

# 塑性

滑移系多的金属要比滑移系少的金属，变形协调性好、塑性高，如面心立方金属比密排六方金属的塑性好。至于体心立方金属和面心立方金属，虽然同样具有 12 个滑移系，后者塑性却明显优于前者。这是因为就金属的塑性变形能力来说，滑移方向的作用大于滑移面的作用。体心立方金属每个晶胞滑移面上的滑移方向只有两个，而面心立方金属却为三个，因此后者的塑性变形能力更好。

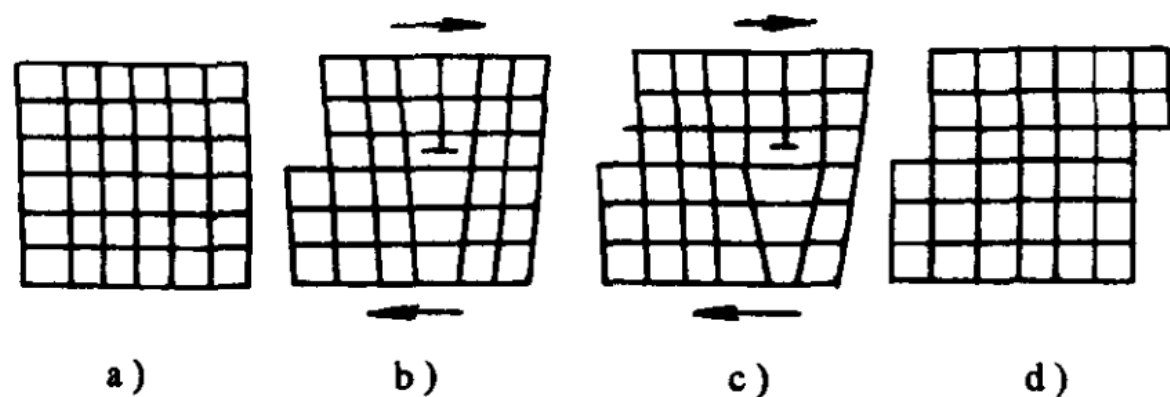


图 2-3 刃型位错运动造成晶体滑移变形示意

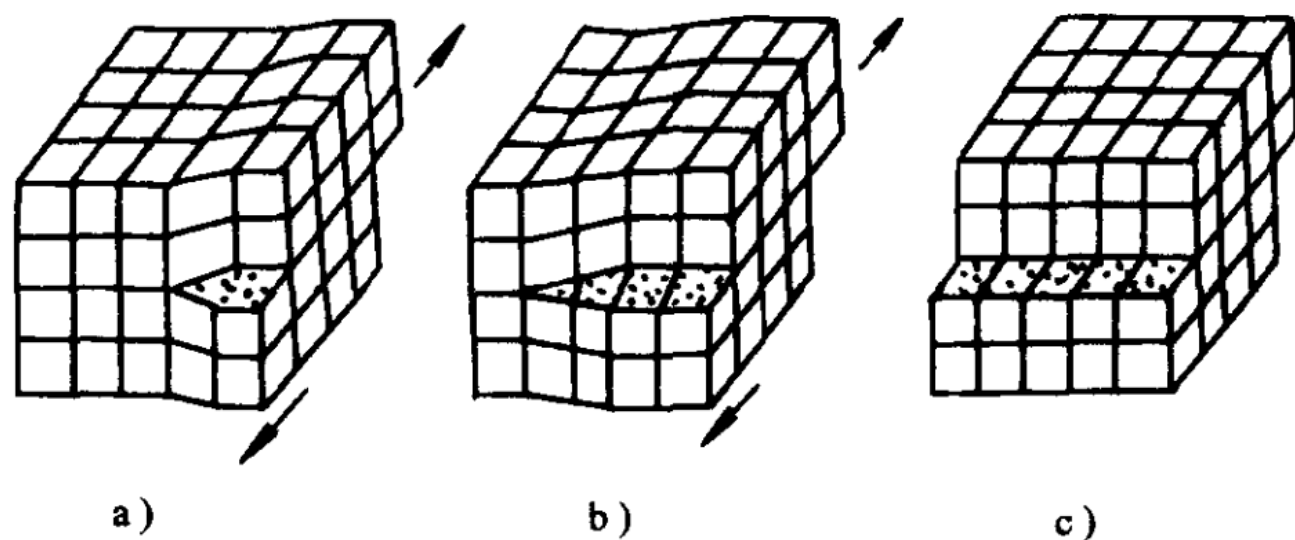


图 2-4 螺型位错运动造成晶体滑移变形示意

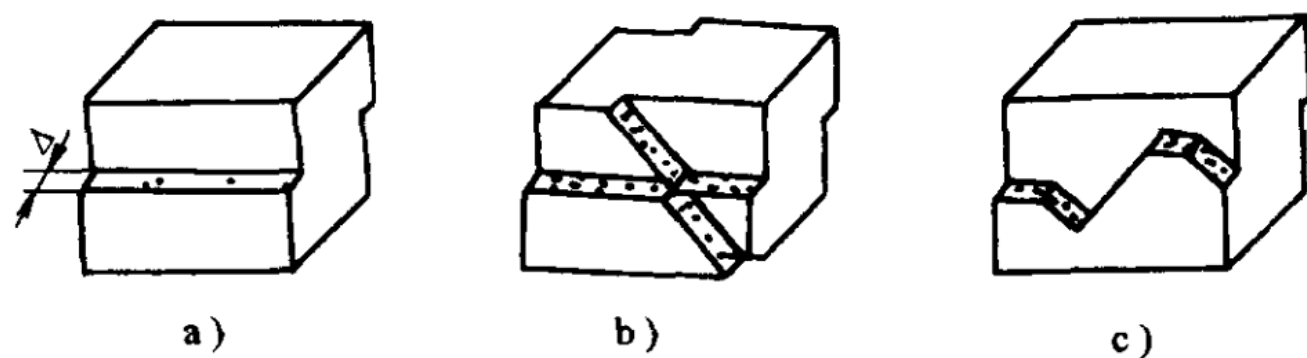


图 2-5 不同滑移类型滑移线形态示意

a) 单滑移 b) 多滑移 c) 交滑移

综上所述，多晶体塑性变形的特点，一是各晶粒变形的不同时性；二是各晶粒变形的相互协调性；三是晶粒与晶粒之间和晶粒内部与晶界附近区域之间变形的不均匀性。

合金的相结构有两大类，即固溶体（如钢中的铁素体、铜锌合金中的 $\alpha$ 相等）和化合物（如钢中的 $\text{Fe}_3\text{C}$ 、铜锌合金中的 $\beta$ 相等）。常见的合金组织有两种：一种是单相固溶体合金；另一种是两相或多相合金。它们的塑性变形特点各不相同，下面分别进行讨论。

