

LP11 – Caractère non galiléen du référentiel terrestre

Nabil LAMRANI

2019-2020

Bibliographie

[1] J.-P. Pérez, Mécanique - Fondements et applications - 7ème édition, Paris: Dunod, 2014.

[2] M.-N. Sanz, F. Vandenbrouck, B. Salamito et D. Chardon, Physique - tout-en-un - 4ème édition, Malakoff: Dunod, 2016.

Table des matières

Bibliographie.....	1
Rapport Jury :.....	2
Niveau :.....	3
Prérequis :.....	3
Introduction [1] [2].....	3
I – Le référentiel terrestre.....	6
I – 1 – Du référentiel de Copernic au référentiel terrestre.....	6
I – 1 – a – Le référentiel de Copernic et le référentiel de Kepler.....	6
I – 1 – b – Le référentiel géocentrique.....	7
I – 1 – c – Le référentiel terrestre.....	7
I – 2 – Caractère galiléen de ces différents référentiels.....	8
II – Effet de la translation du référentiel terrestre : les marées.....	10
II – 1 - Terme de marée.....	10
II – 2 - Les marées océaniques.....	12
III – Effet de la rotation du référentiel terrestre.....	14
III – 1 – Le principe fondamentale de la dynamique dans le référentiel terrestre.....	14
III – 1 – a – Expression du PFD dans le référentiel terrestre.....	14
III – 1 – b – Définition expérimentale du poids d'un corps.....	15
III – 1 – c - Le champs de pesanteur terrestre.....	16
III – 2 – Mise en évidence de la force de Coriolis.....	17
III – 2 – a – Le pendule de Foucault.....	18
III – 2 – b – Déviation vers l'est.....	19
III – 2 – c – Vents géostrophiques.....	20
Conclusion.....	25
Quelques questions :.....	26

Rapport Jury :

- **(2017)** – “ Les candidats sont invités à réfléchir sur la définition du référentiel terrestre. Cette leçon mérite la proposition d'exemples qui mettent spécifiquement en évidence le caractère non galiléen du référentiel terrestre (et non celui d'un autre référentiel). Les effets des forces d'inertie d'entraînement et de Coriolis sont tout aussi intéressants à expliciter.”
- **(2016)** – “ Cette leçon peut être illustrée par d'autres exemples qu'historiques.”
- **(2015)** – “ Les prérequis de cette leçon, comme les formules de changement de référentiel, doivent être bien maîtrisés afin de permettre une discussion aisée des phénomènes physiques en jeu. Les conditions dans lesquelles le référentiel terrestre peut être assimilé à un référentiel galiléen doivent être clairement énoncées. La présentation d'exemples pertinents récents, et non simplement historiques, est appréciée par le jury.”
- **(2014)** – “ Il est important d'explicitier les conditions dans lesquelles on peut négliger le caractère non galiléen d'un référentiel en général. Les candidats veilleront à choisir des exemples pertinents pour illustrer le caractère non galiléen du référentiel terrestre et à quantifier la précision à laquelle ils travaillent.”
- **(2013)** – “ Il est important d'explicitier les conditions dans lesquelles on peut négliger le caractère non galiléen d'un référentiel. Les candidats veilleront à choisir des exemples pertinents pour illustrer le caractère non galiléen du référentiel terrestre.”
- **(2012, 2011)** – “Il est important de dégager le cas où l'on peut négliger le caractère non galiléen d'un référentiel.”
- **(2010, 2009)** – “Les illustrations peuvent également concerner la mécanique des fluides. Il est avantageux de supposer connues les lois de composition des vitesses et des accélérations accompagnant un changement de référentiel. ”
- **(2008, 2007, 2006)** – “Comme dans toute leçon de mécanique, il est primordial de définir correctement les référentiels. Les définitions de pesanteur et de verticale sont souvent confuses. Il est essentiel d'estimer les ordres de grandeur des différents termes. Cette leçon n'est ni une leçon de cinématique, ni une leçon sur les référentiels non galiléens.”
- **(2002)** – “Des éléments concrets sont à fournir sur les conséquences du caractère non galiléen du référentiel terrestre. On peut évoquer les notions de masse gravitationnelle et de masse inerte. Il peut être intéressant de montrer que les effets de la force d'inertie de Coriolis résultent simplement d'un changement de référentiel.”
- **(2001)** – “Il faut prendre le temps de présenter avec précision les référentiels, et réfléchir au concept d'étoiles fixes.”
- **(1999)** – “La différence entre jour sidéral et jour solaire est souvent ignorée. Des exemples moins classiques que la déviation vers l'Est ou le pendule de Foucault peuvent être développés, comme par exemple la circulation atmosphérique ou le repérage des courants marins par altimétrie. La mise en évidence de la rotation de la Terre par interférométrie optique peut aussi être abordée.”
- **(1998)** – “Dans le cas des interactions gravitationnelles entre corps étendus, la résultante des forces s'exerçant sur l'un deux n'est pas en général égale à sa masse, multipliée par le champ gravitationnel en son centre d'inertie... sauf si le corps considéré est de symétrie sphérique. Si la précession des équinoxes ne doit pas être systématiquement traitée, il est cependant conseillé d'en connaître l'existence et l'origine.”
- **(1997)** – “On peut considérer comme acquises les lois fondamentales de la mécanique dans un référentiel non galiléen. La distinction entre jour sidéral et jour solaire moyen n'est toujours pas sue !”

Niveau :

- PC/PC*

Prérequis :

- Notions de mécanique newtonienne de PCSI
- Changement de référentiel en mécanique classique : loi de composition des vitesses et des accélérations.
- Dynamique dans un référentiel non galiléen :
 - Cas d'un référentiel en translation par rapport à un référentiel galiléen : force d'inertie d'entraînement
 - Cas d'un référentiel en rotation uniforme autour d'un axe fixe dans un référentiel galiléen : force d'inertie d'entraînement, force d'inertie de Coriolis
- Dynamique des fluides : équation locales

Introduction [1] [2]

« Tout corps persévère dans son état de repos ou de mouvement rectiligne uniforme, sauf si des forces imprimées le contraignent d'en changer. ». C'est ainsi qu'historiquement, Newton reprenait le principe d'inertie de Galilée comme première loi portant son nom. Énoncé en réalité par Descartes en 1644, aujourd'hui le principe de l'inertie a plutôt la forme suivante :

Par rapport à tout référentiel galiléen R , tout corps ponctuel A , éloigné de tout autre corps, isolé ($\vec{F} = 0$) ou pseudo isolé ($\sum \vec{F} = \vec{0}$), a un mouvement rectiligne uniforme : $\vec{v} = \overrightarrow{Ct\vec{e}}$.

En, effet d'après la deuxième loi de Newton, si $\sum \vec{F} = \vec{0}$, alors :

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{0} \text{ d'où } \vec{p} = \overrightarrow{Cst} \text{ et } \vec{v} = \overrightarrow{Cst} \text{ puisque } \vec{p} = m\vec{v}$$

C'est à travers ce principe qu'une classe privilégiée de référentiels, soit de repère d'espace et de temps, se trouve érigée. Les référentiels galiléens sont des référentiels dans lesquels les lois de Newton trouvent leurs expressions la plus simple possible. Il est donc naturel de chercher à tester le caractère galiléen d'un référentiel par l'expérimentation en y vérifiant que les lois de Newton y sont un modèle rendant compte des résultats observés. De plus, comme nous le savons déjà par ailleurs, tout référentiel en translation uniforme par rapport à un référentiel galiléen est également galiléen puisque les lois de Newton sont invariantes par transformée de Galilée. Il est donc possible de disposer d'une infinité de tels référentiels dès lors que l'on en connaît un.

Par ailleurs, dans le chapitre précédent nous avons défini un référentiel non galiléen comme un référentiel en mouvement accéléré par rapport à un référentiel galiléen. C'est-à-dire que si

nous désignons par \mathcal{R}' un tel référentiel en mouvement par rapport au référentiel galiléen \mathcal{R} (figure n°1), d'après la composition des accélérations, vue également au chapitre précédent, nous avons montré, pour un corpuscule A en mouvement par rapport à \mathcal{R} et \mathcal{R}' :

$$\vec{a}_{A/\mathcal{R}} = \vec{a}_{A/\mathcal{R}'} + \vec{a}_e + \vec{a}_c$$

Avec, si $\vec{\Omega}$ est le vecteur vitesse de rotation de \mathcal{R}' par rapport à \mathcal{R} :

$$\vec{a}_e = \vec{a}_{O'/\mathcal{R}} + \frac{d\vec{\Omega}}{dt} \times \overrightarrow{O'A} + \vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \overrightarrow{O'A}) \quad \text{et} \quad \vec{a}_c = 2\vec{\Omega} \times \vec{v}_{A/\mathcal{R}'}$$

où \vec{a}_e et \vec{a}_c sont respectivement l'accélération d'inertie d'entraînement et l'accélération de Coriolis.

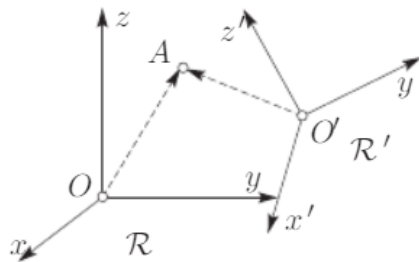


Figure 1 - Un référentiel \mathcal{R}' en mouvement par rapport à un référentiel \mathcal{R}

Ainsi, nous avons pu établir la non invariance du principe fondamental de la dynamique lors d'un changement de référentiel quelconque en montrant qu'il prenait cependant formellement la même forme à condition d'y adjoindre les pseudo-force d'inertie et de Coriolis :

$$m\vec{a}_{A/\mathcal{R}'} = \sum \vec{F} - m\vec{a}_e - m\vec{a}_c = \sum \vec{F} + \vec{f}_{ie} + \vec{f}_{ic}$$

Nous nous rappelons pourtant que jusqu'à la classe de terminale, pour résoudre nos exercices, nous considérons le référentiel terrestre comme galiléen. Pourtant il n'en est rien. En effet il est difficilement concevable que la Terre, corps céleste parmi tant d'autres, soit une référence privilégiée pour les lois de la physique.

