Les codes identifiants dans les graphes de degré maximum donné

Florent Foucaud
LaBRI, Université de Bordeaux
foucaud@labri.fr
En collaboration avec :
Guillem Perarnau (UPC, Barcelona)

Un sous-ensemble C des sommets d'un graphe G est un *code identifiant de* G si C est un ensemble dominant de G tel que chaque sommet de G est dominé par un sous-ensemble distinct de C. Formellement, pour tout sommet x de G, $B(x) \cap C \neq \emptyset$, et pour toute paire x, y de sommets de G, $B(x) \cap C \neq B(y) \cap C$ (où $B(x)$ est la boule de rayon 1 autour de x). Nous notons $\gamma^{\mathrm{ID}}(G)$ la cardinalité minimum d'un code identifiant du graphe G, et un graphe admettant un code identifiant est dit *identifiable*.
En général, pour un graphe identifiable G ayant n sommets et au moins une arête, il est connu que $\gamma^{\mathrm{ID}}(G) \leq n - 1$, et cette borne est atteinte (notamment par l'étoile) [2].
Dans cet exposé, nous utilisons des arguments probabilistes pour montrer que si G est de degré maximum Δ assez grand et n'a pas de sommet isolé, $\gamma^{\mathrm{ID}}(G) \leq n - \frac{n}{\Theta(\Delta^3)}$. De plus, il existe une fonction $\rho : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ telle que $\gamma^{\mathrm{ID}}(G) \leq n - \frac{n}{\rho(\omega(G)) \cdot \Delta}$, où $\omega(G)$ est l'ordre d'une plus grande clique de G. Ainsi, si $\omega(G)$ est borné par une constante, alors $\gamma^{\mathrm{ID}}(G) \leq n - \frac{n}{\Theta(\Delta)}$. Enfin, il est montré que si G est Δ-régulier, alors $\gamma^{\mathrm{ID}}(G) \leq n - \frac{n}{85 \cdot \Delta}$. Ces bornes vont dans le sens de la conjecture suivante proposée par F. Foucaud, R. Klasing, A. Kosowski et A. Raspaud: pour tout graphe connexe G à n sommets et de degré maximum Δ, $\gamma^{\mathrm{ID}}(G) \leq n - \frac{n}{\Delta} + O(1)$ [1].

References

[1] F. Foucaud, R. Klasing, A. Kosowski and A. Raspaud. On the size of identifying codes in triangle-free graphs. Submitted, 2010+. arXiv:1010.2985

[2] S. Gravier and J. Moncel. On graphs having a $V \setminus \{x\}$ set as an identifying code. *Discrete Mathematics* 307(3-5):432–434, 2007.

Mots Clés : Codes identifiants, Degré maximum, Méthode probabiliste.

MSC2010: 05C69, 05C80, 05D40.