## 二、热塑性变形机理

金属热塑性变形机理主要有：晶内滑移、晶内孪生、晶界滑移和扩散蠕变等。一般地说，晶内滑移是最主要和常见的；孪生多在高温高速变形时发生，但对于六方晶系金属，这种机理也起重要作用；晶界滑移和扩散蠕变只在高温变形时才发挥作用。随着变形条件（如变形温度、应变速率、三向压应力状态等）的改变，这些机理在塑性变形中所占的分量和所起的作用也会发生变化。

### 1. 塑性的基本概念

所谓塑性，是指金属在外力作用下，能稳定地发生永久变形而不破坏其完整性的能力，它是金属的一种重要的加工性能。金属的塑性不是固定不变的，它受诸多因素的影响，大致包括以下两个方面：一是金属的内在因素，如晶格类型、化学成分、组织状态等；另一是变形的条件，如变形温度、应变速率、变形的力学状态等。正因为这样，通过创造合适的内外条件，就有可能改善金属的塑性行为。

## （二）应变状态的影响

应变状态对金属的塑性亦有一定的影响。一般认为，压缩应变有利于塑性的发挥，而拉伸应变则对塑性不利。因此，在三种主应变状态图中，两向压缩一向拉伸的为最好，一向压缩一向拉伸的次之，而一向压缩两向拉伸的为最差。这是因为金属（特别是铸锭）中不可避免地存在着气孔、夹杂物等缺陷，这些缺陷在一向压缩、两向拉伸应变条件下，有可能向两个方向扩展而变为面缺陷；反之，在两向压缩一向拉伸应变条件下，则可收缩成线缺陷，其对塑性的危害性减小。这些情况可以用图 2-70 形象化地表示。