Ainsi, la recherche d'un référentiel galiléen est un problème de physique expérimentale : on identifiera un tel référentiel dès lors que le mouvement d'objets relativement à ce référentiel vérifiera avec la plus grande exactitude possible les lois de Newton.

Dans cette leçon, nous chercherons des phénomènes ou des expériences témoignant du caractère non galiléen du référentiel terrestre que nous chercherons à quantifier pour mieux les négliger ou non selon les situations rencontrées.

Annnonce du plan :

Nous commencerons par rappeler les définitions des principaux référentiels d'intérêts dans l'étude du mouvement des corps afin de mieux situer le référentiel terrestre parmi les autres référentiels. Ce sera l'occasion de nous interroger sur leurs caractères galiléens ou non.

Dans la seconde partie de cette leçon, nous montrerons les effets de la prise en compte de la translation elliptique des référentiels géocentrique et terrestre pour mettre en évidence le phénomène des marées de façon qualitative et dans quelle mesure il est négligeable ou non.

Pour finir, nous analyserons les effets de la rotation du référentiel terrestre et analyserons d'une part comment le principe fondamental de la dynamique s'en trouve modifier et d'autre part quelques phénomènes résultant de la prise en compte de cette rotation et ses conséquences sur la nature non galiléenne du référentiel terrestre.

Remarque :

- Durant tout l'exposé nous assimilerons les masses grave et inerte sans distinction. Nous justifierons ce choix dans la troisième partie de cette leçon.
- Les produits vectoriels sont décrits par le symbole « \times » et non « \wedge ».

I – Le référentiel terrestre [2]

De quoi parle-t-on lorsque l'on mentionne le référentiel terrestre ? Situons ce dernier parmi les référentiels d'intérêts dans l'étude du mouvement des corps. On s'intéressa en particulier à leur caractère galiléen ou non en commençant par les référentiels introduits par Copernic et Kepler.

I – 1 – Du référentiel de Copernic au référentiel terrestre.

I – 1 – a – Le référentiel de Copernic et le référentiel de Kepler.

Le référentiel de Copernic, noté \mathcal{R}_C a pour origine le centre de masse du système solaire noté G et ses axes pointent vers trois étoiles fixes (figure n°2). Nous entendons par étoiles fixes, des étoiles lointaines du Soleil dans la voie lactée. Nous postulons qu'il est galiléen dans un premier temps et nous discuterons plus loin de la validité de ce postulat.

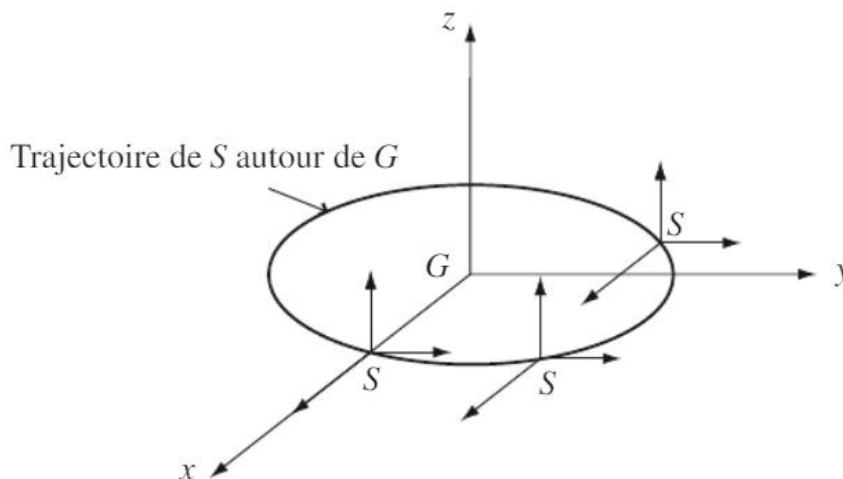


Figure 2 - Référentiel de Képler et référentiel de Copernic

Un autre référentiel usuel ressemble à celui de Copernic : le référentiel de Kepler ou référentiel héliocentrique. Ce référentiel est en translation par rapport à celui de Copernic mais son origine se situe au centre de masse du Soleil. Le centre de masse G du système solaire est situé à environ 7×10^8 m du centre S du Soleil, soit à peine plus qu'un rayon solaire. La planète qui contribue le plus à la différence entre S et G est Jupiter (tableau n°1), beaucoup plus lourde que toutes les autres planètes. Le centre de masse du Soleil tourne autour de G , avec une période proche de la période de révolution de Jupiter autour du soleil, à savoir environ 12 ans.

Planète tellurique				Géante gazeuses		Géante de glace	
Mercure	Vénus	Terre	Mars	Jupiter	Saturne	Uranus	Neptune
0.382	0.949	1.00	0.532	11.209	9.449	4.007	3.883

Tableau 1 - Masses des planètes du système solaire en masse terrestre $M_T = 5,973 \times 10^{24}$ kg

Ces deux référentiels sont adaptés à l'étude du mouvement des planètes par exemple.

I – 1 – b – Le référentiel géocentrique.

Le référentiel géocentrique, noté \mathcal{R}_G , est en translation elliptique par rapport au référentiel de Copernic \mathcal{R}_C , son origine notée T se trouvant au centre de la Terre et ses axes sont parallèles à ceux de \mathcal{R}_C . La figure ci-dessous illustre ce référentiel où G et S sont confondus.

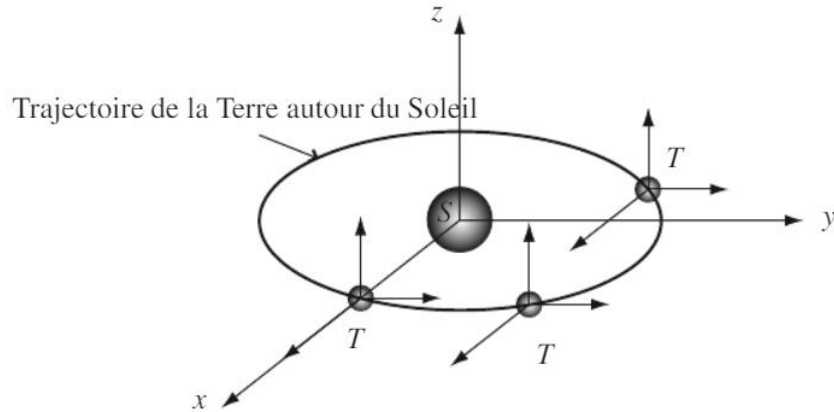


Figure 3 - Référentiel géocentrique

I – 1 – c – Le référentiel terrestre.

Le référentiel géocentrique ne tient pas compte de la rotation de la Terre sur elle-même mais uniquement de son mouvement autour du Soleil. Pour étudier le mouvement d'un objet au voisinage de la surface de la Terre, on utilise le référentiel terrestre local reproduit sur la figure ci-dessous :

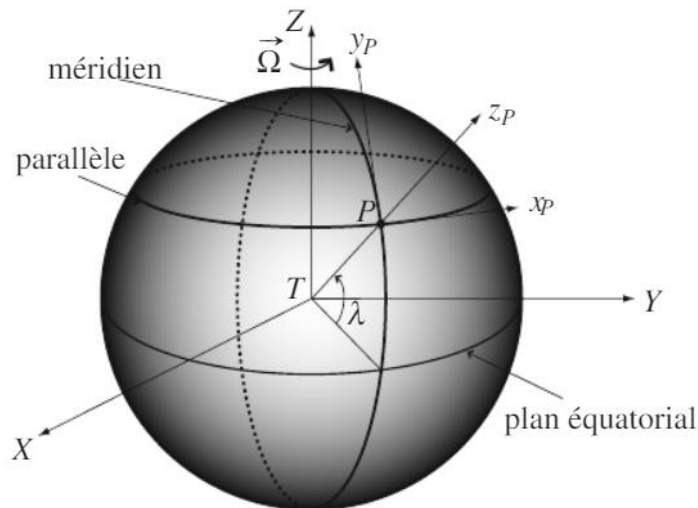


Figure 4 - Référentiel terrestre

L'axe TZ est choisi parallèle à l'axe de rotation de la Terre, dont le vecteur rotation est $\vec{\Omega}$. On choisit l'axe Pz_P selon la verticale locale au point P, l'axe Px_P le long du parallèle passant par P, dirigé vers l'Est, et l'axe Py_P le long du méridien passant par P, dirigé vers le Nord.

L'axe TZ est incliné de $23^\circ 26'$ par rapport à l'axe de l'écliptique (plan confondu avec l'orbite elliptique terrestre) et pointe vers l'étoile polaire : Alpha Ursae Minoris (α UMi).

S'agissant de la vitesse de rotation de la Terre autour de l'axe TZ, évaluons-la dès à présent. Cela nous permettra plus tard de caractériser les effets de rotation de la Terre sur elle-même.

Le principe du calcul repose sur le fait que la Terre tournant autour du Soleil, sa période de rotation n'est pas exactement égale à un jour solaire. En effet, à cause de la révolution orbitale qui s'effectue dans le même sens que la rotation de la Terre sur elle-même, la Terre a fait un peu plus d'un tour lorsque le Soleil passe à nouveau au méridien d'un lieu. Ainsi en un an, la Terre aura fait $365,25 + 1$ tours autour de son axe. En sachant que la durée d'un jour solaire est de 86400 secondes, on peut facilement calculer la durée d'une révolution par rapport à des directions fixes, appelée aussi *jour sidéral*, noté T :

$$T = 86400 \times 365, \frac{25}{366}, 25 \text{ Soit}$$

Soit $T \approx 86164 \text{ s}$. La vitesse angulaire de rotation correspondante est donc :

$$\Omega = \|\vec{\Omega}\| = \frac{2\pi}{T} \approx 7,292 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$$

Remarque : Ce que nous venons de dire laisse à penser que le vecteur rotation serait constant en direction et en norme. Il s'agit ici d'une approximation car en toute rigueur, il n'est constant ni en direction du fait de sa précession de période 26000 ans, ni en norme du fait de son ralentissement à cause des marées.

Transition : Ce calcul et ces différentes descriptions de référentiels d'intérêts étant réalisés, interrogeons-nous sur leur caractère galiléen ou non.

