

Prova Prática III: Séries Temporais

Igor Boaventura Martins

Prof. Dr. Fabio A. F. Molinares



Sumário

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | Resumo | 3 |
| 2 | Introdução | 3 |
| 3 | Redes Neurais Artificiais | 3 |
| 3.1 | O que é uma Rede Neural? | 4 |
| 3.2 | Representação Gráfica e Matemática | 4 |
| 4 | Modelo do Artigo | 4 |
| 4.1 | Apresentação dos dados | 5 |
| 4.1.1 | Decomposição | 5 |
| 4.2 | Metodologia | 5 |
| 4.2.1 | Determinação da Camada de Entrada da Rede | 5 |
| 4.2.2 | Determinação da Camada Escondida de Rede | 6 |
| 4.3 | Resultados | 6 |
| 5 | Aplicação Prática | 7 |
| 5.1 | Apresentação dos dados | 7 |
| 5.1.1 | Decomposição | 8 |
| 5.2 | Metodologia | 10 |
| 5.3 | Resultados | 10 |
| 5.3.1 | Modelo Adaptado Artigo | 10 |
| 5.3.2 | Modelo Ajustado Manualmente | 11 |
| 6 | Conclusão | 13 |
| 7 | Referências | 13 |

Lista de Figuras

| | | |
|----|--|----|
| 1 | Representação Gráfica de uma RNA. | 4 |
| 2 | Índice Mensal de Passageiros de Linhas Aéreas. | 5 |
| 3 | Decomposição dos componentes da série. | 5 |
| 4 | Forma esquemática do RNA. | 6 |
| 5 | Forma Esquemática do modelo ajustado. | 7 |
| 6 | Índice Mensal de Passageiros de Linhas Aéreas. | 8 |
| 7 | Decomposição dos componentes da série. | 9 |
| 8 | Boxplot Mensal de Valores 1949-1961. | 9 |
| 9 | Previsões do Modelo Adaptado Artigo. | 11 |
| 10 | Gráficos da FAC e FACP. | 12 |
| 11 | Previsões do Modelo Ajustado Manualmente. | 12 |

Lista de Tabelas

| | | |
|---|--------------------|---|
| 1 | Resultados da RNA. | 7 |
|---|--------------------|---|

1 Resumo

Neste relatório tratamos sobre o emprego de Redes Neurais Artificiais (RNAs) na previsão de séries temporais. Apresentando uma explicação sucinta sobre o funcionamento dessas redes, tanto de forma gráfica quanto matemática, o relatório se aprofunda na aplicação prática. Ao comparar os resultados de um modelo proposto no artigo original com uma replicação realizada, são exploradas as diferenças entre os resultados apresentados. A conclusão destaca não apenas a eficácia das RNAs na previsão, mas também ressalta a persistente complexidade na determinação da arquitetura ideal dessas redes neurais.

Além deste relatório, é possível visualizar o documento como apresentação, possuindo um foco maior na explicação do tema. Basta clicar aqui¹.

2 Introdução

À medida que a complexidade das análises de dados aumenta, métodos avançados, como Redes Neurais Artificiais (RNAs), tornam-se ferramentas essenciais para compreender e modelar padrões em conjuntos de dados temporais. Este relatório visa explorar a aplicação de RNAs na previsão de séries temporais, começando por estabelecer uma base teórica.

Antes de adentrar nos detalhes práticos, é crucial compreender que as RNAs são mais do que “caixas pretas”. Desmistificar esse conceito é fundamental para apreciar a lógica por trás das previsões geradas por esses modelos. A seção inicial oferece uma visão visual e algébrica do funcionamento das RNAs, contextualizando o leitor sobre o processo de treinamento e destacando a importância de compreender a dinâmica interna dessas redes.

Com essa base estabelecida, o relatório direciona seu foco para a aplicação prática de RNAs em um contexto específico, conforme apresentado no artigo de referência. Analisamos detalhes metodológicos, representação dos dados e resultados obtidos, oferecendo uma visão crítica sobre a eficácia do modelo proposto.

