Cláusulas de Horn. Resolución SLD

La estrategia común para aligerar las dificultades computacionales asociadas al uso del lenguaje de primer orden consiste en restringir el lenguaje,

buscando un compromiso entre expresividad y tratabilidad.

La restricción del lenguaje de primer orden típica de la programación lógica consiste en considerar exclusivamente cláusulas como estas:

$$\begin{array}{lll} p_1 \wedge \cdots \wedge p_n \to & q & (\textit{positivas} \ o \ \textit{definidas}) \\ p_1 \wedge \cdots \wedge p_n \to \neg q & (\textit{negativas}). \end{array}$$

- Los símbolos p_i y q no representan aquí proposiciones únicamente, sino que pueden ser predicados con argumentos cualesquiera (átomos).
- Los cuantificadores se han eliminado (suponiendo implícitos los universales y recurriendo a funciones de Skolem para los existenciales).

La restricción del lenguaje de primer orden típica de la programación lógica consiste en considerar exclusivamente cláusulas como estas:

$$\begin{array}{lll} p_1 \wedge \cdots \wedge p_n \to & q & (\textit{positivas o definidas}) \\ \neg (p_1 \wedge \cdots \wedge p_n) \vee & q & \\ \neg p_1 \vee \cdots \vee \neg p_n \vee & q & \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} p_1 \wedge \cdots \wedge p_n \to \neg q & (\textit{negativas}). \\ \neg (p_1 \wedge \cdots \wedge p_n) \vee \neg q \\ \neg p_1 \vee \cdots \vee \neg p_n \vee \neg q \end{array}$$

- Una cláusula de Horn es una en la que todas las literales son negaciones, salvo quizás una.
- ALFRED HORN [1951]



El conjunto de cláusulas de Horn es cerrado para el cálculo de resolventes.

Para que dos cláusulas de Horn den lugar a una resolvente, al menos una de ellas ha de ser positiva:



El conjunto de cláusulas de Horn es cerrado para el cálculo de resolventes.

Para que dos cláusulas de Horn den lugar a una resolvente, al menos una de ellas ha de ser positiva:

El tipo de la otra cláusula coincide con el de la resolvente.

Supongamos que

- S es un conjunto de cláusulas de Horn,
- ightharpoonup c es una cláusula de Horn negativa (por ejemplo, $oldsymbol{\perp}$) y
- ▶ $S \vdash c$ (mediante resolución).

Entonces, existe una deducción de c en la que

- ▶ se parte de una cláusula negativa de S,
- cada cláusula nueva es negativa y
- ▶ cada cláusula nueva es la resolvente de la anterior (−) de la deducción y de una cláusula (+) de S.

Por ejemplo, para demostrar Mortal(s) a partir de $\forall x \; (\mathsf{Hombre}(x) \to \mathsf{Mortal}(x)) \; y \; \mathsf{Hombre}(s)$:

Este tipo de resolución se conoce como SLD (selected literals, linear pattern, over definite clauses).

Lo describió R. Kowalski en 1974 y K. Apt y M. van Emden lo denominaron así en 1982.

Este tipo de resolución se conoce como SLD (selected literals, linear pattern, over definite clauses).

Lo describió R. Kowalski en 1974 y K. Apt y M. van Emden lo denominaron así en 1982.

Según lo anteriormente enunciado, el método de resolución puede restringirse a la resolución SLD si todas las cláusulas de partida son de Horn.

Este tipo de resolución se conoce como SLD (selected literals, linear pattern, over definite clauses).

Lo describió R. Kowalski en 1974 y K. Apt y M. van Emden lo denominaron así en 1982.

Según lo anteriormente enunciado, el método de resolución puede restringirse a la resolución SLD si todas las cláusulas de partida son de Horn.

En el caso proposicional, en cada resolución se «gasta» una literal positiva del conjunto de partida.

En consecuencia, la longitud de una resolución SLD es lineal en el tamaño del conjunto de partida (en literales, que no en cláusulas).

En el caso general del lenguaje de primer orden, la resolución SLD tampoco garantiza finalización.

Por ejemplo, supongamos una base de conocimiento formada por una única cláusula:

Apellida(padre(x), y) \rightarrow Apellida(x, y).

Si tratamos de averiguar si pedro se apellida pérez,

En el caso general del lenguaje de primer orden, la resolución SLD tampoco garantiza finalización.