I – 2 – Caractère galiléen de ces différents référentiels.

Le référentiel de Copernic est-il vraiment galiléen ?

En toute rigueur, la réponse est négative. En effet, le système solaire appartient à une galaxie, la Voie Lactée, et est soumis à l'attraction gravitationnelle des autres étoiles de la Galaxie. Le Soleil a donc une accélération par rapport à un référentiel dont le centre serait le centre de gravité de la galaxie. La période de révolution du soleil est de l'ordre de 200 millions dans ce référentiel galactocentrique. On pourrait dès lors que les phénomènes étudiés le sont sur une échelle de temps très inférieur alors se dire que ce référentiel est galiléen et c'est d'ailleurs ce que nous ferons, mais dans l'absolue, ce serait oublier en que la Voie Lactée n'est qu'une galaxie au milieu d'un amas de galaxies et qu'elle est animée par conséquent d'un mouvement accéléré par rapport à un référentiel centré sur l'ensemble des galaxies. On peut continuer ainsi le raisonnement longtemps sans pouvoir proposer un référentiel qui serait le référentiel galiléen. Il s'avère donc impossible de mettre en évidence un référentiel rigoureusement galiléen. On pourrait alors se dire que les lois de Newton sont des principes non recevables et chercher d'autres principes pour expliquer les phénomènes mécaniques. En fait, il n'en est rien et cela donne toute sa force au principe d'inertie. En effet, pour pouvoir considérer qu'un référentiel est en première approximation galiléen, il suffit de vérifier que les lois de Newton permettent d'interpréter correctement le comportement des points matériels étudiés.

On considérera un référentiel comme galiléen tant qu'on pourra appliquer les lois de Newton et en particulier le principe fondamental de la dynamique sans que les observations

expérimentales n'infirmes la théorie. Le référentiel de Copernic est, dans ces conditions, la meilleure approximation de référentiel galiléen que puisse considérer un observateur lui-même dans le système solaire compte tenu de l'ordre de grandeur de la période de révolution galactocentrique devant la durée des phénomènes usuellement étudiés pour le physicien sur Terre.

On s'interroge immédiatement alors dans quelle mesure les autres référentiels définis ci-dessus peuvent-ils être considéré comme galiléens ?

Pour le référentiel héliocentrique, tant que les phénomènes étudiés le seront sur une échelle de temps bien inférieure à 12 ans par rapport au référentiel de Copernic, le référentiel héliocentrique pourra être considéré comme en translation rectiligne et uniforme par rapport au référentiel de Copernic, et donc galiléen. Il sera donc dans une bonne approximation galiléen lui-même.

De même, si on étudie des mouvements sur une durée très inférieure à une année, le référentiel géocentrique pourra être considéré comme en translation rectiligne et uniforme par rapport au référentiel de Copernic. Il sera donc également dans une bonne approximation galiléen lui-même.

Enfin, si les mouvements étudiés le sont sur des durées bien inférieures à une journée, le référentiel terrestre local sera lui aussi considéré comme galiléen car approximativement en translation par rapport au référentiel géocentrique. Le référentiel terrestre local est d'ailleurs ce que l'on appelle souvent dans les exercices, le référentiel du laboratoire !

Finalement, le caractère galiléen ou non d'un référentiel dépendra de la durée d'étude comparée à la durée caractéristique de son mouvement par rapport à un référentiel galiléen (et de la précision que l'on souhaite dans l'étude du mouvement bien sûr). Dans toute nos étude dans le secondaire, nous avons considéré le référentiel terrestre local, c'est-à-dire le référentiel du laboratoire, et le référentiel géocentrique comme galiléens.

Transition : comment faire alors apparaître le caractère non galiléen du référentiel terrestre du fait de sa translation et de sa rotation ?

II – Effet de la translation du référentiel terrestre : les marées

Il est possible de montrer un premier effet, lié à la seule translation du référentiel terrestre dans le référentiel de Copernic : le phénomène des marées. Cette seconde partie lui est consacrée de façon qualitative.

II – 1 - Terme de marée

Etablissons, l'équation régissant l'évolution du centre de masse T de la Terre en appliquant le principe fondamental de la dynamique à la Terre (assimilée à son centre de gravité) dans \mathcal{R}_C , supposé galiléen. La Terre de masse M_T , étant soumise aux forces d'interaction gravitationnelle des autres astres du système solaire (de champs gravitationnel \vec{G}_i), nous pouvons écrire :

$$M_T \vec{a}_{T/\mathcal{R}_C} = \sum_i M_T \vec{G}_i(T)$$

Avec :

$$G_i = \|\vec{G}_i\| = \frac{GM_i}{D_i^2}$$

où G_i est la norme du champ de gravitation créé par l'astre i au niveau du centre de gravité de la Terre, G la constante de gravitation qui vaut $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2}$, M_i étant sa masse et D_i sa distance à la Terre.

On peut voir sur le tableau n°2 quelques ordres de grandeurs de ces champs de gravitation.

a.

	Soleil	Lune	Vénus	Mars	Jupiter
Masse M (en kg)	$2 \cdot 10^{30}$	$7 \cdot 10^{22}$	$5 \cdot 10^{24}$	$6 \cdot 10^{23}$	$2 \cdot 10^{27}$
Distance D (en m)	$1 \cdot 10^{11}$	$4 \cdot 10^8$	$4 \cdot 10^{10}$	$8 \cdot 10^{10}$	$6 \cdot 10^{11}$
G (en m.s^{-2})	$1 \cdot 10^{-2}$	$3 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-7}$	$6 \cdot 10^{-9}$	$4 \cdot 10^{-7}$

b.

	Lune	Soleil	Vénus	Mars	Jupiter
Terme des marées (en m.s^{-2})	$1 \cdot 10^{-6}$	$5 \cdot 10^{-7}$	$7 \cdot 10^{-11}$	$1 \cdot 10^{-12}$	$8 \cdot 10^{-12}$

Tableau 2 - Champs de gravitation moyens exercés par les astres sur la Terre et différents termes de marées

Les astres plus éloignés et moins massifs, sont totalement négligeables. On observe donc que le mouvement de la Terre n'est principalement dû qu'à la présence du Soleil et cela avec une approximation inférieure à 1% .

À présent, et comme nous l'avons en introduction, si nous voulons appliquer le principe fondamental de la dynamique, à un corps de masse m situé au point P , dans le référentiel géocentrique \mathcal{R}_G il faut prendre en compte les pseudo-forces d'inertie :

$$m\vec{a}_{P/\mathcal{R}_G} = \sum_i m\vec{g}_i(P) + m\vec{g}_T(P) + \vec{f}_{ie} + \vec{f}_{ic} + \sum \vec{F}_{oc}$$

$\sum \vec{F}_{oc}$ est la résultante des forces autres que celles de gravitation. $\vec{g}_T(P)$ est le champ de gravitation créé par la Terre en P et $\vec{g}_i(P)$ est le champ de gravitation créé en P par un astre i autre que la Terre. Puisque \mathcal{R}_G est en translation elliptique par rapport au référentiel galiléen \mathcal{R}_C on peut donc écrire que son vecteur vitesse de rotation $\vec{\Omega}_{\mathcal{R}_G/\mathcal{R}_C} = \vec{0}$ et donc :

$$\vec{a}_e = \vec{a}_{T/\mathcal{R}_C} = \sum_i \vec{g}_i(T) \text{ et } \vec{a}_C = \vec{0}$$

On trouve finalement :

$$m\vec{a}_{P/\mathcal{R}_G} = \sum \vec{F}_{oc} + m\vec{g}_T(P) + \underbrace{\sum_i m(\vec{g}_i(P) - \vec{g}_i(T))}_{\text{Terme de marée}}$$

Le terme de marée que l'on peut aussi appeler terme de gravitation différentielle traduit, dans notre système, l'écart au comportement galiléen du référentiel \mathcal{R}_G . Nous allons rapidement discuter des ordres de grandeurs de ce terme de marée. En notant D_i la distance entre l'astre et la Terre et d la distance de P au centre T de la Terre, au maximum le terme de marée vaut :

$$|\vec{g}_i(P) - \vec{g}_i(T)| \approx \frac{GM_i}{(D_i - d)^2} - \frac{GM_i}{D_i^2}$$

Or il n'est pertinent de travailler dans \mathcal{R}_G , que si le corps est proche de la Terre, soit d très inférieur à D :

$$|\vec{g}_i(P) - \vec{g}_i(T)| \approx \frac{GM_i}{D_i^2} \left(\frac{1}{(1 - d/D_i)^2} - 1 \right) \approx \frac{GM_i}{D_i^2} \underbrace{\left(1 + \frac{2d}{D_i} - 1 \right)}_{DL} \approx \frac{2GM_i d}{D_i^3}$$

On peut voir sur le tableau n°2 que contrairement aux estimations numériques faites dans \mathcal{R}_C l'influence des différents astres n'est plus la même. C'est la Lune, qui malgré sa faible taille, intervient de manière prépondérante ; le Soleil jouant quant à lui pour moitié par rapport à la Lune. L'influence des autres astres devient complètement négligeable.

Comparons maintenant ce terme avec le champ de gravitation terrestre qui vaut $\vec{g}_T(T) \approx 10 \text{ m.s}^{-2}$. Au voisinage de la Terre, la force de marée est donc a priori complètement négligeable.

Pourtant, l'existence des marées océaniques tant à démontrer le contraire. L'effet créé est très faible, car les dénivellations doivent être comparées à la taille de la Terre sur laquelle sont répartis les océans ; s'il nous paraît important, c'est uniquement parce que nous sommes tout petits ! On voit donc que considérer \mathcal{R}_G comme galiléen nécessite de bien définir notre problème et de voir si dans une certaine approximation on peut effectivement le faire.

Transition : cherchons alors qualitativement à mieux cerner l'origine des marées océaniques.

