

LP 45 Paramagnétisme, ferromagnétisme : approximation du champ moyen

Maria Ubero Gonzalez

31 mars 2020

Table des matières

1	Origine microscopique du magnétisme	4
1.1	Moment magnétique atomique	4
1.2	Moment magnétique dû au spin	5
2	Paramagnétisme	7
2.1	Origine	7
2.2	Description dans l'ensemble canonique	7
2.3	Loi de Curie	9
2.4	Désaimantation adiabatique	9
3	Ferromagnétisme	10
3.1	Présentation du phénomène	11
3.2	Étude quantitative	12
3.3	Approximation de champ moyen	12
3.4	Transition ferro-para	13

Rapport du jury

2011, 2012, 2013 : Le moment magnétique, son image semi-classique et son ordre de grandeur doivent être maîtrisés. De même, le lien avec l'ordre de grandeur de l'aimantation d'un aimant doit être connu.

2009, 2010 : L'origine microscopique de l'interaction d'échange doit être discutée. L'influence de la température sur les propriétés magnétiques est au coeur de la leçon.

2006 : Il s'agit ici de présenter une interprétation microscopique du paramagnétisme et du ferromagnétisme.

Jusqu'en 2002, le titre était : *Paramagnétisme. Approche du ferromagnétisme dans l'approximation du champ moyen. Température critique.*

2001 : Il convient de conserver du temps pour discuter du modèle du champ moyen lors de l'étude du ferromagnétisme.

1999 : On doit faire ressortir l'aspect phénoménologique du champ moyen. Cette leçon est une occasion de faire apparaître les propriétés essentielles d'une transition de phase.

1997 : L'expérience du clou chauffé au-dessus de la température de Curie n'est pas la seule illustration possible du ferromagnétisme. Il serait par exemple souhaitable que les candidats manipulent des ferrofluides et puissent citer des applications dans le domaine de l'enregistrement magnétique.

Bibliographie :

- Physique statistique - Diu
- Magnétisme I - E. du Trémolet
- Electromagnétisme 4. Milieux diélectriques et aimantés - Bertin, Faroux, Renault

Pré-requis :

- Physique statistique : ensemble canonique
- Quantification de l'énergie en mécanique quantique
- Magnétisme macroscopique
- Equations de Maxwell dans la matière

Objectif. Comprendre l'origine physique du magnétisme et construire des modèles pour rendre compte des propriétés macroscopiques des matériaux magnétiques.

Leçon placée après la leçon sur les aspects macroscopiques du paramagnétisme et ferromagnétisme

Introduction

Nous allons nous intéresser lors de cette leçon au comportement magnétique des certaines substances. En 1895, Pierre Curie effectue une étude expérimentale (macroscopique) sur l'évolution des propriétés magnétiques de diverses substances en fonction de la température. Résumons dans un tableau ces propriétés :

Substance	Valeur de χ_m	Signe χ_m	Dépendance χ_m avec T	Aimantation
Diamagnétique	Faible $\sim -10^{-5/-7}$	<0	Aucune	Sens opposé de \vec{H}
Paramagnétique	Petit $\sim 10^{-3/-5}$	>0	$\propto \frac{1}{T}$	Même sens que \vec{H}
Ferromagnétique	Grand $10^{3/6}$	>0	Si $T > T_c$, $\chi_m \propto \frac{1}{T-T_c}$	Existence même en absence de \vec{H}

On peut aussi étudier la répartition de ces propriétés dans la classification périodique :

1 H 2 He

3 Li 4 Be 5 B 6 C 7 N 8 O 9 F 10 Ne

11 Na 12 Mg 13 Al 14 Si 15 P 16 S 17 Cl 18 Ar

19 K 20 Ca 21 Sc 22 Ti 23 V 24 Cr 25 Mn 26 Fe 27 Co 28 Ni 29 Cu 30 Zn 31 Ga 32 Ge 33 As 34 Se 35 Br 36 Kr

37 Rb 38 Sr 39 Y 40 Zr 41 Nb 42 Mo 43 Tc 44 Ru 45 Rh 46 Pd 47 Ag 48 Cd 49 In 50 Sn 51 Sb 52 Te 53 I 54 Xe

55 Cs 56 Ba 57 La 72 Hf 73 Ta 74 W 75 Re 76 Os 77 Ir 78 Pt 79 Au 80 Hg 81 Tl 82 Pb 83 Bi 84 Po 85 At 86 Rn

87 Fr 88 Ra 89 Ac

58 Ce 59 Pr 60 Nd 61 Pm 62 Sm 63 Eu 64 Gd 65 Tb 66 Dy 67 Ho 68 Er 69 Tm 70 Yb 71 Lu

Legend:
Ferromagnetic Antiferromagnetic
Paramagnetic Diamagnetic

On constate alors que la plupart des éléments chimiques sont paramagnétiques que les diamagnétiques se concentrent à droite de la classification et qu'il y a très peu de substances qui constituent des aimants permanents (ferromagnétiques).

A savoir. Matériaux antiferromagnétiques : contrairement aux ferromagnétiques, l'interaction d'échange entre les atomes voisins conduit à un alignement antiparallèle des moments magnétiques atomiques. L'aimantation totale du matériau est alors nulle. Tout comme les ferromagnétiques, ces matériaux deviennent paramagnétiques au-dessus d'une température de transition, appelée température de Néel.

En plus on peut voir lors de l'expérience suivante, qu'un matériau ferromagnétique peut devenir paramagnétique si on dépasse une certaine température (température de Curie).

Expérience. Clou qu'on chauffe jusqu'à ce qu'il perde ses propriétés ferromagnétiques. Si on n'a pas le temps, montrer une vidéo ?

Lors de cette leçon, nous allons essayer d'expliquer ces phénomènes macroscopiques grâce à des modèles physiques. Le diamagnétisme ne sera pas l'objet de cette leçon.

1 Origine microscopique du magnétisme

Les théories microscopiques que nous allons développer reposent sur l'existence permanente ou induite par le champ magnétique d'un moment magnétique dans la matière.

Pour un atome libre, ce moment magnétique peut être du :

1. au moment cinétique orbital \vec{L} des électrons par rapport au noyau,
2. au spin \vec{S} des électrons.

