Esperanza, varianza y covarianza de variables aleatorias

(1) Sea X el número de imperfecciones que se encuentran por 10 metros de una tela sintética, cuya distribución de probabilidades está dada por:

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	0.41	0.37	0.16	0.05	0.01

Encuentre el número esperado de imperfecciones por rollo de tela, y la varianza y la desviación estándar de X.

(2) La ganancia de un distribuidor, en unidades de \$5000, por la venta de un automóvil nuevo es una variable aleatoria X que tiene la función de densidad:

$$f(x) = 2(1-x); 0 \leq x \leq 1$$

Encuentre la media y la varianza de la ganancia del distribuidor.

(3) Al invertir en unas acciones particulares, en un año un individuo puede obtener una ganancia de \$4000 cuya probabilidad es 0,3, o tener una pérdida de \$1000 con probabilidad de 0,7. ¿Cuál es la ganancia esperada por esta persona? ¿Cuál es el desvío estándar?

(4) Sea X una variable aleatoria con la siguiente distribución de probabilidad:

x	-3	6	9
$f(x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$

Encuentre $\mathrm{E}[\mathrm{g}(\mathrm{X})]$ siendo $\mathrm{g}(\mathrm{X}) = (2\mathrm{X}+1)^2$ resolviendo de dos maneras diferentes.

(5) Una empresa que fabrica un determinado producto sabe que existe, por falla en la producción, una probabilidad de 0.05 de que un artículo resulte defectuoso. En caso de que el artículo resulte bueno, la empresa gana \$10 y caso contrario gana \$7 pues debe ser reciclado. a) ¿Cuál es la ganancia promedio que la empresa espera obtener por unidad vendida? b) Si en un año vendió 100.000 artículos ¿qué ganancia espera obtener?

(6) Considere una variable aleatoria X que representa el tiempo de espera en línea para hacer una denuncia al 911, cuya función de densidad es: $f(y) = \frac{1}{5}; \quad 0 \leq x \leq 5$, Encuentre μ y σ^2.

(7) En los negocios es importante planear y llevar a cabo la investigación para anticipar lo que ocurrirá al final del año. La investigación sugiere que el espectro de utilidades (ganancias) –en dólares–, con sus respectivas probabilidades es la siguiente, encuentre la utilidad esperada y la desviación estándar de las utilidades.

Utilidades	Probabilidad
−\$15,000	0.05
\$0	0.15
\$15,000	0.15
\$25,000	0.30
\$40,000	0.15
\$50,000	0.10
\$100,000	0.05
\$150,000	0.03
\$200,000	0.02

(8) Sea X una variable aleatoria con media 4 y varianza 25, calcule aplicando propiedades: a) $E(10+X)$; b) $E\left(-\frac{1}{2}X\right)$; c) V(10+X); d)V$\left(-\frac{1}{2}X\right)$.

(9) Suponga que un distribuidor de joyería antigua se interesa en comprar un collar de oro, para el cual las probabilidades son 0,22; 0,36; 0,28 y 0,14, respectivamente, de que pueda venderlo con una ganancia de \$250, venderlo con una ganancia de \$150, venderlo al costo o venderlo con una pérdida de \$150. ¿Cuál es la ganancia esperada? Obtenga el desvío estándar de la ganancia.

(10) Una moneda está cargada de manera que la probabilidad de ocurrrencia de una cara es tres veces mayor que la de una cruz. Encuentre el número esperado de cruces cuando se lanza dos veces esta moneda.

(11) Un autoservicio de comestibles tiene sucursales en las ciudades de Paraná y Santa Fe. Estos dos lugares tienen una línea de cajas con dos cajas registradoras cada uno y empleados que atienden cuando los clientes pagan. Sean X e Y los números de cajeros que operan simultáneamente durante un momento del día específico en los autoservicios de Paraná y Santa Fe, respectivamente. La función de probabilidad conjunta viene dada por:

	y		
x	**0**	**1**	**2**
0	0.12	0.04	0.04
1	0.08	0.19	0.05
2	0.06	0.12	0.30

a) Determine el número promedio de cajas que operan en simultáneo en Paraná y su variancia. b) Encuentre la covarianza de las variables aleatorias. c) Determine el coeficiente de correlación entre las variables.

(12) Suponga que X e Y son variables aleatorias independientes que tienen la siguiente función de distribución de probabilidad conjunta:

		x	
$f(x,y)$		2	4
	1	0.10	0.15
y	3	0.20	0.30
	5	0.10	0.15

Utilizando propiedades calcule:
a) $E(2X-3Y)$; b) $E(XY)$. c) el coeficiente de correlación entre las variables.

(13) Encuentre la covarianza y el coeficiente de correlación de las variables aleatorias X e Y, cuya función de densidad de probabilidad conjunta es

$$f(x,y) = x + y; \quad 0 < x < 1; \quad 0 < y < 1.$$

(14) Si X e Y son dos variables aleatorias independientes con variancias $\sigma_X^2 = 5$ y $\sigma_Y^2 = 3$, encuentre la variancia de la variable aleatoria $Z = -2X + 4Y - 3$.

(15) Repita el inciso anterior si X e Y no son independientes y $\sigma_{XY} = 1$

(16) Si una variable aleatoria X se define de manera que

$$E[(X-1)^2] = 10, \quad E[(X-2)^2] = 6,$$

Encuentre μ y σ^2.