Por ejemplo, supongamos una base de conocimiento formada por una única cláusula:

Apellida(padre(x), y)
$$\rightarrow$$
 Apellida(x, y).

Si tratamos de averiguar si pedro se apellida pérez,

 $\frac{\neg \mathsf{Apll}(\mathsf{p}(x),\mathsf{y}) \lor \mathsf{Apll}(\mathsf{x},\mathsf{y})}{\neg \mathsf{Apll}(\mathsf{p}(\mathsf{pedro}),\mathsf{p\'erez})} \xrightarrow{\neg \mathsf{Apll}(\mathsf{p}(\mathsf{pedro}),\mathsf{p\'erez})} \\ \neg \mathsf{Apll}(\mathsf{p}(\mathsf{pedro}),\mathsf{p\'erez})$ $\frac{\neg \mathsf{Apll}(\mathsf{p}^2(\mathsf{pedro}),\mathsf{p\'erez})}{\neg \mathsf{Apll}(\mathsf{p}^3(\mathsf{pedro}),\mathsf{p\'erez})}$ \vdots

La restricción del lenguaje de primer orden a las cláusulas de Horn sigue siendo indecidible (semidecidible).

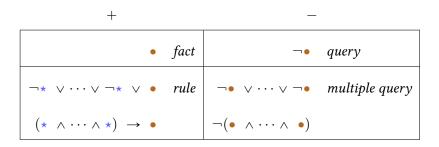
Por ejemplo, supongamos una base de conocimiento formada por una única cláusula:

Apellida(padre(x), y)
$$\rightarrow$$
 Apellida(x, y).

Si tratamos de averiguar si <u>pedro</u> se apellida <u>pérez</u>,

 $\frac{\neg \mathsf{Apll}(\mathsf{p}(x),\mathsf{y}) \lor \mathsf{Apll}(\mathsf{x},\mathsf{y})}{\neg \mathsf{Apll}(\mathsf{pedro},\mathsf{p\'erez})} \xrightarrow{\neg \mathsf{Apll}(\mathsf{pedro}),\mathsf{p\'erez})}{\neg \mathsf{Apll}(\mathsf{p}^2(\mathsf{pedro}),\mathsf{p\'erez})}$ nos enredamos en una recursión infinita. $\frac{\neg \mathsf{Apll}(\mathsf{p}^3(\mathsf{pedro}),\mathsf{p\'erez})}{\neg \mathsf{Apll}(\mathsf{p}^3(\mathsf{pedro}),\mathsf{p\'erez})}$

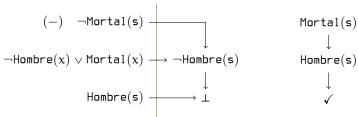
A la vista de los ejemplos, podemos apuntar esta clasificación de las cláusulas de Horn.



Goal trees

Además de la notación para las cláusulas que venimos utilizando, donde una consulta se traduce en una literal negativa, el mecanismo de resolución SLD puede representarse como un árbol de objetivos:

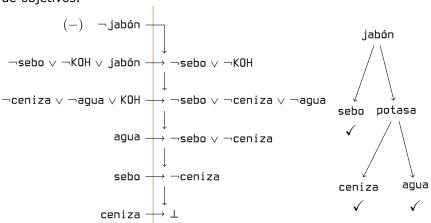
S



◀ Índice

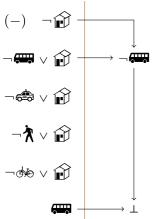
Goal trees

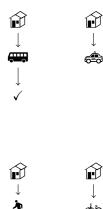
Además de la notación para las cláusulas que venimos utilizando, donde una consulta se traduce en una literal negativa, el mecanismo de resolución SLD puede representarse como un árbol de objetivos:



Goal trees

Además de la notación para las cláusulas que venimos utilizando, donde una consulta se traduce en una literal negativa, el mecanismo de resolución SLD puede representarse como un árbol de objetivos:





Restricción

Al restringir la sentencias lógicas que manejamos, perdemos la capacidad de tratar deducciones sencillas como esta:

$$\begin{array}{ccc}
p & \rightarrow & q \\
\neg p & \rightarrow & q \\
\hline
& q
\end{array}$$

La segunda implicación no es una cláusula de Horn.

