Preguntas de teoría para el parcial 2.

1) Defina Incremento total y parcial de una función.
2) Defina derivables parciales y de sus condiciones.
3) Defina la relación entre diferenciabilidad, derivabilidad y continuidad.
4) Defina derivada direccional. valor maximo y valor minimo.
5) Defina Gradiente y su interpretacion geometrica.
6) Defina Extremos Relativos de una funcion de dos variables y su condicion necesaria para su existencia.
7) Defina Punto Critico.
8) Defina la condición suficiente para la existencia de un extremo relativo en un punto.

Respuesta:

1)El Incremento total de una función se refiere al cambio del valor de la función cuando se varían todas sus variables independientes simultáneamente. Por Ejemplo: si $f\ (x, y)$ es una función de varias variables y sus variables cambian de (Xo, Yo) a $(Xo+\ \Delta X, Yo+\Delta Y)$, el incremento total $\Delta\ f$ esta dado por:

Incremento total de la función:

$$\Delta z = \Delta f = f(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y) - f(x_0, y_0)$$

El Incremento parcial de una función se refiere al cambio del valor de la función debido al cambio en una sola variable independiente, dejando las demás como constantes.

Incremento parcial de la función según la variable x:

$$\Delta z_x = \Delta f_x = f(x_0 + \Delta x, y_0) - f(x_0, y_0)$$

Incremento parcial de la función según la variable y:

$$\Delta z_y = \Delta f_y = f(x_0, y_0 + \Delta y) - f(x_0, y_0)$$

b) Se define derivada parcial al cambio de una función con respecto al cambio de una de sus variables independientes, mientras que las demás pasan a ser constantes.

4 Si f es una función de dos variables, sus **derivadas parciales** son las funciones f_x y f_y, definidas por

$$f_x(x, y) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x + h, y) - f(x, y)}{h}$$

$$f_y(x, y) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x, y + h) - f(x, y)}{h}$$

Condiciones:

- Una función de dos variables independientes es derivable en un punto, si existen ambas derivadas parciales en dicho punto. Una función $z = f(x, y)$ es derivable en una región si lo es en todos los puntos de esa región.
- Dado $z = f(x, y)$, la $\frac{\partial z}{\partial x}$ en $P_0 = (x_0, y_0)$ mide la tasa de variación instantánea en el punto P_0 de $f(x, y)$ por unidad de variación de x manteniendo $y = y_0$. La $\frac{\partial z}{\partial y}$ en P_0 mide la tasa de variación de y manteniendo x= x_0.
- Cuando se calcula las derivadas en forma genérica en un punto (x, y) de $z = f(x, y)$ obtenemos dos funciones derivadas. La $\frac{\partial z}{\partial x}$ es una función derivada y la $\frac{\partial z}{\partial y}$ otra función derivada.

Ing. Roxana Ramírez

3)

T7: Relación entre diferenciabilidad, derivabilidad y continuidad

Diferenciabilidad y Continuidad

a) Diferenciable $\Rightarrow$ Continuidad

Si $z = f(x, y)$ es diferenciable en $P_0(x_0, y_0)$ entonces es continua en dicho punto

b) Diferenciable $\Rightarrow$ Derivable

Si $z = f(x, y)$ es diferenciable en $P_0(x_0, y_0)$ entonces es derivable en dicho punto

c) Relación entre derivabilidad y continuidad

Para funciones, la derivabilidad $\Rightarrow$ continuidad y

continuidad $\not\Rightarrow$ derivabilidad

Condición suficiente para la diferenciabilidad

Si $z = f(x, y)$ es una función continua en una región R, y las primeras derivadas parciales f_x y f_y son continuas en un punto en una región abierta R, entonces $z = f(x,y)$ es diferenciable en R.

15

4) La Deriva Direccional es una generalización del concepto de derivada de una función en una dirección especifica. Calcula la variacion isntantanea de la funcion z=f(x,y) en la direccion del vector u.