II – 2 - Les marées océaniques

Après avoir introduit le phénomène, nous allons donner ici, de façon qualitative, des explications sur les marées océaniques. Dans \mathcal{R}_G nous ne prendrons en compte que les champs de gravitations différentielles créés par la Lune et le Soleil. Le champ différentiel, exercé par la Lune à la surface de la Terre tant à étirer notre planète dans la direction Terre/Lune et à la comprimer dans les directions transverses. C'est ce que l'on peut observer sur la figure n°5 ;

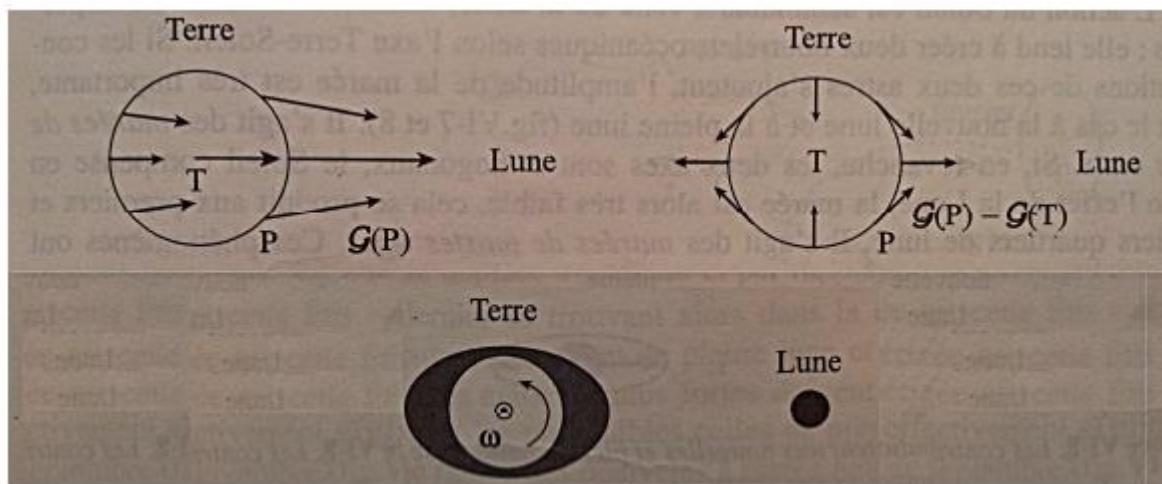


Figure 5 - Champ gravitationnel créé par la Lune à la surface de la Terre, et le champ différentiel qui en découle. Conséquence sur la déformation des océans selon l'axe Terre/Lune

Les océans qui recouvrent la majorité du globe, subissent ces actions en plus du champ gravitationnel terrestre. Cela se traduit par la formation de deux bourrelets océaniques. On peut le voir sur la figure n°5. Posons-nous alors quelques questions :

1. Pourquoi y a-t-il deux marées par jour ?

En négligeant le déplacement de la Lune autour de la Terre, un point de sa surface va passer deux fois par jour au niveau d'un bourrelet océanique. Le niveau de la mer varie donc deux fois par jour en passant par un maximum (les marées hautes) et deux fois par un minimum (les marées basses).

2. Pourquoi y a-t-il des marées plus importante que d'autres ?

Ces variations apparaissent synchrones avec les phases de la Lune ; elles sont dues à la contribution du Soleil, et dépendent de sa position par rapport à l'axe Terre/Lune. On a vu

que l'action du Soleil était deux fois moins importante que celle de la Lune pour autant il tend à créer deux bourrelets océaniques selon l'axe Terre/Soleil. Si les contributions de ces deux astres s'ajoutent, c'est le cas à la nouvelle Lune et à la pleine Lune, l'amplitude de la marée est très importante, on parle de marées de vives eaux. En revanche, si les axes sont orthogonaux, le Soleil compense en partie celui de la Lune, la marée est alors très faible, on parle de marée de mortes eaux. Le principe est schématisé sur la figure n°6

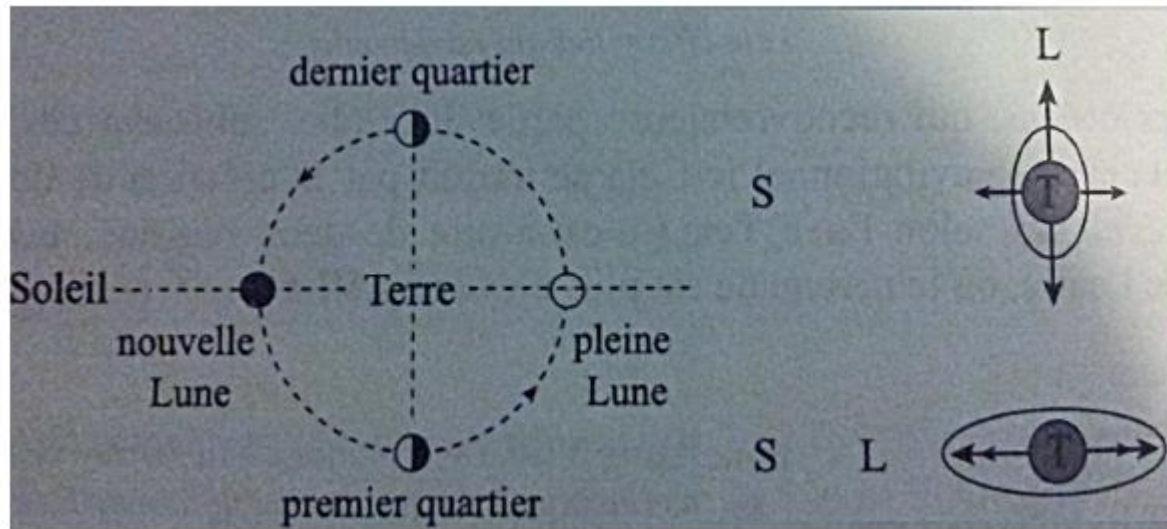


Figure 6 - Contributions de la Lune et du Soleil aux marées

3. Pourquoi l'heure de la marée se décale de jour en jour ?

C'est à cause de la rotation de la Lune autour de la Terre dans le sens de rotation de la Terre sur elle-même. C'est le même principe que dans la première partie pour le calcul du jour sidéral. On trouve un décalage d'environ 50 minutes d'un jour à l'autre, soit 25 minutes entre deux marées consécutives.

Nous pourrions affiner notre étude en nous demandant par exemple pourquoi les marées de vives eaux et de mortes eaux varient-elles ou encore pourquoi le décalage quotidien de la marée varie de jour en jour. Mais ce n'est pas le but ici. Nous voulions montrer le caractère non galiléen de \mathcal{R}_G et nous avons réussi, les marées étant un effet de la translation du référentiel galiléen. Pour autant ce phénomène est très faible et on considérera souvent avec un bon degré d'approximation le référentiel géocentrique comme étant galiléen. En effet ici, pour avoir un phénomène visible à notre échelle, il a fallu considérer des volumes d'eaux très grands.

Transition : Les marées, en première approximation, résulte donc de la prise en compte de la translation du référentiel terrestre et illustre son caractère non galiléen. Quelles sont les conséquences de la prise en compte des effets de la rotation du référentiel terrestre et quels phénomènes peuvent nous permettre d'illustrer également son caractère non galiléen ?

III – Effet de la rotation du référentiel terrestre

Dans la partie précédente nous avons fait le passage du référentiel de Copernic au référentiel géocentrique. Il nous reste donc à faire le passage du référentiel géocentrique au référentiel terrestre et chercher d'autres preuves expérimentales du caractère non galiléen de ce dernier.

III – 1 – Le principe fondamentale de la dynamique dans le référentiel terrestre. [1]

III – 1 – a – Expression du PFD dans le référentiel terrestre.

Regardons la dynamique d'un point P de masse m dans le référentiel terrestre considéré non galiléen ; le principe fondamental de la dynamique dans un référentiel non galiléen s'écrit :

$$m\vec{a}_{P/\mathcal{R}_T} = m\vec{a}_{P/\mathcal{R}_G} + \vec{f}_{ie} + \vec{f}_{ic}$$

En prenant en compte les paramètres de cette partie, en considérant qu'il n'y a pas de translation et en négligeant les variations séculaire du vecteur instantané de rotation $\vec{\Omega}$, on peut écrire que :

$$\vec{f}_{ie} = -m\vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \overrightarrow{TP}) \quad \text{et} \quad \vec{f}_{ic} = -2m\vec{\Omega} \times \vec{v}_{P/\mathcal{R}_T}$$

Ainsi en regroupant toutes nos expressions, on peut écrire le principe fondamental de la dynamique dans le référentiel terrestre :

$$m\vec{a}_{P/\mathcal{R}_T} = \sum \vec{F}_{oc} + m\vec{g}_T(P) + \underbrace{\sum_i m(\vec{g}_i(P) - \vec{g}_i(T))}_{\text{Translation du réf. terrestre}} - \underbrace{m\vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \overrightarrow{TP}) - 2m\vec{\Omega} \times \vec{v}_{P/\mathcal{R}_T}}_{\text{Rotation du réf. terrestre}}$$

Avant de continuer, déterminons quelques ordres de grandeur des différents termes. Envisageons le cas où $\sum \vec{F}_{oc}$ est nul :

1. $\vec{g}_T(P)$ est de l'ordre de 10 m.s^{-2} .
2. $\vec{g}_i(P) - \vec{g}_i(T)$ est de l'ordre (nous l'avons vu dans la partie précédente) de environ 10^{-6} m.s^{-2} .
3. $m\vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \overrightarrow{TP})$ est de l'ordre de 10^{-2} m.s^{-2} en prenant la valeur de la vitesse de rotation de la Terre calculée dans la première partie et une distance TP de l'ordre du rayon de la Terre, soit 6400 km.
4. $\vec{\Omega} \times \vec{v}_{P/\mathcal{R}_T}$ est de l'ordre de 10^{-2} m.s^{-2} en prenant une vitesse de l'ordre de 100m/s.

On justifie quantitativement, par la même occasion le fait de négliger totalement le terme de marées ce qui revient à supposer que \mathcal{R}_G est galiléen.

$$m\vec{a}_{P/\mathcal{R}_T} = \sum \vec{F}_{oc} + m\vec{g}_T(P) - m\vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \overrightarrow{TP}) - 2m\vec{\Omega} \times \vec{v}_{P/\mathcal{R}_T}$$

III – 1 – b – Définition expérimentale du poids d'un corps.

