

# 华中农业大学本科课程考试试卷

考试课程与试卷类型：微积分 A (1) A 卷

学年学期：2009-2010-1

考试时间：2010-01-27

姓名：

学号：

班级：

## 一、单项选择题

- $\lim_{x \rightarrow \infty} (x \sin \frac{2}{x} + \frac{\sin 3x}{x}) =$   
A. 2                      B. 3                      C. 5                      D.  $\infty$
- 当  $x \rightarrow 0$  时,  $f(x) = x - \sin x$  是  $g(x) = x^2 \ln(1-x)$  的  
A. 高阶无穷小      B. 低阶无穷小      C. 同阶但非等价无穷小      D. 等价无穷小
- 函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$  在点  $x = 0$  处  
A. 极限不存在      B. 极限存在但不连续      C. 连续但不可导      D. 可导
- 点  $x = 1$  是  $f(x) = \frac{x \ln x}{x-1}$  的  
A. 无穷间断点      B. 振荡间断点      C. 可去间断点      D. 跳跃间断点
- 已知函数  $f(x)$  对一切  $x$  满足  $xf''(x) + x^2 f'(x) = e^x - 1$ , 若  $f'(x_0) = 0$  ( $x_0 = 0$ ), 则  
A.  $f(x_0)$  是  $f(x)$  的极大值                      B.  $f(x_0)$  是  $f(x)$  的极小值  
C.  $f(x_0)$  不是  $f(x)$  的极值                      D. 不能断定  $f(x_0)$  是否  $f(x)$  的极值
- 若函数  $f(x)$  与  $g(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  内可导, 且  $f(x) < g(x)$ , 则必有  
A.  $f(-x) > g(-x)$                       B.  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) < \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$   
C.  $f'(x) < g'(x)$                       D.  $\int_0^x f(t)dt < \int_0^x g(t)dt$
- 设  $f(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  存在二阶导数, 且  $f(x) = -f(-x)$ , 当  $x < 0$  时有  $f'(x) < 0$ ,  $f''(x) > 0$ , 则当  $x > 0$  时有  
A.  $f'(x) < 0$ ,  $f''(x) > 0$                       B.  $f'(x) < 0$ ,  $f''(x) < 0$   
C.  $f'(x) > 0$ ,  $f''(x) > 0$                       D.  $f'(x) > 0$ ,  $f''(x) < 0$
- 广义积分  $\int_{-\infty}^0 e^{-kx} dx$  收敛, 则  
A.  $k > 0$                       B.  $k \geq 0$                       C.  $k < 0$                       D.  $k \leq 0$

9. 微分方程  $y'' - 2y' - 3y = 0$  的通解为

A.  $y = c_1 e^{-3x} + c_2 e^x$

B.  $y = c_1 e^{3x} + c_2 e^{-x}$

C.  $y = e^{-3x} + e^x$

D.  $y = e^{-3x} - e^x$

10. 设函数  $f(x)$  连续, 则下列函数中必为偶函数的是

A.  $\int_0^x f(t^2) dt$

B.  $\int_0^x f^2(t) dt$

C.  $\int_0^x t[f(t) + f(-t)] dt$

D.  $\int_0^x t[f(t) - f(-t)] dt$

## 二、填空题

11. 函数  $y = x^{2x}$  在区间  $(0, 1]$  上的最小值为\_\_\_\_\_

12. 曲线  $xy + 2\ln x = y^4$  在点  $(1, 1)$  处的切线方程为\_\_\_\_\_

13. 设  $f(x)$  连续,  $y = \int_0^x t f(x^2 - t^2) dt$ , 则  $\frac{dy}{dx} =$  \_\_\_\_\_

14.  $\int_{-1}^1 \frac{x^2 + \sin x}{1 + x^2} dx =$  \_\_\_\_\_

15. 微分方程  $y' = \frac{y(1-x)}{x}$  的通解是\_\_\_\_\_

## 三、计算题

16. 设  $f(x) = \begin{cases} \frac{g(x) - e^{-x}}{1 - e^{-x}}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ , 其中  $g(x)$  有二阶连续导数, 且  $g(0) = 1$ ,

$g'(0) = -1$ ,  $g''(0) = 2$ , 求  $f'(0)$

17. 计算不定积分  $\int \frac{x e^{\arctan x}}{(1+x^2)^{3/2}} dx$

18. 求微分方程  $y'' - a(y')^2 = 0$  满足  $y|_{x=0} = 0, y'|_{x=0} = -1$  的特解

## 四、应用题

19. 求微分方程  $xy' = 2x - y$  的一个解  $y = y(x)$ , 使得曲线  $y = y(x)$  与直线  $x = 1, x = 2, y = 0$  所围城的平面图形绕  $y = 0$  旋转一周所得旋转体体积最小。

## 五、证明题

20. 设  $f(x)$  在  $[0, 1]$  上连续, 在  $(0, 1)$  内可导, 且  $f(0) > 0, f(\frac{1}{2}) < \frac{1}{2}, f(1) = 1$ .

证明: (1)  $\exists \delta \in (0, 1), f(\delta) = \delta$

(2)  $\exists \eta \in (0, 1), f'(\eta) = 1$