Lic en Sistemas de información - FCyT - UADER

Matemática Discreta - Segundo Parcial de Promoción - 23/10/2021 RECUERDE QUE DEBE JUSTIFICAR TODAS SUS RESPUESTAS.

Alumno:

Problema 1 (20 puntos):

Dada la función booleana $f: B^3 \longrightarrow B$, tal que $f = \sum m(0, 2, 4, 6)$ se pide:

- a) Representar f mediante una tabla.
- b) Escribir su forma normal disyuntiva y conjuntiva en términos de sus variables.
- c) Hallar la expresión más simple de f (simplificar).

Problema 2 (30 puntos):

a) Resolver la siguiente relación de recurrencia:

$$\begin{cases} a_0 = 1 \\ a_1 = 0 \\ a_n + 3a_{n-1} - 4a_{n-2} = 5^n, n \ge 2 \end{cases}$$

b) Joaquina tiene 2400 pesos en billetes de 50 pesos y de 100 pesos. ¿Cuál es el número máximo y mínimo de billetes de cada tipo que puede tener? ¿Es posible que tenga la misma cantidad de billetes de ambos tipo? ¿Es posible que tenga solamente billetes de 100?

Problema 3 (25 puntos):

Demostrar, utilizando Inducción Matemática, que para todo entero positivo n, se cumple la igualdad:

$$\sum_{i=1}^{n} i^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

Problema 4 (25 puntos):

- I) Se define una sucesión en forma recursiva como: f(1) = 1 y se define f(n+1) = f(n) 3n para $n \ge 1$; obtener f(2), f(3), f(4) y f(5).
- II) Sea F_n la sucesión de Fibonacci, probar que $F_1 + F_3 + F_5 + ... + F_{2n-1} = F_{2n}$ para $n \ge 1$.