1.1 Moment magnétique atomique

Magnétisme I de E du Trémolet p249

Approche classique

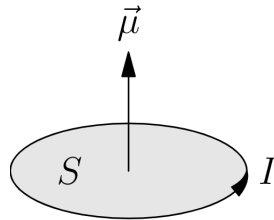
On considère un électron orbitant autour d'un noyau (immobile) avec une trajectoire circulaire plane. Le moment cinétique de l'électron vaut :

$$\vec{L} = m_e \vec{r} \wedge \vec{v} = m_e r^2 w \vec{n} \quad (1)$$

r étant le rayon de la trajectoire, m_e la masse de l'électron, w la vitesse angulaire et \vec{n} le vecteur normal à la surface circulaire plane.

D'autre part on peut assimiler l'orbite de l'électron à une boucle de courant d'intensité $i = \frac{dq}{dt} = -\frac{e}{T} = -\frac{ew}{2\pi}$ où $T = \frac{2\pi r}{v}$ est la période du mouvement dans le cadre de l'ARQS. Ce dipôle magnétique est caractérisé par un moment magnétique :

$$\vec{\mu} = i \vec{S} = -\frac{ew}{2\pi} S \vec{n} = -\frac{ew}{2\pi} \pi r^2 \vec{n} = -\frac{ewr^2}{2} \vec{n} \quad (2)$$



On peut réécrire ce moment de la forme suivante :

$$\vec{\mu} = -\frac{e}{2m_e} \vec{L} = \gamma_e \vec{L} \quad (3)$$

Avec $\gamma_e = -\frac{e}{2m_e}$ le rapport gyromagnétique de l'électron qui est le coefficient de proportionnalité entre le moment cinétique et le moment magnétique.

Problème : Théorème de Van Leeuwen (1911). Ce théorème montre que la résultante du moment magnétique d'un système classique à N particules est toujours nul donc on ne peut pas

expliquer les phénomènes de paramagnétisme et de ferromagnétisme. Cela vient du fait que la partie magnétique de la force de Coulomb est perpendiculaire au mouvement et donc ne travaille pas. On a une énergie indépendante de B . Pas sûre d'avoir le bon raisonnement.

Par conséquence, nous avons besoin de prendre en compte l'aspect quantique pour expliquer ces phénomènes.

Approche quantique

En mécanique quantique, le moment cinétique orbital est quantifié. La projection selon l'axe Oz par exemple est $L_z = m_l \hbar$ où m_l est le nombre quantique magnétique (permet de savoir le nombre de cases quantiques pour une OA donnée), c'est un entier positif.

La relation entre le moment magnétique et le moment cinétique devient :

$$\mu_z = m_l \gamma_e \hbar = -\mu_B m_l \quad \text{où} \quad \mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = |\gamma_e| \hbar \quad (4)$$

Avec $\mu_B \approx 10^{-23} \text{ A.m}^2$ le **magnéton de Bohr**.

Dans le cas d'un proton on aurait :

$$\frac{e\hbar}{2m_p} \quad \frac{\mu_p}{\mu_e} = \frac{m_e}{m_p} \ll 1 \quad (5)$$

où $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ et $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$.

Ainsi les propriétés magnétiques sont essentiellement dues aux électrons.

1.2 Moment magnétique dû au spin

En 1922 Stern et Gerlach réalisent une expérience dans laquelle ils montrent que même les atomes dépourvus de moment cinétique orbital sont quand même déviés par un champ magnétique \vec{B} **non uniforme**. Cela nous amène à définir un moment cinétique intrinsèque purement quantique, le **spin**. Sa projection selon l'axe Oz prend des valeurs quantifiées :

$$S_z = m_s \hbar = \pm \frac{1}{2} \hbar \quad \text{pour l'électron} \quad (6)$$

Où m_s est le nombre quantique magnétique de spin. On trouve :

$$\mu_z = \gamma S_z = 2\gamma_e m_s \hbar = \pm \mu_B \quad (7)$$

où $\gamma = g\gamma_e = 2\gamma_e$, g étant le facteur de Landé (g dépend de si j est entier ou demi-entier. Pour j entier on a le cas classique ($g=1$), pour j demi-entier on a $g=2$.)

Rq. g est déterminé expérimentalement, par exemple dans le cas de l'expérience de Stern et Gerlach, pour les atomes d'argent on obtient deux traces sur la plaque : on en déduit $j = 1/2$ et comme $\mu_z = \pm \mu_B$ on trouve $g = 2$. Valeurs de g pour proton : $g \approx 5,5867$ et pour un neutron $g \approx 3,8261$.

Le moment cinétique total est la somme du moment orbital et du moment de spin.

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S} \quad \text{où} \quad J_z = m_j \hbar \quad m_j = -J, \dots, 0, \dots, J \quad (8)$$

La valeur de J dépend de la particule considérée et donc on peut exprimer le moment magnétique sous la forme :

$$\mu_z = -g m_j \mu_B \quad (9)$$

A savoir. **Effet Zeeman (Prix Nobel 1902)** : Dans un champ magnétique B_0 l'énergie totale de l'atome comprend un terme W d'énergie potentielle qui vient s'ajouter. C'est le terme d'interaction du moment magnétique avec le champ extérieur appliqué. Pour un état atomique caractérisé par g et m_j :

$$\varepsilon = -\mu_z B_0 = g m_j \mu_B B_0 \quad (10)$$

Ainsi un niveau atomique, caractérisé par j , se divise en $2j + 1$ sous niveaux sous l'effet d'un champ magnétique, un pour chaque valeur de m_j : ces sous-niveaux sont d'énergies différentes et permettent, en utilisant la règle de Bohr $\Delta E = h\nu$, d'expliquer quantitativement la décomposition des raies des spectres d'émission ou d'absorption atomiques sous l'effet d'un champ magnétique (effet Zeeman). Je suppose qu'il y a différentes valeurs de m_j , ce qui donne différentes valeurs de ε et en conséquence les raies seront à des énergies différentes.

