2º Parcial de Ec. Dif. y Cálculo Multivariado - 2022

Estudiante:______________________________ UADER - 13/6

Ejercicio	1	2a	2b	3a	3b	3c	3d	4a	4b	5	Total
Puntaje asignado	8	8	8	8	8	8	8	10	10	24	100
Puntaje obtenido											

1) Calcular el siguiente límite doble. (Debe probar varias trayectorias, se sugieren: y=ax, y=ax²) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{-3xy}{x^2+y^2}$
2) Dada $z=f(x,y)=x^2+7y^2$, con $x(u,t)=u+\cos(t)$ y $y(u,t)=sen(t)-u$ hallar $\frac{\partial z}{\partial u}$ y $\frac{\partial z}{\partial t}$
3) Para $z=4-x^2-2y^2$ se pide:
   (a) Dominio y Rango.
   (b) Hallar ∇z
   (c) $D_u f(x,y)$ en el punto (1,1) y en la dirección del vector $\vec{u}$ que va del punto (-1,-1) hacia el punto (0,0)
   (d) Hallar su/s extremo/s relativo/s.
4) Encuentre la solución general de las siguientes ecuaciones diferenciales
   (a) $y'+3x^2y=x$
   (b) $y''-10y'+25y=0$

5) **Indique si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas, justificando su respuesta.** Considerando que $f: D \subseteq R^2 \to R$ es una función de dos variables reales diferenciable
   (a) La función f es diferenciable porque es continua.
   (b) Si *(a, b)* ∈ *D* es un punto crítico de f, entonces *f (a, b)* es máximo o es mínimo de f.
   (c) El máximo valor de la derivada direccional de f en un punto *(a, b)* ∈ *D* en la dirección de un vector unitario $\vec{u}=(a,b)$se da cuando este vector es perpendicular al vector gradiente de f.
   (d) Considerando que f es una función compuesta *f[x(t), y(t)]* y sabiendo que $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)=3$ y $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)=4$, y además $x=x(t)$ y $y=y(t)$ son funciones derivables, siendo $\frac{dx}{dt}(0)=-2$ y $\frac{dy}{dt}(0)=-1$, entonces $\frac{df}{dt}(0)=8$

2º Parcial de Ec. Dif. y Cálculo Multivariado - 2022

Estudiante:______________________________ UADER - 13/6

Ejercicio	1	2a	2b	3a	3b	3c	3d	4a	4b	5	Total
Puntaje asignado	8	8	8	8	8	8	8	10	10	24	100
Puntaje obtenido											

1) Calcular el siguiente límite doble. (Debe probar varias trayectorias, se sugieren: y=ax, y=ax²) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{-3xy}{x^2+y^2}$
2) Dada $z=f(x,y)=x^2+7y^2$, con $x(u,t)=u+\cos(t)$ y $y(u,t)=sen(t)-u$ hallar $\frac{\partial z}{\partial u}$ y $\frac{\partial z}{\partial t}$
3) Para $z=4-x^2-2y^2$ se pide:
   (a) Dominio y Rango.
   (b) Hallar ∇z
   (c) $D_u f(x,y)$ en el punto (1,1) y en la dirección del vector $\vec{u}$ que va del punto (-1,-1) hacia el punto (0,0)
   (d) Hallar su/s extremo/s relativo/s.
4) Encuentre la solución general de las siguientes ecuaciones diferenciales
   (a) $y'+3x^2y=x$
   (b) $y''-10y'+25y=0$

5) **Indique si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas, justificando su respuesta.** Considerando que $f: D \subseteq R^2 \to R$ es una función de dos variables reales diferenciable
   (a) La función f es diferenciable porque es continua.
   (b) Si *(a, b)* ∈ *D* es un punto crítico de f, entonces *f (a, b)* es máximo o es mínimo de f.
   (c) El máximo valor de la derivada direccional de f en un punto *(a, b)* ∈ *D* en la dirección de un vector unitario $\vec{u}=(a,b)$se da cuando este vector es perpendicular al vector gradiente de f.
   (d) Considerando que f es una función compuesta *f[x(t), y(t)]* y sabiendo que $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)=3$ y $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)=4$, y además $x=x(t)$ y $y=y(t)$ son funciones derivables, siendo $\frac{dx}{dt}(0)=-2$ y $\frac{dy}{dt}(0)=-1$, entonces $\frac{df}{dt}(0)=8$