En otras palabras:

• El valor máximo de la derivada direccional es $|\nabla f|$ y ocurre cuando **u** tiene la misma dirección que ∇f (cuando $\cos \phi = 1$),

y

El valor mínimo de la derivada direccional es $-|\nabla f|$ y ocurre cuando **u** y ∇f tienen direcciones opuestas (cuando $\cos \phi = -1$).

5) El gradiente de una función escalar $f(x1,x2,\ldots,xn)$ es un vector que apunta en la dirección de mayor incremento de la función y cuya magnitud es la tasa de cambio de la función en esa dirección.

Matemáticamente, el gradiente se denota como ∇f y este compuesto por las derivadas parciales de f con respecto a cada una de las variables independientes.

Ejemplos:

a) Suponga que f (x , y) es una función de dos variables y cuyas derivadas parciales y existen. Entonces el **gradiente de f** se define como:

$$\nabla f(x , y) \;=\; \frac{\partial f}{\partial x}\,\bar{\imath} + \frac{\partial f}{\partial y}\,\bar{\jmath}$$

b) Suponga que f(x , y , z) es una función de tres variables cuyas derivadas parciales fx, fy y fz existen. Entonces el **gradiente de f** se define como:

$$\nabla f(x, y, z) \;=\; \frac{\partial f}{\partial x}\,\bar{\imath} + \frac{\partial f}{\partial y}\,\bar{\jmath} + \frac{\partial f}{\partial z}\,\bar{k}$$

Interpretación Geométrica.

- **Dirección del mayor incremento:** El gradiente apunta en la dirección donde la función incrementa más rápidamente. (COLTA)
- **Perpendicularidad a superficies de nivel:** En el caso de funciones de dos variables f (x, y), el gradiente en un punto (a, b) es perpendicular a la curva de nivel f (x, y) = c que pasa por (a, b).

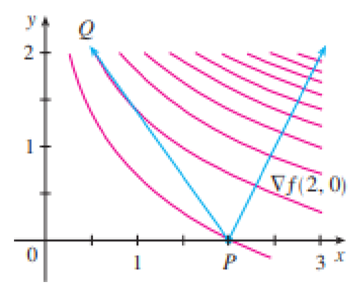

FIGURA 7

En (2, 0) la función del ejemplo 6 se incrementa más rápido en la dirección del vector gradiente $\nabla f(2, 0) = \langle 1, 2 \rangle$. Observe que según la figura 7 este vector, al parecer, es perpendicular a la curva de nivel que pasa por (2, 0). En la figura 8 se ilustra la gráfica de f y el vector gradiente.

Para funciones de tres variables, en un punto (a, b, c), el gradiente ∇f(a,b,c) de f es perpendicular a la superficie de nivel f (x, y, z) = k que pasa por (a, b, c).

Esto significa que le gradiente ∇ f (a, b, c) es ortogonal (PERPEDICULAR) al plano tangente a la superficie de nivel (a, b, c).

Definición más explícita:

Significancia del vector gradiente

Ahora se resumen los modos en los que el vector gradiente es importante. Primero se considera una función f de tres variables y un punto $P(x_0, y_0, z_0)$ en su dominio. Por otro lado, de acuerdo con el teorema 15, el vector gradiente $\nabla f(x_0, y_0, z_0)$ indica la dirección del incremento más rápido de f. Además, también sabemos que $\nabla f(x_0, y_0, z_0)$ es ortogonal a la superficie de nivel S de f que pasa por P (refiérase a la figura 9). Estas dos propiedades son compatibles intuitivamente porque, a medida que se aleja de P en la superficie de nivel S, el valor de f no cambia. Así, parece razonable que si nos movemos en dirección perpendicular, se consigue el incremento máximo.

De manera similar se considera una función f de dos variables y un punto $P(x_0, y_0)$ en su dominio. Una vez más, el vector gradiente $\nabla f(x_0, y_0)$ señala la dirección del incremento más rápido de f. Asimismo, mediante consideraciones similares al análisis de los planos tangentes, se puede demostrar que $\nabla f(x_0, y_0)$ es perpendicular a la curva de nivel $f(x, y) = k$ que pasa por P. Otra vez es intuitivamente posible porque los valores de f siguen siendo constantes a medida que se mueve a lo largo de la curva (véase la figura 11).