On peut aussi donner deux règles simples qui permettent de prévoir aisément le magnétisme d'un atome :

1. Une couche électronique entièrement remplie ne possède aucun moment magnétique, les contributions des divers électrons s'annulant les unes les autres.
2. Dans une couche incomplète, les états, de nombres quantiques de spin m_s identiques, se remplissent d'abord, ce qui donne à l'atome le moment cinétique de spin maximal possible (compatible avec le principe d'exclusion de Pauli)

Ainsi les atomes de gaz rare ne possèdent aucun moment magnétique. Par contre les atomes d'alcalin ont des propriétés magnétiques non nulles car ils possèdent un seul électron en dehors de couches complètes ; en particulier dans leur état fondamental ($n=1, l=0, m_l = 0$) et leur magnétisme électronique est uniquement dû au spin. Le nombre n donne la couche quantique à laquelle appartient l'électron, le nombre l donne la sous-couche(s,p,d,f), le nb m_l donne le nombre d'orbitales atomiques.

Explication tableau du début. **PROBLEME**. Si je prends l'exemple du Carbone et je fais ce qu'on fait en chimie, sa couche p n'est pas complète donc il a deux électrons célibataires, je dirais qu'il est paramagnétique, pareil par exemple pour la deuxième colonne (alcalino-terreux) où la couche $2s$ est complète donc je dirais qu'ils sont diamagnétiques. Je n'ai pas compris!!!!

2 Paramagnétisme

2.1 Origine

Si on s'intéresse au cas général des matériaux il existe différents comportements magnétiques possibles à l'échelle atomique. Le premier, sans doute le plus courant est celui des matériaux composés d'atomes n'ayant pas de moment magnétique, dans ce cas si l'on soumet le matériau à un champ magnétique alors ce dernier va produire une aimantation, due aux courants initiés dans le solide selon la loi de Lenz, qui induit un champ s'opposant aux champs extérieurs. Dans ce cas l'aimantation est alors très faible et de sens opposée au champ, ces matériaux sont alors dits diamagnétiques

Si par contre les atomes composant le matériau possèdent des propriétés magnétiques (**ce qui veut dire que le nb d'électrons est impair ou que la couche est incomplète?**) (à champ magnétique nul les moments magnétiques ont des directions aléatoires donc la résultante est nulle) alors il y a, en plus de la réponse précédente, une interaction entre les moments dipolaires des atomes et le champ magnétique.

$$\varepsilon_i = -\vec{\mu}_i \cdot \vec{B} \quad (11)$$

On voit alors que cette fois cette interaction va amener l'aimantation à s'orienter dans la même direction que le champ, et cette dernière étant beaucoup plus intense que l'interaction vue plus haut pour les diamagnétiques elle va ici caractériser complètement ces matériaux, qui sont alors dits paramagnétiques. Il ne faut pas oublier que c'est l'agitation thermique qui donne lieu à une orientation aléatoire qui dépendra de la température.

Exemples de matériaux paramagnétiques : dioxygène O_2 , monoxyde d'azote NO ou bien un cristal de chlorure de fer (III).

2.2 Description dans l'ensemble canonique

Complément III.A p309 du Diu de Physique statistique

On considère un solide cristallin, constitué de N atomes ayant des moments magnétiques $\vec{\mu} = -g\mu_B \vec{J}$ (avec g le facteur de Landé et $\mu_B = \gamma_e \hbar = \frac{he}{2m}$ le magnéton de Bohr et \vec{J} le moment cinétique total, spin plus orbital) et à l'équilibre thermique avec l'extérieur, qui fait office de thermostat. On suppose ici que ces moments magnétiques n'interagissent pas entre eux ou alors très faiblement, on les considèrera donc comme indépendants. On va considérer le cas simple où les moments magnétiques n'ont que deux niveaux, cela revient à considérer le cas $j = \frac{1}{2}$ ou le cas d'un spin $\frac{1}{2}$. On a alors deux valeurs propres pour μ_z (avec l'axe Oz défini par le champ magnétique extérieur $\vec{B} = B_0 \vec{e}_z$) qui sont $\pm g\mu_B/2$, associées aux énergies propres $\varepsilon_{\mp} = \mp g\mu_B B/2 = \mp \varepsilon$ puisque le hamiltonien d'interaction entre le champ et les moments magnétiques est défini comme

$$\mathcal{H} = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -g\mu_B J_z B_0 \quad (12)$$

On considère que notre système est à l'équilibre thermique à la température T avec le thermostat, on a alors, en notant N_+ (resp N_-) le nombre d'atomes dans l'état d'énergie ε_+ (resp ε_-) et dans un volume V , que les probabilités d'occupation de ces états sont

$$P_+ = \frac{N_+}{N} = Ae^{-\beta\epsilon_+} \quad \text{et} \quad P_- = \frac{N_-}{N} = Ae^{-\beta\epsilon_-} \quad (13)$$

où $\beta = 1/k_B T$, $N = N_+ + N_-$ et où A est tel que $P_+ + P_- = 1$ donc $A = 1/\exp(-\beta\epsilon_+) + \exp(-\beta\epsilon_-)$ On trouve alors le moment magnétique par unité de volume M_z :

$$M_z = \frac{N_+}{V}\mu_z - \frac{N_-}{V}\mu_z = \frac{N}{V}\mu_z \frac{e^{\beta\epsilon_-} - e^{-\beta\epsilon_+}}{e^{\beta\epsilon_-} + e^{-\beta\epsilon_+}} = \frac{Ng\mu_B}{2V} \tanh\left(\frac{\beta g\mu_B B_0}{2}\right) \quad (14)$$

Si on considère qu'à l'équilibre tous les moments ont relaxés jusqu'à être alignés sur l'axe défini par le champ on a alors

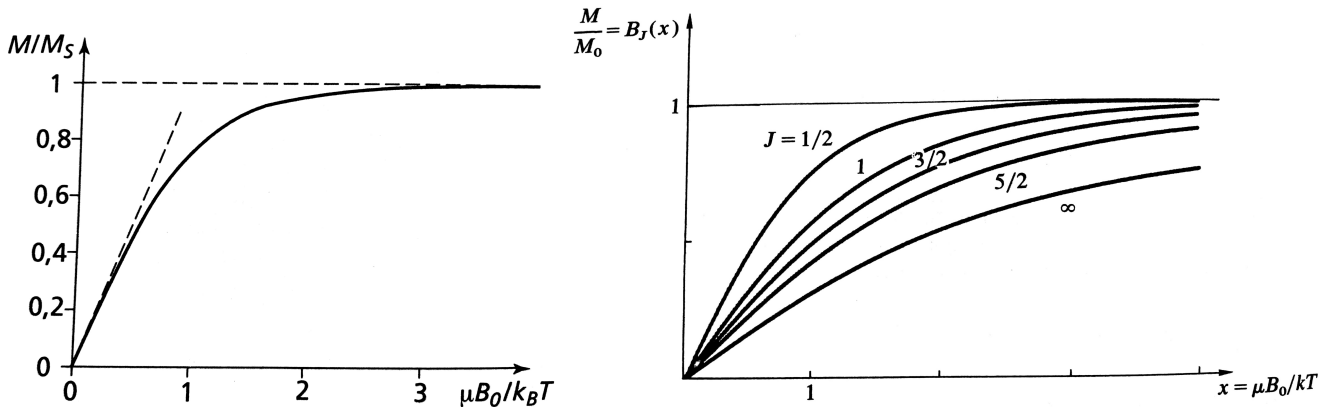
$$M = M_z = M_s \tanh\left(\frac{g\mu_B B_0}{2k_B T}\right) \quad (15)$$

