Matemática Discreta

Licenciatura en Sistemas de Información

Docentes
Vaira, Stella - Fedonczuk, Miguel
Colliard, David - Cottonaro, Mariana

Adscripta
Bárbara Froloff

FCyT - UADER

2025

Unidad 2: Lenguaje – Máquinas de estados finitos.

Lenguajes: Introducción. Definiciones. Teoría de conjuntos de las cadenas. Máquinas de estados finitos.

FCyT
Facultad de Ciencia y Tecnología

Las sucesiones de símbolos, o caracteres, tienen un papel clave en el procesamiento de información en una computadora. Como los programas puede representarse en términos de sucesiones finitas de caracteres, se necesita alguna forma algebráica para manejar tales sucesiones finitas, también llamadas cadenas, palabras o enunciados.

Alfabeto

El símbolo Σ representa a un conjunto de símbolos finitos no vacío, que llamaremos *alfabeto*.

Ejemplo 1

$$\Sigma = \{0, 1\} \qquad \Sigma = \{a, b, c, d, e\} \qquad \Sigma = \{0, 1, \alpha, \beta,],), a, t, \times\}$$

Se descartan los alfabetos del tipo: $\Sigma = \{a, b, c, aab, ca\}$

FCyT
Facultad de Ciencia y Tecnología

Potencia de Σ

Si Σ es un alfabeto y $n \in \mathbb{Z}^+$, definimos las *potencia de* Σ recursivamente de la siguiente manera:
$\Sigma^1 = \Sigma$, y $\Sigma^{n+1} = \{xy/x \in \Sigma, y \in \Sigma^n\}$, donde xy denota la yuxtaposición de x e y.

Ejemplo 2
Dado $\Sigma = \{0, 1\}$, hallar: Σ^2 y Σ^3

$\Sigma^2 =$
$\Sigma^3 =$

En general, para todo entero positivo n, se verifica que $|\Sigma^n| = |\Sigma|^n$, ya que estamos trabajando con disposiciones (de tamaño n) con reposición.

Ejemplo 3
Dado $\Sigma = \{a, b, c, d, e\}$, ¿cuántos elementos tiene Σ^3? Mostrar algunos.
$|\Sigma^3| =$
Algunos de sus elementos son:

FCyT
Facultad de Ciencia y Tecnología

Cadena vacía

Para cualquier alfabeto Σ definimos $\Sigma^0 = \{\lambda\}$, donde λ denota la *cadena vacía*, es decir, la cadena que no consta de ningún símbolo tomado de Σ. Su cardinal, $\left|\Sigma^0\right| = |\{\lambda\}| = 1$.

Observaciones:

- El símbolo λ nunca es un elemento de nuestro alfabeto Σ
- $\{\lambda\} \not\subseteq \Sigma$ ya que $\lambda \notin \Sigma$
- $\{\lambda\} \neq \emptyset$ ya que $|\{\lambda\}| = 1 \neq 0 = |\emptyset|$
  (La cadena es vacía, no el conjunto que la incluye)

Σ^+ y Σ^*

Si Σ es cualquier alfabeto, entonces
$\Sigma^+ = \bigcup_{n=1}^{\infty} \Sigma^n = \bigcup_{n\in\mathbb{Z}^+} \Sigma^n,$ y $\Sigma^* = \bigcup_{n=0}^{\infty} \Sigma^n$

Observe que la única diferencia entre Σ^+ y Σ^* es el elemento λ, con lo cual

$$\Sigma^* = \Sigma^+ \cup \Sigma^0$$

Sean $w_1, w_2 \in \Sigma^+$, por lo tanto, $w_1 = x_1 x_2 ... x_m$ y $w_2 = y_1 y_2 ... y_n$, para $m, n \in \mathbb{Z}^+$, con $x_1, x_2, ..., x_m, y_1, y_2, ..., y_n \in \Sigma$; se definen:

Cadenas iguales

Decimos que las cadenas w_1 y w_2 son iguales, y escribimos $w_1 = w_2$ si $m = n$, y $x_i = y_i$, para todo $1 \leq i \leq m$.

Longitud de una cadena

La longitud de w_1, que se denota como $\parallel w_1 \parallel$, como el valor m.
Para el caso de λ: $\parallel \lambda \parallel = 0$.

Concatenación de cadenas

La concatenación de w_1 y w_2, denotada como $w_1 w_2$, es la cadena $x_1 x_2 ... x_m y_1 y_2 ... y_n$.
La concatenación con λ será: $w_1 \lambda = w_1$, $\lambda w_1 = w_1$ y $\lambda\lambda = \lambda$.

Para $w_1, w_2 \in \Sigma^*$: $\|w_1 w_2\| = \|w_1\| + \|w_2\|$.

FCyT Facultad de Ciencia y Tecnología

Potencia de x

Para cualquier $x \in \Sigma^*$, definimos las potencias de x como $x^0 = \lambda$, $x^1 = x$, $x^2 = xx$, $x^3 = xx^2$,...,$x^{n+1} = xx^n$,..., donde $n \in \mathbb{N}$.

Ejemplo 4

Sea $\Sigma = \{0, 1\}$ y $x = 10$, hallar x^0, x^2, x^5, $\| x^3 \|$, $\| x^7 \|$, y una regla general para, $\| x^n \|$, $\forall n \in \mathbb{N}$.