Posteriormente, a análise se expande para uma aplicação prática adaptada, utilizando uma abordagem similar à do artigo original. A comparação dos resultados obtidos com o modelo do artigo proporciona uma compreensão mais aprofundada da robustez e generalidade da metodologia proposta.

3 Redes Neurais Artificiais

Antes de começar a aplicar o método, o artigo traz uma explicação visual e também algébrica, sobre o que são as RNAs e como elas funcionam. Dessa forma, contextualizando o leitor que as previsões que serão observadas a seguir não vieram de uma “caixa preta”, onde você entra com o seu conjunto de dados (nesse caso, a sua série temporal) e recebe as previsões magicamente.

Para explicação completa, recomendo a consulta do material original. Neste presente relatório iremos resumir com foco na parte prática, destacando nomenclaturas e funcionamento.

¹Ou acessando pelo link: <https://docs.google.com/presentation/d/1kNv8skN07sH5LSCxKbOi9mLKR9X7IQ0ZFYhcdIJkLsE/edit?usp=sharing>

3.1 O que é uma Rede Neural?

Apesar do artigo não entrar nesse tópico, é importante um contexto inicial para aqueles que estão chegando no assunto pela primeira vez.

Uma Rede Neural é um sistema computacional inspirado no funcionamento do cérebro humano. Imagine-a como uma estrutura composta por “neurônios artificiais” (por isso o nome Rede Neural Artificial) interconectados, cada um capaz de processar informações. Esses neurônios são organizados em camadas, sendo uma de entrada, uma ou mais camadas intermediárias (conhecidas como camadas ocultas) e uma camada de saída. Durante o treinamento, a rede recebe dados de entrada, processa essas informações através das conexões entre os “neurônios” e ajusta seus pesos para otimizar o desempenho.

Esse processo de aprendizado é chamado de treinamento. Assim como o cérebro humano aprende com a experiência, uma Rede Neural Artificial (RNA) aprende com exemplos e ajusta seus parâmetros para realizar tarefas como reconhecimento de imagem, previsão de dados, classificação, entre diversos outros.

3.2 Representação Gráfica e Matemática

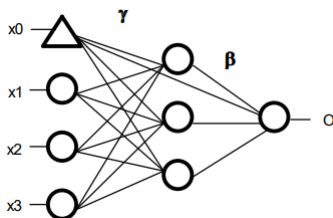


Figura 1: Representação Gráfica de uma RNA.

Na Figura 1 temos a representação gráfica de uma RNA com quatro neurônios na camada de entrada (x_0, x_1, x_2 e x_3), onde o triângulo (x_0) representa o viés, três neurônios na camada oculta (h_1, h_2 e h_3) e um neurônio na camada de saída (o_1). O vetor de pesos γ estabelece as ligações entre as camadas de entrada e oculta, enquanto o vetor β estabelece as ligações entre as camadas oculta e de saída.

Resumindo a parte matemática temos:

$$O = G \left[\sum_{j=0}^q \beta_j \cdot G \left(\sum_{i=0}^r \gamma_{ji} x_i \right) \right] = f(x, \theta)$$

Sendo r a quantidade de entradas; G é a função de ativação; a soma em i nada mais é que h_j , que são os neurônios da camada oculta; q é a quantidade de neurônios na camada oculta.

Podemos então escrever resumidamente $f(x, \theta)$, onde x representa o vetor de entradas e θ é o vetor que representa os pesos γ 's e β 's.

4 Modelo do Artigo

Iremos dividir o relatório em 2 etapas, primeiro nesta Seção iremos analisar e comentar sobre a aplicação realizada no artigo em questão. Na sequência iremos rodar no Software RStudio a mesma aplicação, buscando “replicar” os resultados e analisar as diferenças presentes.

