

Obligatorisk matteoppgave

Fredrik Scheie-Christiansen

November 22, 2024

Abstract

Dette prosjektet er gjennomført som min besvarelse på den obligatoriske innleveringen i TMA4101 for høstsemesteret 2024. Jeg har tatt utgangspunkt i oppgaven ”elgetunge” for å analysere hvor lang tid en burde ha en brus i fryseren før den når optimal drikketemperatur. Jeg håper denne rapporten vil tillate meg å ta eksamen i faget.

1 Introduksjon

Det første jeg leste da jeg gikk inn på nettsiden for faget tidligere i høst var at jeg burde kaste kalkulatoren min, og at *voksne* folk bruker VScode. Umiddelbart ble jeg litt såret, da jeg er veldig glad i ti-84 kalkulatoren min, som min favoritt mattelærer Olav Skutlaberg¹ fra videregående anbefalte meg en gang i tiden. Jeg måtte også si meg helt enig. VS er min favoritt IDE også. Men det fikk meg til å tenke på andre ting som gjør en voksen. Og jeg mener et av valgene vi tar i brushylla er viktig fra å skille voksne menn fra ungdommelige gutter. Og det jeg mener da er selvfølgelig at oss voksne menn trenger voksne brusflasker, ikke de pinglete halvllitersflaskene som er tomme på 2 slurker. Men det er ikke lett for oss når vi skal ha oss en brus, fordi så og si ingen dagligvarebutikker har disse på kjøp. Dette er problematisk. Se for deg du er på vei hjem etter en lang dag med skole eller jobb og du kjøper deg litt brus for å kose deg og belønne deg selv etter en lang dag med mye hardt arbeid. Men brusen er romtemperert, så nå må du slenge den i fryseren og vente før du kan få kost deg. Men hvor lenge må du vente? Jo det er det jeg skal prøve å finne ut.

2 Hvordan jeg finner ut av dette

Jeg trengte jo naturligvis en brusflaske å teste med. Jeg landet på en hamars julebrus, sukkerfri variant². Det gjør meg vondt at jeg ikke får kjøpt norges beste julebrus, nemlig Arendals, men det får bare være. For å finne ut hvor lenge jeg burde legge brusen i fryser vil jeg gjerne bruke Newtons avkjølingslov gitt ved

$$\frac{d}{dt}T = \alpha(T - T_o). \quad (1)$$

Men jeg trenger en verdi for α . Jeg vet ikke helt hva denne er. I en ideell verden skulle jeg gjerne gjort en testmåling med vann først hvor jeg måler temperaturen over en tid og finner en verdi for α . Men jeg har desverre ingen termometer, og studentbudsjettet tillatter meg heller ikke kjøpe et. I tillegg har jeg brus som må drikkes! Så jeg gjør litt research for å se om jeg kan anslå en verdi. Jeg går til chatGPT for hjelp, slik jeg gjør med alle problemene mine. I følge chatten kan jeg estimere α ved å undersøke forholdet

$$\alpha = \frac{hA}{cm} \quad (2)$$

der A er overflatearealet til flasken, c er varmekapasiteten, og m er massen. Overflatearealet var lett å anta. Jeg betraktet bare flasken som en sylinder og målte den til å være ca. 33cm høy. Siden jeg vet at volumet er 1.5 liter kunne jeg finne ut radiusen, og så videre finne at overflatearealet måtte være rundt $.095m^2$. Brusen er jo så og si lik vann, så halvannen liter blir en halvannen kilo. Varmekapasiteten til

¹Han har for øvrig noen utgivelser. Her er en av dem om du trenger lesestoff: <https://arxiv.org/pdf/0904.2141>

²Mange mener det er galt å drikke julebrus før desember. Hvem tror disse folka de er? Julenissen?



vann er $4184 \frac{J}{kgK}$. h , varmeoverføringskoeffisienten er derimot litt mer kinkig men etter å grave litt på reddit, quora og chat landet jeg til slutt på sette den lik $10 \frac{W}{m^2K}$. Fryseren min har en temperatur på -18 grader og brusen sin start startverdi var på romtemperatur, så omtrent $T(0) = 22$ Nå som jeg har en verdi for α er det å finne et uttrykk for temperaturen så enkelt at et barn i barnehagen kunne gjort det:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}T &= \alpha(T + 18) \\ \frac{d}{dt}T - \alpha T &= \alpha 18 \\ e^{-\alpha t}T &= \int e^{-\alpha t} 18 \alpha dt \\ T &= -18 + Ce^{\alpha t} \end{aligned} \tag{3}$$

