

Teste de Hipóteses

1

O que é Teste de Hipótese?

É uma afirmação “especulatória” sobre as características de uma população.

Por exemplo: “A dieta alimentar a base de gorduras saturadas aumenta doenças cardíacas”

É um procedimento estatístico para verificar a veracidade ou falsidade de uma determinada afirmação;

E realizado com base em uma característica da população.

2

O que é Teste de Hipótese?

Trata-se de uma técnica para se fazer a inferência estatística sobre uma população a partir de uma amostra;

Toda hipótese tem como objetivo testar parâmetros populacionais;

É baseado em uma amostra representativa da população;

São aplicados em situações em que se conhece a distribuição dos dados;

É necessário pressuposto de normalidade;

São testes mais robustos do que os testes não-paramétricos;

Servem para testar parâmetros populacionais, tais como: média, variância e proporção;

3

O que é Teste de Hipótese?

Um teste de hipótese se divide em:

A hipótese nula (**H_0**): simboliza a situação atual – a que todos assumem como sendo verdadeira até que se prove o contrário.

A hipótese alternativa (**H_1**): representa a situação alternativa.

Antes de realizar qualquer teste de hipóteses é importante ficar atento a alguns pontos:

- É necessário fazer um bom processo de amostragem da variável;
- É necessário verificar se já existem informações prévias sobre aquela variável.

4

Formulação do Teste de Hipótese

A formulação de uma hipótese deve ser baseada no problema de pesquisa;

Existem três formas de formular hipótese:

- Unilateral a esquerda
- Unilateral a direita
- Bilateral

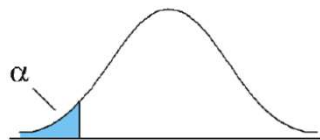
5

Formulação do Teste de Hipótese

Unilateral à esquerda:

A região crítica está na cauda esquerda da distribuição e corresponde ao nível de significância.

$$\begin{cases} H_0: \mu = 50 \\ H_1: \mu < 50 \end{cases}$$



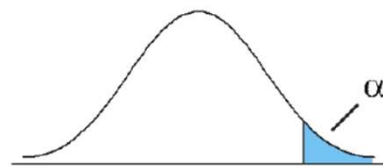
6

Formulação do Teste de Hipótese

Unilateral à direita:

☐ A região crítica está na cauda direita da distribuição e corresponde ao nível de significância.

$$\begin{cases} H_0: \mu = 50 \\ H_1: \mu > 50 \end{cases}$$



7

Formulação do Teste de Hipótese

Hipótese Bilateral

É representada por duas caudas de tamanhos iguais, nas extremidades esquerda e direita da curva.

$$\begin{cases} H_0: \mu = 50 \\ H_1: \mu \neq 50 \end{cases}$$

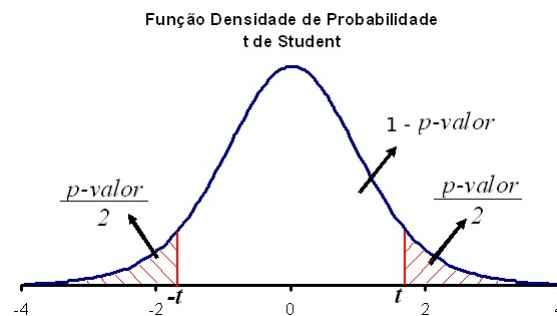


8

Formulação do Teste de Hipótese

Se o valor da estatística do teste cair na região crítica, rejeita-se H_0 .

Ao contrário, quando aceitamos, dizemos que não houve evidência amostral significativa no sentido de permitir a rejeição de H_0 .



9

Teste de Hipótese (Testes Paramétricos)

Os testes paramétricos envolvem parâmetros populacionais.

Nos testes não-paramétricos, as hipóteses são formuladas sobre características qualitativas da população.

