OI\_ACM logger

5.13

测试表明扩欧逆元和快速幂逆元耗时没有明显区别，相差小于10%。目测快速幂更好写。

中国剩余定理及非互质形态已加入模板。

5.14

多项式系数表示->点值表示可视为多项式空间的一种变换，且具有卷积性质(系数卷积=点值乘积)。离散傅里叶变换为特殊的变换，具有正交性，循环卷积性等。循环卷积性使DFT可用FFT算法加速。

NTT使用数论方式保证循环卷积性质。利用原根与复n次单位根相似的性质。

多项式代数待补。

5.15

可以认为，树状数组为一棵去掉所有右子节点的线段树，由主定理或实际实现易知空间复杂度为O(n)。另外，创建线段树操作的时间复杂度和空间复杂度都为O(n)而非时间复制度。

线段树要求所维护的操作可分为两个区间分别操作，其本质是要求操作可结合，即至少构成半群。区间修改线段树由于lazy\_tag的需要，至少需要构成幺半群。而树状数组要求区间操作可逆（区间相减）而且可交换（合并不保序），即构成阿贝尔群。

分块结构与线段树情形相似。

CDQ分治：与归并排序求逆序非常相似，可理解为按时间分治，按操作位置排序，记录前区间对后续的影响。要求询问离线，维护操作与树状数组相似。

平面图最小割->最短路

5.16

最大流：isap略快于dinic，但dinic对构造数据时间更加稳定。HLPP理论复杂度很低，但

实际速度不佳，不实用。

上下界最大流：减去必要流，并对必要流重新连边。方式：添加超级源和超级汇，对原必要弧两端反向连边，并添加原汇到原源的一条无穷边。最终目的是保证流平衡，可行流⬄必要流够造出的弧是满流。判断满流后拆除辅助弧，走普通最大流。

限制大小的多源多汇情况：添加超级源和超级汇，连等大小的弧。

拆点思想：点权化为边权

图的边连通度：保持图连通最多去掉的边数。算法：任选一点，原图有边位置容量设为1，取到其他N-1个点最小割的最小值。

图的点连通度：拆点，原边连为无穷，点自身连容量1的边，做N-1次最大流。若到某点流为无穷则全连通，若全为无穷则完全图。

5.17

残量网络分为与S和T相连两部分，若残量网络中a->b没有路径，则a->b必为割边，否则为可能割边。

最小费用可行流 满足流平衡的最小费用：沿费用最短路增广，直到最短路不为负。

Matrix-Tree定理：一张无向图的生成树的数量为其Kirchhoff矩阵的任一主子式。

Kirchhof矩阵：Kii=-deg(i), Kij=i与j间边数

Tarjan缩圈得到DAG。有时困难的问题转化为DAG上的dp。

点分治：按重心划分，进行处理。重点仍在分治合并上。

SAM：接收s所有后缀的最小有限状态自动机。

5.18

SAM：par指针指向当前状态对应的后缀的最长前缀。par构成树，某节点的非复制子节点数量为对应单词的出现次数。

超级数据结构之可持久化treap了解一下。

5.24：(线性代数)高斯消元，可化为行阶梯形矩阵。行列式可用于Matrix-Tree定理的计算。

5.30：纯LCA可用倍增、离线tarjan、dfs序上RMQ等方式完成。Tarjan到一个节点时，该节点与一个已遍历过的节点的lca为已遍历点的并查集祖先。倍增法除lca外，可用于查询树上区间最值、和等操作。

合并森林时树的直径可以O(1)增量维护。

LIS log做法dp[i]表示长度为i序列的最小末尾数，单调，每次二分修改。\*lower\_bound(dp,dp+i,a[i])=a[i]为严格上升，upper为不下降。

LCS n\*m做法 dp[i+1][j+1]=| s1[i]==s2[j] -> dp[i][j]+1 | otherwise ->max(dp[i+1][j],dp[i][j+1])