cette équation est l'équation d'état d'un système de spins, reliant à l'équilibre l'aimantation aux variables externes B et T . Dans le cas général $j \neq \frac{1}{2}$ on a une expression plus compliquée mais comparable représentée sur la figure ci dessous. [Mettre en annexe la fonction de Brillouin.](#)

On remarque que l'aimantation prend une valeur particulière lorsque :

$$\frac{g\mu_B B_0}{2k_B T} \gg 1 \quad \tanh\left(\frac{g\mu_B B_0}{2k_B T}\right) \approx 1 \quad (16)$$

On définit alors l'aimantation à saturation M_s qui constitue l'aimantation maximale que l'échantillon peut posséder, c'est à dire lorsque les moments sont alignés dans la même direction. Cette condition est vérifiée à basse température ou pour des champs B élevés. Si on se place à température ambiante $T = 300K$ on a $B_0 \gg 300T$ ce qui n'est pas réalisable en pratique car on arrive à produire des champs de l'ordre de la dizaine de Tesla au plus. C'est pour cette raison que les effets paramagnétiques se font voir à basse température.



Si on s'intéresse à l'autre extrémité, on trouve la loi de Curie.

2.3 Loi de Curie

Pour des températures telles que la température ambiante avec des champs raisonnables, on trouve :

$$\frac{g\mu_B B_0}{2k_B T} \ll 1 \quad \tanh\left(\frac{g\mu_B B_0}{2k_B T}\right) \approx \frac{g\mu_B B_0}{2k_B T} \quad (17)$$

Dans ce cas on trouve la relation :

$$M = \frac{N}{V} \left(\frac{g\mu_B}{2}\right)^2 \frac{B_0}{k_B T} \quad (18)$$

du type $M = \chi B_0$ où χ est la susceptibilité, dans la pratique on utilisera la susceptibilité **paramétrique** $\chi_m = \mu_0 \chi$ sans unité avec μ_0 la perméabilité diélectrique du vide. Ici on a alors :

$$\chi_m = \mu_0 \frac{N}{V k_B} \left(\frac{g\mu_B}{2}\right)^2 \frac{1}{T} = \frac{C}{T} \quad \textbf{Loi de Curie} \quad (19)$$

on a donc une variation en $1/T$ conforme à la loi expérimental donnée par **Pierre Curie en 1895**.

2.4 Désaimantation adiabatique

Nous avons vu que l'expression de l'aimantation est une fonction du champ magnétique et de la température $M(B, T) = M\left(\frac{B}{T}\right)$. Il est possible de montrer que de même, l'entropie magnétique, c'est à dire lorsque l'on ne considère que la contribution du champ magnétique, est de la même forme $S(B, T) = S\left(\frac{B}{T}\right)$.

On peut utiliser cette propriété pour refroidir un échantillon, effectivement si on effectue une transformation adiabatique et réversible (isentropique), on obtient :

$$S\left(\frac{B_i}{T_i}\right) = S\left(\frac{B_f}{T_f}\right) \quad \text{où } i = \text{initial} \quad f = \text{final} \quad (20)$$

$$\frac{B_i}{T_i} = \frac{B_f}{T_f} \quad T_f = T_i \frac{B_f}{B_i} \quad (21)$$

Donc si le champ final est moins intense que le champ initial il y a refroidissement.

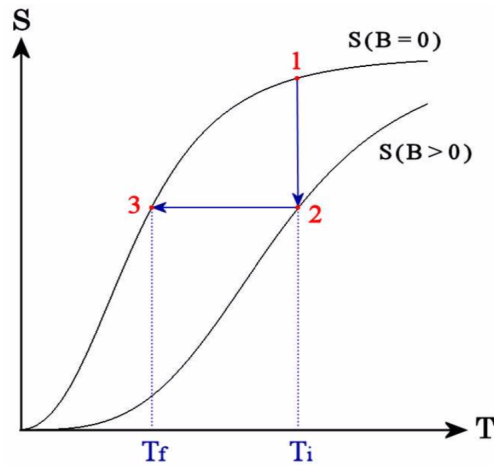
Comment fait-on en pratique ?

On considère un système paramagnétique :

- On le refroidit, avec de l'hélium liquide par exemple, jusqu'à une température de l'ordre du Kelvin. L'entropie magnétique est la contribution dominante à l'entropie totale (on peut ne plus prendre en compte l'agitation thermique).
- Système en équilibre à T_i dans B_i , isolé thermiquement et on réalise une transformation isentropique en diminuant le champ jusqu'à ce qu'il soit nul. Les moments magnétiques se désalignent du champ mais pour pouvoir se désaligner ils ont du prendre du travail quelque part, il prennent du travail de l'agitation thermique, ainsi la température diminue.

- On rallume brusquement le champ, on a une aimantation à température constante.
- On repète l'opération.

En pratique on peut passer de $1K$ à $10^{-3}K$.



Commenter graphique : **Point 1.** T_i (on a déjà refroidi jusqu'à $1K$), $B = 0$ on applique alors un champ magnétique B (aimantation isotherme), les moments magnétiques s'alignent selon \vec{B} donc le système est plus ordonné, S diminue. **Point 2.** On supprime B , la température diminue. On a réalisé une désaimantation adiabatique.

Lorsqu'on arrive à très basse température, il faut prendre en compte les autres composantes de l'entropie et les interactions entre spins, et donc la formule de l'entropie n'est plus valable.