São valores fixos geralmente desconhecidos e representados por letras gregas:

(μ) média populacional

(σ) desvio-padrão populacional

(σ^2) variância populacional

(p) proporção populacional

10

Teste de Hipótese (Testes Paramétricos)

Os métodos paramétricos são aplicados para dados quantitativos e exigem suposições fortes sobre sua validação:

- i. As observações devem ser independentes;
- ii. A amostra deve ser retirada de população com distribuição normal;
- iii. Para testes de comparação de médias emparelhadas as populações devem ter variâncias iguais;
- iv. As variáveis devem ser medidas em escalas intervalar.

11

Teste de Hipótese (Testes Paramétricos)

Teste de normalidade:

Pressuposto que os dados seguem distribuição normal ou gaussiana;

É possível ter indícios gráficos, sobre a distribuição dos dados, no entanto, somente os testes de aderência podem comprovar se os dados seguem normalidade;

Os dois principais testes de normalidade são:

Kolmogorov-Smirnov ($n > 30$)

Shapiro-Wilk ($4 < n < 30$)

12

Construindo Testes de Hipóteses

Iremos conhecer três tipos de testes paramétricos:

- Teste t de Student para uma amostra;
- Teste t de Student para duas amostras aleatórias independentes;
- Teste t de Student para amostras pareadas.

13

Construindo Testes de Hipóteses

Teste t de Student para uma amostra

É aplicado quando não se conhece a variância populacional;

Testa se a média populacional assume ou não um determinado valor;

Trata-se de testar se um valor é verdadeiro em relação ao valor do parâmetro populacional.

14

Praticando Teste de Hipóteses

Passo 1: Definir a hipótese nula H_0 a ser testada e a hipótese alternativa H_1 ;

Passo 2: Definir o nível de significância;

Passo 3: Escolher uma estatística de teste adequada;

Passo 4: Fixar a região crítica do teste (o valor crítico é determinado em função do nível de significância);

Passo 5: Retirar uma amostra e calcular o valor observado da estatística do teste;

Passo 6: Se o valor da estatística pertencer à região crítica, rejeitar H_0 ; caso contrário, aceitar H_1 ;

15

Praticando Teste de Hipóteses

Teste t de Student para uma amostra

Uma empresa está lançando um novo caminhão.

- Deseja-se testar a hipótese de que o tempo médio de pintura do novo caminhão é igual ao caminhão antigo, que é de 690 minutos.
- Para isto, coletou-se uma amostra de 12 elementos do novo caminhão e devemos realizar um teste de hipótese para um valor de referência.

16

Praticando Teste de Hipóteses

Caminhão Y	Tempo de pintura
1	920
2	710
3	680
4	1000
5	1010
6	850
7	880
8	990
9	1030
10	995
11	775
12	670

Solução:

Formulando a hipótese para o Teste t de Student para uma amostra:

$$\left\{ \begin{array}{l} H_0: \mu = 690 \\ H_1: \mu \neq 690 \end{array} \right.$$

17

Praticando Teste de Hipóteses

Tests of Normality

	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
TempodePintura	,215	12	,132	,875	12	,075

a. Lilliefors Significance Correction

One-Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
TempodePintura	12	875,83	136,662	39,451

One-Sample Test

	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
TempodePintura	22,201	11	,000	875,833	789,00	962,66

18

Praticando Teste de Hipóteses

Teste t de Student para duas amostras aleatórias independentes

Pretende-se verificar se o tempo médio de fabricação de dois produtos plásticos (x e y) é semelhante com uma significância de 5%. Para cada produto, coletou-se o tempo médio de uma amostra de tamanho $n = 10$.