6.1：性感树链在线剖分已加入豪华套餐。支持树链查找修改、子树查找修改。

6.2：splay已加入。注意区间插入、删除、翻转操作。

6.3：无旋treap已加入。功能与splay相同，无需多键值特殊处理。

异或线性基：用于计算数列子集异或和的结构。实际含义为将异或方程的矩阵化为阶梯形。然后一般贪心计算即可。

6.4

异或和运算构成有限域{0,1}上的线性空间（两次xor变为原值），|linspan(**x**)|=2^(dim linspan(**x**))，通过异或化为阶梯形得到简单基可简化运算。

猜想：其它进制上的循环演算可能构成同态。

可支持异或最大、最小、k大、子集表示。K大需要先化为最简形。

6.5

SAM基本思想：SAM的尾节点极其所有祖先组成自动机的接受态（接收所有后缀），所以易知当所有主链节点为接收态时自动机接接受所有子串。构建方式：当字符串没有重复字符时，直接在末尾增加节点，原par树上的节点连出该字符的转移。因为父节点对应当前后缀的最长前缀，并且为加点前的接受态（后缀），所以连边即构成延长后的新SAM。当出现相同字符时，由于某节点一个字符对应的转移唯一，所以要处理这种重复的的情况。当原转移边跳过的长度为1时，直接将parent指向原转移，不影响后缀自动机性质。若长度大于1，需引入冲突转移的辅助节点，将原转移和当前节点的父亲都指向该辅助节点。辅助节点的转出与原转移相同，原父节点的转移指向辅助节点。此时辅助节点为父节点增长1的后缀，且满足为当前节点和原转移节点的最长前缀。

待补：经典应用。

SAM需注意内存，尤其是主串长度较大的时候。

6.6

遇到最大值、最小值问题，难以合并处理的时候，先考虑二分。

SAM的节点Par=使包含right集最小的节点代表的集合。Len(x)-Len(par(x))=该节点接受的后缀个数及其长度。LCString：让第二个串在第一个串的SAM上走，无该转移则沿parent退回，若匹配则长度+1，否则为par的len+1。多个字符串时取每个状态的最远距离最小值。字典序K大字串问题一般考虑用类似平衡树的做法标记节点rank，然后dfs。

同时满足几个条件的计数问题，可以取反用容斥，复杂度2^(条件数)。

小于x的素数个数π(x)渐进于ln(x) (素数定理)。x的平均因子个数为log(x)（证明：倒数和），平均质因子个数为loglog x（证明：素数倒数和）。最大质因子个数为log(x) （即2^n）。x的最大不同质因子个数可用质数乘积计算，10^8内不超过10个（有时用于容斥）。素数最远间隔增长较缓慢，猜测为log^2(x)级，10^9内不超过150个。

6.10

Manacher算法：通过之前最长对称中心的对称点的回文长度优化当前点的回文长度计算。当前回文长度不小于对称点长度和右节点距两种较小的。

区间异或和最大->可持久化Trie树。

6.11

加入 函数三分极值、自适应辛普森积分。积分时应注意排除瑕点。除了做数值题外，可能可以骗过某些计算几何求面积（精度不可太高）。

修正AC.module.FFT，除const int pi之外未发现问题。

DFT将系数转为点值，实质上是Euclid空间上的线性变换，基为n次单位根。由于Fourier Transform为空间上的幺正变换，所以满足帕塞瓦尔等式。由正交性易知逆变换为当前变换的转置。FFT:DFT的分治算法，由于n次单位根构成循环群，乘法运算可以特殊优化。二分情况：对原序列奇偶拆分，则奇列的和可表示为偶列乘上一个k次单位根，最多做log(N)次拆分，单次拆分复杂度O(n)。事先交换序列可以将递归过程改为迭代过程。

NTT：用对p的原根作为基，仍满足循环群性质，原根为群上的生成元。所有操作与FFT类似。常用数值：p=1004535809=479⋅2^21+1, g=3,p=998244353=2∗17∗2^23+1, g=3，p=469762049，g=3

优点：速度略快，无精度误差，对大的结果直接取模。

对任意数取模时，只要取多个数使得乘积大于n\*p^2，分别NTT计算然后用CRT合并即可。

求逆：可以倍增模数x^n计算，合并条件可以用平方移项得出。

多点求值：非常困难。