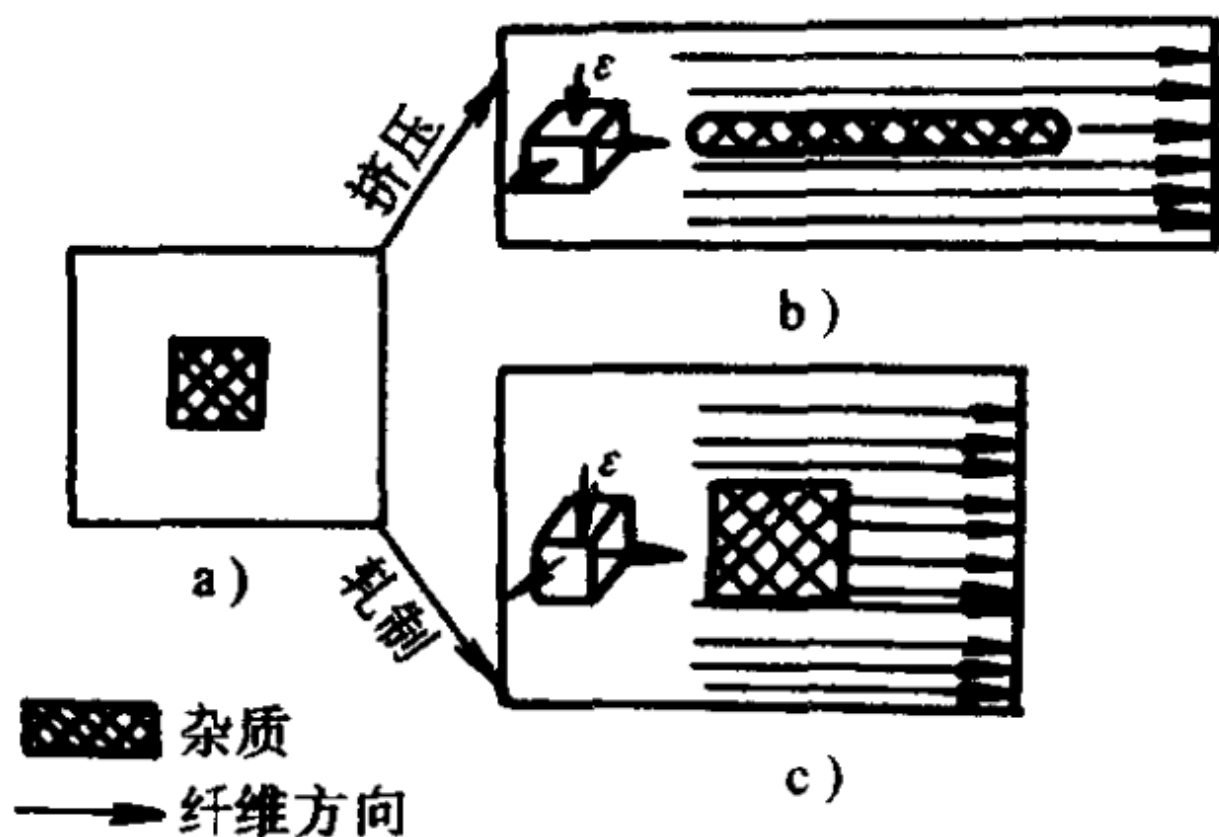


图 2-70 主应变图对金属中  
缺陷形态的影响

a) 未变形的情况 b) 经两向压缩一向拉伸变形后的情况 c) 经一向压缩两向拉伸变形后的情况

## 七、提高金属塑性的基本途径}

(1) 提高材料成分和组织的均匀性

(2) 合理选择变形温度和应变速率

(3) 选择三向压缩性较强的变形方式

(4) 减小变形的不均匀性

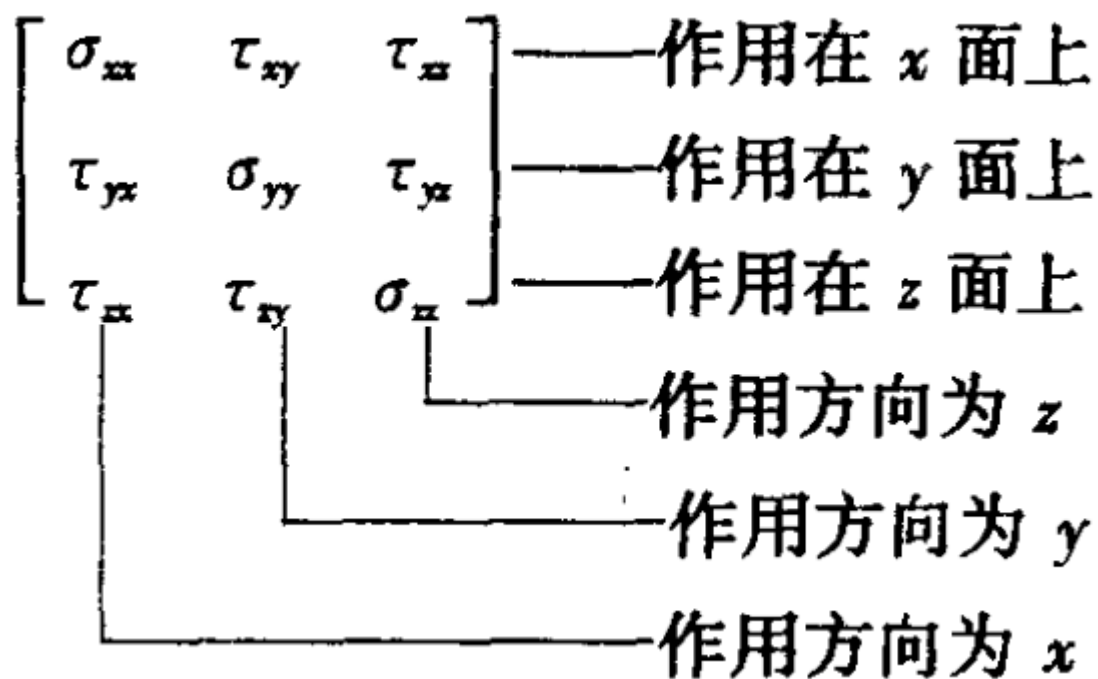
1. 简述滑移和孪生两种塑性变形机理的主要区别。

2. 设有一简单立方结构的双晶体，如图 2-75 所示，如果该金属的滑移系是  $\{100\} \langle 100 \rangle$ ，试问在应力作用下，该双晶体中的哪一个晶体首先发生滑移？为什么？

3. 试分析多晶体塑性变形的特点。

4. 试分析晶粒大小对金属的塑性和变形抗力的影响。

5. 什么是加工硬化？产生加工硬化的原因是什么？加工



## 应力边界条件

$$T_x = \sigma_x l + \tau_{yx} m + \tau_{zx} n$$

$$T_y = \tau_{xy} l + \sigma_y m + \tau_{zy} n$$

$$T_z = \tau_{xz} l + \tau_{yz} m + \sigma_z n$$

张量是矢量的推广，与矢量相类似，可以定义由若干个当坐标系改变时满足转换关系的分量所组成的集合为张量。

$$(\sigma_x - \sigma)l + \tau_{yx}m + \tau_{zx}n = 0$$

$$\tau_{xy}l + (\sigma_y - \sigma)m + \tau_{zy}n = 0$$

$$\tau_{xz}l + \tau_{yz}m + (\sigma_z - \sigma)n = 0$$

$$\begin{vmatrix} (\sigma_x - \sigma) & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & (\sigma_y - \sigma) & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & (\sigma_z - \sigma) \end{vmatrix} = 0$$

$$J_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$$

$$J_2 = -(\sigma_x\sigma_y + \sigma_y\sigma_z + \sigma_z\sigma_x) + \tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2$$

$$J_3 = \sigma_x\sigma_y\sigma_z + 2\tau_{xy}\tau_{yz}\tau_{zx} - (\sigma_x\tau_{yz}^2 + \sigma_y\tau_{zx}^2 + \sigma_z\tau_{xy}^2)$$