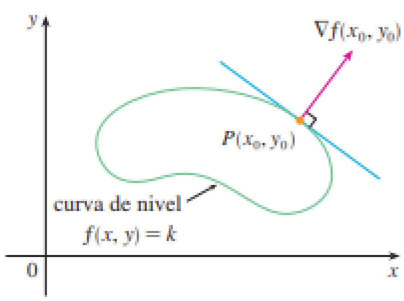

FIGURA 11

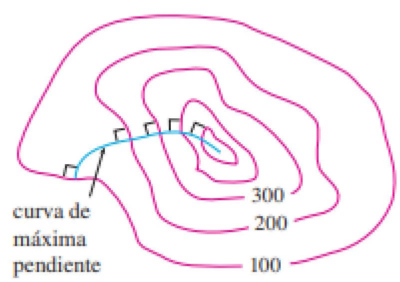

FIGURA 12

6)

1 Definición Una función de dos variables tiene un **máximo local** en (a, b) si $f(x, y) \leqslant f(a, b)$ cuando (x, y) está cerca de (a, b). [Esto significa que $f(x, y) \leqslant f(a, b)$ para todos los puntos (x, y) en algún disco con centro (a, b).] El número $f(a, b)$ recibe el nombre de **valor máximo local**. Si $f(x, y) \geqslant f(a, b)$ cuando (x, y) está cerca de (a, b), entonces f tiene un **mínimo local** en (a, b) y $f(a, b)$ es un **valor mínimo local**.

Si las desigualdades de la definición 1 se cumplen para *todos* los puntos (x, y) en el dominio de f, entonces f tiene un **máximo absoluto**, o un **mínimo absoluto**, en (a, b).

2 Teorema Si f tiene un máximo local o un mínimo local en (a, b) y las derivadas parciales de primer orden de f existen ahí, entonces $f_x(a, b) = 0$ y $f_y(a, b) = 0$.

7)

Puntos críticos

Un **punto crítico** de una función $z = f(x,y)$ es un punto (a,b) en el dominio de f para el cual $f_x(a, b) = 0$ y $f_y(a,b) = 0$, o si una de sus derivadas parciales no existe en el punto.

8)

Condición suficiente para la existencia de un extremo relativo en un punto

Sea (a , b) un punto crítico de $z = f(x , y)$ y suponga que: f_{xx}, f_{xy}, f_{yy} son continuas en un disco centrado en (a,b).

Si $f_x(a,b) = 0$ y $f_y(a,b) = 0$, se considera que:

$$H(x,y) = f_{xx}(x,y)\, f_{yy}(x,y) - (f_{xy}(x,y))^2$$

a) Si $H(a,b) > 0$ y $f_{xx}(a,b) > 0$, entonces $f(a,b,f(a,b))$ es un **mínimo relativo**.
b) Si $H(a,b) > 0$ y $f_{xx}(a,b) < 0$, entonces $f(a,b,f(a,b))$ es un **máximo relativo**.
c) Si $H(a,b) < 0$, entonces $f(a,b,f(a,b))$ **no es extremo relativo (Punto silla)**.
d) Si $H(a,b) = 0$, entonces la prueba no es concluyente.

BLOQUE 3 TEORIA

1)Defina Ecuacion diferencial.
2) Cuál es la diferencia entre la ecuacion diferencial ordinaria y la ecuacion diferencial parcial?
3) Defina orden y grado de una ecuacion diferencial.
4) Defina las soluciones de una ecuacion diferencial.
5) Defina Condición Suficiente de Existencia y Unicidad de la Solución.
6) Defina punto de vista geometrico de las soluciones de la ecuaciones diferenciales.
7) Condiciones de ecuaciones diferenciales de variables separables.
8) Defina Ecuaciones diferenciales Homogeneas de primer Orden.
9) Defina Ecuación Diferencial Lineal Homogénea de Orden Superior.
10) De las dos definiciones de Ecuaciones Lineales Homogeneas.
11) Defina y Demuestre Ecuación Diferencial Lineal No Homogénea de Segundo Orden.
12) De las Tres Condiciones para Ecuación Diferencial Lineal No Homogénea de Segundo Orden. Método de los coeficientes indeterminados

Respuestas:

1) Una Ecuacion diferencial es una ecuación que se relaciona con la variable independiente (x), la variable dependiente (y), y sus derivadas.

