

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

ESCUELA SUPERIOR DE FÍSICA Y MATEMÁTICAS

APUNTES DE CÁLCULO 3

Imparte la Dra. Laura Roció Gózález

Autor:
Francisco Alexis Franco Camacho

Febrero 2023

Índice general

1. Introducción	5
1.1. Objetivo	5
1.2. Temario	5
1.3. Bibliografía	6
1.4. Evaluación	6
1.4.1. Quizes	6
2. R^n como espacio euclidiano.	7
2.1. El espacio R^n	7
2.1.1. Definición de la suma y multiplicación por escalar.	7
2.1.2. Tarea	7
2.2. Hipótesis	8
3. Resultados	9
3.1. Simulación de resultados	9
3.1.1. Suposiciones	9
3.1.2. Modelos	9
3.2. Resultados preliminares	9
3.3. Resultados postprocesados	9
3.3.1. Valores atípicos	9
3.3.2. Correlaciones	9
4. Conclusiones	11

Capítulo 1

Introducción

1.1. Objetivo

Cálculo diferencial en varias variables de manera teórica y con aplicaciones.

1.2. Temario

- R^n como espacio euclidiano
- Norma, distancia y desigualdad del triángulo.
- Conjuntos abiertos, cerrados.
- Conexidad.
- Sucesiones en R^n .
- Convergencia, compacidad.
- Teorema de Bolzano-weistrass.*
- Teorema de Heine-Borel.* *Propiedades de compacidad.
- Limite de transformaciones.
- Continuidad de transformación.
- Continuidad de inversa de transformación.
- La diferencial de una transformación.
- Transformaciones diferenciales.
- Regla de la cadena.
- Derivada direccional.

- Funciones clase C^n .
- Teorema de función inversa y Teorema de función implícita.
- Diferenciales de orden superior.
- Teorema de Taylor. Aplicaciones a máximos y mínimos.

1.3. Bibliografía

- Elementary Classical Analysis-Marsden and Hoffman.
- Mathematical Analysis, Apostol.
- Analysis on manifolds, Munkres.
- Mathematical Analysis, Rudin.*
- Calculus on manifolds, Spivak.* *Densos,

1.4. Evaluación

- Primer Parcial 25 %.
- Segundo Parcial 25 %.
- Tercer Parcial 25 %.
- Quizes 25 %.

1.4.1. Quizes

- Son de opción múltiple.
- Son sorpresa.
- Se elimina el Quiz que tenga la calificación mas baja.
- Se saca promedio al final del semestre.

Capítulo 2

R^n como espacio euclidiano.

2.1. El espacio R^n .

Se define el n-espacio euclidiano de n-tuplas en R como:

$$R^n = \{(x_1, x_2, \dots, x_n) \mid x_i \in R, 1 \leq i \leq n\}$$

Es decir:

$$R^n = R * R * R * \dots * R$$

Sea:

$$\vec{x} \in R^n$$

Entonces: \vec{x} es un punto en R^n o un vector en el R -espacio vectorial.

2.1.1. Definición de la suma y multiplicación por escalar.

Sea:

$$\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in R^n$$

$$\vec{y} = (y_1, y_2, \dots, y_n) \in R^n$$

$$\alpha \in R$$

Se define la suma:

$$\vec{x} + \vec{y} := (x_1 + y_1, x_2 + y_2, \dots, x_n + y_n)$$

Se define la multiplicación por escalar:

$$\alpha \vec{x} := (\alpha x_1, \alpha x_2, \dots, \alpha x_n)$$

2.1.2. Tarea

Demostrar que $(R^n, +, *)$ es un R -espacio vectorial de dimensión n .

Demostración de que R^n es un espacio vectorial

Sean: $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z} \in R^n$

$$\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$$

$$\vec{y} = (y_1, y_2, \dots, y_n)$$

$$\vec{z} = (z_1, z_2, \dots, z_n)$$

$$1. \forall \vec{x}, \vec{y} \in R^n \longrightarrow \vec{x} + \vec{y} \in R^n$$

Demostración:

Como cada una de las entradas son números reales:

$$\longrightarrow (x_i + y_i) \in R, i = 1, 2, \dots, n$$

$$\longrightarrow (\vec{x} + \vec{y}) \in R^n$$

$$2. \forall \vec{x}, \vec{y} \in R^n \longrightarrow \vec{x} + \vec{y} = \vec{y} + \vec{x}$$

Demostración:

$$\vec{x} + \vec{y} = (x_1, x_2, \dots, x_n) + (y_1, y_2, \dots, y_n)$$

$$\vec{x} + \vec{y} = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, \dots, x_n + y_n)$$

Por asociatividad en los reales

$$\vec{x} + \vec{y} = (y_1 + x_1, y_2 + x_2, \dots, y_n + x_n)$$

$$\vec{x} + \vec{y} = \vec{y} + \vec{x}$$

$$3. \forall \vec{x}, \vec{y}, \vec{z} \in R^n \longrightarrow (\vec{x} + \vec{y}) + \vec{z} = \vec{x} + (\vec{y} + \vec{z})$$

$$\text{Demostración: } \vec{x}, \vec{y}, \vec{z} = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, \dots, x_n + y_n) + (z_1, z_2, \dots, z_n)$$

Demostración de que su dimensión es n**2.2. Hipótesis**

Capítulo 3

Resultados

3.1. Simulación de resultados

3.1.1. Suposiciones

3.1.2. Modelos

3.2. Resultados preliminares

3.3. Resultados postprocesados

3.3.1. Valores atípicos

3.3.2. Correlaciones

Capítulo 4

Conclusiones