$$\sigma^3 - J_1\sigma^2 - J_2\sigma - J_3 = 0$$

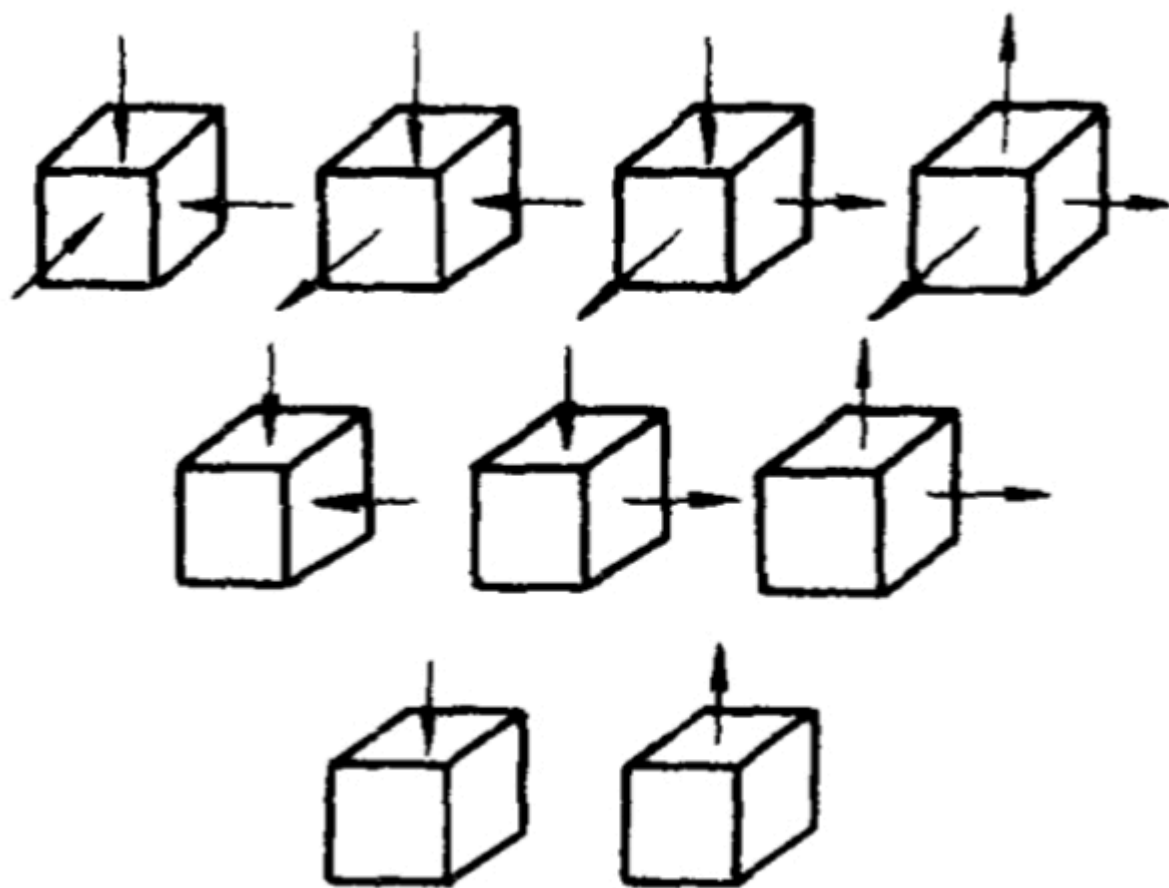


图 3-10 九种主应力图

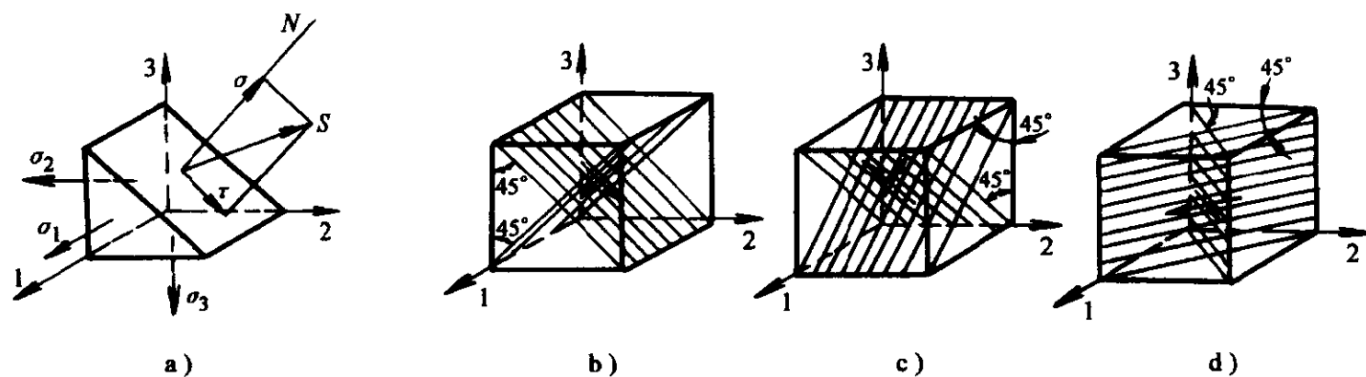


图 3-11 主切应力平面

a)  $-l=0, m^2+n^2=1$  b)  $l=0, m=n=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}$  c)  $m=0, l=n=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}$  d)  $n=0, l=m=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}$

$$\tau_{23} = \pm \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2}$$

$$\tau_{31} = \pm \frac{\sigma_3 - \sigma_1}{2}$$

$$\tau_{12} = \pm \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}$$



# 应力偏张量和应力球张量

$$\begin{aligned}\sigma_{ij} &= \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x - \sigma_m & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y - \sigma_m & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z - \sigma_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sigma_m & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_m & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_m \end{bmatrix} \\ &= \sigma_{ij}' + \delta_{ij}\sigma_m\end{aligned}$$