4.1 Apresentação dos dados

Para o ajuste do modelo, temos 144 observações, sendo elas mensais, a série possui dados de janeiro de 1960 a dezembro de 1971. Confira a Figura 2 abaixo para ver o comportamento da série ao longo do tempo:

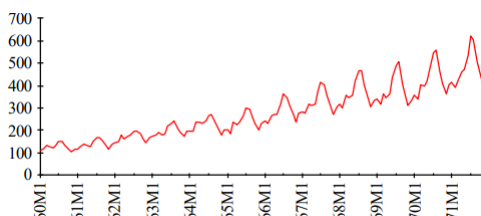


Figura 2: Índice Mensal de Passageiros de Linhas Aéreas.

O gráfico da Figura 2 sugere uma série com uma tendência positiva e uma sazonalidade. Serão utilizados 132 dados para o conjunto de treinamento, deixando o ano de 1971 como conjunto de teste (12 observações).

4.1.1 Decomposição

Ainda com o intuito de entender o nosso objeto de análise, foi realizado uma decomposição da série temporal em 3 componentes: tendência, sazonalidade e aleatoriedade.

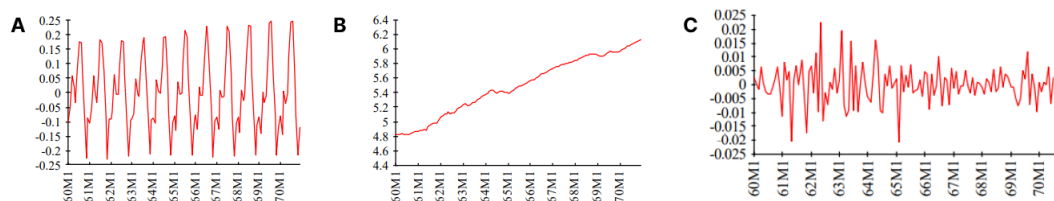


Figura 3: Decomposição dos componentes da série.

Podemos ver na Figura 3.A que temos uma componente sazonal presente nos dados. Além disso, a decomposição reforça a interpretação da tendência (Figura 3.B). O fator sazonal mostra um período de pico anual principal no número de passageiros que viajaram de avião nos Estados Unidos durante os meses de julho/agosto (período de férias de verão) e um pico secundário em março e abril, assim como mostra um período de redução sazonal no número de passageiros de avião entre os meses de setembro e fevereiro, em função do inverno.

4.2 Metodologia

4.2.1 Determinação da Camada de Entrada da Rede

Procurou-se modelar a entrada da rede de maneira a captar as componentes da série temporal. Desta forma as unidades foram divididas em três grupos:

- Valores passados da série;

- Valores passados referentes ao mesmo mês em anos anteriores, visando captar tendências ou ciclos da série;
- Grupo de doze unidades binárias para captar a sazonalidade da série, tais como 100000000000 para o mês de janeiro, 010000000000 para fevereiro e assim sucessivamente, até 000000000001 para o mês de dezembro.

A Figura 4 apresenta de forma esquemática de uma RNA utilizando-se a abordagem citada.

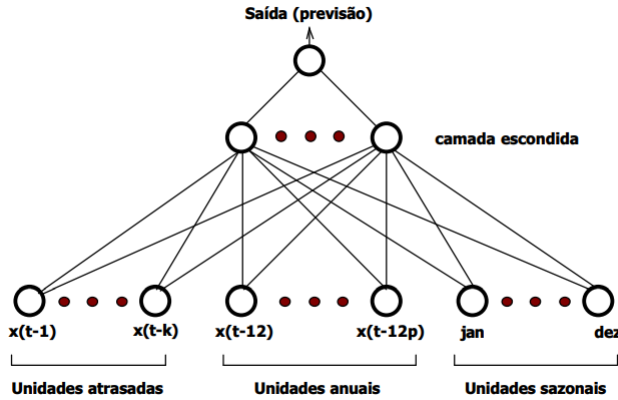


Figura 4: Forma esquemática do RNA.

4.2.2 Determinação da Camada Escondida de Rede

O artigo cita alguns autores e abordagens sobre o tema, e no final conclui que a ideia básica é começar-se com uma rede muito grande, mas associando um custo a cada conexão da rede. Este custo seria decisivo para a eliminação ou não de um determinado peso, ou conexão. A função custo proposta é a soma de dois termos. O primeiro, é a soma dos quadrados dos erros, e o segundo descreve um custo para cada peso na rede.