Implicaciones direccionales

Las tres sentencias siguientes son semánticamente equivalentes: dicen lo mismo con formas distintas.

$$\begin{array}{ccc} p & \rightarrow & q \\ \neg p & \lor & q \\ \neg q & \rightarrow & \neg p \end{array}$$

Implicaciones direccionales

Las tres sentencias siguientes son semánticamente equivalentes: dicen lo mismo con formas distintas.

$$\begin{array}{cccc} p & \rightarrow & q \\ \neg p & \lor & q \\ \neg q & \rightarrow & \neg p \end{array}$$

Una estrategia para enfocar el uso computacional de una implicación consiste en «direccionarla»,

admitiendo una sola de sus dos vías de utilización.

Así, por ejemplo, la implicación $\mathsf{Hombre}(x) \to \mathsf{Mortal}(x)$ se utilizaría para deducir $\mathsf{Mortal}(a)$ a partir de $\mathsf{Hombre}(a)$,

dejando de lado su potencial aplicación para deducir que alguien no es hombre si se observa que sobrevive a una caída de doce pisos.



Implicaciones direccionales

En el contexto de los sistemas expertos, se utiliza el símbolo \Rightarrow para indicar esa direccionalidad:

$$\mathsf{Hombre}(\mathsf{x}) \Rightarrow \mathsf{Mortal}(\mathsf{x}).$$

Así, por ejemplo, la implicación $\mathsf{Hombre}(x) \to \mathsf{Mortal}(x)$ se utilizaría para deducir $\mathsf{Mortal}(a)$ a partir de $\mathsf{Hombre}(a)$,

dejando de lado su potencial aplicación para deducir que alguien no es hombre si se observa que sobrevive a una caída de doce pisos.

En los últimos ejemplos,

Se parte de una consulta (query) u objetivo:

```
Mortal(s), Apellida(pedro, pérez).
```

Esta consulta se traduce en una cláusula negativa de la que arranca la resolución SLD.

En los últimos ejemplos,

Se parte de una consulta (query) u objetivo:

$$Mortal(s)$$
, Apellida(pedro, pérez).

- Esta consulta se traduce en una cláusula negativa de la que arranca la resolución SLD.
- Las cláusulas positivas de la base de conocimiento se emplean como implicaciones direccionales (reglas):

$$\neg \bullet \lor \cdots \lor \neg \bullet \lor q$$
 $(\bullet \land \cdots \land \bullet) \Rightarrow q.$

Para demostrar el objetivo (goal) q, se intentan resolver todos los objetivos •, . . . , •.

En los últimos ejemplos,

Se parte de una consulta (query) u objetivo:

$$Mortal(s)$$
, Apellida(pedro, pérez).

- Esta consulta se traduce en una cláusula negativa de la que arranca la resolución SLD.
- Las cláusulas positivas de la base de conocimiento se emplean como implicaciones direccionales (reglas):

$$\neg \bullet \lor \cdots \lor \neg \bullet \lor q$$
 $(\bullet \land \cdots \land \bullet) \Rightarrow q.$

Para demostrar el objetivo (goal) q, se intentan resolver todos los objetivos \bullet, \ldots, \bullet .

Un objetivo queda resuelto si viene afirmado por un fact de la base de conocimiento (•, que es ⊤ → •).



Este esquema avanza desde la consecuencia de una implicación direccional hacia sus antecedentes, retrotrayéndose hasta conseguir (o no) demostrarla.

Se denomina backward chaining.

Este esquema avanza desde la consecuencia de una implicación direccional hacia sus antecedentes,

retrotrayéndose hasta conseguir (o no) demostrarla.

Se denomina backward chaining.

Típicamente, se corresponde con un sistema que toma un objetivo como entrada (goal-directed), tratando de encontrar en la base de conocimiento datos (facts) que lo sostengan.

Prolog

Prolog es un lenguaje de programación basado en la resolución SLD y *backward chaining*:

- ► Creado por A. Colmerauer y Ph. Roussel en 1972.
- Utiliza la programación lógica (un tipo de programación declarativa).

No se trata de un lenguaje declarativo *puro*: es necesario tener en cuenta su comportamiento procedimental.

 La especificación de la tarea determina el mecanismo para llevarla a cabo.

Aunque distintas maneras de escribir la misma especificación lógica dan lugar a resultados radicalmente distintos.

Prolog

Un programa consiste en una serie de reglas:

Head \Leftarrow body.

La cabeza se interpreta como un objetivo que se alcanzará si se pueden verificar los requisitos del otro término.