2º Parcial de Ec. Dif. y Cálculo Multivariado - 2022

Estudiante:______________________________ UADER -15/6

Ejercicio	1	2a	2b	3a	3b	3c	3d	4a	4b	5	Total
Puntaje asignado	8	8	8	8	8	8	8	10	10	24	100
Puntaje obtenido											

1) Calcular el siguiente límite doble. (Debe probar varias trayectorias, se sugieren: y=ax, y=ax²) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x+y}{\sqrt{x^2+y^2}}$
2) Dada $z=f(x,y)=x^2y^2$, con $x(u,t)=u-\cos(t)$ y $y(u,t)=sen(2u)-t$ hallar $\frac{\partial z}{\partial u}$ y $\frac{\partial z}{\partial t}$
3) Para $z=x^2+y^2-4$ se pide:
   (a) Dominio y Rango.
   (b) Hallar ∇z
   (c) $D_u f(x,y)$ en el punto (2,2) y en la dirección del vector $\vec{u}$ que va del punto (0,1) hacia el punto (1,0)
   (d) Hallar su/s extremo/s relativo/s.
4) Encuentre la solución general de las siguientes ecuaciones diferenciales
   (a) $y'+2xy=x^3$
   (b) $12y''-5y'-2y=0$
5) **Indique si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas, justificando su respuesta.** Considerando que $f: D\subseteq R^2 \to R$ es una función de dos variables reales diferenciable
   (a) El gradiente de f en un punto *(a, b)* de su dominio es perpendicular a la gráfica de la función en ese punto.
   (b) Si *(a, b)* ∈ *D* es un punto crítico de f, entonces *(a, b)* es un punto de máximo o de mínimo de f.
   (c) El mínimo valor de la derivada direccional de f en un punto *(a, b)* ∈ *D* en la dirección de un vector unitario $\vec{u}=(a,b)$ se da cuando este vector tiene la misma dirección del vector gradiente de f.
   (d) Si $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(a,b)>0$ y $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(a,b)<0$, entonces *(a, b)* es punto silla.

2º Parcial de Ec. Dif. y Cálculo Multivariado - 2022

Estudiante:______________________________ UADER -15/6

Ejercicio	1	2a	2b	3a	3b	3c	3d	4a	4b	5	Total
Puntaje asignado	8	8	8	8	8	8	8	10	10	24	100
Puntaje obtenido											

1) Calcular el siguiente límite doble. (Debe probar varias trayectorias, se sugieren: y=ax, y=ax²) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x+y}{\sqrt{x^2+y^2}}$
2) Dada $z=f(x,y)=x^2y^2$, con $x(u,t)=u-\cos(t)$ y $y(u,t)=sen(2u)-t$ hallar $\frac{\partial z}{\partial u}$ y $\frac{\partial z}{\partial t}$
3) Para $z=x^2+y^2-4$ se pide:
   (a) Dominio y Rango.
   (b) Hallar ∇z
   (c) $D_u f(x,y)$ en el punto (2,2) y en la dirección del vector $\vec{u}$ que va del punto (0,1) hacia el punto (1,0)
   (d) Hallar su/s extremo/s relativo/s.
4) Encuentre la solución general de las siguientes ecuaciones diferenciales
   (a) $y'+2xy=x^3$
   (b) $12y''-5y'-2y=0$
5) **Indique si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas, justificando su respuesta.** Considerando que $f: D\subseteq R^2 \to R$ es una función de dos variables reales diferenciable
   (a) El gradiente de f en un punto *(a, b)* de su dominio es perpendicular a la gráfica de la función en ese punto.
   (b) Si *(a, b)* ∈ *D* es un punto crítico de f, entonces *(a, b)* es un punto de máximo o de mínimo de f.
   (c) El mínimo valor de la derivada direccional de f en un punto *(a, b)* ∈ *D* en la dirección de un vector unitario $\vec{u}=(a,b)$ se da cuando este vector tiene la misma dirección del vector gradiente de f.
   (d) Si $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(a,b)>0$ y $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(a,b)<0$, entonces *(a, b)* es punto silla.