4.3 Resultados

O modelo que obteve os melhores resultados na realização das predições é mostrada na Figura 5. Sua configuração apresenta 15 neurônios na camada de entrada, 6 na oculta e 1 na camada de saída (RNA (15,6,1)). Foi utilizada função de transferência do tipo sigmoide. A camada de entrada apresenta os seguintes neurônios:

- Um neurônio contendo o valor da observação imediatamente anterior à atual que se quer prever (Y_{t-1});
- Doze neurônios binários utilizados para auxiliar a rede a identificar a componente sazonal;
- Um neurônio contendo uma sequência linearmente crescente, utilizado visando auxiliar a rede a identificar a componente tendência da série (neurônio de tendência).

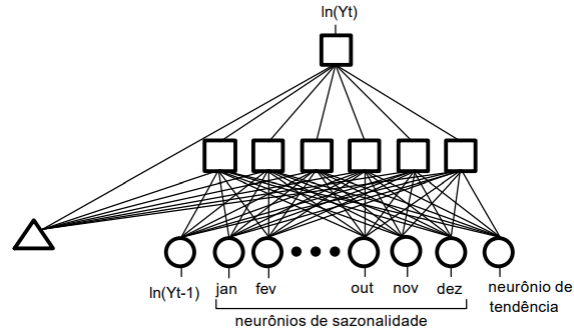


Figura 5: Forma Esquemática do modelo ajustado.

| Período | Real | Um Passo | Erro Percentual | Doze Passos | Erro Percentual |
|---------|------|----------|-----------------|-------------|-----------------|
| jan. 71 | 417 | 407.28 | 2.39% | 407.28 | 2.39% |
| fev. 71 | 391 | 368.12 | 6.22% | 377.89 | 3.47% |
| mar. 71 | 419 | 428.33 | -2.19% | 439.57 | -4.68% |
| abr. 71 | 461 | 416.88 | 10.58% | 419.64 | 9.86% |
| mai. 71 | 472 | 455.27 | 3.67% | 460.31 | 2.54% |
| jun. 71 | 535 | 522.33 | 2.43% | 536.73 | -0.32% |
| jul. 71 | 622 | 593.77 | 4.75% | 607.59 | 2.37% |
| ago. 71 | 606 | 589.87 | 2.73% | 626.34 | -3.25% |
| set. 71 | 508 | 499.50 | 1.70% | 499.65 | 1.67% |
| out. 71 | 461 | 434.07 | 6.20% | 440.01 | 4.77% |
| nov. 71 | 390 | 396.99 | -1.76% | 391.47 | -0.38% |
| dez. 71 | 432 | 422.38 | 2.28% | 424.79 | 1.70% |

Tabela 1: Resultados da RNA.

Os resultados obtidos para a previsão da série A podem ser visualizados na Tabela 1. Como pode-se perceber, os erros apresentados nas previsões realizados apresentam seu ponto máximo em 10.58%, ficando, na sua grande maioria, abaixo de 5% tanto para a previsão um passo à frente (MAPE = 3.71) como doze passos à frente (MAPE = 3.02).

5 Aplicação Prática

Iremos agora replicar o experimento realizado no artigo, porém utilizando outra ferramenta e alguns métodos diferentes.

5.1 Apresentação dos dados

Infelizmente, o conjunto de dados utilizados, apesar de ser a mesma variável (quantidade de passageiros de linhas aéreas) o período dos dados presentes no R, difere.