Además, en el programa se pueden establecer facts:

La última línea equivale a

Prolog

Algunos ejemplos:

```
    ▶ Sócrates es mortal
    ▶ Saponificación
    ▶ Patronímico
    → Orden de las líneas del código
    ▶ Volver a casa
```

Opera de esta manera el sistema GNU make, que se emplea para compilar programas con una estructura compleja.

Los ficheros Makefile están formados por *reglas* que indican cómo generar un fichero objetivo (*target*) y de qué ficheros (*prerequisites*) depende.

Así, cuando se le pide construir o reconstruir cierto *target, make* comprueba sus prerrequisitos. Cada uno de ellos se construye, recursivamente, si falta o su fecha de modificación es anterior a la de alguno de los ficheros de los que depende.

Forward chaining

Se conoce como *forward chaining* la estrategia opuesta al *backward chaining*.

Se procede desde los *asertos* conocidos hacia sus consecuencias, siguiendo el sentido de las implicaciones direccionales: *data-directed* en vez de *goal-directed*.

Así, en vez de obtener objetivos o hipótesis intermedias, se trabaja con conclusiones intermedias.

Forward chaining

Se conoce como *forward chaining* la estrategia opuesta al *backward chaining*.

Se procede desde los *asertos* conocidos hacia sus consecuencias, siguiendo el sentido de las implicaciones direccionales: *data-directed* en vez de *goal-directed*.

Así, en vez de obtener objetivos o hipótesis intermedias, se trabaja con conclusiones intermedias.

Este esquema no se corresponde con el método de resolución.

En particular, no persigue un objetivo concreto, sino que va calculando todo lo que se deriva de los datos de partida. Sistemas de producción

Sistemas de producción

Sistema experto: trata de emular a un experto humano.

Se ha tratado [A.Newell y H.Simon, 1972] de modelizar el proceso de una persona para obtener conclusiones como

la aplicación de múltiples reglas sencillas, que forman su base de conocimiento.

se oye un ladrido \Rightarrow debe de ser un perro.

Sistemas de producción

Sistema experto: trata de emular a un experto humano.

Se ha tratado [A.Newell y H.Simon, 1972] de modelizar el proceso de una persona para obtener conclusiones como

la aplicación de múltiples reglas sencillas, que forman su base de conocimiento.

se oye un ladrido \Rightarrow debe de ser un perro.

Un sistema de producción es un sistema experto basado en reglas de producción.

Al estudiar la derivación SLD y Prolog,

hemos reunido con un tratamiento uniforme los conceptos de *facts* y *rules*.

Ahora hacemos una distinción marcada entre

- la base de conocimiento compuesta por las reglas con las que contamos y
- la working memory (volátil) con los facts que manejamos en un determinado momento.

Al estudiar la derivación SLD y Prolog,

hemos reunido con un tratamiento uniforme los conceptos de *facts* y *rules*.

Ahora hacemos una distinción marcada entre

- la base de conocimiento compuesta por las reglas con las que contamos y
- la working memory (volátil) con los facts que manejamos en un determinado momento.

Un sistema de producción opera mediante forward chaining, aplicando las reglas que disparen los facts, hasta que ya no pueda aplicarse ninguna.

Esta estructura se ajusta al modelo cognitivo de A.NEWELL y H.SIMON, utilizando reglas de producción para representar el conocimiento.

memoria a largo plazo
memoria a corto plazo
procesador cognitivo

base de conocimiento	(reglas)
working memory	(datos)
motor de inferencia	

CLIPS

El ejemplo anterior está escrito en CLIPS (*C Language Integrated Production System*),

una herramienta de desarrollo de sistemas expertos.

Su sintaxis se basa en la de LISP (lenguaje de programación funcional por antonomasia), que tiene gran ascendiente sobre la inteligencia artificial.

La regla se ejecuta una sola vez, aunque la condición que la dispara sigue presente:

para evitar bucles, las reglas son refractarias (refractory).

La refracci'on no impide que una regla se dispare varias veces, en base a distintos facts.

La *refracción* no impide que una regla se dispare varias veces, en base a distintos *facts*.

Para comprobar si una pareja concreta de nodos están conectados, es más conveniente el método de *backward chaining* que hemos visto.

Este sistema de *forward chaining*, en cambio, resulta muy conveniente para calcular todos los vértices de una componente conexa.

Ш

Si las dos condiciones del antecedente estuvieran en el orden inverso, el proceso sería menos eficiente.