2) Si la función depende de una sola variable se denomina ecuación diferencial ordinaria, y si la función depende de más de una variable se denomina ecuación diferencial parcial.

3)El orden de una ecuacion diferencial esta dado por el orden de la derivada superior que interviene en ella.

El grado de una ecuación diferencial está dado por el exponente de la derivada de mayor orden que figura en ella.

4)

Dada la $F(x;y;y';y^{(2)};y^{(3)};\dots;\ y^{(n)}) = 0$ se denomina solución de la ecuación diferencial de toda función $y = f_{(x)}$ tal que introducida ella y sus derivadas, ésta se transforma en la identidad.

La solución general es la integral que contiene tantas constantes como orden tiene la ecuación diferencial.

La solución particular se obtiene al fijar un punto cualquiera $P(x_0, y_0)$ que debe satisfacer necesariamente la ecuación diferencial para un único valor de C.

La solución singular es una función que verifica la ecuación diferencial, pero que no se obtiene particularizando la solución general.

5)

Dada la función de variable real: $f(x,y)$, la cual es continua en un cierto dominio D del plano xy que contiene al punto $P_0(x_0, y_0)$, entonces el problema de valor inicial $\frac{dy}{dx} = f(x,y)$ que satisface la condición $y(x_0) = y_0$ tiene al menos una solución en un intervalo abierto que pertenece a R y contiene a $x = x_0$

Si $\frac{\partial f}{\partial y}$ es continua en D, entonces la solución es única en algún intervalo abierto que contiene a $x = x_0$

6) La Solucion General de una ecuacion diferencial representa una familia de curvas llamadas curvas integrals.

Dada la ecuación diferencial lineal $F(x,y,y') = 0$ su solución general es: $y = f(x,C)$ que representa una familia de curvas. Sin embargo, la solución: $y = f(x,C_0)$ representa a una de las curvas.

7)

T7: Ecuaciones Diferenciales de Variables Separables

Consideramos la ecuación diferencial de primer orden: $\frac{dy}{dx} = f(x,y)$ (1)

Se llama variables separadas si $f(x,y)$ puede expresarse como el producto de una función de x por una función de y, o por el cociente de esas funciones.

$$\frac{dy}{dx} = g(x).h(y); \qquad \frac{dy}{dx} = \frac{g(x)}{h(y)}; \qquad \frac{dy}{dx} = \frac{h(y)}{g(x)}$$

8)

T8: Ecuaciones Diferenciales Homogéneas de Primer Orden

Dada una función $\boldsymbol{f(x,y)}$ se dice que es una función homogénea de grado n respecto a las variables $\boldsymbol{x}$ e $\boldsymbol{y}$, si al reemplazar $\boldsymbol{x}$ por $\boldsymbol{kx}$ e $\boldsymbol{y}$ por $\boldsymbol{ky}$ se verifica la identidad:

$$f(kx;ky) = k^n f(x;y) \qquad \forall k$$

Una ecuación diferencial de primer orden se dice homogénea si tiene la forma:

$\frac{dy}{dx} = f(x,y)$ (1) , donde $f(x,y)$ es una función homogénea de grado 0,

$$f(kx;ky) = k^0 f(x;y) = f(x,y) \qquad (2)$$

La ecuación diferencial: $M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$ es homogénea si $M(x,y)$ y $N(x,y)$ son homogéneas del mismo grado.

