

Licenciatura en Sistemas de información - FCyT - UADER

Matemática Discreta - Examen Final 25/09/2024

RECUERDE QUE DEBE JUSTIFICAR TODAS SUS RESPUESTAS.

Ejercicio 1 (20 puntos):

El número a_n de plantas de un tipo especial al cabo de n meses experimentando en un vivero viene dado por la siguiente tabla donde cada término depende de los dos anteriores:

Meses	0	1	2	3	4	5	...	13	...
Cantidad de plantas	3	7	15	31	63	127	...	32767	...

- Clasificar la relación de recurrencia y establecer la definición recursiva.
- Hallar la solución particular de la relación de recurrencia y con ella, verificar el término a_{13} .
- Determinar la cantidad de meses que deben transcurrir para superar las 5000 plantas del tipo especial.

Ejercicio 2 (20 puntos):

Dada la función booleana $f : B^3 \rightarrow B$ definida mediante $f(x, y, z) = xy + xz + yz$, se pide:

- Construir la tabla de valores de f .
- Explicar con sus palabras, ¿cuándo f toma el valor 1?
- Obtener la fnd y la fn .

Ejercicio 3 (20 puntos):

Se lanzan 3 dados: uno azul, uno rojo y uno verde, responde:

- ¿Cuántos resultados suman 6?
- ¿Cuántos resultados suman 15 o 17?
- ¿En cuántos resultados ningún dado muestra 3?

Ejercicio 4 (15 puntos):

Sea el anillo $(A, +, \cdot)$ donde $A = \{s, t, x, y\}$ y las operaciones están definidas por las siguientes tablas:

$+$	s	t	x	y
s	y	x	s	t
t	x	y	t	s
x	s	t	x	y
y	t	s	y	x

\cdot	s	t	x	y
s	y	y	x	x
t	y	y	x	x
x	x	x	x	x
y	x	x	x	x

- ¿Cuál es el cero de este anillo? ¿Cuál es el inverso aditivo de cada elemento?
- ¿Es A un anillo conmutativo? ¿Tiene A elemento unidad?
- Hallar un par de divisores de cero.

Ejercicio 5 (25 puntos):

- ¿Cuáles son los últimos dos dígitos del desarrollo decimal de 19^{47} ?
- Hallar n sabiendo que el cociente de dividir n por 23 es 12 y que el resto de dividir $n + 10$ por 23 es 22.
- Encontrar todos los enteros positivos n tales que n divida a $5n - 12$.
- Determinar todas las soluciones enteras para la ecuación $24x + 40y = 416$.
- ¿Cuántos divisores positivos tiene 146800? ¿Cuántos son cuadrados perfectos?

Ejercicio 6 SOLO ESTUDIANTES LIBRES (15 puntos):

Demostrar por inducción matemática que: $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$