- $x^0 =$
- $x^2 =$
- $x^5 =$
- $\| x^3 \| =$
- $\| x^7 \| =$
- $\forall n \in \mathbb{N}$: $\| x^n \| =$

FCyT Facultad de Ciencia y Tecnología

Prefijo y sufijo

Si $x, y \in \Sigma^*$ y $w = xy$, entonces:

- La cadena x es un *prefijo* de w (*prefijo propio* si $y \neq \lambda$).
- La cadena y es un *sufijo* de w (*sufijo propio* si $x \neq \lambda$)

Ejemplo 5

Para $w = 0100110$, listar todos los prefijos, prefijos propios, sufijos y sufijos propios.

prefijos:

p. propios:

sufijos:

s. propios:

Subcadena

Si $x, y, z \in \Sigma^*$ y $w = xyz$, entonces y es una *subcadena* de w. Cuando ni x ni z son iguales λ, y es una subcadena propia.

En otras palabras, si una subcadena es propia no es igual a la misma cadena. Lo mismo ocurre para prefijo propio y sufijo propio, no pueden ser iguales a la cadena dada.

Ejemplo 6
Para $w = 0100110$, listar cuatro subcadenas propias.

Lenguaje

Para un alfabeto dado Σ, cualquier subconjunto de Σ^* es un *lenguaje* sobre Σ. Esto incluye al subconjunto $\varnothing$, al que llamaremos *lenguaje vacío*.

Concatenación de lenguajes

Para un alfabeto Σ y los lenguajes $A, B \subseteq \Sigma^*$, la concatenación de A y B, se denota con AB, y es $\{ab / a \in A, b \in B\}$.

Ejemplo 7

Sea $\Sigma = \{x, y, z\}$, y los lenguajes $A = \{x, xy, z\}$, $B = \{\lambda, y\}$. Hallar AB, BA, y verificar que $|AB| \neq |BA|$ y $|AB| \neq |A||B|$.

$AB =$

$BA =$

$|AB| \neq |BA|$ porque

$|AB| \neq |A||B|$ porque

Teorema

Para un alfabeto Σ y $A, B, C \subseteq \Sigma^*$ se verifica:

- $A\{\lambda\} = \{\lambda\}A = A$
- $A(B \cup C) = AB \cup AC$
- $A(B \cap C) \subseteq AB \cap AC$
- $(AB)C = A(BC)$
- $(B \cup C)A = BA \cup CA$
- $(B \cap C)A \subseteq BA \cap CA$

Para cualquier lenguaje $A \subseteq \Sigma^*$ podemos construir otros lenguajes de la manera siguiente:

- $A^0 = \{\lambda\}$, $A^1 = A$ y $\forall n \in \mathbb{Z}^+$: $A^{n+1} = \{ab/a \in A, b \in A^n\}$
- $A^+ = \bigcup_{n \in \mathbb{Z}^+} A^n$ (Clausura positiva de A)
- $A^* = A^+ \cup \{\lambda\}$ (Clausura de Kleene)

Ejemplo 8

Sea $\Sigma = \{x, y\}$

- Si $A = \{xx, xy, yx, yy\}$, entonces A^* es el lenguaje de todas las cadenas $w \in \Sigma^*$ de longitud par.
- Con A de la primera parte, y $B = \{x, y\}$, el lenguaje BA^* contiene todas las cadenas de Σ^* de longitud impar.
- El lenguaje $\{x\}\{x, y\}^*$ contiene cada cadena de Σ^* para la cual x es un prefijo.
- El lenguaje $\{x, y\}^+\{yy\}$ contiene todas las cadenas de Σ^* para la cual yy es un sufijo propio.
- Cada cadenas del lenguaje $\{x, y\}^*\{xxy\}\{x, y\}^*$ tiene a xxy como subcadena.
- Cualquier cadena de $\{x\}^*\{y\}^*$ consta de λ y de todas las cadenas con un número finito de x seguido de un número finito de y.

FCyT
Facultad de Ciencia y Tecnología

Actividades propuestas

Para realizar las actividades prácticas correspondientes a este apartado te sugerimos realizar los siguientes ejercicios del capítulo 6, apartado 6.1 (Página 325) del libro *Matemática Discreta de Ralph Grimaldi* que se encuentra en el campus virtual:

1. 1 al 10
2. 12 al 14
3. 22 al 24

Funcionamiento de una máquina - Un ejemplo sencillo.

Supongamos que una máquina expendedora tiene dos tipos de productos A y B. El precio de cada producto es de 10 centavos de dólar. La máquina admite únicamente monedas de 5 y 10 centavos y devuelve el cambio necesario. Dispone de un botón rojo que expide el producto A y uno verde que hace lo mismo con el producto B.

La máquina está en un estado de espera (estado s_0), hasta que un cliente comience a insertar monedas por un total de 10 centavos o más, y oprima el botón para obtener el producto deseado. Si en cualquier momento del proceso, el total de monedas insertadas supera los diez centavos, la máquina devuelve el cambio necesario antes de que el cliente oprima el botón correspondiente.

Ulises para comprar el producto A, introdujo consecutivamente dos monedas de 5c. Luego apretó el botón rojo y obtuvo el producto deseado.

