Licenciatura en Sistemas de Información - FCyT - UADER

Matemática Discreta - Actividad Técnicas de Conteo - Lenguajes y Máquinas - 2025

Ejercicio 1.

a) Resuelva la ecuación $C(x-1,2)+C(x,2)+C(x+1,2)=64$.

b) Tenemos un conjunto de cinco libros de Programación, tres de Matemática Discreta y dos de Arte, todos diferentes: ¿de cuántas maneras se pueden acomodar estos libros en una repisa si los de arte no van juntos?

Ejercicio 2.

a) Existen 10 copias idénticas de un libro y una copia de cada uno de otros 10 libros, ¿de cuántas maneras se pueden elegir 10 libros?

b) Determine cuántas cadenas se pueden formar ordenando las letras ABCDEF en donde A aparece antes que C y C aparece antes que E.

Ejercicio 3. El sistema de numeración telefónica. El formato de los números de teléfonos se determina mediante el sistema de numeración decimal y vienen dado en algunos países por la secuencia NYX $-$NNX $-$XXXX; NYX es el código de área, NNX es el código de zona y XXXX es la terminal. Se sabe además que X denota un dígito que puede ser cualquier valor de 0 a 9; N está formado por un dígito cualquiera de 2 a 9 e Y denota un dígito que puede ser 0 o 1.

a) ¿Cuántos números de teléfonos distintos se pueden armar de esta manera?

b) Es posible encontrar en la secuencia NYXNNXXXXX que el número que se forma sea capicúa y sea un número par, escribir algunos que cumplan con la condición planteada y luego contar cuántos son en total.

Ejercicio 4.

a) En una feria ambulante un vendedor tiene espacio para ubicar 10 ejemplares de los 3 libros de su autoría. ¿De cuántas formas puede hacer la selección si quiere exhibir al menos uno de cada uno?

b) ¿Cuántas soluciones enteras positivas de la ecuación $x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=20$ donde x_2 es divisible por 8 y $x_4=2$?

c) En el desarrollo de $(5x^2+\frac{1}{2}y)^{20}$, hallar el término donde aparece x^6.

d) Calcular el exponente $n \in \mathbb{N}$, en la expresión $(2x+y+3z)^n$, para que el desarrollo de esta potencia tenga 435 términos.

Ejercicio 5. Dado el alfabeto $\Sigma=\{a,b,c,d,e\}$, determinar:

a) ¿Cuántas cadenas de Σ^4 contienen la subcadena bc exactamente una vez?

b) ¿Cuántas cadenas de Σ^6 comienzan con c y terminan con a?

c) Sea A el lenguaje definido de Σ^* que contiene un número impar de letras a y B es el lenguaje definido por el conjunto de cadenas que tienen a ac como prefijo propio:

   I) Escriba 5 elementos de cada lenguaje A y B.

   II) Determine si la cadena $w=aaaaab$ está en la concatenación AB o en la concatenación BA o en el lenguaje BA^2.

Ejercicio 6.

a) Sea $\Sigma = \{0,1\}$ y los lenguajes:

$A = \{010, 110, 00\}$ y $B = \{x \in \Sigma^* / |x| \leq 4 \wedge x \textit{ tiene como prefijo propio } 11\}$

Se pide:

I) Listar los elementos de A^2B.

II) Indicar si la cadena 1100 pertenece a BA

b) Sea $I = O = \{0,1\}$. Construya un diagrama de estados para una máquina d estados que reconozca cada ocurrencia de 01110 en una cadena de $x \in I^*$ (se permite solapamiento)

Ejercicio 7.

a) Sea $A = \{0\}\{0,1\}^*\{001\}$, describir en términos de sufijo y prefijo, los elementos de A. Construir una máquina de estado finito que solamente reconozca todas las entradas de A.

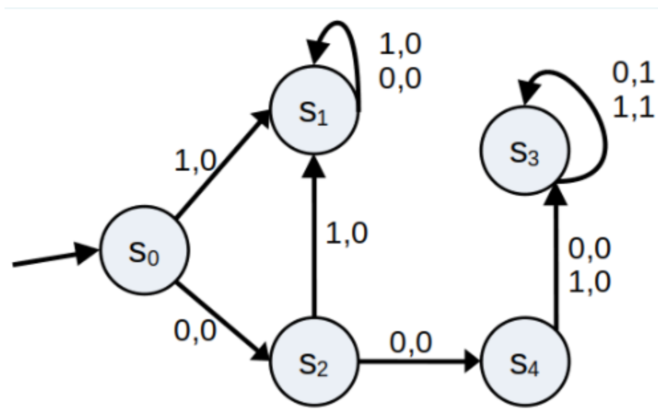
b) Sea la máquina de estados finitos $M = (S, \mathscr{I}, \mathscr{O}, \nu, \omega)$, donde $S = \{s_0, s_1, s_2\}$, $\mathscr{I} = \{a, b, c, d, e\}$ y $\mathscr{O} = \{0, 1\}$, calcular:

I. el número de funciones $\nu : S \times \mathscr{I} \to S$ tales que $\forall x \in \mathscr{I} : \nu(s_i; x) \neq s_i$
(queremos decir: tales que para cualquier entrada no se produce un bucle); y,

II. la cantidad de máquinas de estados finitos que se pueden construir con las características anteriores.

c) Sea $\Sigma = \{x, y\}$, construir un diagrama de estados para la máquina de estados finitos que reconozca la ocurrencia de todas las cadenas de Σ^* que posean $xyxy$ como prefijo propio.

Ejercicio 8. Dada la máquina de estados finitos:



a) Escribir la tabla de estados de la máquina.

b) Obtener la secuencia de salida para $x = 011011$.

c) Determinar si es cierto que $\nu(s_0, 001) = 000; \omega(s_0, 001) = s_3$.

d) Encontrar una submáquina.

e) Describa en palabras y/o en lenguajes de I^* lo que hace esta máquina, recordando que: a máquina detecta todas las cadenas de un determinado lenguaje, o que la máquina reconoce (o acepta) un lenguaje si para cada cadena de entrada x perteneciente al lenguaje, el bit de la última salida producida por la máquina es un 1.

Ejercicio 9.

Dada la siguiente tabla que representa una máquina de estados finito, con $I = O = \Sigma\{0, 1\}$:

	ν		ω	
	0	1	0	1
s_0	s_1	s_2	0	0
s_1	s_3	s_3		
s_2	s_1	s_2		
s_3				

a) ¿Cuántas máquinas diferentes se pueden general a partir de la tabla anterior?

b) De las máquinas contadas en el ítem anterior, calcular cuántas:

  I) poseen un estado sumidero

  II) son fuertemente conexa

  III) tienen a s_3 como estado transitorio

Ejercicio 10.

a) Escribir simbólicamente el lenguaje A, que contiene solamente a todas las palabras de longitud par, que tengan a 10 como sufijo propio.

b) Sea B el lenguaje de $\Sigma^* = \{a, b\}^*$ que contiene todas las cadenas de longitud impar que sólo contiene a en la posición central (por ejemplo: $bbabb$). Definir recursivamente a B.