Le modèle que l'on vient d'expliciter permet de rendre compte des observations pour les matériaux dits paramagnétiques, mais il existe une autre classe de matériaux magnétiques possédant un comportement différent. En effet si on regarde le cas d'un aimant, les atomes qui le composent ont bien une activité magnétique, mais contrairement au cas explicité ici, ils ont **une aimantation non nulle même en absence de champs extérieur** ... pourquoi? Sans doute dans ce cas on ne peut pas négliger l'interaction entre les moments magnétiques des atomes, tout simplement.

3 Ferromagnétisme

Complément III.J p445 du Diu de stat

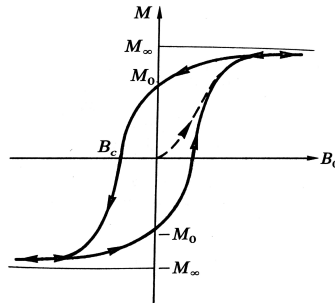
Les matériaux ferromagnétiques possèdent une aimantation même en absence de champ extérieur. Cette propriété suggère qu'à l'état microscopique, les moments magnétiques sont ordonnés dans le cristal.

Les corps présentant cette propriété sont rares : Fe, Co, Ni et leurs alliages principalement.

	T_c	M_s ($\times 10^4$ A/m)
Fer	1043	14
Cobalt	1388	11
Nickel	627	4

3.1 Présentation du phénomène

Comme nous avons vu dans des leçons précédentes, on peut avoir accès aux comportements de l'aimantation en fonction du champ imposé et tracer expérimentalement le cycle d'hystérésis :



Au delà de la **température de Curie** ce cycle disparaît pour laisser place à une courbe similaire au cas des matériaux paramagnétiques.

Pour expliquer ce phénomène d'hystérésis, P. Weiss a émis en 1910 une hypothèse, aujourd'hui vérifiée par microscopie, qui stipule qu'un cristal ferromagnétique qui est en dessous de la température de Curie, est structuré en domaines possédant une aimantation non nulle mais ayant une orientation différente d'un domaine à l'autre. L'aimantation de ces domaines qui ont une taille de l'ordre du μm va alors s'aligner au champ extérieur à travers de deux dynamiques distinctes : les domaines dont l'aimantation est alignée au champ grossissent, et l'aimantation des autres s'aligne selon le champ.

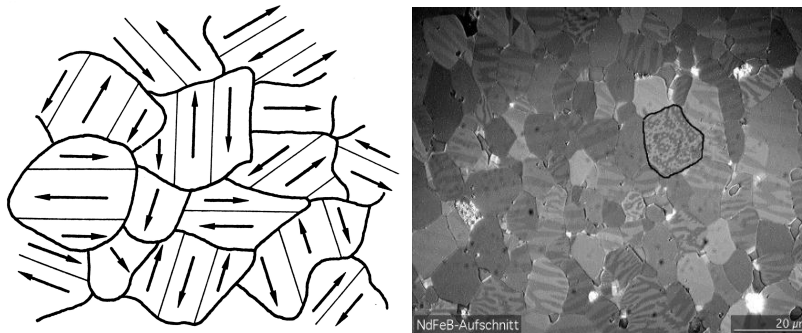


FIGURE 1: Photo de droite : Observation à microscope à effet Kerr en 2005 des grains microcristallins dans un morceau de NdFeB

Maintenant qu'on a une idée qualitative de ce qui caractérise le ferromagnétisme on va regarder ce qu'il se passe plus en détail, en se plaçant dans un volume ne couvrant qu'un seul domaine de Weiss pour plus de simplicité.

A savoir. Les zones de transition entre deux domaines d'aimantation différents s'appellent *parois de bloch*. Il y en a différents types...

3.2 Étude quantitative

On considère donc ici un cristal monoatomique de volume V en équilibre avec un thermostat à la température T et soumis à un champ magnétique uniforme $\vec{B} = B\vec{e}_z$. Les paramètres extérieurs sont donc V , T , et \vec{B} , et on cherche à déterminer l'expression de l'aimantation ou moment magnétique par unité de volume :

$$\vec{M} = \frac{\vec{\mu}}{V} \quad (22)$$

en fonction de ces paramètres. Si on considère qu'il y a N spins $1/2$ dans ce volume V on a alors a priori :

$$M = M_z = \frac{Ng\mu_B}{2V} \tanh\left(\frac{g\mu_B B}{2k_B T}\right) \quad (23)$$

comme on l'a montré pour un solide paramagnétique dans lequel les spins n'interagissent pas entre eux. Mais dans ce cas M s'annule à champ nul et ce quelle que soit la température, ce qui n'est pas en accord avec les observations. Il faut donc cette fois prendre en compte les interactions spin-spin, que l'on peut a priori modéliser de façon générale par l'énergie d'interaction :

$$H_{ij} = -J_{ij} \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j, \quad (24)$$

où J_{ij} est le *coefficient de couplage*. Il doit être positif pour que les spins s'alignent, et ne peut que décroître avec la distance entre les atomes. On peut considérer que J_{ij} décroît de façon suffisamment rapide quand la distance croît pour que nous n'ayons à tenir compte que de l'interaction entre voisins immédiats, ce qui mène au hamiltonien total pour le cristal :

$$\mathcal{H} = -g\mu_B \vec{B} \cdot \sum_{i=1}^N \vec{S}_i - J \sum_{\text{premiers voisins}} \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j \quad (25)$$

appelé hamiltonien de Heisenberg. On vérifie que son état fondamental correspond au cas où tous les spins sont alignés dans la direction du champ extérieur.

Cet hamiltonien est la somme de nombreux termes couplés et nous ne sommes pas capables, à ce jour, d'en déduire analytiquement la fonction de partition associée, on va tout de même pouvoir obtenir un résultat en faisant une approximation de champ moyen.

3.3 Approximation de champ moyen

C'est une approximation courante en physique du solide qui consiste, dans un problème où on considère l'interaction d'un corps avec un grand nombre d'autres éléments décorrélés, à considérer que cette interaction peut se résumer à une interaction avec un champ moyen représentant l'ensemble des autres corps.