Para o ajuste do modelo, temos 144 observações, sendo elas mensais, a série possui dados de janeiro de 1949 a dezembro de 1960. Confira a Figura 6 abaixo para ver o comportamento da série ao longo do tempo:

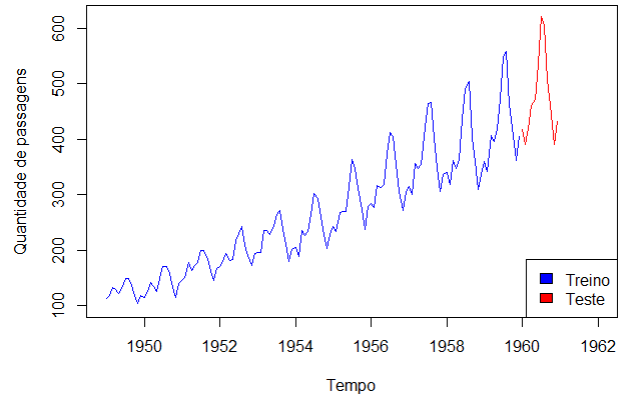


Figura 6: Índice Mensal de Passageiros de Linhas Aéreas.

O gráfico da Figura 6 possui o mesmo formato que o gráfico Figura 2, que sugere uma série com uma tendência positiva e uma sazonalidade. Serão utilizados 132 dados para o conjunto de treinamento, deixando o ano de 1960 como conjunto de teste (12 observações).

5.1.1 Decomposição

Ainda com o intuito de entender o nosso objeto de análise, foi realizado uma decomposição da série temporal: tendência, sazonalidade e aleatoriedade.

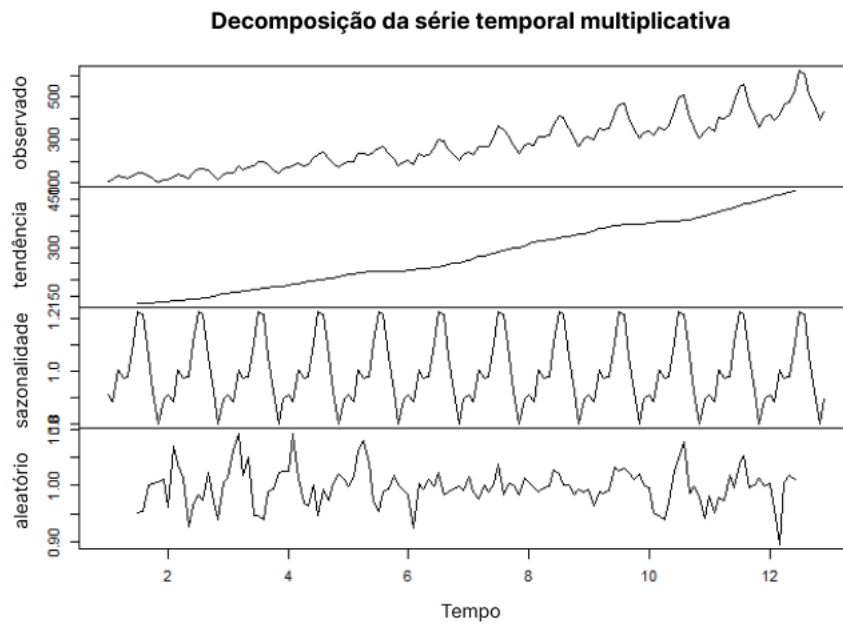


Figura 7: Decomposição dos componentes da série.

Podemos ver na Figura 7 o mesmo desenvolvimento presente nos dados do artigo (Seção 4), por conta disso, não seremos repetitivos.

Finalizando essa etapa, vamos observar o comportamento dos valores de acordo com cada mês, para entender melhor a sazonalidade da série.

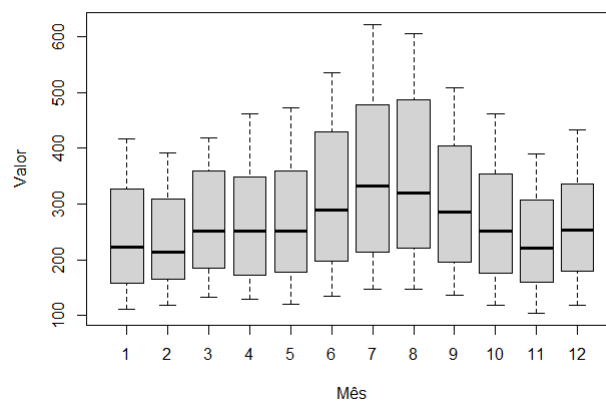


Figura 8: Boxplot Mensal de Valores 1949-1961.