Produto	Tempo médio									
X	16	22	27	20	18	24	19	20	21	25
Y	30	25	25	28	27	33	24	22	24	29

19

Praticando Teste de Hipóteses

Solução:

1. A hipótese nula H_0 afirma que as médias populacionais são iguais, isto é, $H_0: \mu_x = \mu_y$. Já a hipótese alternativa afirma que as médias populacionais são diferentes, $H_1: \mu_x \neq \mu_y$;
2. O nível de significância do teste é $\alpha = 5\%$;
3. A variável teste escolhida é T ;
4. Para este exemplo vamos supor que as variâncias são homogêneas:

$$\left\{ \begin{array}{l} H_0: \mu_x = \mu_y \\ H_1: \mu_x \neq \mu_y \end{array} \right.$$

20

Praticando Teste de Hipóteses

Tests of Normality							Group Statistics					
Kolmogorov-Smirnov ^a				Shapiro-Wilk			Produto	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	
Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.							
PX	,140	10	,200 [*]	,979	10	,957	TempoMedio	Produto X	10	21,20	3,360	1,062
PY	,195	10	,200 [*]	,960	10	,791		Produto Y	10	26,70	3,335	1,055

*. This is a lower bound of the true significance.

a. Lilliefors Significance Correction

Independent Samples Test										
Levene's Test for Equality of Variances				t-test for Equality of Means						
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
TempoMedio	Equal variances assumed	,005	,942	-3,674	18	,002	-5,500	1,497	-8,645	-2,355
	Equal variances not assumed			-3,674	17,999	,002	-5,500	1,497	-8,645	-2,355

21

Praticando Teste de Hipóteses

Teste t de Student para duas amostras aleatórias relacionadas (pareada)

Um grupo de funcionários foi submetido a um treinamento, e o objetivo é verificar o desempenho deles antes e depois do curso. Para tanto, foram atribuídas notas para cada funcionário de 1 a 10, antes e depois do treinamento. Utilizou-se uma significância de $\alpha = 5\%$.

Momento	Notas atribuídas											
Antes	5,5	6,1	6,7	6,2	7,0	7,2	5,8	6,8	6,7	7,4	5,0	
Depois	6,0	7,2	6,8	8,2	9,0	5,8	6,5	7,2	8,7	5,0	9,2	

22

Praticando Teste de Hipóteses

Tests of Normality						
Kolmogorov-Smirnov ^a				Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
Antes	,201	11	,200 [*]	,956	11	,723
Depois	,147	11	,200 [*]	,952	11	,675

^{*}. This is a lower bound of the true significance.
a. Lilliefors Significance Correction

Paired Samples Statistics					
Pair 1		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Antes		6,400	11	,7483	,2256
Depois		7,236	11	1,3916	,4196

Paired Samples Test									
		Paired Differences							
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference		t	df	Sig. (2-tailed)
Pair 1	Antes - Depois	-,8364	1,7828	,5375	Lower	Upper	-1,556	10	,151

23

Análise de Variância (ANOVA)

24

ANOVA

Todos os testes de hipóteses que vimos até agora trataram de no máximo duas variáveis.

A análise de variância, ou ANOVA, é utilizada para comparar médias com duas ou mais variáveis.

É muito utilizada para identificar diferenças entre grupos

É empregada em situações que buscam identificar a eficácia de determinados tratamentos;

É baseada no teste F.

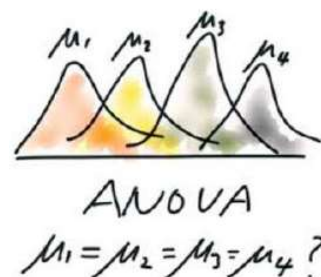
25

ANOVA

Compara o quanto os grupos diferem entre si em relação à quantidade de variabilidade dentro de cada grupo;

Neste caso a hipótese formulada:

$$\begin{cases} H_0: \mu_1 = \mu_2 \dots \mu_n \\ H_1: \text{pelo menos duas médias diferentes} \end{cases}$$



26

ANOVA

Duas hipóteses possíveis:

H0: as médias das populações são todas iguais (nula)

H1: as médias das populações não são iguais (alternativa)