On a, pour un site i du réseau,

$$H_i = -\vec{S}_i \cdot [g\mu_B \vec{B} + J \sum_{j \in v(i)} \vec{S}_j] = -g\mu_B \vec{S}_i \cdot \underbrace{\left(\vec{B} + \frac{J}{g\mu_B} \sum_{j \in v(i)} \vec{S}_j \right)}_{B^{(i)}} \quad (26)$$

où $v(i)$ est l'ensemble des plus proches voisins du site i . On voit que tout se passe comme si ce site était soumis à un champ magnétique effectif $B^{(i)}$.

L'approximation de champ moyen consiste alors à négliger les fluctuations de ce champ effectif et à le remplacer par sa valeur moyenne. Or, dans un cristal chaque spin a la même valeur moyenne définie à partir de l'aimantation :

$$\vec{M} = \frac{N}{V} \langle \vec{\mu} \rangle = \frac{N}{V} g\mu_B \langle S_j \rangle \Rightarrow \langle \vec{S}_j \rangle = \frac{V}{Ng\mu_B} \vec{M} \quad (27)$$

et on en déduit ainsi

$$\vec{B}_{eff} = \langle \vec{B}^{(i)} \rangle = \vec{B} + \frac{J}{g\mu_B} \sum_{j \in v(i)} \frac{V}{N} \frac{\vec{M}}{g\mu_B} = \vec{B} + \underbrace{\frac{J}{(g\mu_B)^2} \frac{pV}{N} \vec{M}}_{\text{champ moléculaire}} \quad (28)$$

où p est le nombre de premiers voisins, et le *champ moléculaire* traduit l'action sur le site (i) des autres sites du cristal. On peut réécrire :

$$\vec{B}_{eff} = \langle \vec{B}^{(i)} \rangle = \vec{B} + \lambda \vec{M} \quad \text{avec} \quad \lambda = \frac{Jp}{(g\mu_B)^2} \frac{V}{N} \quad (29)$$

On voit alors que le champ effectif ne dépend plus du site : on a donc découplé l'Hamiltonien de Heisenberg. De plus, le problème se ramène maintenant au cas du paramagnétisme (particules indépendentes) mais avec cette fois un champ effectif, on a donc :

$$M = N \frac{g\mu_B}{2V} \tanh \left(\frac{g\mu_B}{2kT} B_{eff} \right) = N \frac{g\mu_B}{2V} \tanh \left(\frac{g\mu_B}{2kT} (B + \lambda M) \right) \quad (30)$$

où on a projeté \vec{B} et \vec{M} sur \vec{e}_z puisque à l'équilibre les deux sont alignés selon le même axe. On constate que cette fois le second membre dépend de l'aimantation, les solutions de cette équation vont donc nous donner les valeurs permises de l'aimantation. Cette équation est plus facile à résoudre graphiquement en regardant les intersections des deux fonctions de l'aimantation.

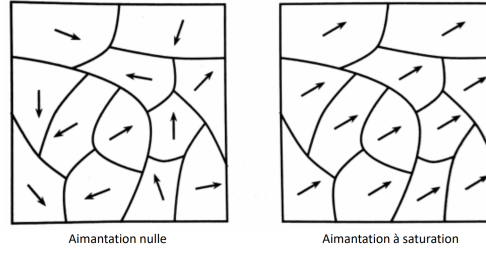
3.4 Transition ferro-para

En champ nul

On peut résoudre graphiquement l'équation :

$$\frac{M}{M_\infty} = \tanh \left(\frac{pJ}{4k_B T} \frac{M}{M_\infty} \right) \quad M_\infty = \frac{Ng\mu_B}{2V} \quad (31)$$

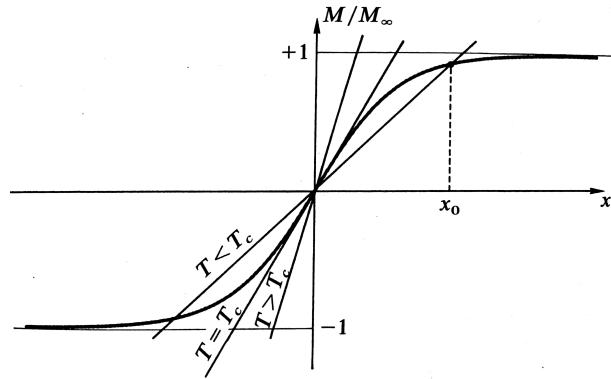
où M_∞ est l'aimantation maximum que peut prendre le cristal (aimantation à saturation) elle correspond à l'état parfaitement ordonné dans lequel tous les moments magnétiques pointent dans la même direction (*Figure PSI Dunod tout en un*).



En traçant les fonctions :

$$\frac{M}{M_\infty} = \tanh(x) \quad \text{et} \quad \frac{M}{M_\infty} = \frac{4k_B T}{pJ} x \quad (32)$$

On cherche les points d'intersection de ces deux courbes :

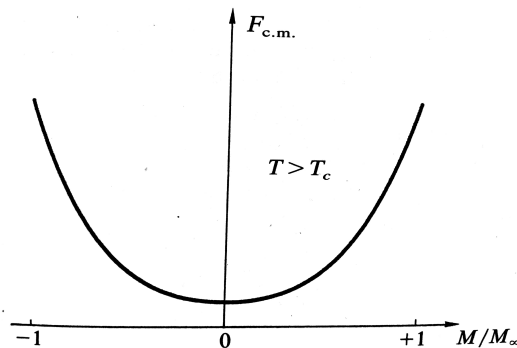


On voit qu'en définissant une température critique T_c (Température de Curie) :

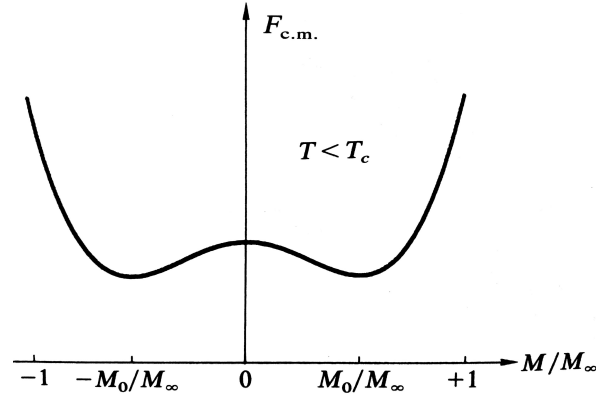
$$T_c = \frac{pJ}{4k_B} \Rightarrow \frac{M}{M_\infty} = \frac{T}{T_c} x \Rightarrow \tanh\left(\frac{T_c}{T} \frac{M}{M_\infty}\right) \quad (33)$$

On a trois cas différents :

- Si $T > T_c$ il n'y a pas de solution non nulle, $M = 0 \Rightarrow$ paramagnétisme. Ce qui correspond à l'énergie libre :



- Si $T < T_c$ il y a deux solutions symétriques, $M \neq 0 \Rightarrow$ ferromagnétique. Ce qui correspond à l'énergie libre :



- Si $T = T_c$ limite entre les deux cas

[Faire lien avec la manip d'introduction](#)

On a calculé l'énergie libre à partir de l'Hamiltonien que l'on a établi, elle nous permet de voir si les solutions sont stables. **regarder, pas très clair et après le mettre en annexe**

On a donc à une certaine température un passage de ferromagnétique au paramagnétique, c'est à dire une transition de phase.