Le poids d'un corps, ou force de pesanteur terrestre qui s'exerce sur lui, est défini expérimentalement comme la force opposée à celle qui le maintient en équilibre dans un référentiel terrestre \mathcal{R}_T (figure n°7; attention le point P est noté O sur cette figure). Si l'on suspend une masselotte P à l'extrémité inférieure d'un ressort, son poids \vec{P} est l'opposé de la tension \vec{T} du ressort à l'équilibre dans \mathcal{R}_T .

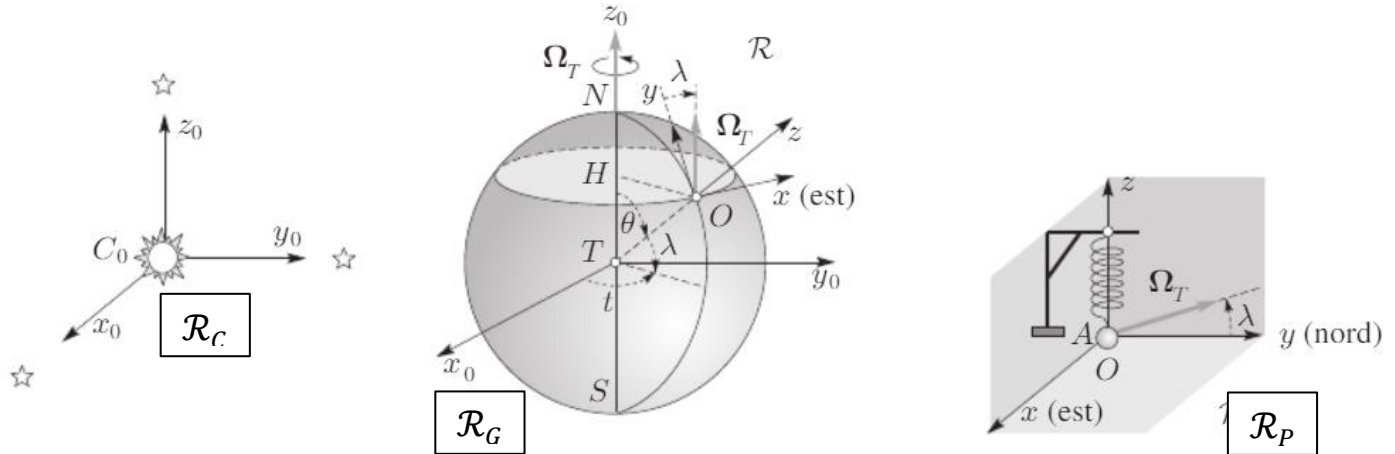


Figure 7 - Les référentiels de Copernic, géocentrique et terrestre

En utilisant l'expression précédente avec $\vec{a}_{P/\mathcal{R}_T} = \vec{0}$ et $\vec{v}_{P/\mathcal{R}_T} = \vec{0}$ puisque la masselotte est à l'équilibre :

$$\vec{0} = \vec{T} + m\vec{g}_T(P) - m\vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \overrightarrow{TP}) - \vec{0} \Leftrightarrow -\vec{T} = m\vec{g}_T(P) - m\vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \overrightarrow{TP})$$

Soit l'expression du poids :

$$\vec{P} = m \left(\vec{g}_T(P) - \vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \overrightarrow{TP}) \right)$$

Ainsi, l'équation du mouvement d'un point P dans le référentiel terrestre, \mathcal{R}_G étant galiléen, fait intervenir deux forces proportionnelles à la masse et ne dépendant que de la position du point : \vec{f}_{ie} et $m\vec{g}_T(P)$ regroupées en une seule force, le poids \vec{P} .

Le poids d'un corps est donc la résultante de l'attraction gravitationnelle terrestre et de la force (centrifuge, où plus précisément axifuge en toute rigueur) d'inertie d'entraînement due à la rotation propre de la Terre.

Remarque : la démonstration précédente élude un point fondamental et central qui mérite d'être commenté. En effet, depuis le début de l'exposé nous assimilons les concepts de masse grave notée m^* et de masse inerte notée m . En toute rigueur nous aurions dû écrire respectivement pour le PFD dans le référentiel terrestre et la définition du poids :

$$m\vec{a}_{P/\mathcal{R}_T} = \sum \vec{F}_{oc} + m^*\vec{g}_T(P) - m\vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \overrightarrow{TP}) - 2m\vec{\Omega} \times \vec{v}_{P/\mathcal{R}_T}$$

$$\vec{P} = m^* \vec{g}_T(P) - m \vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \overrightarrow{TP})$$

C'est l'égalité entre la masse grave et la masse inerte d'un corps qui nous a permis la factorisation.

Cette égalité a été établie expérimentalement par Newton, à l'aide de l'expérience dite du tube de Newton. Dans un tube dans lequel on a fait le vide, on constate que deux corpuscules, de masses inertes différentes, acquièrent, au cours d'une chute, la même accélération.

La vidéo disponible sur le lien suivant reprend cette célèbre expérience :

<https://www.youtube.com/watch?v=NOTQN9o8nQA>

Pour l'établir nous utilisons justement les expressions précédentes pour deux corpuscule A_1 et A_2 :

$$m_1 \vec{a}_{A_1} = \vec{P}_{A_1} - 2m_1 \vec{\Omega} \times \vec{v}_{A_1} \quad \text{et} \quad m_2 \vec{a}_{A_2} = \vec{P}_{A_2} - 2m_2 \vec{\Omega} \times \vec{v}_{A_2}$$

Avec :

$$\vec{P}_{A_1} = m_1^* \vec{g}_T(A_1) - m_1 \vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \overrightarrow{TA_1}) = m_1^* \vec{g}_T(A_1) - m_1 \vec{a}_{e,1}$$

Et :

$$\vec{P}_{A_2} = m_2^* \vec{g}_T(A_2) - m_2 \vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \overrightarrow{TA_2}) = m_2^* \vec{g}_T(A_2) - m_2 \vec{a}_{e,2}$$

Comme on observe expérimentalement que $\vec{a}_{A_1} = \vec{a}_{A_2}$ et $\vec{v}_{A_1} = \vec{v}_{A_2}$, il en résulte que les poids sont proportionnelle aux masses inertes :

$$\frac{\vec{P}_{A_1}}{m_1} = \frac{\vec{P}_{A_2}}{m_2} \quad \text{soit} \quad \frac{m_1^*}{m_1} \vec{g}_T(A_1) - \vec{a}_{e,1} = \frac{m_2^*}{m_2} \vec{g}_T(A_2) - \vec{a}_{e,2}$$

Or les corps A_1 et A_2 sont proches l'un de l'autre de sorte que l'on peut confondre les valeurs des champs de gravitation $\vec{g}_T(A_1) \approx \vec{g}_T(A_2)$ et les accélérations $\vec{a}_{e,1}$ et $\vec{a}_{e,2}$. Il en résulte :

$$\frac{m_1^*}{m_1} \approx \frac{m_2^*}{m_2}$$

Si on adopte la même unité, le kilogramme, pour la mesure des masses grave et inerte, ce qui revient à poser égale à 1 la constante de proportionnalité, les masses grave et inerte sont égales. Ce résultat a été confirmé par des expériences de R. Dicke avec une précision relative de 10^{-11} .

Transition : de la définition du poids découle celle du champ de pesanteur terrestre

III – 1 – c - Le champs de pesanteur terrestre.

Le champ de pesanteur \vec{g} est défini comme le rapport du poids sur la masse :

$$\vec{g} = \vec{g}_T(P) - \vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \overrightarrow{TP})$$

En notant H le projeté orthogonal de P sur l'axe de la Terre (voir figure n°8), cela s'écrit :

$$\vec{g} = \vec{G}_T(P) + \Omega^2 \overline{HP}$$

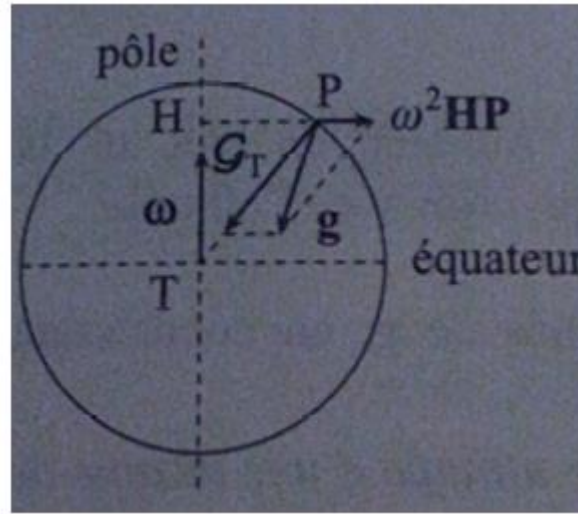


Figure 8 - Le champs de pesanteur terrestre

Ainsi hormis au pôle et à l'équateur, \vec{g} ne pointe pas exactement vers le centre de masse de la Terre.

Pour avoir une meilleure idée de l'importance de ces effets donnons quelques ordres de grandeurs. À l'équateur où cette force est maximum, la composante centrifuge vaut environ $3.10^{-2} \text{ m.s}^{-2}$.

D'autre part la mesure expérimentale de g varie entre 9.83 et 9.78 m.s^{-2} avec une différence d'angle par rapport au centre de la Terre de l'ordre de $6'$. On peut négliger le terme centrifuge dans la définition de g et à le considérer radial avec une erreur inférieure à 5% .

Ainsi, \vec{g} , jusqu'à une dizaine de kilomètre d'altitude, peut être considéré comme radial, de valeur moyenne de 9.81 m.s^{-2} et dirigé vers le centre de la Terre.

Transition : Pour établir l'expression du poids et du champ de pesanteur nous avons considéré un objet immobile dans le référentiel terrestre. Montrons pour finir quelques exemples qui attestent du caractère non galiléen du référentiel terrestre à travers la mise en évidence de la force de Coriolis

III – 2 – Mise en évidence de la force de Coriolis [1]

Dans cette dernière partie, nous allons chercher à illustrer le caractère non galiléen du référentiel terrestre en proposant quelques exemples mettant en évidence la force de Coriolis.