## 八面体正应力和八面体切应力

$$\begin{aligned}\sigma_8 &= \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \sigma_m = \frac{1}{3}J_1 \\ \tau_8 &= \pm \frac{1}{3}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \\ &= \pm \frac{2}{3}\sqrt{\tau_{12}^2 + \tau_{23}^2 + \tau_{31}^2} = \pm \sqrt{\frac{2}{3}J_2'}\end{aligned}$$

## 等效应力

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)}$$

等效应力有如下特点：

- 1) 等效应力是一个不变量；
- 2) 等效应力在数值上等于单向均匀拉伸（或压缩）时的拉伸（或压缩）应力  $\sigma_1$ ，即  $\bar{\sigma} = \sigma_1$ ；
- 3) 等效应力并不代表某一实际平面上的应力，因而不能在某一特定的平面上表示出来；
- 4) 等效应力可以理解为代表一点应力状态中应力偏张量的综合作用。

等效应力是研究塑性变形的一个重要概念，它是与材料的塑性变形有密切关系的参数。

## 应力莫尔圆

### 平面应力状态

$$\left(\sigma - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau^2 = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2$$

$$\text{圆心: } D\left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}, 0\right)$$

$$\text{半径: } R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

## 三向应力莫尔圆

$$\begin{aligned} \left(\sigma - \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{2}\right)^2 + \tau^2 &= \left(\frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2}\right)^2 = \tau_{23}^2 \\ \left(\sigma - \frac{\sigma_3 + \sigma_1}{2}\right)^2 + \tau^2 &= \left(\frac{\sigma_3 - \sigma_1}{2}\right)^2 = \tau_{31}^2 \\ \left(\sigma - \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}\right)^2 + \tau^2 &= \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}\right)^2 = \tau_{12}^2 \end{aligned}$$

## 应力平衡方程

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} &= 0 \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i} = 0$$

~ ~ ~

**例题 3-1** 对于  $xyz$  直角坐标系，受力物体内一点的应力状态为

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} 5 & 0 & -5 \\ 0 & -5 & 0 \\ -5 & 0 & 5 \end{bmatrix} \text{ (MPa)}$$

- 1) 画出该点的应力单元体；
- 2) 试用应力状态特征方程求出该点的主应力及主方向；
- 3) 画出该点的应力莫尔圆，并将应力单元体的微分面（即  $x$ 、 $y$ 、 $z$  面）标注在应力莫尔圆上。

## 对数应变

$$\epsilon = \int_{l_0}^{l_n} \frac{dl}{l} = \ln \frac{l_n}{l_0}$$

$\epsilon$ 反映了物体变形的实际情况，故称为自然应变或对数应变。式（3-50）是在应变主轴方向不变的情况下才能进行的。因此，对数应变可定义为：塑性变形过程中，在应变主轴方向保持不变的情况下应变增量的总和。

对数应变能真实地反映变形的积累过程，所以也称真实应变，简称为真应变。因此，在大的塑性变形问题中，只有用对数应变才能得出合理的结果，这是因为：

1) 相对应变不能表示变形的实际情况，而且变形程度愈大，误差也愈大。

2) 对数应变为可叠加应变，而相对应变为不可加应变。假设某物体的原长为  $l_0$ ，经历  $l_1$ 、 $l_2$  变为

3) 对数应变为可比应变，相对应变为不可比应变。

体积不变条件用对数应变表示更为准确。设变形体的原始长、宽、高分别为  $l_0$ 、 $b_0$ 、 $h_0$ ，变形后为  $l_1$ 、 $b_1$ 、 $h_1$ ，则体积不变条件可表示为

$$\begin{aligned}\epsilon_l + \epsilon_b + \epsilon_h &= \ln \frac{l}{l_0} + \ln \frac{b_1}{b_0} + \ln \frac{h_1}{h_0} \\ &= \ln \frac{l_1 b_1 h_1}{l_0 b_0 h_0} = 0\end{aligned}$$

