Ejercicio N°1

a) Determinar si las siguientes sucesiones son convergentes o divergentes

$I)\ \left\{\dfrac{e^n+1}{e^n-1}\right\}$

II) $\left\{\frac{\sqrt{n+1}}{n}\right\}$

b) Determinar si la siguientes series son convergentes o divergentes

I) $\sum_{k=1}^{\infty}\frac{2k}{k^2+1}$

II) $\sum_{k=1}^{\infty}\frac{n^n}{n!}$

c) Dada la siguiente serie de potencias de x, determine el intervalo de convergencia de la misma

$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n^2+1}\,(x-2)^n$$

Actividad N°2 :Responde verdadero o falso en cada caso. Justifica tus respuestas

a) Una sucesión numérica se puede definir como una función cuyo dominio es el conjunto de los números reales y cuyos elementos del rango son números enteros positivos.

b) Podemos afirmar que si el $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ entonces la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ es convergente.

c) Si el radio de convergencia (R) de una serie de potencias de la forma $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ es R=3, esto significa que la serie converge en el intervalo cerrado [-3,3].

d) Las derivadas parciales de una función de dos variables reales son casos particulares de la derivada direccional, en las direcciones de los versores $\vec{\imath}$ y $\vec{\jmath}$.

e) Si *(a,b)* es un punto crítico de *f(x, y)*, entonces la función tiene un extremo en ese punto.

Actividad N°3- Selecciona la opción correcta

1- El máximo valor de la derivada direccional de una función real de dos (o más variables), evaluada en un punto *P (a, b)* donde la misma es diferenciable, se obtiene en:
   a) La dirección dada por el gradiente de la función aplicado en dicho punto
   b) La dirección opuesta al gradiente de la función aplicado en dicho punto.

2- Si consideramos la función *f: D*⊆ ℝ → ℝ, una función real de dos variables reales y diferenciable en (a,b) entonces, para hallar los puntos críticos hacemos
   a) $\frac{df}{dx} = 0$
   b) $\begin{cases}\frac{\partial f}{\partial x} = 0\\ \frac{\partial f}{\partial y} = 0\end{cases}$

Actividad N°4: completar la frase

La prueba de las derivadas parciales segunda establece que: si f es una función real de dos variables reales y *(a, b)* es un punto crítico de la misma, entonces:

a) Si el discriminante $D(a,b) < 0$ entonces la función tiene en (a, b) un ....

b) Si el discriminante $D(a,b) > 0$ y $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(a,b) > 0$ la función tiene en (a, b) un ....

c) Si el discriminante $D(a,b) > 0$ y $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(a,b) < 0$ la función tiene en (a, b) un ....

Actividad N°5: Tachar lo que no corresponda

d) Una ecuación diferencial ordinaria es aquella cuya función incógnita es una función de [una/ dos o más] variable[s] real [es]. Si las derivadas que involucra la ecuación son derivadas primeras, entonces es de [primer/ segundo] orden.

e) La ecuación $\frac{dy}{dx} + P(x)y = 0$ es una ecuación diferencial [ordinaria/parciales], [lineal/ no lineal] de [primer/segundo] orden, y [homogénea/ no homogénea]

Actividad N°6:

Sea la función de dos variables reales $f(x,y) = x^3 + y^3 - 3x^2 - 3y + 10$

a) Determinar el dominio de f
b) Escribir la expresión del vector gradiente de la función.
c) Determinar la dirección en la cual la función crece más rápidamente en el punto (0,0)
d) Calcular la derivada direccional de f en el punto (1,2) y en la dirección del vector $\vec{v} = < 1, 1 >$
e) Determine y clasifique los puntos críticos de f.

Actividad N°7

Encontrar la solución general de las siguientes ecuaciones diferenciales

a) $y' + 4y = x^2 e^{-4x}$
b) $y'' - y' - 12y = 0$

Actividad N°8

a) Aplicar la regla de la cadena para hallar $\frac{dz}{dt}$ sabiendo que $z = x^2 + y^2 + xy$ con $x(t) = sen\, t$, $y(t) = e^t$
b) Demostrar que no existe el límite probando distintas direcciones ($x = 0, y = 0, y = x$)

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{xy}{x^2 + y^2}$$