Sa mise en évidence repose sur l'expression vectorielle de la loi fondamentale de la mécanique appliquée à un point matériel A dans un référentiel terrestre. Notant \vec{F}_{oc} la somme des forces supplémentaires occasionnelles, il vient :

$$m\vec{a}_{A/\mathcal{R}_T} = m\vec{g} + \vec{F}_{oc} - 2m\vec{\Omega}_T \times \vec{v}_{A/\mathcal{R}_T}$$

Comme nous l'avons déjà estimé, la force de Coriolis terrestre est le plus souvent négligeable devant le poids. Pour fixer les idées, le rapport de ces deux forces est inférieur à 1% si la vitesse est inférieure à 700 m.s⁻¹. Cependant, c'est ce terme généralement négligeable qui permet d'expliquer certains phénomènes observables et jouant parfois un rôle majeur (déviations des vents et des courants marins).

III – 2 – a – Le pendule de Foucault [1]

Dans sa publication originale du 3 février 1851, à l'Académie des Sciences, Foucault fit remarquer qu'il était possible de mettre en évidence et de mesurer la vitesse de rotation $\vec{\Omega}_T$ de la Terre autour de l'axe des pôles, sans l'aide des étoiles, en étudiant seulement le mouvement d'un pendule simple par rapport au référentiel terrestre \mathcal{R}_T .

Le comportement d'un tel pendule s'interprète aisément au pôle nord, sans équation comme le fit remarquer Foucault lui-même. En effet, par rapport au référentiel géocentrique \mathcal{R}_G , le pendule, écarté de sa position d'équilibre et abandonné à son poids et à la tension du fil, effectue un mouvement oscillatoire dans un plan fixe, déterminé par les conditions initiales. Aussi, dans \mathcal{R}_T , qui tourne par rapport à \mathcal{R}_G , dans le sens ouest-est, avec la vitesse angulaire $\vec{\Omega}_T$, ce plan semble effectuer une rotation autour de l'axe polaire, dans le sens opposé, avec une période de révolution T de 24 heures.

L'expérience a été faite par Foucault à Paris, dans sa cave, puis refaite sous la coupole du Panthéon avec les caractéristiques suivantes : masse $m = 28$ kg et longueur $l = 67$ m (figure n°9a). Dans ce cas, seule la composante selon la verticale ascendante Oz du vecteur rotation $\vec{\Omega}_T$ joue un rôle effectif, précisément $\vec{\Omega}_{T,v} = \Omega_T \cos \theta \vec{e}_z = \Omega_T \sin \lambda \vec{e}_z$, θ étant la colatitude et $\lambda = \pi/2 - \theta$ la latitude. Avec $\lambda = 48^\circ 51'$, la période de révolution du plan du pendule de Foucault vaut :

$$T = \frac{2\pi}{\Omega_{T,v}} = \frac{2\pi}{\Omega_T \cos \theta} = \frac{2\pi}{\Omega_T \sin \lambda} = 31 \text{ h } 52 \text{ min}$$

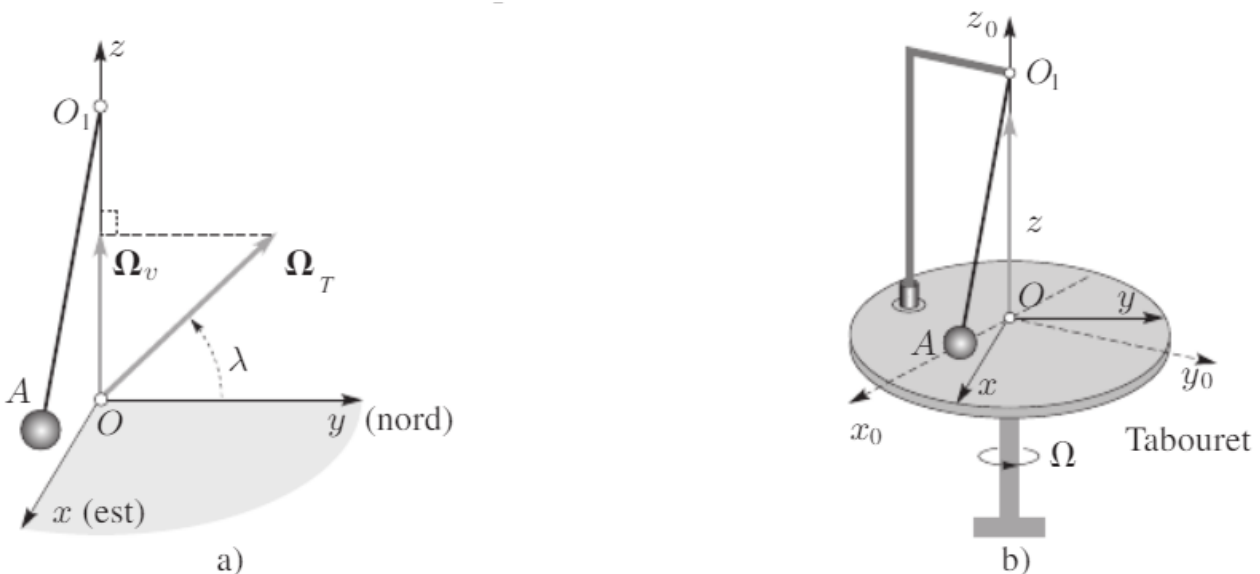


Figure 9 - Le pendule de Foucault

Remarques :

1. Notons qu'à l'équateur ($\lambda = 0^\circ$) le plan d'oscillation du pendule dans \mathcal{R}_T est immobile ($T = \infty$); il tourne donc par rapport à \mathcal{R}_G
2. On peut simuler le comportement d'un tel pendule à l'aide d'une expérience simple dans laquelle un pendule simple oscille, alors que son support repose sur le plan d'un tabouret en rotation autour d'un axe vertical (figure n°9b) : le référentiel terrestre simule le référentiel géocentrique et le référentiel du tabouret celui lié à la Terre. On constate que le plan d'oscillation du pendule n'est pas influencé par la rotation du tabouret ; dans le référentiel lié au tabouret, ce plan semble tourner en sens inverse.
3. Une vidéo montrant le pendule de Foucault réhabilité en 2015 au panthéon : <https://www.youtube.com/watch?v=QEoXiei26ns>.

Transition : ...

III – 2 – b – Déviation vers l'est. [1]

Au cours d'une chute libre, la force occasionnelle \vec{F}_{oc} , qui apparaît dans l'expression de la loi fondamentale, est nulle. Il vient donc :

$$m\vec{a}_{A/\mathcal{R}_T} = m\vec{g} - 2m\vec{\Omega}_T \times \vec{v}_{A/\mathcal{R}_T}$$

À l'aide de la figure n°10a représentant le vecteur $\vec{\Omega}_T$ dans \mathcal{R}_T , il est facile de voir, qualitativement, que la force de Coriolis est toujours dirigée vers l'est puisque $\vec{\Omega}_T$ est portée par l'axe Tz_0 et $\vec{v}_{A/\mathcal{R}_T}$ est dirigé initialement suivant la verticale descendante $-Oz$.

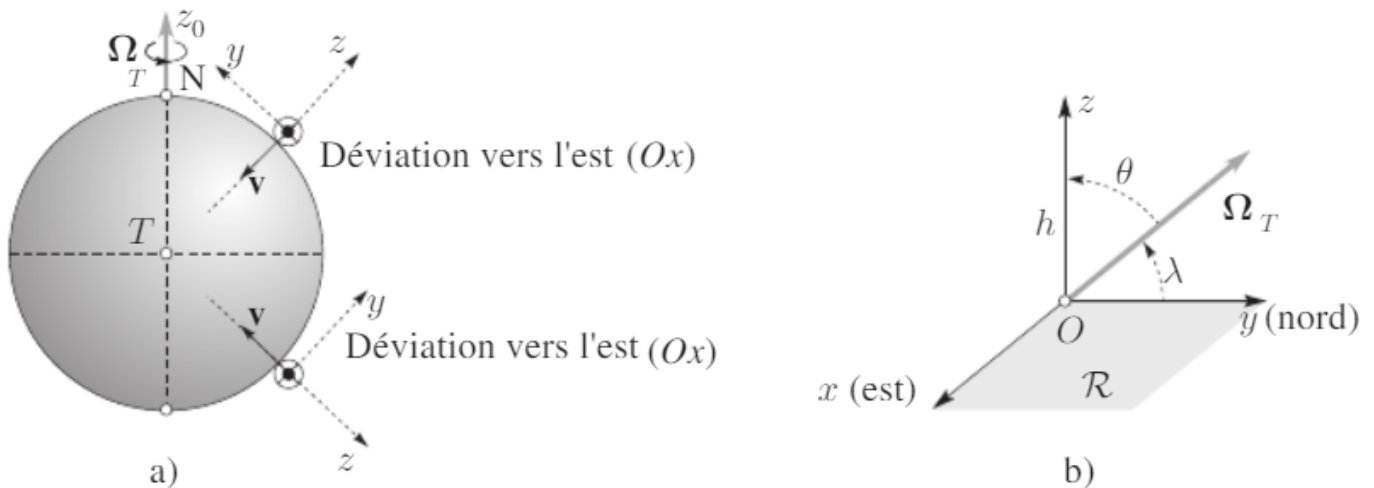


Figure 10 - La déviation vers l'est

Comme $\vec{v}_{A/\mathcal{R}_T} \approx -gt\vec{e}_z$, il vient, en substituant et en simplifiant :

$$\vec{a}_{A/\mathcal{R}_T} \approx \vec{g} + 2g\Omega_{T,h}t\vec{e}_x$$

Pour obtenir le déplacement vers l'est, projetons cette relation vectorielle selon \vec{e}_x . On trouve (figure n°10b) :

$$a_x \approx 2gt\Omega_T \cos \lambda \text{ d'où } v_x \approx gt^2\Omega_T \cos \lambda \text{ et } x \approx \frac{gt^3\Omega_T \cos \lambda}{3}$$

On trouve le déplacement x_h en fin de chute en remplaçant la durée de chute t_h par la valeur qu'en donne l'équation approchée $h \approx gt_h^2/2$:

$$x_h \approx \left(\frac{8h^3}{9g} \right)^{1/2} \Omega_T \cos \lambda$$

La première expérience sur la déviation vers l'est a été tentée sans succès par l'astronome français J. Cassini, dans un puits de l'Observatoire de Paris. Elle a été refaite de nombreuses fois, en 1831, par l'ingénieur allemand F. Reich, dans un puits de mine de Freiberg ($\lambda = 51^\circ$), de profondeur 158 m ; alors que la théorie prévoyait une valeur de 27,5 mm, les valeurs expérimentales étaient comprises entre 27, 9mm et 28, 7mm.