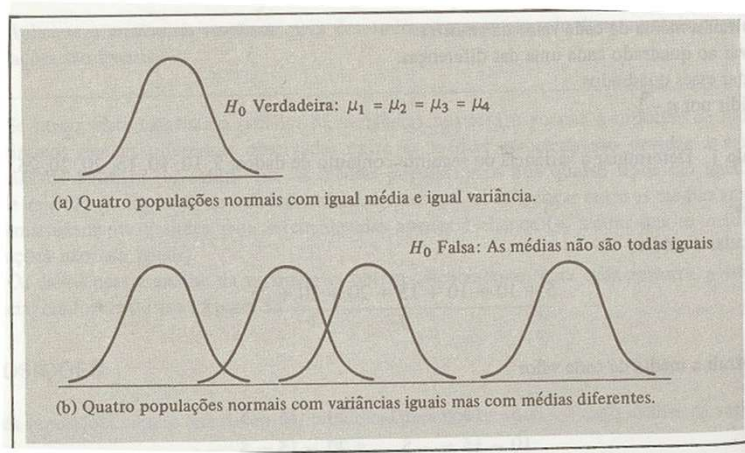
Fundamentos lógicos:

Se H0 é verdadeira: conceitualmente idêntico a uma situação em que todas as amostras tenham sido tiradas de uma única população

Se H0 é falsa: as amostras vêm de populações com médias diferentes (porém normais e com variâncias iguais)

27

ANOVA



28

ANOVA

Etapas para análise de variância (ANOVA)

1. Verifique as condições de análise de variância utilizando os dados coletados de cada uma das k populações;
2. Estabeleça as hipóteses:
 $H_0: \mu_1 = \mu_2 \dots \mu_n$
 $H_1: \text{pelo menos duas médias diferentes}$
3. Colete dados de k amostras aleatórias, uma de cada população.
4. Realize o teste-F para os dados do passo 3 e encontre o p-valor.
5. Se o p-valor for inferior a 0,05 conclui-se que pelo menos duas das médias populacionais são diferentes (H1).

29

ANOVA

Exemplo:

Uma amostra de 32 produtos foi coletada para analisar a qualidade do mel de três fornecedores;

Uma das medidas de qualidade do mel é a porcentagem de sacarose que normalmente varia de 0,25 a 6,5%;

A tabela a seguir apresenta a porcentagem de sacarose para a amostra coletada de cada um dos três fornecedores;

É necessário verificar se há diferenças significativas entre os três fornecedores.

30

ANOVA

Exemplo:

Fornecedor I	Fornecedor II	Fornecedor III
0,33	1,54	1,47
0,79	1,11	1,69
1,24	0,97	1,55
1,75	2,57	2,04
0,94	2,94	2,67
2,42	3,44	3,07
1,97	3,02	3,33
0,87	3,55	4,01
0,33	2,04	1,52
0,79	1,67	2,03
1,24		
3,12		

31

ANOVA

Tests of Normality

		Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
Fornecedor		Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
1	Sacarose	,202	12	,189	,915	12	,246
2	Sacarose	,155	10	,200*	,929	10	,438
3	Sacarose	,232	10	,137	,883	10	,142

*. This is a lower bound of the true significance.

a. Lilliefors Significance Correction

Descriptives

Sacarose								
		N	Mean	Std. Deviation	Std. Error	95% Confidence Interval for Mean		
						Lower Bound	Upper Bound	Minimum
1		12	1,3158	,84954	,24524	,7761	1,8556	,33
2		10	2,2850	,94797	,29977	1,6069	2,9631	,97
3		10	2,3380	,88649	,28033	1,7038	2,9722	1,47
Total		32	1,9381	,99269	,17549	1,5802	2,2960	4,01

32

ANOVA

Test of Homogeneity of Variances

		Levene Statistic	df1	df2	Sig.
Sacarose	Based on Mean	,337	2	29	,716
	Based on Median	,318	2	29	,730
	Based on Median and with adjusted df	,318	2	26,394	,730
	Based on trimmed mean	,378	2	29	,688