A savoir. La température critique du fer par exemple est de 1043 K ce qui veut dire que quand on se place à température ambiante, le fer est ferromagnétique. Alors pourquoi on n'observe pas d'aimantation spontanée ? Car comme on a vu précédemment, les domaines de Weiss sont de l'ordre du μm et à l'échelle macroscopique, l'aimantation est moyennée et provient de la compétition de différents types d'énergie : interaction magnétique dipolaire (à longue portée) pour minimiser cette énergie **il faut que le nombre de domaines augmente** et l'énergie d'échange (forte et à courte portée) elle tend au contraire à étendre un domaine unique à l'ensemble du cristal (signe moins devant donc spins alignés, énergie minimale). **Alors à température ambiante c'est l'interaction magnétique dipolaire qui prédomine ?**

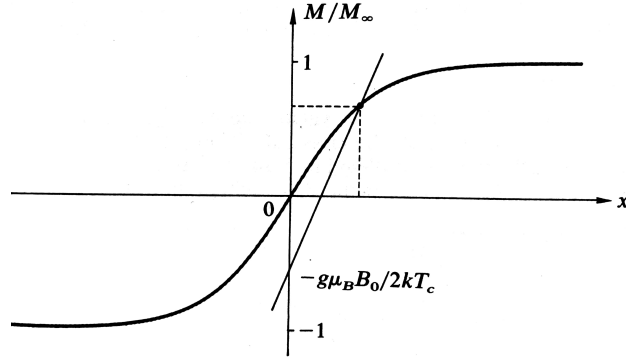
Cas général

$$\frac{M}{M_{\infty}} = \tanh\left(\frac{T_c}{T}(B + \lambda M)\right) = \tanh\left(\frac{g\mu_B B}{2k_B T} + \frac{T_c}{T} \frac{M}{M_{\infty}}\right) \quad (34)$$

$$\frac{M}{M_{\infty}} = \tanh(x) \quad \text{et} \quad \frac{M}{M_{\infty}} = \frac{T}{T_c} x - \frac{g\mu_B}{2k_B T_c} B_0 \quad (35)$$

On va résoudre graphiquement aussi. T fixe la pente de la droite et B détermine son ordonnée à l'origine.

- Si $T > T_c$ la pente de la droite est supérieure à la dérivée de la tangente hyperbolique en tout point. Il y a toujours un seul point d'intersection correspondant à un minimum d'énergie libre.



Quand B tend vers 0, le point d'intersection des deux courbes se rapproche de l'origine ; on fait un développement limité de $\tanh(x) \approx x$ et on trouve :

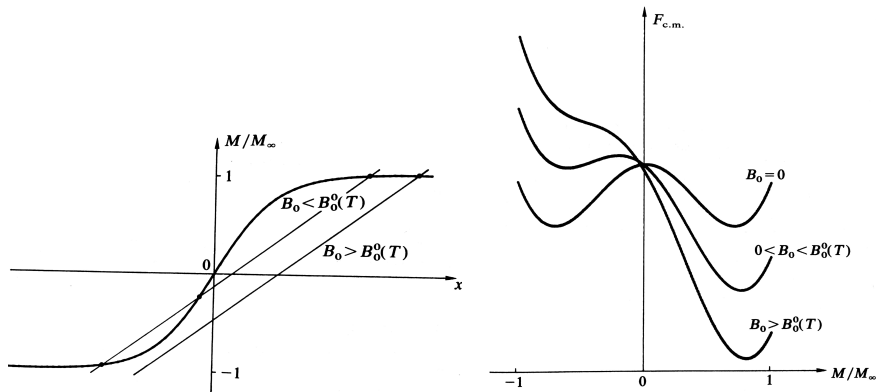
$$\frac{M}{M_\infty} \approx \frac{g\mu_B B_0}{2k_B(T - T_c)} \quad (36)$$

On peut alors définir la susceptibilité magnétique $M_z = \mu_0 \chi_m B_0$ où :

$$\chi_m = \frac{C}{T - T_c} \quad \text{Loi de Curie-Weiss} \quad (37)$$

où la valeur de C est la même que nous avons trouvé dans l'étude paramagnétique.

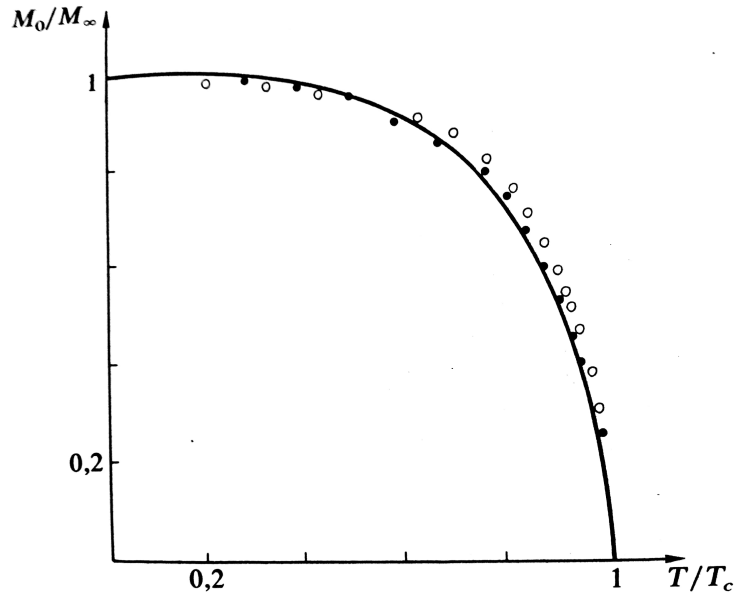
- Si $T < T_c$ il y a deux cas possibles suivant la valeur de B_0 . Pour des fortes valeurs de B_0 il n'y a qu'un seul point d'intersection ; l'énergie libre possède un seul minimum qui correspond à l'aimantation d'équilibre du système. Lorsque B_0 diminue en dessous d'une valeur $B_0^0(T)$ apparaissent deux autres points d'intersection.



