

# Lic en Sistemas de información - FCyT - UADER

## Matemática Discreta - Examen Final 30/11/2022

RECUERDE QUE DEBE JUSTIFICAR TODAS SUS RESPUESTAS.

### Ejercicio 1 (25 puntos):

- a) Dada la ecuación  $x_1 + x_2 + 5x_3 = 30$ , calcular la cantidad de soluciones enteras no negativas que satisfacen que  $x_2 = 4$ .
- b) Construir una máquina de estado finito que solamente reconozca todas cadenas que tengan como **sufijo propio** 101 (Se permite solapamiento).

### Ejercicio 2 (20 puntos):

- a) Sea la función booleana  $f : B^3 \rightarrow B$ , tal que  $f = (x + y)(\bar{x} + z)$ , escribir su forma normal disyuntiva en términos de sus variables.
- b) Analizar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.
  - i) Para  $f : B^3 \rightarrow B$ , existen solamente 6 funciones  $g$  tales los términos 1 y 2 son mintérminos.
  - ii) Sean las funciones booleanas  $f$  y  $g$ , ambas de  $B^3$  en  $B$ , tales que  $f = \sum \min(1, 2, 3)$  y  $g = \prod \max(1, 2, 3)$ , entonces  $f + g = 1$ .

### Ejercicio 3 (15 puntos):

Probar, utilizando inducción matemática, que para todo entero positivo  $n$  se verifica:

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{(3i-2)(3i+1)} = \frac{n}{3n+1}$$

### Ejercicio 4 (20 puntos):

- a) Resolver la relación de recurrencia:  $a_n = 6a_{n-1} - 5a_{n-2}$ ,  $\forall n \geq 2$  con  $a_0 = 4$ ;  $a_1 = 8$ .
- b) Hallar una relación de recurrencia no homogénea de primer orden que genere la misma sucesión de números que la relación de recurrencia del ítem anterior.  
**Ayuda:** trabajar con la solución general de la RR del ítem a.

### Ejercicio 5 (20 puntos):

- a) Resolver la ecuación en congruencia  $8x - 2^{160} \equiv 0 \pmod{9}$ .
- b) Dada la ecuación diofántica  $13x + 25y = 8$  determinar las soluciones que verifican  $0 < x < 100$ .

### Sólo para alumnos libres

### Ejercicio 6 (20 puntos):

- a) Mostrar que  $\mathbb{Z}_7$  con la suma módulo 7 es un grupo aditivo. (La propiedad asociativa se da por válida).
- b) Para el grupo aditivo  $\mathbb{Z}_{10}$ , hallar dos subgrupos no triviales.