Representemos el proceso con una tabla, donde t_0 es el instante inicial cuando inserta su primera moneda y t_i con $i = 1, 2, 3$ son los instantes posteriores:

Input →	t_0	t_1	t_2	t_3
Estado	s_0	s_1	s_2	s_0
Entrada	5	5	R	–
Salida	nada	nada	A	–

En el instante t_0, Ulises inserta su primera moneda de 5c. No recibe nada pero en el instante siguiente t_1 la máquina está en el estado s_1 (tiene almacenados 5c). En este instante t_1, la máquina no devuelve nada pero, al depositar una nueva moneda de 5c, en el instante t_2 la máquina se encuentra en un nuevo estado s_2 (tiene almacenados 10c). Ulises todavía no recibe nada puesto que la máquina no sabe que tipo de producto quiere. Al oprimir el botón rojo en el instante t_2, la máquina expide el producto A y en el instante siguiente t_3 se coloca de nuevo en el estado inicial s_0 (ningún centavo almacenado).

La siguiente tabla resume qué hace la máquina que utiliza Ulises en cada estado, cómo responde a las entradas, y a qué estado cambia y qué salida produce:

Estados	Transición				Salida			
	Entrada				Entrada			
	5	10	R	V	5	10	R	V
s_0	s_1	s_2	s_0	s_0	n	n	n	n
s_1	s_2	s_2	s_1	s_1	n	5	n	n
s_2	s_2	s_2	s_0	s_0	5	10	A	B

FCyT Facultad de Ciencia y Tecnología

Funcionamiento de una máquina expendedora de chicles en blister:

- Posee dos tipos de chicles: Menta (M) y Fruta (F).
- El costo de cada uno es 20 centavos de dolar.
- La máquina acepta monedas de 5, 10 y 25 centavos; y devuelve el cambio.
- Posee dos botones que se presionan luego de insertar las monedas: BM y BF, para obtener M y F, respectivamente.

Representación del funcionamiento de la máquina expendedora

	Siguiente estado					Salida				
Input →	5c	10c	25c	BM	BF	5c	10c	25c	BM	BF
Posee 0c (s_0)										
Posee 5c (s_1)										
Posee 10c (s_2)										
Posee 15c (s_3)										
Posee 20c (s_4)										

FCyT
Facultad de Ciencia y Tecnología

Completar la tabla

- Posee dos tipos de chicles: Menta (M) y Fruta (F).
- El costo de cada uno es 20 centavos de dolar.
- La máquina acepta monedas de 5, 10 y 25 centavos; y devuelve el cambio.
- Posee dos botones que se presionan luego de insertar las monedas: BM y BF, para obtener M y F, respectivamente.

	Siguiente estado					Salida				
Input →	5c	10c	25c	BM	BF	5c	10c	25c	BM	BF
Posee 0c (s_0)		s_2	s_4		s_0	n		$5c$		n
Posee 5c (s_1)		s_3		s_1	s_1			$10c$		n
Posee 10c (s_2)			s_4	s_2		n			n	
Posee 15c (s_3)		s_4		s_3		n	$5c$		n	
Posee 20c (s_4)				s_0	s_0	$5c$	$10c$			F

Principales características de una máquina como la expendedora del ejemplo anterior

1. Cantidad finita de estados (*estados internos*). En un instante dado, la memoria total disponible de la máquina es el conocimiento del estado interno en el que se encuentra en ese instante.

2. Número finito de símbolos de *entrada*, que se conocen como el *alfabeto de entrada* $\mathcal{I}$

3. Por cada combinación de entradas y estados internos se determina una *salida* y un *estado siguiente*. El conjunto finito de todas las salidas posibles constituyen el *alfabeto de salida* $\mathcal{O}$ de la máquina.

4. Suponemos que los procesos secuenciales están sincronizados por pulso de reloj separados y distintos y que la máquina opera de manera determinística. La salida queda determinada por el estado inicial y la secuencia de entrada.

FCyT Facultad de Ciencia y Tecnología

Máquinas de estados finitos

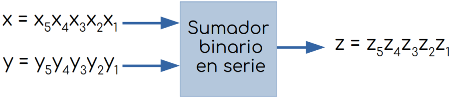
Una máquina de estados finitos es una 5-upla $M = (S, \mathcal{I}, \mathcal{O}, \nu, \omega)$, donde S es el conjunto de estados internos de M; $\mathcal{I}$ es el alfabeto de entrada de M; $\mathcal{O}$ es el alfabeto de salida de M; $\nu : S \times \mathcal{I} \to S$ es la función siguiente estado; y $\omega : S \times \mathcal{I} \to \mathcal{O}$ es la función de salida.

Ejemplo 10

Para el ejemplo de la máquina expendedora de chicles, determinar los elementos S, $\mathcal{I}$ y $\mathcal{O}$, y mostrar dos elementos de cada una de las funciones ν y ω.

Ejemplo 11

Un *sumador binario en serie* es una máquina de estados finitos que podemos usar para obterner $x + y$, donde x e y seran dos cadenas binarias de igual longitud, y garanticen el espacio suficiente para completar la suma.
Así, si $x = x_5x_4x_3x_2x_1 = 00111$ e $y = y_5y_4y_3y_2y_1 = 01101$



$$\begin{array}{rccccc}
 & (1) & (1) & (1) & (1) & \leftarrow \text{acarreo} \\
X = & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\
+\ y = & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\
\hline
z = & 1 & 0 & 1 & 0 & 0
\end{array}$$

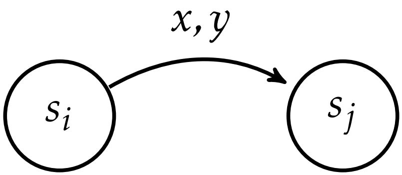
Observe que $x_1 = y_1 = 1$ y $z_1 = 0$, mientras que $x_3 = y_3 = 1$ pero $z_3 = 1$ por el *acarreo* de la suma de $x_2 + y_2$. Por lo tanto la salida depende de la suma de dos entradas y de la habilidad de recordar un acarreo de 0 o 1.

