

# Lic en Sistemas de información - FCyT - UADER

Matemática Discreta - Segundo Parcial Promoción 23/09/2023

RECUERDE QUE DEBE JUSTIFICAR TODAS SUS RESPUESTAS.

## Ejercicio 1 (25 puntos):

- a) Dada la la relación de recurrencia: 
$$\begin{cases} a_{n+2} + 4a_{n+1} + 3a_n = 32n : \forall n \geq 0 \\ a_0 = 3; a_1 = -1 \end{cases}$$
- i) Determinar los primeros cinco términos de la sucesión que genera.
  - ii) Hallar una solución general, luego calcular  $a_{10}$ .
  - iii) Verificar, a partir de la solución, que lo obtenido en la parte i) es correcto.
- b) Una pelota se tira desde un edificio a 700m de altura. Cada vez que rebota sube hasta alcanzar el 80 % de la altura que tenía antes de rebotar. Determinar y resolver una relación de recurrencia para calcular cuántas veces debe rebotar para no superar el metro de altura.

## Ejercicio 2 (25 puntos):

- a) Sea  $h$  una función booleana de  $B^4$  en  $B$ , se pide:
- i) ¿Cuántas funciones booleanas  $h$  toman el valor 1 cuando al menos dos de sus 4 variables toman el valor 1 (en el resto no importa el valor de  $h$ ).
  - ii) Cuántas funciones  $h$  cumplen con  $h(x_1, \bar{x}_2, x_3, \bar{x}_4) = h(x_1, x_2, x_3, x_4)$ .
- b) Sean  $f$  y  $g$  funciones booleanas de  $B^3$  en  $B$ :

$$f(x, y, z) = \bar{x}z + xy + \bar{x}\bar{y} \qquad g = \sum \min(4, 5)$$

- i) Probar que  $f$  y  $g$  son complementarias.
- ii) Indicar la f.n.c. de  $f$ .
- iii) Hallar la forma más simple de  $f$ , en términos de sus variables; y a partir de ella, la forma más simple de  $g$ .

## Ejercicio 3 (30 puntos):

- a) Determinar los tres primeros números naturales que tienen exactamente 12 divisores positivos.
- b) Hallar el menor factorial de un número ( $n!$ ) tal que sea divisible por  $5^{10}$ .
- c) Sea  $a$  un entero cualquiera, indicar los posibles valores de  $d = \text{mcd}(4a, 4a + 3)$

## Ejercicio 4 (20 puntos):

- a) Resolver el siguiente sistema de ecuaciones diofánticas:

$$\begin{cases} x - 5y + 8z = 15 \\ 2x + 3y + 5z = 32 \end{cases}$$

Ayuda: para su resolución puede utilizar el método de sustitución o el de reducción por sumas y restas.

- b) Hallar los puntos de coordenadas enteras que se encuentran sobre el segmento de recta cuyos extremos son  $P(24, 0)$  y  $Q(0, 20)$ .