## 小应变几何方程

$$\begin{aligned}\epsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} \gamma_{xy} = \gamma_{yx} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ \epsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} \gamma_{yz} = \gamma_{zy} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ \epsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z} \gamma_{zx} = \gamma_{xz} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)\end{aligned}$$

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right]$$

## 应变连续方程

$$\frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} + \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} - \frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} \right) = \frac{\partial^2 \epsilon_y}{\partial z \partial x}$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial \gamma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{xx}}{\partial y} - \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} \right) = \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x \partial y}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \gamma_{xx}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} - \frac{\partial \gamma_{xx}}{\partial x} \right) = \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y \partial z}$$

## 屈服准则

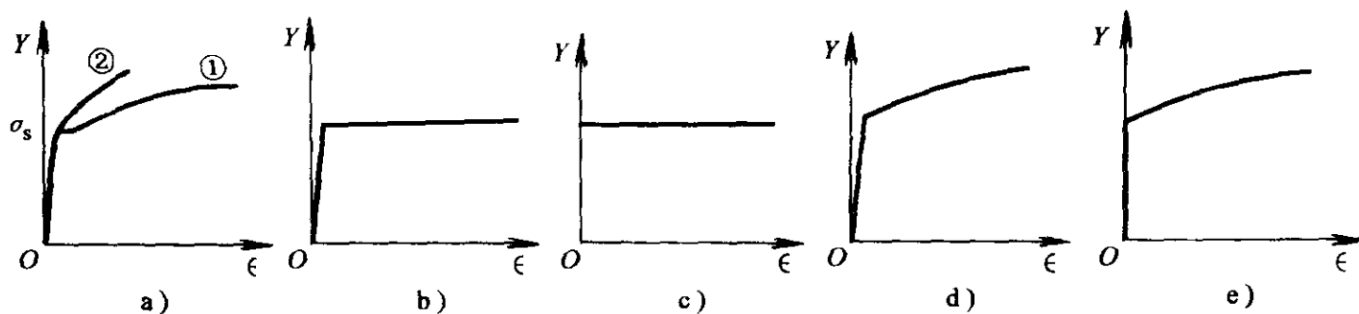


图 3-40 真实应力—应变曲线及某些简化形式

- a) 实际金属材料 (①—有物理屈服点 ②—无明显物理屈服点)  
b) 理想弹塑性 c) 理想刚塑性 d) 弹塑性硬化 e) 刚塑性硬化

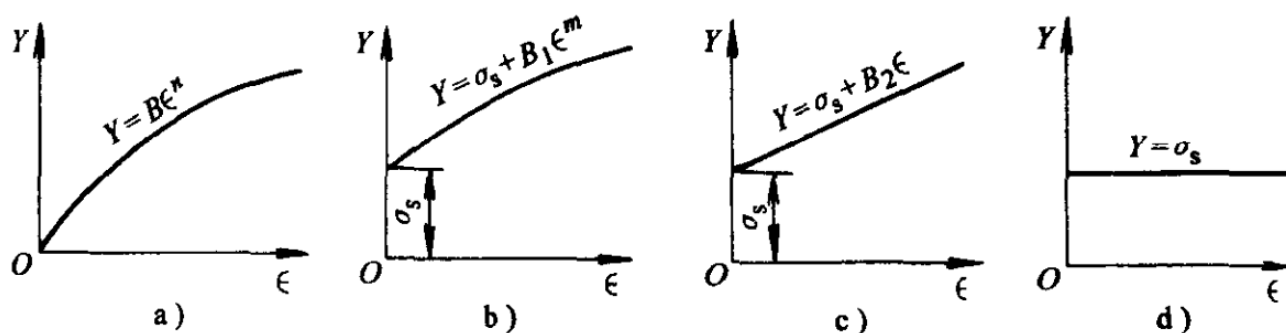


图 3-62 真实应力 - 应变曲线的简化类型

- a) 幂指数硬化曲线 b) 刚塑性硬化曲线 c) 刚塑性硬化直线 d) 理想刚塑性水平直线

## Tresca

$$\tau_{\max} = \left| \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} \right| = C$$

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \pm 2K = \pm \sigma_s$$

$$\sigma_2 - \sigma_3 = \pm 2K = \pm \sigma_s$$

$$\sigma_3 - \sigma_1 = \pm 2K = \pm \sigma_s$$

# Mises

$$(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2) = 2\sigma_s^2 = 6K^2$$

