Cálculo del Hessiano

$$\mathrm{H}(a,b)=\begin{pmatrix} \dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}(a,b) & \dfrac{\partial^2 f}{\partial y\partial x}(a,b) \\ \\ \dfrac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}(a,b) & \dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}(a,b) \end{pmatrix}$$

$$D(a,b)=\left[\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(a,b).\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(a,b)\right]-\left[\frac{\partial^2 f}{\partial y\partial x}(a,b)\right]^2$$

ECUACIONES DIFERENCIALES

1) Ecuaciones Diferenciales de Variables Separables

$$\frac{dy}{dx}=g(x).h(y) \quad \Rightarrow \quad \boxed{\int\frac{dy}{h(y)}=\int g(x)dx+C}$$

$$g(x)dx+h(y)dy=0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\int g(x)dx+\int h(y)dy=C}$$

$$g_1(x)h_1(y)dx+g_2(x)h_2(y)dy=0$$

$$\frac{g_1(x)h_1(y)}{h_1(y)g_2(x)}dx+\frac{g_2(x)h_2(y)}{h_1(y)g_2(x)}dy=0 \Rightarrow \quad \boxed{\int\frac{g_1(x)}{g_2(x)}dx+\int\frac{h_2(y)}{h_1(y)}dy=C}$$

2) Ecuaciones Diferenciales Homogéneas de Primer Orden

$$x\frac{dv}{dx}=f(1,v)-v$$

$$\frac{dv}{f(1,v)-v}=\frac{dx}{x} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\int\frac{dv}{f(1,v)-v}=\int\frac{dx}{x}+C}$$

3) Ecuaciones Diferenciales Lineales de Primer Orden

$$\frac{dy}{dx}+P(x)y=Q(x)$$

a) Si $Q(x)=0$

$$\boxed{y=C_1e^{-\int P(x)dx}}$$

b) Si $Q(x) \neq 0$

$$\boxed{y = e^{-\int P(x)dx}\left[\int \frac{Q(x)}{v(x)}dx + C\right]}$$

4) Ecuación Diferencial de Bernoulli

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)y^n$$

$$\boxed{y^{1-n} = e^{-\int (1-n).P(x)dx}\left[\int Q(x).(1-n).e^{\int (1-n).P(x).dx}dx + C\right]}$$

5) Ecuación Diferencial Exacta

$$M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$$

Calculamos : $M(x,y) = \dfrac{\partial u}{\partial x}$ y $N(x,y) = \dfrac{\partial u}{\partial y}$

$$\boxed{u(x,y) = \int M(x,y).dx + \int\left[N(x,y) - \frac{\partial}{\partial y}\int M(x,y).dx\right].dy = C}$$

6) Ecuaciones Diferenciales Lineales Homogéneas de Segundo Orden con Coeficientes Constantes

a) Si k_1 y k_2 son reales y distintos

$$\boxed{y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x}}$$

b) Si $k_1 = k_2$ son reales

$$\boxed{y = (C_1 x + C_2)e^{k_1 x}}$$

c) Si k_1 y k_2 son complejos conjugados

$$\boxed{y = e^{\alpha x}[C_1 \cos \beta x + C_2 sen \beta x]}$$

7) Ecuación Diferencial Lineal No Homogénea de Segundo Orden.
Tabla del Método de los coeficientes indeterminados

f(x)	Integral particular y(x)	*
α	A	0
$\alpha . x^n \quad n \in Z$	$A_0x^n + A_1x^{n-1} + \ldots\ldots + A_n$	0
$\alpha . x^n \quad p \in R$	$A.e^{px}$	p
α cosqx	Acosqx + Bsenqx	q.i
α senqx	Acosqx + Bsenqx	qi
$\alpha x^n e^{px}$ cosqx ……… $\alpha x^n e^{px}$ senqx	$(A_0x^n + A_1x^{n-1} + \ldots + A_n)e^{px}$cosqx + $(B_0x^n + B_1x^{n-1} + \ldots + Bn)e^{px}$senqx	p + qi
$x^n e^{px}$	$e^{px}(A_0x^n + A_1x^{n-1} + \ldots + A_n)$	p
e^{px}senqx ………… e^{px}cosqx	e^{px}(Acosqx + Bsenqx)	p + qi

Nota: si los números de la columna (*) son raíces de la ecuación característica: $k^2 + pk + q = 0$, las funciones y(x) de la segunda columna deben ser multiplicadas por x^n donde **n** es el orden de multiplicidad de dichas raíces.
Si f(x) es la suma de funciones de la primera columna, la y(x) propuesta es la suma de las correspondientes funciones de la 2^{da} columna.

8) Reducción de un Sistema a una Ecuación de N-Ésimo Orden

Sea el sistema:
$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = ax + by + f(t) & (1) \\ \dfrac{dy}{dt} = cx + dy + g(t) & (2) \end{cases}$$

Simplificando:
$$\boxed{A\frac{d^2x}{dt^2} + B\frac{dx}{dt} + Cx + D(t) = 0}$$
A, B y C son constantes

Si $x = \varphi_1(t, C_1, C_2) \quad si \quad k_1 \neq k_2$, reemplazando en la ecuación característica:
$$\boxed{x = \varphi_1(t, C_1, C_2) \quad si \quad k_1 \neq k_2}$$
Conociendo x se puede calcular $\frac{dx}{dt}$ que se reemplaza en (3) para calcular:

$x = C_1e^{k_1t} + C_2e^{k_2t} + p_1(t)$