ANOVA

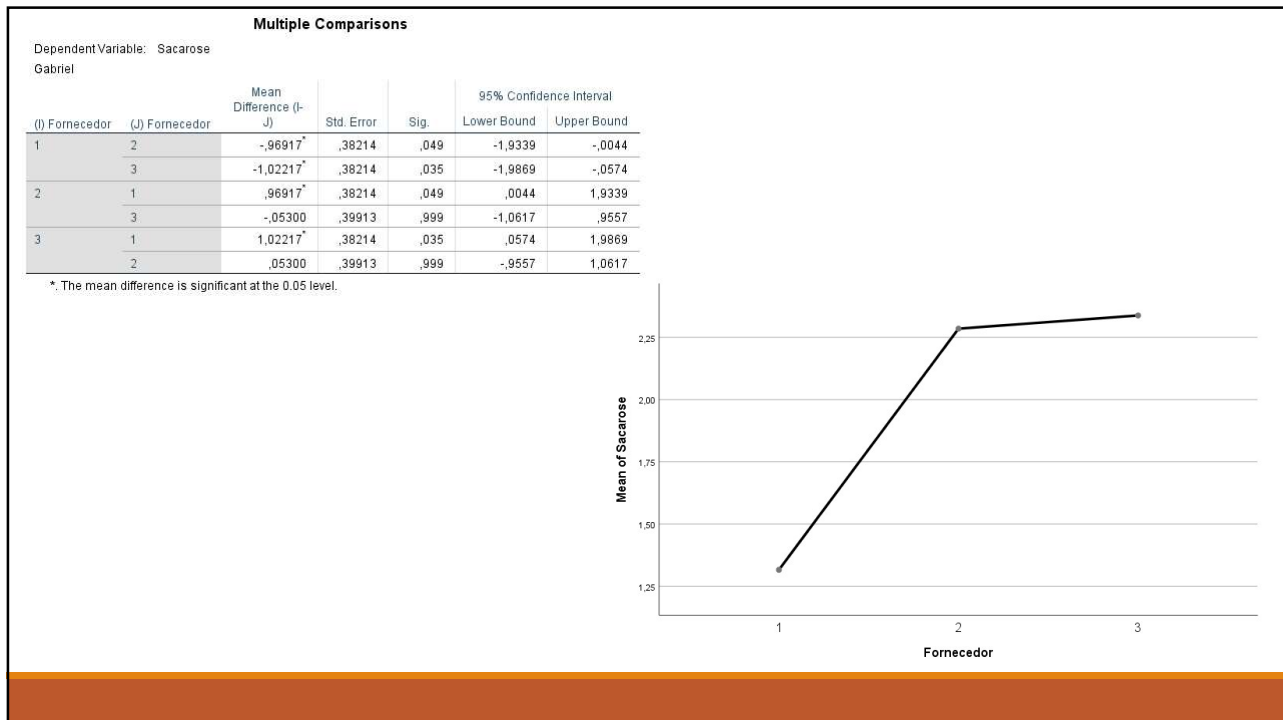
Sacarose					
	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	7,449	2	3,725	4,676	,017
Within Groups	23,100	29	,797		
Total	30,549	31			