Novamente, vemos na Figura 8 que os meses de alta correspondem aos mesmo dos dados anteriormente explicados.

5.2 Metodologia

Considerando-se uma rede com uma camada oculta, utiliza-se a notação $NNAR(p,P,k)[m]$ para indicar que o atraso (lag) é de p observações (por exemplo, para $p=9$, são as 9 últimas observações), com ordens de sazonalidade P e m (por exemplo, para $P=1$ e $m=12$, é considerado o valor de 12 amostras/meses atrás) e k neurônios na camada oculta.

A função `nnetar()` do pacote *forecast* do R ajusta um modelo do modo apresentado acima. Para uma série não-sazonal, o valor padrão de p é definido pelo número ótimo de uma $AR(p)$, conforme dado pelo AIC; para uma série sazonal, o valor padrão de P é 1, p é escolhido a partir do modelo linear ótimo ajustado aos dados sazonais e o valor inteiro arredondado da conta $k=(p+P+1)/2$.

Pode-se controlar também quantas simulações serão feitas (o padrão é 1000, mas pode ser especificado outro valor usando o parâmetro “*npaths*=”). Outros parâmetros podem ser especificados, como “*repeats*”, que dá o número de redes calculadas com diferentes pesos iniciais aleatórios e que serão calculados como média quando produzem previsões.

5.3 Resultados

5.3.1 Modelo Adaptado Artigo

Antes de ajustar nosso próprio modelo, seguindo a metodologia citada, vamos utilizar o mesmo modelo calculado no artigo para prever os dados do R.

Foi ajustado um modelo RNA ou $NNAR(15,1,6)[12]$, e este foi o código utilizado:

```
mld_art <- nnetar(treino, p = 15, P = 1, size = 6, repeats = 30)
prev_art <- forecast::forecast(mld_art,
                               npaths = 1000,
                               h = 12,
                               PI = T,
                               level = c(95))
```

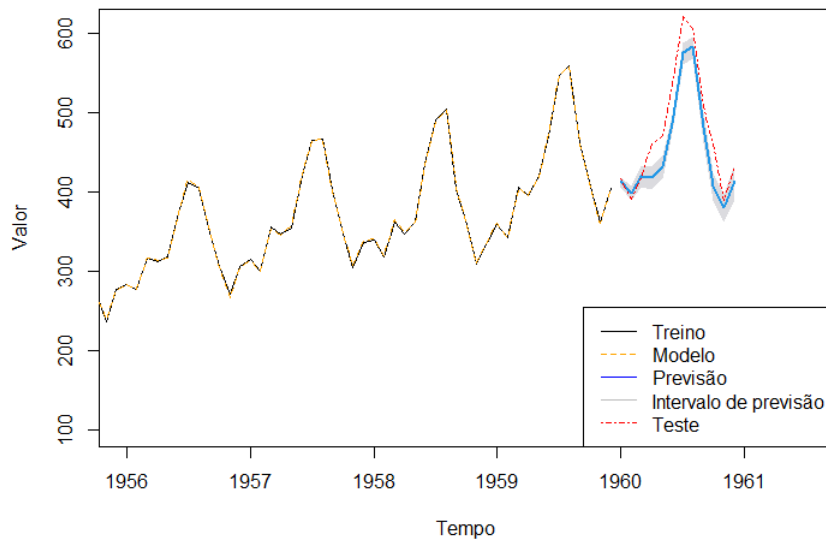


Figura 9: Previsões do Modelo Adaptado Artigo.

Como vemos na Figura 9, aparentemente as previsões do modelo são precisas, o que é afirmado quando vemos que o erro percentual médio absoluto (*MAPE*) do algoritmo é de 5.32. O modelo acompanha bem o movimento dos dados de teste.