[Regarder comment déterminer \$B_0\(T\)\$ graphiquement pag 462 Diu, peut être mettre odG ?](#)

On voit que cela correspond bien au cycle d'hystérésis présenté au début de cette partie (l'aimantation ne s'annule pas quand B_0 s'annule), notre modèle semble donc rendre compte du comportement observé.

On peut aussi comparer la courbe d'aimantation en fonction de la température avec des résultats expérimentaux : [regarder](#)



avec les points noir pour le cobalt et nickel, et les blancs pour le fer. On constate alors que l'accord est excellent, si ce n'est pour $T \simeq T_c$ mais cela n'a rien de surprenant : c'est la zone où les fluctuations sont déterminantes, fluctuations que nous avons négligé en faisant l'approximation de champ moyen.

Conclusion

On a pu voir au cours de cette leçon comment on pouvait mêler thermodynamique, physique statistique, mécanique quantique et électromagnétisme pour expliquer, finalement assez simplement les deux comportements magnétiques que sont le paramagnétisme et le ferromagnétisme. L'approximation de champ moyen effectuée ne permet pas de rendre compte de toutes les subtilités du ferromagnétisme, mais une étude numérique du hamiltonien de Heisenberg peut permettre d'aller plus loin.

Questions que je me pose

- Susceptibilité en fonction de H ou de B ?
- Pourquoi il y a des aimants qui se désaimantent et il y a des aimants qui ne se désaimantent pas (ou moins vite) ? ça dépend du matériau peut être ?
- Si ferro au dessus de T_c , paramagnétique mais pas le même paramagnétisme ? Compétition avec agitation thermique fait qu'ils ne sont pas parallèles. Dans le cas paramagn., ils sont indépendents, pas de compétition.
- Limites du champ moyen ? Quand on fait champ moyen, on ne s'occupe pas de comment sont placés ou répartis les spins, on ne s'occupe que de la moyenne, on oublie toutes les corrélations.
- Exposants critiques (pag 465 Dui)
- Pourquoi la transition ferro/para est une transition de second ordre ? Les transitions du deuxième ordre sont celles pour lesquelles la dérivée première par rapport à une des variables thermodynamiques de l'énergie libre est continue mais pas la dérivée seconde qui présente une discontinuité. Dans le cas ferro-para : la dérivée première de l'énergie libre par rapport au champ magnétique appliqué est l'aimantation, la dérivée seconde est la susceptibilité magnétique et celle-ci change de manière discontinue à la température dite de Curie.

Questions posées l'année dernière 2018/2019

- Tu veux dire quoi par modèle Coulombien ? C'est quoi un dipôle électrostatique ?
- Unités de M et de m ?
- Le moment cinétique L est lié à quoi ?
- Grandeur qui caractérise le dia et para et ferro ? susceptibilité. Ordre de grandeur ?
- Relation entre J , S et L ?
- Energie spin, laquelle est l'énergie la plus basse ?
- Pourquoi tu as montré le cycle d'hystérésis ?
- Hamiltonien, pourquoi j est positif ?
- Graphe champ nul. Est-ce qu'avec ce graphe tu peut tracer l'aimantation en fonction de la température ? Tracez-le. Comment s'appelle le point qui coupe les ordonnées ? (M_{inf})
- Pourquoi on ne parle pas du moment magnétique nucléaire ? Car le noyau est beaucoup plus lourd et alors le moment magnétique est beaucoup plus petit.
- Différence entre para et ferro au niveau microscopique ?

Questions BOOK ENS et retour d'autres années

Agrégation 2018 - Note : 20/20

Questions : - Quelle est l'origine physique du facteur de Landé ? Avez-vous déjà entendu parler du couplage spin-orbite ? Le facteur de Landé apparaît-il dans l'expression du magnéton de Bohr (suite à une erreur de ma part, qui le faisait effectivement figurer) ? Comment l'estime-t-on ? - Comment se traduit la transition de phase para/ferro en terme de potentiel thermodynamique ? - Qu'est-ce que le diamagnétisme ? - Comment mesure-t-on, en pratique, la susceptibilité paramagnétique des matériaux solides ? Et liquides ? - Quel est l'ordre de la transition para/ferro ? - Qu'est-ce que le "champ moléculaire" ? - Quelles sont les applications des matériaux ferromagnétiques, autres que la boussole (dont j'avais déjà parlé en introduction) ? Comment classe-t-on les matériaux ferromagnétiques ? Dans les transformateurs, on utilise quelle catégorie, et pourquoi ?

Agrégation 2010 - Note : 16/20

On m'a demandé de revenir sur l'approximation de champ moyen et de préciser de quelle moyenne il était question. Quelle est la grosse différence entre les matériaux ferromagnétiques et paramagnétiques ? J'ai parlé de la constante de couplage lors de l'étude du ferromagnétisme et je l'avais choisie positive pour le raisonnement. On m'a demandé l'origine de cette constante de couplage et son signe. Dans quel cas peut-elle être négative ? Donner des ordres de grandeurs des susceptibilités magnétiques. J'avais choisi la résolution graphique pour l'étude de l'aimantation induite des corps ferromagnétiques, on m'a demandé s'il était possible de faire autrement. D'autres petites questions ont porté sur la définition de l'énergie interne, de l'énergie libre, de différentes formules de physique statistique. On m'a questionné ensuite sur les domaines de Weiss. Pourquoi a-t-on besoin d'un microscope polarisant pour les observer ? Quels sont les propriétés optiques des milieux ferromagnétiques ? Commentaires personnels : j'ai voulu réaliser deux expériences : l'observation des domaines de Weiss et la transition ferro/para. Je n'ai pas eu le temps de faire la seconde en live. Par contre, j'ai l'impression qu'ils ont aimé l'observation des domaines de Weiss. Les techniciens ont été super !