En 1903, Flammarion l'a refaite avec des billes d'acier abandonnées du haut de la coupole du Pan théon ($h = 68$ m, $\lambda = 48^\circ 51'$) ; la durée approximative de chute était de 3,72 s. Expérimentalement, il a trouvé 7, 6mm, alors que la valeur théorique attendue était $x \approx 8$ mm.

Dans les deux cas c'est la non prise en compte des frottements fluides qui explique l'écart entre théorie et expérience.

Transition : maintenant mis en évidence deux effet de la force de Coriolis à travers deux expérience historique changeons de domaine et voyons comment l'étude d'une particule fluide dans l'atmosphère terrestre montre une dernière mise en évidence des effets de la force de Coriolis permettant d'expliquer l'existence des vents géostrophiques.

III – 2 – c – Vents géostrophiques. [2]

Le mouvement des masses d'air dans l'atmosphère terrestre est influencé par la rotation de la Terre autour de l'axe des pôles. En première approche, on peut supposer que les écoulements atmosphériques sont parfaits et utiliser l'équation d'Euler dans le référentiel terrestre en incluant les forces d'inertie. La force d'inertie d'entraînement est incluse dans le champ de pesanteur \vec{g} , de sorte que l'équation d'Euler s'écrit :

$$\mu \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{grad}) \vec{v} \right) = -\vec{grad} p + \mu \vec{g} - 2\mu \vec{\Omega}_T \times \vec{v}$$

Où $\vec{\Omega}_T$ est le vecteur rotation de la Terre par rapport au référentiel géocentrique \mathcal{R}_G et où $\vec{v}(M, t)$ représente le champ eulérien de vitesse dans le référentiel terrestre \mathcal{R}_T .

Pour se repérer au voisinage d'un point O à la surface de la Terre, on utilise une base de coordonnées locales différente et courante dans ce type d'étude en physique de l'atmosphère:

l'axe Oz est orienté selon la verticale ascendante, l'axe Ox vers le sud et l'axe Oy vers l'est (voir figure n°11).

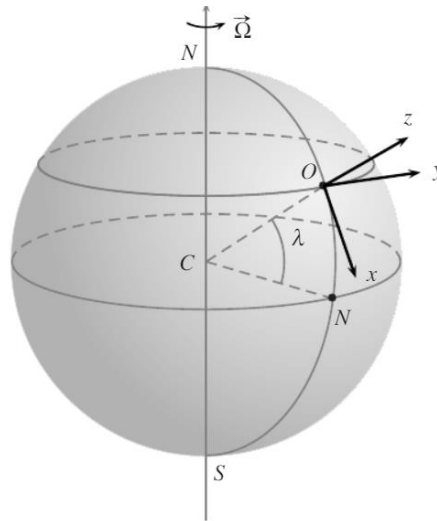


Figure 11 - système de coordonnées locale utilisé en dynamique de l'atmosphère.

On choisit comme modèle d'atmosphère au repos, le modèle suivant :

En absence d'écoulement, l'équation d'Euler se réduit à l'équation locale de la statique des fluides :

$$\vec{0} = -\overrightarrow{\text{grad}} p + \mu \vec{g}$$

Le modèle standard de l'atmosphère est une norme internationale qui correspond aux hypothèses suivantes :

- l'air est assimilé à un gaz parfait, de masse molaire $M = 29,0 \text{ g.mol}^{-1}$, sans changement d'état de l'eau.
- l'air est à l'équilibre hydrostatique dans le champ de pesanteur.
- les valeurs conventionnelles de la température, de la pression et de la masse volumique au niveau de la mer sont prises égales à :
 $T_0 = 288,15 \text{ K}$ $p_0 = 1,0132 \times 10^5 \text{ Pa}$ $\mu_0 = 1,225 \text{ kg.m}^{-3}$
- dans la troposphère (altitude comprise en 0 et 11 km), la température décroît de façon affine avec l'altitude ; le gradient vertical de température est égal à $-6,5 \text{ K.km}^{-1}$.
- dans la tropopause (altitude comprise entre 11 et 20 km), la température ne varie pas avec l'altitude.
- dans la stratosphère, la température augmente avec l'altitude de 1 K.km^{-1} de 20 à 32 km d'altitude, puis de $2,8 \text{ K.km}^{-1}$ jusqu'au sommet de la stratosphère à 47 km d'altitude.

La troposphère est la couche de l'atmosphère qui nous intéresse car on estime que près de 90% de la masse de l'atmosphère est contenue entre 0 et 16 km. En utilisant le modèle de

l'atmosphère standard, on établit que le champ de pression à l'équilibre $p_e(z)$ décroît avec l'altitude selon la loi :

$$p_e(z) = p_0(1 - \alpha z)^\alpha$$

Où αT_0 représente le gradient vertical de température dans la troposphère et $\alpha = \frac{Mg}{aRT_0}$. À l'équilibre, la pression, la température et la masse volumique ne dépendent que de l'altitude z : les surfaces isobares (pression uniforme), isothermes (température uniforme) et isopycnes (masse volumique uniforme) sont horizontales.

L'étude de l'atmosphère au repos n'a que peu d'intérêt en météorologie, seuls comptent les écarts par rapport à cet état d'équilibre. On note $\vec{v}(M, t)$, $p(M, t)$ et $\mu(M, t)$ les champs eulériens de vitesse, de pression et de masse volumique. Les champs qui mesurent l'écart par rapport à l'état d'équilibre hydrostatique sont notés avec l'indice 1 et sont définis comme suit :

$$\vec{v}_1(M, t) = \vec{v}(M, t) - \vec{v}_e(M) = \vec{v}(M, t) \text{ car } \vec{v}_e(M) = 0$$

$$p_1(M, t) = p(M, t) - p_e(M)$$

$$\mu_1(M, t) = \mu(M, t) - \mu_e(M)$$

Le tableau n°3 donne quelques ordres de grandeur typiques des écoulements atmosphériques.

Vitesse horizontale du vent	$U \sim 10 \text{ m.s}^{-1}$
Vitesse verticale du vent	$W \sim 10^{-2} \text{ m.s}^{-1}$
Gradient horizontal de pression	$\frac{\partial p}{\partial x}$ ou $\frac{\partial p}{\partial y} \sim 10^{-3} \text{ Pa.m}^{-1}$

Tableau 3 - Ordres de grandeurs caractéristiques des écoulements atmosphériques

Vu la faible épaisseur de la troposphère, on fait usuellement l'approximation de la pellicule mince qui consiste à négliger la courbure de la Terre. On décrit alors l'écoulement de l'air dans un plan tangent à la surface de la terre : sur la figure n°11, il s'agit du plan (Oxy). On utilise de plus l'approximation de Boussinesq qui consiste à supposer, d'une part, que la masse volumique à l'équilibre est uniforme ($\mu_e(M) = \mu_0$) et d'autre part que les écarts de masse volumique par rapport à l'état d'équilibre sont faibles $|\mu_1(M, t)| \ll \mu_0$. L'équation d'Euler est décomposée en deux équations. L'une décrit les mouvements horizontaux du fluide (c'est-à-dire dans un plan parallèle à Oxy) et l'autre exprime que l'écoulement de l'air perturbe peu l'équilibre hydrostatique vertical.

$$\frac{D\vec{v}_1}{Dt} = -\frac{1}{\mu_0} \overrightarrow{\text{grad}}_h p_1 - f \vec{u}_z \times \vec{v}_1$$

$$\vec{0} = -\frac{\partial p}{\partial z} \vec{u}_z - \mu \vec{g}$$

où $f = 2\Omega \sin \lambda$ est le paramètre de Coriolis et où $\overrightarrow{grad}_h = \frac{\partial}{\partial x} \overrightarrow{u}_x + \frac{\partial}{\partial y} \overrightarrow{u}_y$

Pour estimer l'importance de la force de Coriolis sur un écoulement atmosphérique, on compare les ordres de grandeur de l'accélération de Coriolis et de l'accélération convective. Le rapport de ces deux ordres de grandeur correspond à un nombre sans dimension, appelé nombre de Rossby, noté Ro :

$$Ro = \frac{\text{accélération convective}}{\text{accélération de Coriolis}} = \frac{U}{f_0 L}$$

où U, L et f_0 désignent respectivement les ordres de grandeur de la vitesse horizontale, de l'échelle spatiale horizontale et du paramètre de Coriolis. Lorsque $Ro \ll 1$, les effets de la force de Coriolis sont dominants. Le tableau n°4 donne l'échelle horizontale au-delà de laquelle $Ro \leq 1$. On constate que l'accélération de Coriolis ne joue un rôle dominant que lorsque l'échelle spatiale est grande. Les écoulements correspondant sont appelés écoulements de grande échelle. L'échelle spatiale correspondant à 10^6 m est appelée l'échelle synoptique.