Vi løser så for C ved å sette inn initialbetingelsen $T(0) = 22$ og finner:

$$T(t) = 40e^{\alpha t} - 18 \tag{4}$$

Så lager jeg et veldig enkelt python script som plotter T og finner når brusen burde være rundt en ønsket temperatur på 6 grader Celcius³. Å finne når dette er er jo kjempelett.

$$\begin{aligned} 40e^{-1.5 \cdot 10^{-5}t} - 18 &= 6 \\ t &= \frac{\ln \frac{24}{40}}{-1.5 \cdot 10^{-5}} \\ t &\approx 3336s \approx 56m \end{aligned} \tag{5}$$

Merk at jeg setter α negativ. Hvis ikke ville grafen vist at temperaturen stiger. Det tror jeg ikke hadde vært en nøyaktig representasjon av virkeligheten. Uansett, jeg syns grafen så grei nok ut til at den var å stole på. Den så ut som dette: Jeg har jo hatt brus i fryseren før, og 50 til 60 minutter hørt riktig ut. Så da var det bare å slenge flaska i fryseren og vente 56 minutter...

³Grunnen til at jeg valgte akkurat seks grader er fordi det er dette Guinness skal servers på ifølge firmaet selv. Ingen er vel mer opptatt av presentasjonen av drikken sin enn Guinness drikkere, så dette tallet er neppe tilfeldig

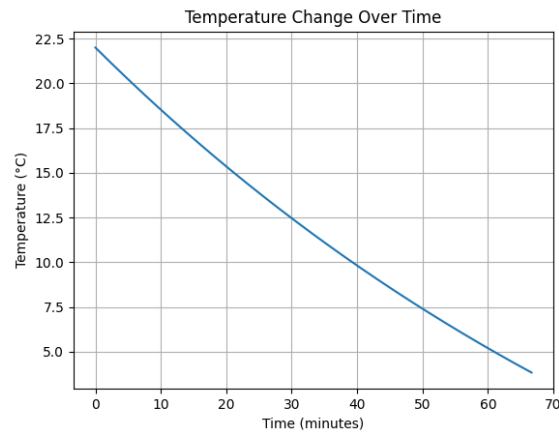


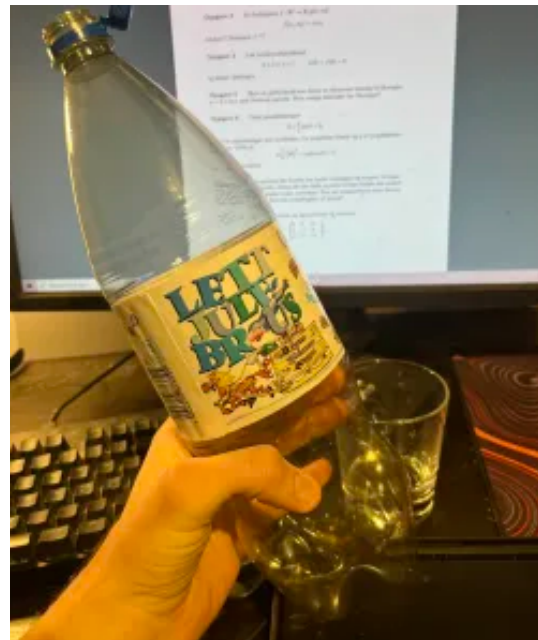
Figure 1: plot av T

2.1 Resultatet

Det var en lang time. Men jeg brukte tiden godt og leste om taylorpolynomer. Spennende stoff. Uansett, da tiden var gått spratt jeg ut av stolen min. Det var tid for brus. Jeg åpnet fryseren i spenning. Og brusen var... kald! Det var en suksess! Var den nøyaktig seks grader? Det vet jeg ærlig ikke. Men det jeg vet er at jeg hadde ikke klaget om jeg fikk servert brus med den temperaturen ute. En vis person sa en gang "if it aint broke, dont fix it". Så fra og med nå skal jeg alltid la brusen min ligge i 56 minutter. Og jeg slukte hver eneste dråpe. Det var litt synd jeg ikke fikk samlet noe ordentlig data på den faktiske temperaturen til brusen. Her ble det mye antakelser. Man får skylde på regjeringen og den stusselige summen vi får i stipend. Skulle gjerne hatt en temperaturmåler jeg. Fordi jeg syns akkurat det var litt lei har jeg inkludert et bilde fra da jeg gjorde min egen versjon av sprengt potet tidligere i år. Det var en monster og en fryser. Trenger jeg si mer? ⁴



(a) Sprengt Monster



(b) NamNam

⁴Mamma ble ikke fonøyd da ho fant resultatet i fryseren