Ejemplo 6: Resolver la ecuación diferencial $(x^2 + y^2)dy - xy.dx = 0$

9)

T14: Ecuación Diferencial Lineal Homogénea de Orden Superio

Definición 1:

Se dice lineal si es de primer grado respecto a la función desconocida.

$$a_0 y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + a_2 y^{(n-2)} + \dots + a_n y = f(x)$$

$$Si \begin{cases} f(x) = 0, & \text{lineal homogénea} \\ f(x) \neq 0, & \text{lineal } \textbf{no} \text{ homogénea} \end{cases}$$

$a_0; a_1; a_2; \dots; a_n$ y $f(x)$ son funciones de x o constantes siendo continuas $\forall x, a_0 \neq 0$ y hacemos $a_0 = 1$.

10)

Definición 2:

Dos soluciones $\boldsymbol{y_1}$ e $\boldsymbol{y_2}$ de (1) son **linealmente independientes** en el intervalo $[\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}]$ si su razón **no** es constante.

$$\frac{y_2}{y_1} \neq cte$$

Definición 3:

Si $\boldsymbol{y_1}$ e $\boldsymbol{y_2}$ son dos funciones de $\boldsymbol{x}$, entonces el determinante $\begin{vmatrix} y_1 & y_2 \\ y_1{}' & y_2{}' \end{vmatrix} = y_1 y_2{}' - y_2 y_1{}'$ se llama Wronskiano y se simboliza $\boldsymbol{W(y_1, y_2)}$.

Ing.Roxana Ramirez

TEOREMAS DE ECUACIONES DIFERENCIALES HOMOGENEAS RELACIONADAS CON EL WRONSKIANO.

Teorema 1:

Si y_1 e y_2 son dos soluciones de $y'' + a_1 y' + a_2 y = 0$ (1), entonces $y_1 + y_2$ es solución.

Si y_1 es solución $\quad a_0 y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + a_2 y^{(n-2)} + \dots + a_n y = f(x)$

Si y_2 es solución $\quad Si \begin{cases} f(x) = 0, \\ f(x) \neq 0, \end{cases}$

Si $y_1 + y_2$ es solución deberá verificar (1) $\quad (y_1 + y_2)'' + a_1(y_1 + y_2)' + a_2(y_1 + y_2) = 0$

$$y_1 + y_2{}'' + a_1 y_1{}' + a_1 y_2{}' + a_2 y_1 + a_2 y_2 = 0$$

$$\underbrace{y_1{}'' + a_1 y_1{}' + a_2 y_1}_{0} + \underbrace{y_2{}'' + a_1 y_2{}' + a_2 y_2}_{0} = 0$$

Ing.Roxana Ramirez

T14: Ecuación Diferencial Lineal Homogénea

Teorema 3:

Sean $\boldsymbol{y_1}$ e $\boldsymbol{y_2}$ dos soluciones de (1). Si $\boldsymbol{y_1}$ e $\boldsymbol{y_2}$ son linealmente dependientes en $[\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}]$, el Wronskiano $W(y_1, y_2)$ es idénticamente nulo en $[\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}]$.

Si $\begin{matrix} y_2 = \lambda y_1 \\ y_2' = \lambda y_1' \end{matrix} \Rightarrow W(y_1, y_2) = \begin{vmatrix} y_1 & y_2 \\ y_1' & y_2' \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} y_1 & \lambda y_1 \\ y_1' & \lambda y_1' \end{vmatrix} = 0$

Teorema 4:

Si el Wronskiano $W(y_1, y_2)$ de dos soluciones de una EDLH **no se anula** en $x = x_0$ del $[\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}]$, en el cual los coeficientes (a_i) de la ecuación son continuos, entonces no se anula en ningún punto x de ese $[\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}]$.
Si y_1 es solución $y_1'' + a_1 y_1' + a_2 y_1 = 0$ (1)
Si y_2 es solución $y_2'' + a_1 y_2' + a_2 y_2 = 0$ (2)
Multiplicamos (1) por $(-y_2)$ y (2) por (y_1), luego lo sumamos:

$$
\begin{array}{r}
-y_1''y_2 - a_1 y_1' y_2 - a_2 y_1 y_2 = 0 \\
+ \quad y_2'' y_1 + a_1 y_2' y_1 + a_2 y_1 y_2 = 0 \\
\hline
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{r}
-y_1''y_2 - a_1 y_1' y_2 - a_2 y_1 y_2 = 0 \\
y_2'' y_1 + a_1 y_2' y_1 + a_2 y_1 y_2 = 0
\end{array}
$$