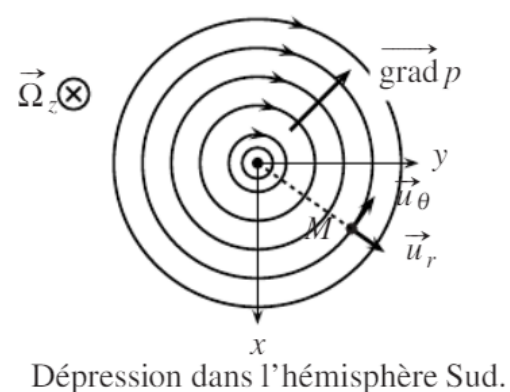
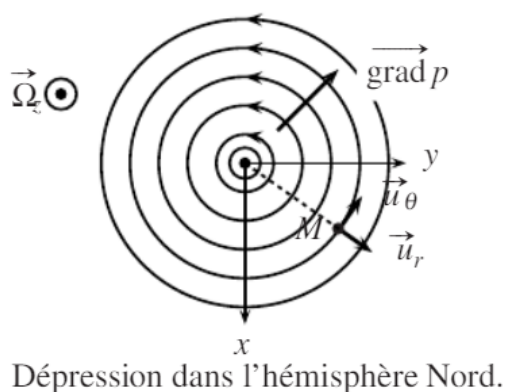
f_0 (rad.s ⁻¹)	U (m.s ⁻¹)	L (m)
10^{-4} (latitudes moyennes)	10	10^6
10^{-5} (latitudes équatoriales)	10	10^7

Tableau 4 - Echelle spatiale horizontale pour laquelle l'effet de l'accélération de Coriolis est sensible

Les écoulements stationnaires, à faible nombre de Rossby, sont appelés écoulements géostrophiques. Ce sont des écoulements horizontaux tels que la force de Coriolis compense exactement les forces de pression horizontales. Les écoulements géostrophiques sont associés à un champ de vitesse, noté $\vec{v}_g(M)$, donné par l'équation du vent géostrophique :

$$\vec{v}_g = \frac{1}{\mu_0 f_0} \overrightarrow{u}_z \times \overrightarrow{grad}_h(p_1)$$

Les lignes de courant du vent géostrophique se confondent avec les isobares. La règle de Buys-Ballot donne l'orientation du vent géostrophique : il est dirigé de façon à avoir les zones de haute pression sur sa droite et les zones de basse pression sur sa gauche dans l'hémisphère Nord. C'est l'inverse dans l'hémisphère Sud (figure n°12).



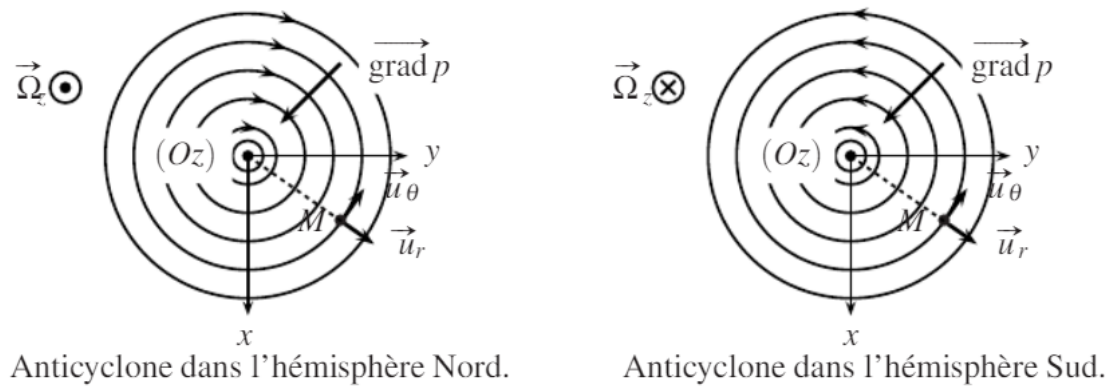


Figure 12 - Vérification de la règle de Buys-Ballot

L'exemple le plus marquant d'écoulement géostrophique dans l'atmosphère terrestre est celui des jets d'ouest qui soufflent, aux latitudes moyennes, en haute altitude d'ouest en est. En raison du chauffage de l'atmosphère plus important vers l'équateur qu'aux pôles, il existe un gradient de température au sol le long d'un méridien depuis le pôle vers l'équateur. Ce gradient est très prononcé aux latitudes moyennes (de 30° à 60° environ). Considérons deux points A et B, situés sur un même méridien, à deux latitudes différentes λ_A et $\lambda_B > \lambda_A$. La température moyenne au sol en B est inférieure à ce qu'elle vaut en A : $T_B < T_A$. La figure n°13 montre la décroissance de la pression avec l'altitude à la verticale des points A et B, en utilisant l'équation du modèle de l'atmosphère standard, où l'on a remplacé T_0 par T_A ou T_B .

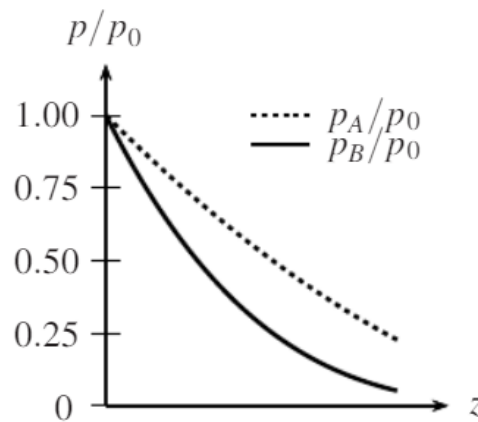


Figure 13 - Décroissance de la pression en fonction de l'altitude à la verticale des points A (courbe en tirets) et B (courbe continue).

À une altitude z donnée, la pression est donc plus faible vers le pôle que vers l'équateur : il existe donc un gradient horizontal de pression dirigé le long du méridien dans le sens du vecteur \vec{u}_x . L'équation du vent géostrophique montre qu'il se développe un écoulement dans le sens du vecteur \vec{u}_y , et ce dans les deux hémisphères. Ces vents sont forts en altitude : au sommet de la troposphère (la tropopause), ils soufflent à une valeur moyenne pouvant atteindre 160 km.h^{-1} . L'équilibre hydrostatique vertical et les vents d'ouest constituent la « toile de fond » des phénomènes météorologiques observés aux latitudes moyennes.

Le jet d'ouest s'avère instable lorsque sa vitesse est élevée et se met à onduler spontanément autour de sa direction moyenne. Il en résulte la formation de tourbillons, qui sont transportés

d'ouest en est par le jet. Ces perturbations sont caractérisées par un gradient de pression horizontal et sont nommées anticyclones ou dépressions selon que la pression au centre y est supérieure ou inférieure à la pression atmosphérique moyenne p_0 que l'on retrouve à la périphérie du tourbillon. Pourvu qu'elles aient une échelle spatiale suffisamment grandes, ces perturbations relèvent de l'équilibre géostrophique : la force de Coriolis compense les forces de pression. Le vecteur tourbillon d'un écoulement géostrophique est orienté selon la verticale puisque cet écoulement est horizontal. On montre que :

$$\overrightarrow{rot} \vec{v}_g = \frac{1}{\mu_0 f_0} \Delta_h p_1 \vec{u}_z$$

où l'opérateur $\Delta_h = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$. Ainsi, dans l'hémisphère Nord ($f_0 > 0$), le vecteur tourbillon géostrophique est orienté selon $+\vec{u}_z$ dans les zones dépressionnaires (la pression est minimale au centre, ce qui correspond à $\Delta_h p_1 > 0$). Les vents tournent dans le sens trigonométrique autour du centre d'une dépression. Inversement, dans une zone anticyclonique, la pression est maximale au centre, ce qui correspond à $\Delta_h p_1 < 0$. Il en résulte que le vecteur tourbillon est orienté selon $+\vec{u}_z$: les vents tournent dans le sens horaire autour du centre de l'anticyclone. Dans l'hémisphère Sud, les sens de rotation sont inversés car f_0 y est négatif.

Conclusion

Dans cette leçon, nous avons vu des phénomènes et des expériences permettant de mettre en évidence ou de montrer que le référentiel terrestre n'est pas galiléen. Dans le même temps, nous avons évalué des ordres de grandeur illustrant le fait que ces effets restent la plupart du temps très faible à notre échelle. Il faut toujours avoir ce concept en tête même si les expériences que l'on peut faire dans la vie de tous les jours ne sont que très faiblement impactés.

Pour autant, certains phénomènes ne trouvent leurs explications quand prenant en compte la force de Coriolis et donc le caractère galiléen du référentiel terrestre. Ainsi, contrairement à d'autres phénomènes réalisés sur des échelles de temps courtes, il n'est pas possible de négliger le caractère galiléen du référentiel terrestre pour aborder la dynamique de l'atmosphère par exemple.

Notons cependant que ce que nous venons de développer reste une modélisation simpliste pour appréhender la complexité des phénomènes atmosphériques que nous pouvons rencontrer sur Terre. En effet, la dynamique de l'atmosphère implique bien d'autres couplages en réalité de par ses interactions avec l'océanosphère ; la cryosphère, la biosphère et la lithosphère ce qui fait de la physique de l'atmosphère une science en perpétuelle renouvellement au fur et à mesure de nos découvertes dans tous les domaines impliqués par son étude.

Quelques questions :

- Avez-vous lu l'article paru dans le BUP 850 de janvier 2003 par Jean Savardière et intitulé : les preuves expérimentales des mouvements de la terre ?
- Pourquoi constate-t-on une variation de g avec la latitude ?
- Quel lien faites-vous entre jour sidéral et jour solaire (Rapport 1997) ?
- La vitesse de rotation de la terre reste-t-elle constante lors du parcours de sa trajectoire au tour du soleil ?
- Proposer une interprétation de la déviation vers l'Est en vous plaçant dans le référentiel géocentrique [Consulter La physique par la pratique].
- Quelles expériences pourraient venir illustrer cette leçon ?
- Y a-t-il précession du vecteur rotation de la terre ? Si oui, sur quelle échelle de temps ?
- Est-il vrai que la force de Coriolis est responsable du sens de rotation de l'écoulement de l'eau dans un lavabo ? Estimer un ordre de grandeur de son effet face à celui des forces d'inertie.
- Comment définissez-vous un référentiel ? ([base d'espace + temps absolu], classique VS relativiste).
- Qu'est-ce que la limite de Roche ?
- Une description statique des marées est-elle suffisante pour expliquer les observations expérimentales ?
- Comment expliquer les marées de 20 m de la baie de Fundy (Canada) ?
- La Terre est-elle sphérique ? (Non, c'est un ellipsoïde à cause de la rotation de la Terre)
- Comment expliquer le sens de rotation des cyclones ?
- Comment expliquer le sens de rotation d'un écoulement dans un lavabo ? (Nombre de Rossby associé)