Determinar los elementos S, $\mathcal{I}$ y $\mathcal{O}$, y mostrar dos elementos de cada una de las funciones ν y ω. Luego completar la tabla de estados.

Otra forma de representar a las máquinas de estados finitos es un *diagramas de estados*.

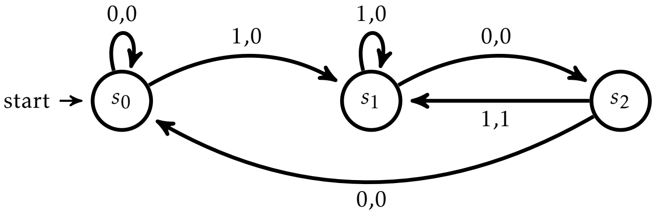
Se representa mediante un círculo con s dentro de él. Para representar la transición de s_i a s_j utilizamos una arista dirigida (o arco) como se puede ver en la figura siguiente, donde $\forall x \in \mathcal{I}$ y $\forall y \in \mathcal{O}$:

$$\nu(s_i, x) = s_j \qquad\qquad \omega(s_i, x) = y$$



Ejemplo 12

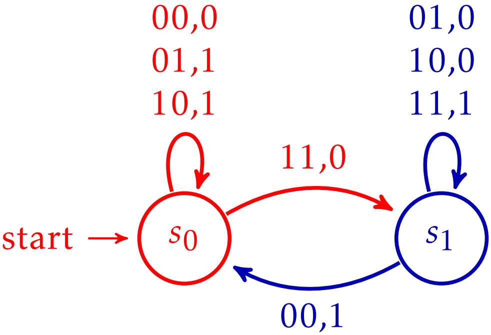
Considere la máquina de estados finitos $M = (S, \mathcal{I}, \mathcal{O}, \nu, \omega)$, donde $S = \{s_0, s_1, s_2\}$, $\mathcal{I} = \mathcal{O} = \{0, 1\}$. A partir de su representación en diagramas de estado, realizar la tabla.



Ejemplo 13

El diagrama de estados para la máquina de estados finitos del sumador binario en series anteriormente es.

	ν				ω			
	00	01	10	11	00	01	10	11
s_0	s_0	s_0	s_0	s_1	0	1	1	0
s_1	s_0	s_1	s_1	s_1	1	0	0	1



Actividades propuestas

Para realizar las actividades prácticas correspondientes a este apartado te sugerimos realizar los siguientes ejercicios del capítulo 6, apartado 6.2 (Página 333) del libro *Matemática Discreta de Ralph Grimaldi* que se encuentra en el campus virtual: 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9.

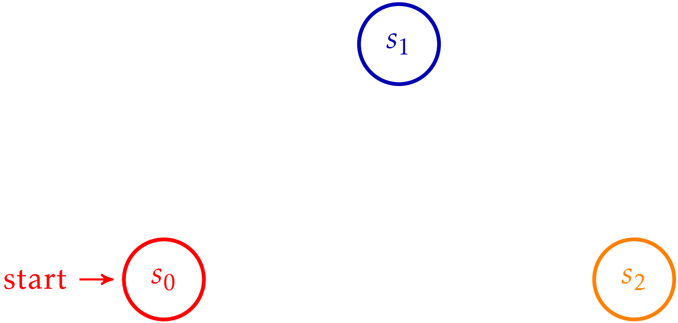
Ejemplo 14

Dados $\mathcal{I} = \mathcal{O} = \{0, 1\}$, la siguiente máquina de estados finitos reconoce cada aparición de la secuencia 111 al encontrarla en cualquier cadena de entrada $x \in \mathcal{I}^*$.

Por ejemplo, si $x = 1110101111$, su salida correspondiente debe ser 0010000011.

En otras palabras, esta máquina es un reconocedor del lenguaje $A = \{0, 1\}^*\{111\}$.

Como se puede observar, esta máquina permite *solapamiento*.



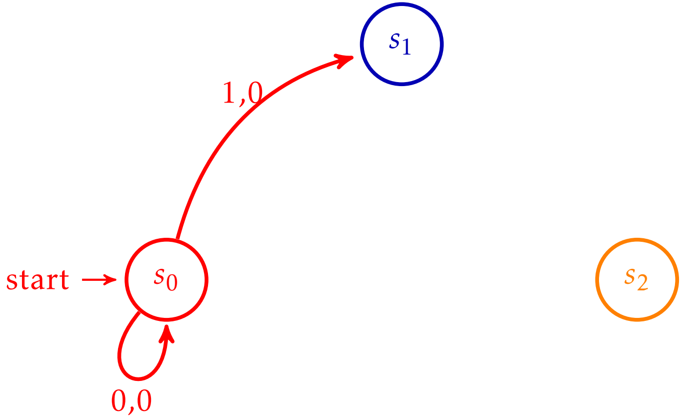
Ejemplo 14

Dados $\mathcal{I} = \mathcal{O} = \{0, 1\}$, la siguiente máquina de estados finitos reconoce cada aparición de la secuencia 111 al encontrarla en cualquier cadena de entrada $x \in \mathcal{I}^*$.

