

Lic en Sistemas de información - FCyT - UADER

Matemática Discreta - Examen Final 14/12/2022

RECUERDE QUE DEBE JUSTIFICAR TODAS SUS RESPUESTAS.

Ejercicio 1 (15 puntos):

- a) Una biblioteca tiene 5 libros de física, 4 de historia y 6 de química, todos libros de autores distintos. ¿De cuántas formas diferentes pueden disponerse los libros en un estante, si todos los libros de una misma materia deben estar juntos?
- b) Resolver analíticamente la ecuación $3C(n, 4) = 7P(n, 2)$.

Ejercicio 2 (20 puntos):

- a) Sea A el lenguaje de $\Sigma^* = \{a, b\}^*$ que contiene todas las cadenas de longitud impar que sólo contiene b en la posición central (por ejemplo: $aabaa$). Definir recursivamente a A .
- b) Construya un diagrama de estados para una máquina de estados finitos con $I = O = \{0, 1\}$ que reconozca solamente a todas las cadenas del lenguaje $\{0, 1\}^* \{00\} \cup \{0, 1\}^* \{11\}$.

Ejercicio 3 (20 puntos):

- a) Probar, utilizando inducción matemática, que para todo entero $n \geq 1$ se verifica:

$$\sum_{i=1}^n (7 - 2i) = n(6 - n)$$

- b) Sean a, b, c enteros no negativos, analizar si la siguiente afirmación es verdadera: $a|bc$ entonces $a|b$ o $a|c$.
- c) Hallar el menor múltiplo de $9!$ que es divisible por 1375.

Ejercicio 4 (25 puntos):

- a) Resolver la relación de recurrencia: $a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2} + 11 \cdot 2^n$, $\forall n \geq 2$ con $a_0 = 1; a_1 = 0$.
- b) Sean x, y, z variable booleanas, probar que la expresión más simple de $\bar{x}y(z + \bar{y}z) + \bar{y}z$ es $\bar{x}\bar{y}z$

Ejercicio 5 (20 puntos):

- a) Hallar los últimos dos dígitos del desarrollo de 19^{47} .
- b) Si tengo que pagar una deuda de \$ 3700 y dispongo de billetes de \$ 1000, \$ 500 y \$ 200, ¿de cuántas maneras se puede realizar el pago exacto?

Sólo para alumnos libres

Ejercicio 6 (20 puntos):

- a) Mostrar que U_{22} , el conjunto de las unidades de \mathbb{Z}_{22} con el producto módulo 22 es un grupo multiplicativo. (La propiedad asociativa se da por válida).
- b) ¿Por qué \mathbb{Z}_{429} no es un dominio de integridad?