Reglas de producción

Una regla de producción (o simplemente producción) consta de

► <u>Antecedente</u> (*left-hand side (LHS)*, terminología de CLIPS)

Sucesión de elementos condicionales, que se combinan mediante conjunción.

El elemento condicional típico es un patrón (pattern) al que debe amoldarse algún fact.

Consecuente (right-hand side (RHS), terminología de CLIPS)
 Sucesión de acciones.

Reglas de producción

Las acciones del consecuente se ejecutan sucesivamente, como en programación procedimental.

De acuerdo con la naturaleza dinámica de la *working memory*, las siguientes son acciones típicas:

- añadir un fact, (assert (e.jemplo))
- o modificarlo.
 - (modify <n.º de fact> (campo nuevo_valor))

Cada una de las reglas de producción funciona independientemente de las demás, sobre unos datos (working memory) comunes a todas.

Se puede establecer una analogía con un programa paralelo, aunque las reglas se disparan de una en una.

El <u>ciclo de funcionamiento</u> de un sistema de producción consta de tres pasos:

identificar las reglas aplicables,

escoger una de ellas y

• ejecutarla (fire it).

El <u>ciclo de funcionamiento</u> de un sistema de producción consta de tres pasos:

identificar las reglas aplicables,

Se activan las reglas cuyos antecedentes se satisfagan (según los *facts* de la *working memory*).

CLIPS coloca estas activaciones en la agenda.

escoger una de ellas y

• ejecutarla (fire it).

El <u>ciclo de funcionamiento</u> de un sistema de producción consta de tres pasos:

identificar las reglas aplicables,

Se activan las reglas cuyos antecedentes se satisfagan (según los *facts* de la *working memory*).

CLIPS coloca estas activaciones en la agenda.

 escoger una de ellas y
 Si hay varias activaciones, se recurre a un mecanismo de resolución de conflictos.

• ejecutarla (fire it).

El <u>ciclo de funcionamiento</u> de un sistema de producción consta de tres pasos:

identificar las reglas aplicables,

Se activan las reglas cuyos antecedentes se satisfagan (según los *facts* de la *working memory*).

CLIPS coloca estas activaciones en la agenda.

escoger una de ellas y

Si hay varias activaciones, se recurre a un mecanismo de resolución de conflictos.

• ejecutarla (fire it).

Esto produce cambios en la working memory.

Si se retira o modifica algún *fact* que hubiera activado alguna de regla aún no «disparada», se elimina de la agenda esa activación.



El <u>cuello de botella</u> de un sistema experto se localiza en la identificación de las reglas que procede activar.

Estos sistemas consideran muchos facts y muchas reglas a la vez.

En cada paso del ciclo, debe comprobarse si alguna combinación nueva de facts casa con el antecedente de cada una de las reglas.

El <u>cuello de botella</u> de un sistema experto se localiza en la identificación de las reglas que procede activar.

Estos sistemas consideran muchos facts y muchas reglas a la vez.

En cada paso del ciclo, debe comprobarse si alguna combinación nueva de *facts* casa con el antecedente de cada una de las reglas.

La invención del algoritmo Rete [Ch.Forgy, 1982] para el sistema OPS5 marcó un hito decisivo para los sistemas de producción.

Este algoritmo aprovecha

- que son pocos los cambios en la working memory de una etapa a la siguiente y
- que reglas distintas pueden compartir condiciones en sus antecedentes.



Rete

La idea básica consiste en llevar un registro, en todo momento, del «punto» de satisfacción de los antecedentes de las reglas, en vez de comprobar todas las condiciones cada vez que se modifica la working memory.

Rete

La idea básica consiste en llevar un registro, en todo momento, del «punto» de satisfacción de los antecedentes de las reglas,

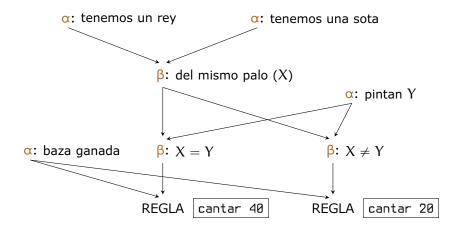
en vez de comprobar todas las condiciones cada vez que se modifica la *working memory*.

Esas condiciones se organizan en una red.

- Está compuesta por nodos de dos tipos:
 - α) Admiten los «facts» que cumplan cierta condición.
 - β) Imponen condiciones que involucran a varios «facts».
- Cada fact que se añade a la working memory recorre la red hasta donde alcanza.
- Si se modifica alguno, puede que avance (o que tenga que retroceder por dejar de cumplir alguna condición).