T14: Ecuación Diferencial Lineal Homogénea

Teorema 5:

Si las soluciones $\boldsymbol{y_1}$ e $\boldsymbol{y_2}$ de (1) son linealmente independientes en $[\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}]$, el Wronskiano $W(y_1, y_2)$ no se anula en ningún punto del $[\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}]$.

Teorema 6:

Si $\boldsymbol{y_1}$ e $\boldsymbol{y_2}$ son soluciones linealmente independientes de (1) entonces:
$\boldsymbol{y = C_1 y_1 + C_2 y_2}$ será la solución general.

Teorema 7:

Si se conoce una solución particular de una EDLH de 2° orden, la búsqueda de otra solución linealmente independiente se reduce a una integración de funciones.

11)

T17:Ecuación Diferencial Lineal No Homogénea de Segundo Orden

Dada la ED: $\boldsymbol{y'' + py' + qy = f(x)}$ $(\mathbf{1})$, siendo $\boldsymbol{p}$ y $\boldsymbol{q}$ reales y constantes.

Teorema:

La solución general de (1) se expresa como la suma de una solución particular cualquiera y^* de esta ecuación y la solución general y_h de la homogénea correspondiente.

Demostración:

Si y_h es solución de la homogénea será: $y_h'' + py_h' + qy_h = 0$ (2)

Se demostrará: $y = y_h + y^*$ (3) es solución de (1)

Si y es solución de (1), debe verificar que: $(y_h + y^*)'' + p(y_h + y^*) = f(x)$

Ordenando: $\underbrace{(y_h'' + py_h' + qy_h)}_{0} + \underbrace{(y^{*''} + py^{*'} + qy^*) = f(x)}_{Solución\ de\ la\ \text{hom}\,ogenea}$

Queda demostrado que la (3) es solución de (1)

Ing.Roxana Ramirez

T17:Ecuación Diferencial Lineal No Homogénea de Segundo Orden

Siendo $p, q \wedge f(x)$ continuas en R, la solución de la homogénea es: $y_h = C_1y_1 + C_2y_2$

Es decir: $y = C_1y_1 + C_2y_2 + y^*$

Considerando las constantes iniciales: $\begin{cases} y = y_0 & para \quad x = x_0 \\ y' = y_0' & para \quad x = x_0 \end{cases}$ se tendrá

$$\begin{cases} y_0 = C_1y_{10} + C_2y_{20} + y_0{}^* \\ y'_0 = C_1y'_{10} + C_2y'_{20} + y_0{}^{*'} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_1y_{10} + C_2y_{20} = y_0 - y_0{}^* \\ C_1y'_{10} + C_2y'_{20} = y_0' - y_0{}^{*'} \end{cases}$$

Del sistema se puede calcular C_1 y C_2:

$$\begin{vmatrix} y_{10} & y_{20} \\ y'_{10} & y'_{20} \end{vmatrix} \neq 0 \qquad \Rightarrow \quad W(y_{10}, y_{20}) = y_{10} \cdot y'_{20} - y'_{10} \cdot y_{20} \neq 0$$

La solución general: $\boxed{y = C_1y_1 + C_2y_2 + y^*}$

Ing.Roxana Ramirez

T17:Ecuación Diferencial Lineal No Homogénea de Segundo Orden

Teorema:

Sea $y'' + py' + qy = f_1(x) + f_2(x) \quad (1)$

Sea y_1 solución particular de $y'' + py' + qy = f_1(x)$

Sea y_2 solución particular de $y'' + py' + qy = f_2(x)$

Entonces $y_1 + y_2$ es solución particular de (1)

Demostración:

Reemplazando $y_1 + y_2$ y sus derivadas en (1) tenemos:

$(y_1+y_2)'' + p(y_1 + y_2)' + q(y_1 + y_2) = f_1(x) + f_2(x)$

$(y_1'' + py_1' + qy_1) + (y_2'' + py_2' + qy_2) = f_1(x) + f_2(x)$ esta última expresión es una identidad y prueba el teorema.