Por ejemplo, si $x = 1110101111$, su salida correspondiente debe ser 0010000011.

En otras palabras, esta máquina es un reconocedor del lenguaje $A = \{0, 1\}^*\{111\}$.

Como se puede observar, esta máquina permite *solapamiento*.



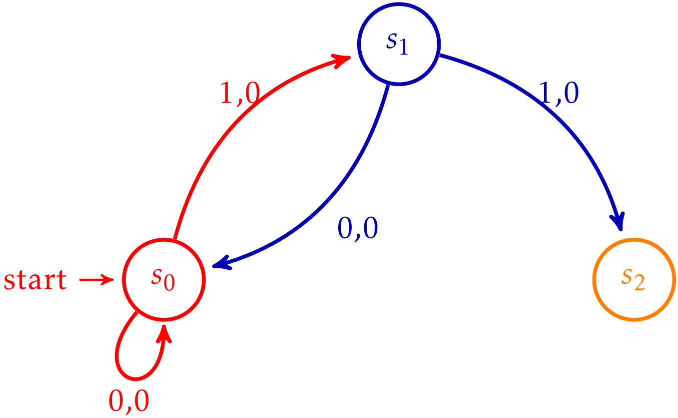
Ejemplo 14

Dados $\mathcal{I} = \mathcal{O} = \{0,1\}$, la siguiente máquina de estados finitos reconoce cada aparición de la secuencia 111 al encontrarla en cualquier cadena de entrada $x \in \mathcal{I}^*$.

Por ejemplo, si $x = 1110101111$, su salida correspondiente debe ser 0010000011.

En otras palabras, esta máquina es un reconocedor del lenguaje $A = \{0,1\}^*\{111\}$.

Como se puede observar, esta máquina permite *solapamiento*.



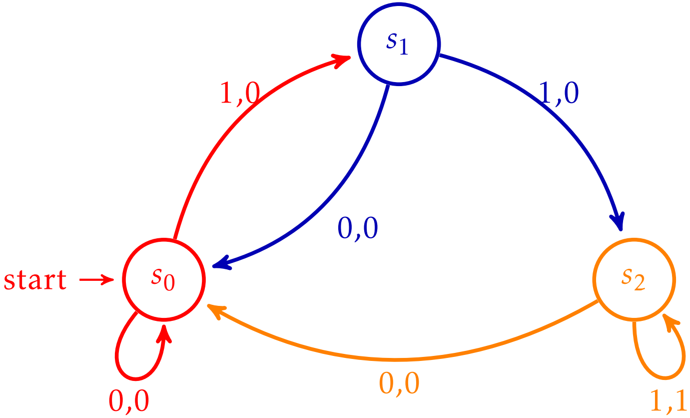
Ejemplo 14

Dados $\mathcal{I} = \mathcal{O} = \{0, 1\}$, la siguiente máquina de estados finitos reconoce cada aparición de la secuencia 111 al encontrarla en cualquier cadena de entrada $x \in \mathcal{I}^*$.

Por ejemplo, si $x = 1110101111$, su salida correspondiente debe ser 0010000011.

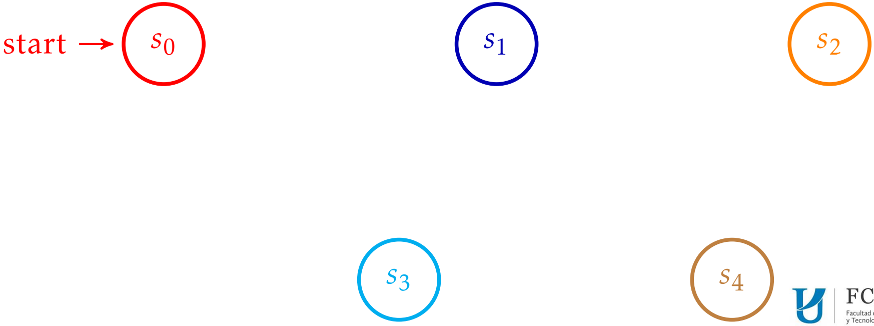
En otras palabras, esta máquina es un reconocedor del lenguaje $A = \{0, 1\}^*\{111\}$.

Como se puede observar, esta máquina permite *solapamiento*.

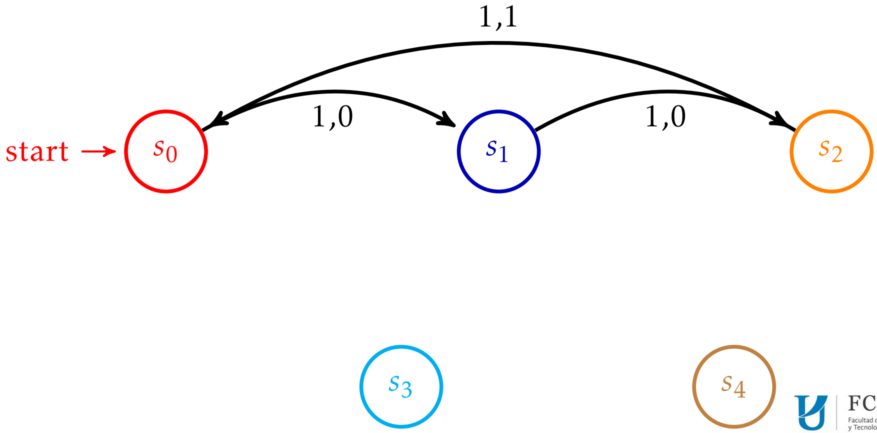


Ejemplo 15

La siguiente máquina de estados finitos reconoce la ocurrencia de la secuencia 111 pero solamente en la posiciones múltiplo de tres (3k-ésima). Por ejemplo, si $x = 111100111$, su salida correspondiente debe ser 001000001.



