                       |  |
| Distribución Geométrica $Ge(p)$   | $f(x) = p(1-p)^{x-1}$<br>$x = 1, 2, \dots$ y $0 < p < 1$   | $E(X) = \frac{1}{p}$  | $Var(X) = \frac{1-p}{p^2}$               |
| Distribución Binomial Negativa $Bi^*(k, p)$   | $f(x) = \binom{x-1}{k-1} p^k (1-p)^{x-k}$<br>$x = k, k+1, k+2, \dots$ y $0 < p < 1$  | $E(X) = \frac{k}{p}$  | $Var(X) = \frac{k(1-p)}{p^2}$            |
| La distribución geométrica es un caso particular de la distribución binomial negativa en la cual $k = 1$ , $Bi^*(1, p) = Ge(p)$ .                               |  |                       |  |
| Distribución Hipergeométrica $H(N, k, n)$   | $f(x) = \frac{\binom{k}{x} \binom{N-k}{n-x}}{\binom{N}{n}}$<br>$x \in \mathbb{Z}; \max\{k+n-N, 0\} \leq x \leq \min\{k, n\}$ | $E(X) = \frac{nk}{N}$ | $Var(X) = \frac{nk(N-k)(N-n)}{N^2(N-1)}$ |
| $N$ : total poblacional; $k$ : cantidad de “éxitos” en la población; $n$ : tamaño muestral.   |  |                       |  |
| Distribución Poisson $P(\lambda t)$   | $f(x) = \frac{e^{-\lambda t} (\lambda t)^x}{x!}$<br>$x = 0, 1, 2, \dots; \lambda t > 0$                                      | $E(X) = \lambda t$    | $Var(X) = \lambda t$                     |

## Distribuciones continuas

|   |  |   |                                   |
|---|--|---|-----------------------------------|
| Distribución Normal $N(\mu; \sigma)$  | $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$<br>con $\sigma > 0$                                | $E(X) = \mu$  | $Var(X) = \sigma^2$               |
| La distribución normal estándar corresponde a la elección de parámetros $\mu = 0$ y $\sigma = 1$ : $N(0, 1)$ .  |  | <br>Densidad de la normal estándar |                                   |
| Distribución Gamma $\Gamma(\alpha, \beta)$  | $f(x) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\beta x} I_{(0;+\infty)}(x)$<br>con $\alpha > 0, \beta > 0$ | $E(X) = \frac{\alpha}{\beta}$   | $Var(X) = \frac{\alpha}{\beta^2}$ |
| El símbolo $\Gamma(\alpha)$ representa la función <i>gamma</i> definida por $\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty x^{\alpha-1} e^{-x} dx$ , siendo $\alpha > 0$ y satisface las siguientes propiedades: i) $\Gamma(1) = 1$ ; ii) $\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1)$ , iii) $\Gamma(n) = (n - 1)!$ con $n = 1, 2, 3, \dots$ ; iv) $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$ . |  |   |                                   |

|   |   |   |
|---|---|---|
|   | <p>El signo de la covarianza indica la relación directa (+) o inversa (-) entre X e Y. Si son estadísticamente independientes, la covarianza dará 0. Lo opuesto no es necesariamente cierto, es decir si la Covarianza da 0 no necesariamente son estadísticamente independientes. La covarianza sólo describe la relación lineal entre dos variables aleatorias, por consiguiente, si una covarianza entre X e Y es cero pero X e Y no tienen una relación lineal, no significa que son independientes. Serán independientes en el caso que la fdp o fdpc sean de carácter lineal.</p> |  <p>Densidad <i>Gamma</i></p>  |
| Distribución Exponencial $Exp(\lambda)$                                     | $f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \text{ si } x \geq 0$ <p style="text-align: center;">con <math>\lambda &gt; 0</math></p>   | $E(X) = \frac{1}{\lambda}$  |
|   | <p>La distribución exponencial es un caso particular de la distribución <i>gamma</i> en la cual <math>\alpha = 1</math>, <math>Exp(\lambda) = \Gamma(\alpha, \beta)</math>.</p>   | $Var(X) = \frac{1}{\lambda^2}$  <p>Densidad Exponencial con <math>\lambda = 1/5</math></p> |
| Distribución Beta $\beta(a, b)$   | $f(x) = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} x^{a-1} (1-x)^{b-1} I_{(0,1)}(x)$ <p style="text-align: center;">con <math>a &gt; 0, b &gt; 0</math></p>   | $E(X) = \frac{a}{a+b}$  |
|   | <p>Habíamos visto que si X e Y son variables aleatorias conjuntas con función de distribución de probabilidad <math>f_{xy}(x,y)</math> y si es posible que <math>f_{xy}(x,y)</math> puede factorizarse como un producto de las funciones de distribución de probabilidad marginales <math>g(x)</math> y <math>h(y)</math>, entonces se dice que X e Y son variables aleatorias independientes <math>f_{xy}(x,y) = g(x).h(y)</math>.</p>   | $Var(X) = \frac{a+b}{(a+b)^2(a+b+1)}$  <p>Densidad <i>Beta</i></p>                        |
| Distribución Uniforme $U[a, b]$   | $f(x) = \frac{1}{b-a} \text{ con } a \leq x \leq b$   | $E(X) = \frac{a+b}{2}$  |
|   | <p>La distribución uniforme en el intervalo (0,1) es un caso particular de la distribución Beta: <math>U(0,1) = \beta(1,1)</math></p>   | $Var(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$   |
| Distribución T de Student con $n$ grados de libertad $t_n$                  | $f(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)\sqrt{\pi n}} \left(1 + \frac{x^2}{n}\right)^{-\frac{n+1}{2}}$  | $E(X) = 0$ <p style="text-align: center;"><math>n \geq 2</math></p>   |
| Distribución Chi cuadrado con $n$ grados de libertad $\chi_n^2 = \chi^2(n)$ | <p>La distribución Chi cuadrado con <math>n</math> grados de libertad es un caso particular de la distribución gamma: <math>\chi_n^2 = \Gamma\left(\frac{n}{2}; \frac{1}{2}\right)</math>, siendo <math>n \in \mathbb{N}</math>.</p>  | $E(X) = n$  |
| Distribución F de Snedecor con $n$ y $m$ grados de libertad $F_{n,m}$       | $f(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{m+n}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{m}{2}\right)\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \left(\frac{n}{m}\right)^{\frac{n}{2}} x^{\frac{n-1}{2}} \left(1 + \frac{n}{m}x\right)^{-\frac{n+m}{2}} I_{0;\infty}(x)$  | $Var(X) = 2n$   |