Robust Tests of Equality of Means

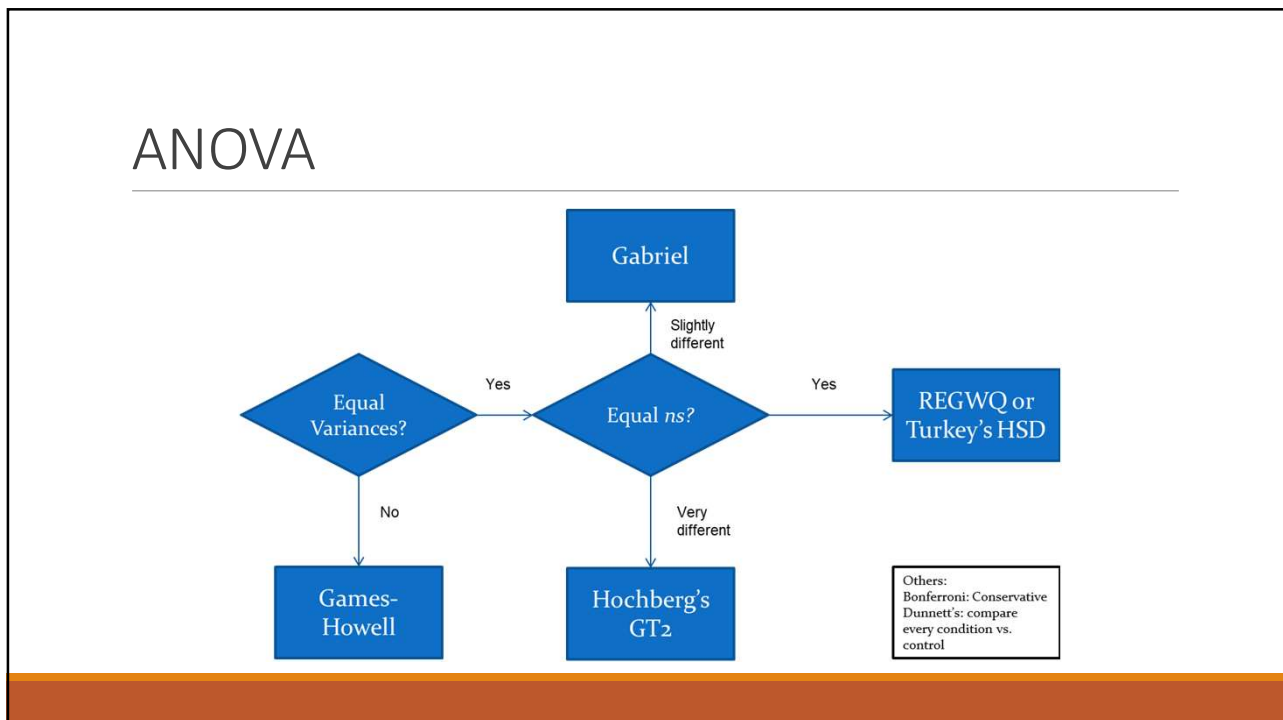
Sacarose				
	Statistic ^a	df1	df2	Sig.
Welch	4,714	2	18,750	,022
Brown-Forsythe	4,629	2	27,741	,018

a. Asymptotically F distributed.

ANOVA



35



36

Técnica	Situação de uso	Premissas
Teste t	<ul style="list-style-type: none"> 1 variável independente, com apenas 2 níveis 1 variável dependente (intervalar) 	<ul style="list-style-type: none"> Amostras aleatórias e independentes; Normalidade. Ainda assim, segundo Anderson <i>et al.</i> (2005, p. 363), esta técnica apresenta robustez quanto à normalidade, sendo dispensável para grandes amostras ($n > 30$); Igualdade de variância entre as amostras ("opcional", pois existem técnicas que consideram a inexistência desta igualdade)
ANOVA	<ul style="list-style-type: none"> 1 ou mais variáveis independentes, com 3 ou mais níveis 1 variável dependente (intervalar) 	<ul style="list-style-type: none"> Amostras aleatórias e independentes; Normalidade. Ainda assim, segundo Anderson <i>et al.</i> (2005, p. 363), esta técnica apresenta robustez quanto à normalidade, sendo dispensável para grandes amostras ($n > 30$); Igualdade de variância entre as amostras: como a ANOVA compara médias entre diferentes amostras, a dispersão individual de cada amostra deve ser "controlada" para se manter a consistência do teste
MANOVA	<ul style="list-style-type: none"> 1 ou mais variáveis independentes, com 2 ou mais níveis 2 ou mais variáveis dependentes (intervalar) 	<ul style="list-style-type: none"> Amostras aleatórias e independentes Normalidade multivariada (refere-se à normalidade do efeito combinado entre duas variáveis). No entanto, "[...] a violação desta premissa tem pouco impacto em grandes amostras, como na ANOVA." (HAIR <i>et al.</i>, 2006, p. 410); Equivalência das matrizes de covariância: devem ser equivalentes entre as amostras todas as variâncias individuais de cada variável, assim como as covariâncias entre as variáveis, porém "uma violação desta premissa tem mínimo impacto se os grupos tiverem aproximadamente o mesmo tamanho" (HAIR <i>et al.</i>, 2006, p. 409).