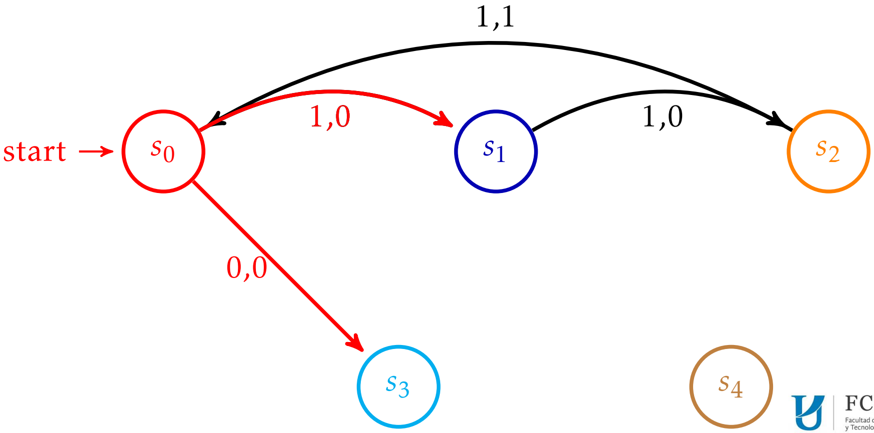
Ejemplo 15
La siguiente máquina de estados finitos reconoce la ocurrencia de la secuencia 111 pero solamente en la posiciones múltiplo de tres (3k-ésima). Por ejemplo, si $x = 111100111$, su salida correspondiente debe ser 001000001.



FCyT
Facultad de Ciencia y Tecnología

Ejemplo 15

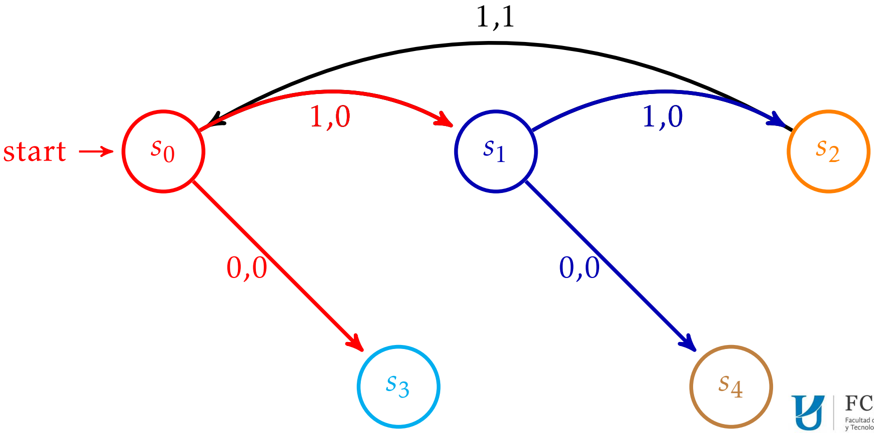
La siguiente máquina de estados finitos reconoce la ocurrencia de la secuencia 111 pero solamente en la posiciones múltiplo de tres (3k-ésima). Por ejemplo, si $x = 111100111$, su salida correspondiente debe ser 001000001.



FCyT
Facultad de Ciencia y Tecnología

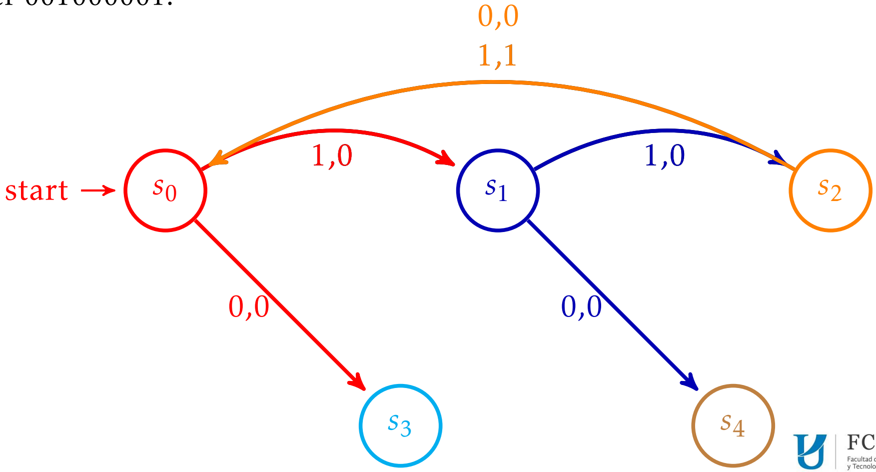
Ejemplo 15

La siguiente máquina de estados finitos reconoce la ocurrencia de la secuencia 111 pero solamente en la posiciones múltiplo de tres (3k-ésima). Por ejemplo, si $x = 111100111$, su salida correspondiente debe ser 001000001.



