

数理逻辑 试题卷（A）

题号	一	二	三	四	五	六	总分
分数							

一、填空题（每空 2 分，共 12 分）

得分

1. 设 p : 小王爱唱歌, q : 他会弹钢琴。命题“只有小王爱唱歌, 他才会弹钢琴”符号化为_____。
2. 公式 $(\forall x)(P(x,y) \rightarrow (\exists z)Q(x,z)) \wedge (\forall y)R(x,y)$ 中变元 y 的自由性和约束性是, _____。
3. 命题公式 $G = p \rightarrow \neg (q \rightarrow r)$, 使公式 G 为假的赋值是_____, 该公式的类型是_____。
4. 若命题变元 P, Q, R 赋值为 $(1, 0, 1)$, 则命题公式 $G = ((P \wedge Q) \rightarrow R) \leftrightarrow (\neg P \vee Q)$ 的真值是_____。
5. 设 A, B 为任意命题公式, C 为重言式, 若 $A \wedge C \leftrightarrow B \wedge C$, 那么 $A \leftrightarrow B$ 是式(重言式、矛盾式或可满足式)

二、判断题（每题 1 分，共 10 分）

得分

1. 凡含有联结词的陈述句都是复合命题。
2. 如果 $A \leftrightarrow B, C \leftrightarrow D$, 则 $A \rightarrow C \leftrightarrow B \rightarrow D$ 。
3. 下列公式集合 $S = \{ P(x,x), P(y,f(y)) \}$, 可以替换合一。
4. 矛盾式的主合取范式包含所有的极大项, 矛盾式的主析取范式是 0。
5. 等值式 $\forall x (P(x) \vee Q(x)) \leftrightarrow \forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$ 是正确的。

出题教师签字: 王巍

教研室主任签字:

第 1 页(共 3 页)



扫描全能王 创建

6. 下列一阶公式 $\neg \forall x \exists y B(x,y)$ 是前束范式.
7. $A[(pUr) \wedge (qUr)]$ 不是 CTL 合式公式.
8. 公式 $\forall x A(x) \rightarrow \exists x B(x)$ 的前束范式是 $\exists x \exists y (A(x) \rightarrow B(y))$.
9. 设公式 A 含命题变项 p, q, r , 已知 A 的主合取范式是 $M_0 \wedge M_3 \wedge M_6$, 则 A 的主析取范式是 $m_0 \vee m_3 \vee m_6$.
10. 线性时态逻辑中, 设 $M = (S, \rightarrow, L)$ 是一个模型, $\pi = s_1 \rightarrow s_2 \rightarrow \dots$ 是 M 中的一条路径, Φ 和 ψ 是 LTL 公式, 则 $\pi \models \Phi \cup \psi$ 当且仅当存在某个 $i \geq 1$, 使得 $\pi_i \models \psi$ 且对所有 $j = 1, 2, \dots, i-1$, 有 $\pi_j \models \Phi$.

三、将下列自然语言句子符号化（每题 6 分，共 18 分）

得分

3.1 表示成命题逻辑公式

- 1) 铁和氧化合, 但铁和氮不化合.
- 2) 如果我进城我就去看你, 除非我很累.

3.2 表示成谓词逻辑公式

- 1) 存在比所有乌龟跑得快的兔子.
- 2) 每个自然数都有自然数比它大, 但没有最大的自然数.

3.3 表示成时态逻辑公式(LTL 或者 CTL)

- 1) 任何满足 p 的可达状态, 沿任一路径都能到达 q .
- 2) 存在某个状态, 由其出发可以连续呈现 p 直到 q .

四、计算题. (共 30 分)

- (1) 证明命题公式 $(P \rightarrow (Q \vee \neg R)) \wedge \neg P \wedge Q$ 与 $\neg (P \vee \neg Q)$ 等值. (7 分)
- (2) 求公式 $(p \vee q) \rightarrow r$ 的主析取范式和主合取范式. (8 分)
- (3) 求公式 $\neg (\forall x A(x) \rightarrow \exists y \neg \forall z B(y, z))$ 的前束范式. (8 分)
- (4) 将公式 $p \vee \neg q$ 化成仅含 $\{\uparrow\}$ 的公式. (7 分)

五、应用题（每题 10 分，共 20 分）

1、命题逻辑推理（10 分）

若小张喜欢数学，则小赵或小李也喜欢数学。若小李喜欢数学，他也喜欢物理。小张确实喜欢数学，可小李不喜欢物理，所以小赵喜欢数学。

要求：在自然演绎推理系统中，构造推理过程

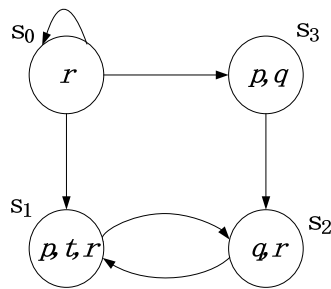
2. 一阶（谓词）逻辑推理（10 分）

有理数都是实数。无理数也都是实数。虚数不是实数。因此，虚数既不是有理数，也不是无理数。

要求：使用归结原理，构造推理过程

六、综合题（共 10 分）

考虑如下的迁移系统 M ， Φ 是 CTL 公式 $AG(r \rightarrow EX p)$



(1) 初始状态为 s_0 ，将 M 展开成一个无限计算树；
(3 分)

(2) 文字说明 $AG(r \rightarrow EX p)$ 的含义； (2 分)

(3) 确定 $M, s_0 \models \Phi$ 和 $M, s_2 \models \Phi$ 是否成立，并给出理由； (5 分)