5.3.2 Modelo Ajustado Manualmente

Nesse caso mantemos o valor de $P = 1$ e $m = 12$, já que temos uma série com clara sazonalidade. Escolhemos $p = 13$ devido a FACP que apresenta um pico nessa defasagem, que pode ser visto na Figura 10. Para o valor de k , temos: $k = (p + P + 1)/2 \Rightarrow k = (13 + 1 + 1)/2 = 7.5 \approx 7$

```
mld_ajust <- nnetar(treino, p = 13, P = 1, size = 7, repeats = 30)
prev_ajust <- forecast::forecast(mld_ajust,
                                npaths = 1000,
                                h = 12,
                                PI = T,
                                level = c(95))
```

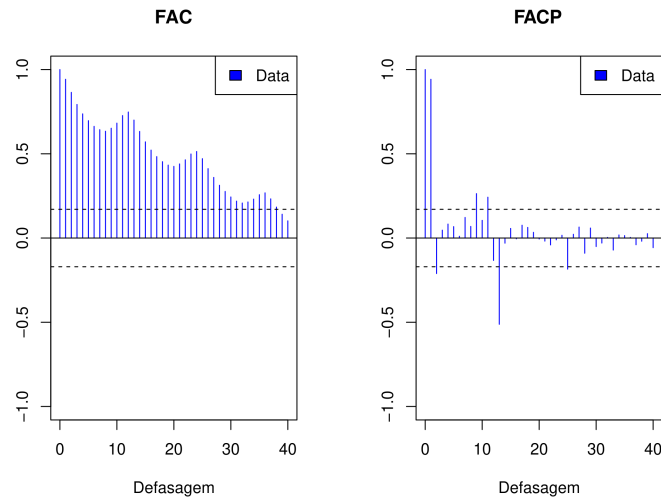


Figura 10: Gráficos da FAC e FACP.

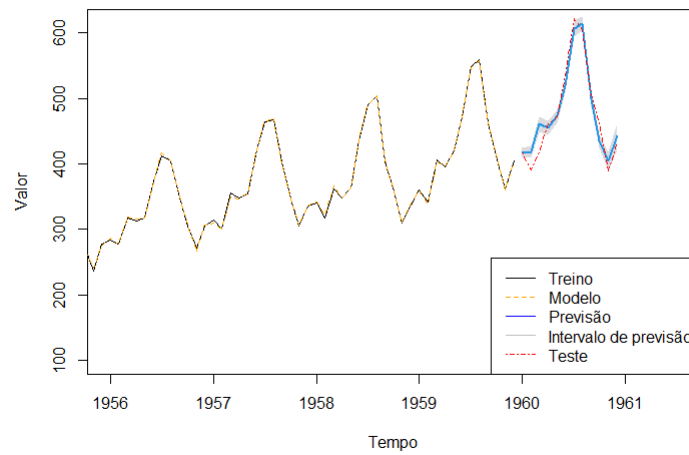


Figura 11: Previsões do Modelo Ajustado Manualmente.

Apesar de não acompanhar tão bem o primeiro salto dos dados, podemos ver na Figura 11 que as previsões acompanham muito bem o pico de vendas anual (férias de verão). Além disso, com o $MAPE = 3.24$ concluímos que a metodologia adotada possui um bom poder preditivo, obtendo resultados precisos, e similares ao que foi desenvolvido no artigo.

6 Conclusão

Em face dos resultados apresentados, pode-se dizer com segurança que as RNAs são uma ferramenta poderosa para a realização de previsão de séries temporais, capazes de realizar previsões com certo nível de precisão.

A principal dificuldade na utilização de redes neurais artificiais na previsão de séries temporais, ainda é a determinação da arquitetura ótima da rede neural. A metodologia proposta por este trabalho tem êxito na determinação da camada de entrada da rede, mas apresenta como seu fator limitante a determinação do número de neurônios da camada oculta.

7 Referências

<https://www.monolitonimbus.com.br/redes-neurais-de-series-temporais-no-r/>
<https://www.youtube.com/watch?v=UKXYGGzHc0A>
<https://www.youtube.com/watch?v=aircAruvnKk>
<https://cdn.atenaeditora.com.br/documentos/ebook/201908/>
https://edisiplinas.usp.br/pluginfile.php/4461048/mod_resource/content/3/2018-NN.pdf