Ejemplo 15

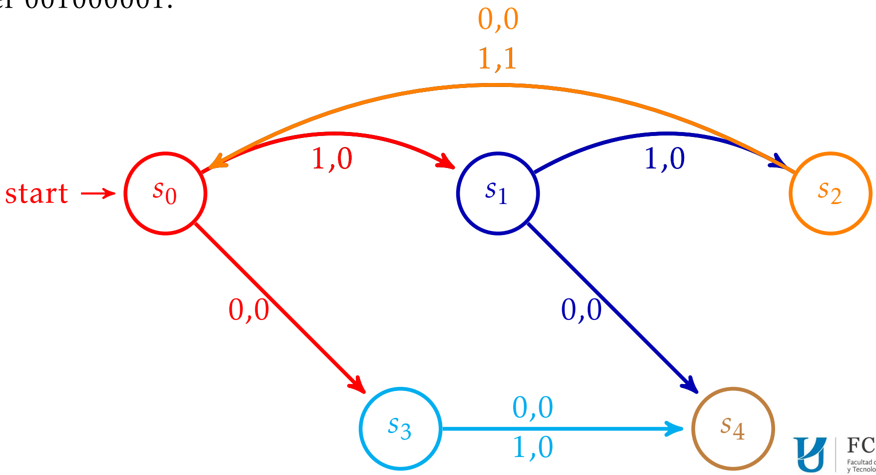
La siguiente máquina de estados finitos reconoce la ocurrencia de la secuencia 111 pero solamente en la posiciones múltiplo de tres (3k-ésima). Por ejemplo, si $x = 111100111$, su salida correspondiente debe ser 001000001.



FCyT
Facultad de Ciencia y Tecnología

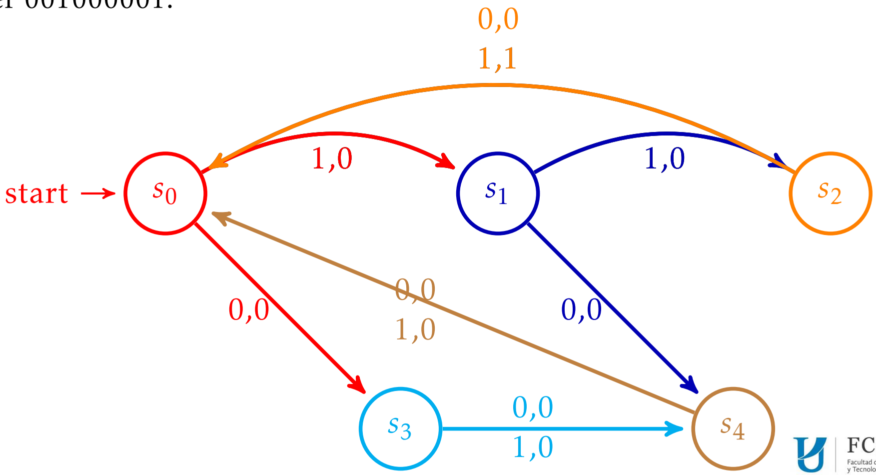
Ejemplo 15

La siguiente máquina de estados finitos reconoce la ocurrencia de la secuencia 111 pero solamente en la posiciones múltiplo de tres (3k-ésima). Por ejemplo, si $x = 111100111$, su salida correspondiente debe ser 001000001.



Ejemplo 15

La siguiente máquina de estados finitos reconoce la ocurrencia de la secuencia 111 pero solamente en la posiciones múltiplo de tres (3k-ésima). Por ejemplo, si $x = 111100111$, su salida correspondiente debe ser 001000001.



Ejemplo 16

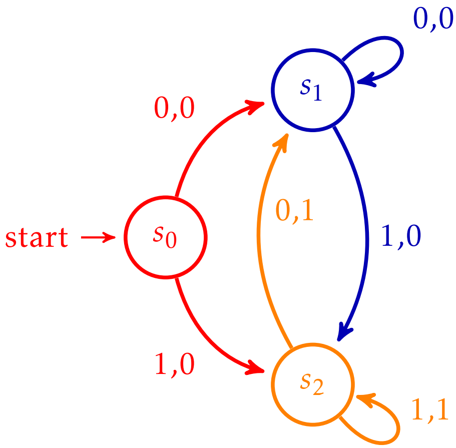
Dados $\mathcal{I} = \mathcal{O} = \{0,1\}$, construir dos máquinas de estados finitos que reconozcan la ocurrencia de la cadena de entrada 0101: (a) sin importar dónde ocurra, (b) en la posición 4k-ésima. Hallar para ambas, $\nu(s_0, 01010100101)$ y $\omega(s_0, 01010100101)$

Ejemplo 17

Dados $\mathcal{I} = \mathcal{O} = \{0, 1\}$, construir una máquina de estados finitos que reconozca solamente a todas las cadenas del lenguaje $\{00\}\{0, 1\}^*\{111\}$

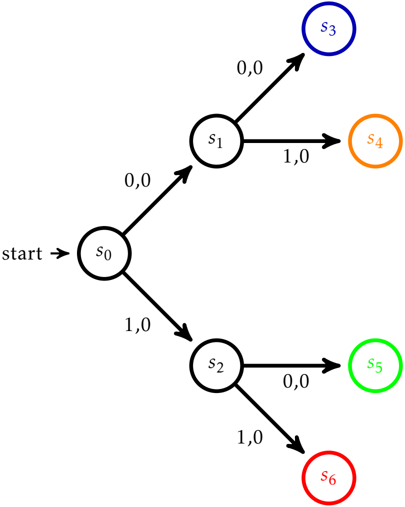
Ejemplo 18

La siguiente máquina de estados finitos se conoce como *máquina de retardo unitario*, ya que su propósito es retardar la salida del elemento de la entrada en una posición. Por ejemplo, $\omega(s_0, 011100) = 001110$.