Ing.Roxana Ramirez

(MACHETE PARA EDH)

Valores reales y diferentes de m

ce^{mx}

Valores imaginarios conjugados

$m = \alpha \pm \beta\hat{\imath}$

$c_1e^{\alpha x}\cos\beta x + c_2e^{\alpha x}\sin\beta x$

12)

T18:Ecuación Diferencial Lineal No Homogénea de Segundo Orden. Método de los coeficientes indeterminados

Dado $y'' + py' + qy = f(x)$ $(1), p \wedge q \in R$

1) Si $f(x) = P_n(x)e^{\alpha x}$ (2)

Siendo $P_n(x)$ un polinomio de grado n

$$\boxed{y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x} + (\Delta_0 x^n + \Delta_1 x^{n-1} + \ldots + \Delta_n)e^{\alpha x}}$$

a) Si el número α no es raíz de la ecuación característica:

b) Si el número α es raíz simple de la ecuación característica:

a) Si el número α es raíz doble de la ecuación característica:

Para resolver una ecuación diferencial lineal no homogénea de segundo orden utilizando el método de los coeficientes indeterminados, se debe encontrar la solución general de la ecuación diferencial homogénea asociada y luego encontrar una solución particular de la ecuación no homogénea.

Consideremos la ecuación diferencial no homogénea de segundo orden:

$$ay'' + by' + cy = g(x)$$

donde a, b, y c son constantes y $g(x)$ es una función no homogénea.

Primero, se resuelve la ecuación homogénea asociada:

$$ay'' + by' + cy = 0$$

La solución general de la ecuación homogénea se obtiene resolviendo la ecuación característica:

$$ar^2 + br + c = 0$$

Las raíces de la ecuación característica determi la forma de la solución homogénea y_h.

Las raíces de la ecuación característica determinan la forma de la solución homogénea y_h.

Ahora, consideremos el método de los coeficientes indeterminados para encontrar la solución particular y_p de la ecuación no homogénea. La forma de y_p depende de la función $g(x)$ y de la relación entre las raíces de la ecuación característica y los términos de $g(x)$.

Caso a) Si el número α no es raíz de la ecuación característica:

Si $g(x)$ es de la forma $e^{\alpha x}$, $\cos(\alpha x)$, $\sin(\alpha x)$, un polinomio en x, o un producto de estas funciones, y α no es raíz de la ecuación característica, se supone una solución particular de la misma forma que $g(x)$.

Por ejemplo, si $g(x) = e^{\alpha x}$ y α no es raíz de la ecuación característica, se supone:

$$y_p = Ae^{\alpha x}$$

donde A es un coeficiente indeterminado que se determinará al sustituir y_p en la ecuación diferencial original.

Caso b) Si el número α es raíz simple de la ecuación característica:

Si α es una raíz simple de la ecuación característica y $g(x)$ contiene $e^{\alpha x}$, se multiplica la suposición por x para obtener una forma linealmente independiente de la solución homogénea.

Por ejemplo, si $g(x) = e^{\alpha x}$ y α es una raíz simple de la ecuación característica, se supone:

$$y_p = Axe^{\alpha x}$$

donde A es un coeficiente indeterminado que se determinará al sustituir y_p en la ecuación diferencial original.

Caso c) Si el número α es raíz doble de la ecuación característica:

Si α es una raíz doble de la ecuación característica y $g(x)$ contiene $e^{\alpha x}$, se multiplica la suposición por x^2 para obtener una forma linealmente independiente de la solución homogénea.

Por ejemplo, si $g(x) = e^{\alpha x}$ y α es una raíz doble de la ecuación característica, se supone:

$$y_p = Ax^2e^{\alpha x}$$

donde A es un coeficiente indeterminado que se determinará al sustituir y_p en la ecuación diferencial original.