Rete

Valgan como ejemplo estas instrucciones para los cantes del guiñote:



En cualquier caso, es importante el orden de los antecedentes de una regla,

como muestra el ejemplo de *Expert Systems. Principles and Programming*, de J. GIARRATANO y G. RILEY [sec. 11.5].

La segunda regla es mucho más costosa computacionalmente.

En cualquier caso, es importante el orden de los antecedentes de una regla.

En general, se pueden sugerir los siguientes criterios:

Anteponer los patrones más específicos,
 como ilustra el ejemplo anterior.

En cualquier caso, es importante el orden de los antecedentes de una regla.

En general, se pueden sugerir los siguientes criterios:

- Anteponer los patrones más específicos,
 como ilustra el ejemplo anterior.
- Posponer los patrones de facts volátiles.

Con esto, se consigue reducir los cambios frecuentes en las concordancias parciales con los antecedentes de las reglas.

En cualquier caso, es importante el orden de los antecedentes de una regla.

En general, se pueden sugerir los siguientes criterios:

- Anteponer los patrones más específicos,
 como ilustra el ejemplo anterior.
- Posponer los patrones de facts volátiles.

Con esto, se consigue reducir los cambios frecuentes en las concordancias parciales con los antecedentes de las reglas.

Anteponer los patrones que se ajustan a pocos facts.

Se trata solo de indicaciones generales: estos criterios pueden ser contradictorios.



En la guía del usuario de CLIPS, de J. GIARRATANO, leemos

Now you might say, "Well, I'll just design my expert system so that only one rule can possibly be activated at one time. Then there is no need for conflict resolution". [...]

The bad news is that this success proves that your application can be well represented by a sequential program.

So you should have coded it in C, Java, or Ada in the first place and not bothered writing it as an expert system.

Una estructura de control rígida en un sistema experto

(su diseño establece muchas relaciones de prioridad de unas reglas con respecto a otras),

puede revelar un programa secuencial subyacente

(y la conveniencia de recurrir a la programación convencional).

► El término «producción» se encuentra en el sistema de reescritura de cadenas formalizado por E.Post [1943].

Las reglas de este sistema no se organizaban bajo ninguna estructura de control o priorización.

 A. Markov Jr. [1954] propuso un sistema de producción con reglas jerarquizadas linealmente,

del mismo modo que prioriza Prolog las distintas alternativas para satisfacer un objetivo.

Salience

Una manera de decidir qué regla de la agenda ejecutar es recurrir a una prioridad explícita dada por el programador:

En CLIPS, las reglas tienen salience 0 por defecto.

En el ejemplo del cálculo numérico, hemos priorizado la regla que termina el proceso.

Salience

Leemos en el libro *Expert Systems. Principles and Programming*, J. GIARRATANO y G. RILEY [p. 453]:

People who are just learning rule-based programming tend to overuse salience because it gives them explicit control of execution. It is more like the procedural programming they are used to [...]

Overuse of salience results in a poorly coded program. The main advantage of a rule-based system is that the programmer does not have to worry about controlling execution.

Salience

Leemos en el libro *Expert Systems. Principles and Programming,* J. GIARRATANO y G. RILEY [p. 453]:

Salience should primarily be used as a mechanism for determining the order in which rules fire. This means that in general a rule that is placed on the agenda is eventually fired. Salience should not be used as a method for selecting a single rule from a group of rules when patterns can be used to express the criteria for selection, nor should it be used as a "quick fix" to get rules to fire in the proper order.

Si la agenda contiene varias reglas activadas con la misma salience, CLIPS se decanta por una según el criterio seleccionado:

- depthOpción por defecto. El sistema «se
 - concentra» en lo que está haciendo.
- breadth
 Todas las reglas tienen ocasión de intervenir.
- simplicity
- complexity
 Se priorizan las reglas con antecedente más específico.
- **...**
- ▶ random

Puede ser útil para detectar problemas en el sistema.

Otro criterio de elección atiende al orden en que están definidas las reglas (como hace Prolog).

Esta manera de programar presenta se caracteriza por

- la sencillez de sus estructuras de control y
- la transparencia de su funcionamiento
 (comparándola, por ejemplo, con el de las redes neuronales).

Facilita, además del resultado, una explicación de la cadena de deducciones que ha conducido hasta él.