Ejemplo 19

Completar la siguiente máquina de estados finitos, la cual retarda la salida del elemento de la entrada en dos posiciones.
Por ejemplo, $\omega(s_0, 0110100) = 0001101$.



Definiciones 1

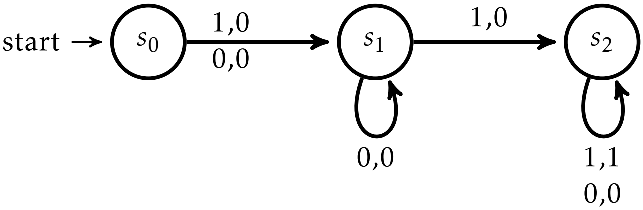
Sea $M = (S, \mathcal{I}, \mathcal{O}, \nu, \omega)$ una máquina de estados finitos.

- Para $s_i, s_j \in S$, se dice que s_j *se puede alcanzar desde* s_i si $s_i = s_j$ o si existe una entrada $x \in \mathcal{I}$ tal que $\nu(s_i, x) = s_j$.
- Un estado $s \in S$ es *transitorio* si $\nu(s, x) = s$ para $x \in \mathcal{I}^*$ implica $x = \lambda$; es decir, no existe $x \in \mathcal{I}^+$ tal que $\nu(s, x) = s$.
- Un estado $s \in S$ es *estado sumidero*, si $\nu(s, x) = s$, para $x \in \mathcal{I}^*$.

Ejemplo 20

s_0 es transitorio

s_2 es sumidero



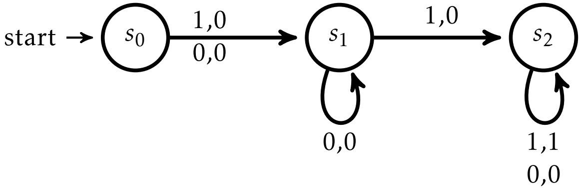
Definiciones 2

Sea $M = (S, \mathcal{I}, \mathcal{O}, \nu, \omega)$ una máquina de estados finitos.

- Sea $S_1 \subseteq S, \mathcal{I}_1 \subseteq \mathcal{I}$. Si $\nu_1 = \nu|_{S_1 \times \mathcal{I}_1} : S_1 \times \mathcal{I}_1 \to S_1$, con $\omega_1 = \omega|_{S_1 \times \mathcal{I}_1}$, entonces $M_1 = (S_1, \mathcal{I}_1, \mathcal{O}_1, \nu_1, \omega_1)$ es una submáquina de M.
- Una máquina es *fuertemente conexa* si para cualquier estado $s_i, s_j \in S$, podemos alcanzar s_j desde s_i.

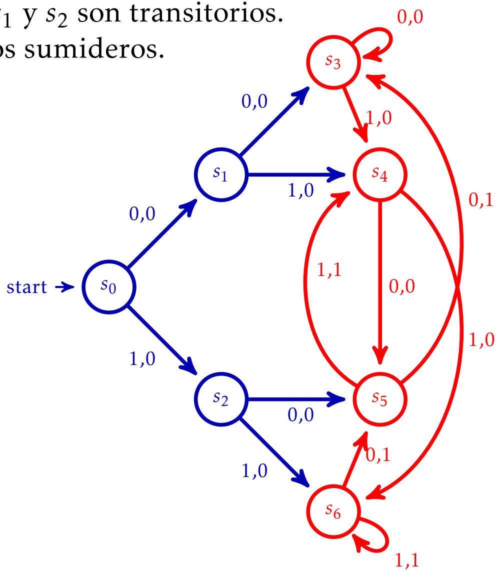
Ejemplo 21

$M_1 = (S_1, \mathcal{I}_1, \mathcal{O}_1, \nu_1, \omega_1)$ con $S_1 = \{s_1, s_2\}$ es una submáquina de M, aunque no fuertemente conexa ya que no se puede alcanzar s_1 desde s_2.



Ejemplo 22

La máquina de retardo 2 posee una submáquina fuertemente conexa:
$M_1 = (S_1, \mathcal{I}_1, \mathcal{O}_1, \nu_1, \omega_1)$ con $S_1 = \{s_3, s_4, s_5, s_6\}$.
Los estados s_0, s_1 y s_2 son transitorios.
No posee estados sumideros.



Actividades propuestas

Para realizar las actividades prácticas correspondientes a este apartado te sugerimos realizar los siguientes ejercicios del capítulo 6, apartado 6.3 (Página 342) del libro *Matemática Discreta de Ralph Grimaldi* que se encuentra en el campus virtual: 1, 2, 3, 5, 7.