

# Licenciatura en Sistemas de Información - FCyT - UADER

Matemática Discreta - Examen Final 27/11/2024

RECUERDE QUE DEBE JUSTIFICAR TODAS SUS RESPUESTAS.

## Ejercicio 1 (20 puntos):

- a) Para la confección de un examen final, los profesores cuentan con cuatro tipos de ejercicios difíciles y siete tipos de ejercicios sencillos. ¿De cuántas formas se puede elaborar un examen final de manera tal que el número de ejercicios sencillos sea el doble que los difíciles?
- b) Sabiendo que los números telefónicos constan de diez dígitos, que el prefijo de Paraná es 343 y que luego de él, las líneas móviles pueden comenzar con 4, 5 o 6, ¿qué cantidad de líneas móviles de Paraná se pueden obtener?

## Ejercicio 2 (15 puntos):

- a) Construir una máquina de estados finitos que reconozca solamente a todas las cadenas del lenguaje  $\{0\}^+\{0,1\}^+\{11\}$ .
- b) ¿Cuál es la cadena de menor longitud que reconoce la máquina?
- c) En la máquina del ítem a, hallar  $\nu(s_0, a)$  y  $\omega(s_0, a)$  para  $a = 011001001111$ .

## Ejercicio 3 (20 puntos):

El Banco Nación brinda una tasa nominal anual del 34% y el primer día del año se ingresa un monto de \$ 10000, si cada mes se renueva el plazo fijo y se ingresa de manera constante \$ 1000.

- a) Encontrar la relación de recurrencia.
- b) Hallar la solución de la RR.
- c) ¿Cuánto dinero se tendrá en la cuenta si han pasado 2 años?
- d) ¿Cuánto dinero solamente de intereses se ha generado?

## Ejercicio 4 (20 puntos):

- a) Sea  $S(x, k)$  una esfera de radio  $k$  y centro en  $x$ :
  - i) Si  $x = 0110$  y  $k = 2$ , listar los elementos.
  - ii) Si  $x = 011100$  y  $k = 3$ , ¿cuánto vale  $|S(x, k)|$ ? Analizar sin listar los elementos de la esfera.
- b) El código de cinco repeticiones  $(5m, m)$  tiene la función de codificación  $E : \mathbb{Z}_2^m \rightarrow \mathbb{Z}_2^{5m}$ , donde  $E(w) = wwwww$ . La decodificación con  $D : \mathbb{Z}_2^{5m} \rightarrow \mathbb{Z}_2^m$ , se realiza mediante la regla de la mayoría.
  - i) Si  $p = 0,01$ , ¿cuál es la probabilidad de transmisión y decodificación correcta de la señal 0?
  - ii) ¿Cómo es la capacidad de detección y corrección de errores en la transmisión? De un ejemplo de un error que el código no pueda detectar correctamente.

## Ejercicio 5 (25 puntos):

- a) ¿Cuáles son los últimos dos dígitos de la representación en base 10 de  $3^{2024}$ ?
- b) En cada uno de los siguientes anillos encuentre las unidades y justifique cuál de los dos es un cuerpo:
  - i)  $\mathbb{Z}_{13}$
  - ii)  $\mathbb{Z}_{15}$
- c) En el anillo  $\mathbb{Z}_{2024}$  hallar, si existen, los inversos multiplicativos de 22 y 89.
- d) ¿Es  $a = (1, 1, 67)$  una unidad en el anillo  $R = \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_{237}$ ?

## SOLO ESTUDIANTES LIBRES — Ejercicio 6 (25 puntos):

Dado el anillo  $R = \mathbb{Z}$  de los enteros en el que se definen las dos operaciones siguientes  $x \oplus y = x + y - 2$ ;  $x \otimes y = x + y - xy$  se pide:

- a) Identificar el cero del anillo  $(z)$ .
- b) Para cada entero determinar la expresión para el inverso aditivo.
- c) Obtener el inverso aditivo de 3.
- d) Resolver la siguiente ecuación:  $a \oplus 3 = -3 \oplus 5$ .
- e) ¿El anillo es conmutativo? Justificar su respuesta.