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2)} = \sigma_s$$

## 本构关系

### 增量理论

#### Levy-Mises

- 1) 材料是刚塑性材料，即弹性应变增量为零，塑性应变增量就是总的应变增量。
- 2) 材料符合米塞斯屈服准则，即  $\bar{\sigma} = \sigma_s$ 。
- 3) 每一加载瞬时，应力主轴与应变增量主轴重合。
- 4) 塑性变形时体积不变，即

$$d\varepsilon_{ij} = \sigma'_{ij} d\lambda$$

#### Saint-Venant塑性流动理论

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\lambda} \sigma'_{ij}$$

#### Prandtl-Reuss理论

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^p$$

## 全量理论

- 1) 塑性变形是微小的，和弹性变形属同一数量级；
- 2) 外载荷各分量按比例增加，即单调递增，中途不能卸载，因此加载从原点出发；
- 3) 在加载过程中，应力主轴方向和应变主轴方向固定不变，且重合。这说明应力和应变的积累和递增是沿同一方向进行，对应变增量进行积分便可得到全量应变；
- 4) 变形体不可压缩，即泊松比  $\nu = \frac{1}{2}$ 。

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2G'} \sigma'_{ij} = \lambda \sigma'_{ij}$$

3. 张量有哪些基本性质?
4. 试说明应力偏张量和应力球张量的物理意义。
5. 等效应力有何特点? 写出其数学表达式。
6. 平面应力状态、平面应变状态、轴对称应力状态及纯切应力状态各有何特点?

12. 叙述下列术语的定义或含义:

位移; 位移分量; 相对线应变; 工程切应变; 切应变; 对数应变; 主应变; 主切应变; 最大切应变; 应变张量不变量; 主应变简图; 八面体应变; 等效应变; 应变增量; 应变速率; 位移速度。

13. 如何完整地表示受力物体内一点的应变状态? 原因何在? (用文字叙述)。

14. 试说明应变偏张量和应变球张量的物理意义。

15. 塑性变形时应变张量和应变偏张量有何关系? 其原因何在?

16. 用主应变简图来表示塑性变形的类型有哪些?

17. 对数应变有何特点? 它与相对线应变有何关系?

21. 叙述下列术语的定义或含义:

屈服准则; 屈服表面; 屈服轨迹。

22. 常用的屈服准则有哪两个? 如何表述? 分别写出其数学表达式。

23. 两个屈服准则有何差别? 在什么状态下两个屈服准则相同? 什么状态下差别最大?

24. 对各向同性的硬化材料的屈服准则是如何考虑的?

28. 叙述下列术语的定义或含义:

增量理论; 全量理论; 比例加载; 标称应力; 真实应力; 拉伸塑性失稳; 硬化材料; 理想弹塑性材料; 理想刚塑性材料; 弹塑性硬化材料; 刚塑性硬化材料。

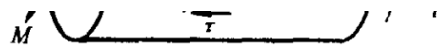


图 3-73

29. 塑性变形时应力应变关系有何特点? 为什么说塑性变形时应力和应变之间关系与加载历史有关?

30. 全量理论使用在什么场合? 为什么?

31. 在一般情况下对应变增量积分是否等于全量应变? 为什么? 在什么情况下这种积分才能成立?

35. 如何用单向拉伸、单向压缩及轧制实验来确定第三类真实应力 - 应变曲线? 在单向拉伸实验中, 出现缩颈后为什么要对曲线进行修正?

36. 真实应力 - 应变曲线的简化类型有哪些? 分别写出其数学表达式。

37. 变形温度和变形速度对真实应力 - 应变曲线有什么影响?

# 摩擦

1. 塑性成形过程中的摩擦有哪些特点？
2. 简述摩擦对塑性成形的不利影响。
3. 塑性成形中的摩擦分哪几类？
4. 产生摩擦的机理是什么？
5. 在计算金属塑性成形中的摩擦力时，常用的摩擦条件有哪几种？
6. 简述影响摩擦系数的主要因素。
7. 简述用圆环镦粗法测定摩擦系数的原理和方法。
8. 塑性成形中对润滑剂有何要求？常用的润滑剂有哪些？

晶粒度是表示金属材料晶粒大小的程度，它是由单位面积内所包含晶粒个数来衡量，也可用晶粒平均直径大小（以 mm 或  $\mu\text{m}$  为单位）来表示。晶粒度级别越高，说明单位面积内包含晶粒个数越多，亦即晶粒越细。

钢的晶粒度有两种概念，即钢的奥氏体本质晶粒度和钢的奥氏体实际晶粒度。