



Figure 7.2

$$u_\nu d\nu \times dV \times \frac{d\Omega}{4\pi}$$

où $dV = dS \times c \cos \theta dt$ est le volume du cylindre et $d\Omega/4\pi$ la fraction de photons dirigés dans l'angle solide $d\Omega$. L'énergie élémentaire rayonnée par l'orifice pendant la durée dt et dans l'intervalle de fréquence $d\nu$ s'obtient en sommant l'expression précédente sur toutes les directions permettant aux photons de sortir. Ceci fait apparaître l'intégrale

$$\int \cos \theta d\Omega = \int \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi = \pi$$

où l'intégration porte sur ϕ variant de 0 à 2π et θ variant de 0 à $\pi/2$ (les valeurs de θ allant de $\pi/2$ à π correspondent à des directions pour lesquelles les photons s'éloignent de l'orifice) ; d'où la valeur de l'énergie émise par l'orifice d'aire dS pendant la durée dt dans l'intervalle de fréquence $d\nu$:

$$e_\nu dS dt d\nu = u_\nu d\nu \times \frac{dS c dt}{4} .$$

En remplaçant u_ν par son expression (7.16), l'émittance spectrale e_ν s'écrit

$$e_\nu = \frac{c}{4} u_\nu = \frac{2\pi h}{c^2} \frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1} . \quad (7.21)$$

L'émittance totale s'obtient par intégration sur tout le domaine des fréquences, soit

$$\mathcal{E} = \int e_\nu d\nu = \frac{c}{4} \int u_\nu d\nu = \frac{c}{4} \frac{U}{V}$$

et, en utilisant l'expression (7.10) de l'énergie interne d'un gaz de photons, on a

$$\mathcal{E} = \frac{ac}{4} T^4 = \sigma T^4 \quad \text{avec} \quad \sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15h^3 c^2} = 5,67 \times 10^{-8} \text{ SI} . \quad (7.22)$$

Ce résultat (loi de Stefan-Boltzmann) montre que l'émittance d'un corps noir n'est fonction que de sa température ; la constante universelle $\sigma = ac/4$ est appelée *constante de Stefan-Boltzmann*. Cette loi est en accord remarquable avec les observations ; en particulier la valeur mesurée de σ coïncide avec sa valeur théorique (7.22). De même, l'émittance spectrale du corps noir obéit parfaitement à la loi de répartition (7.21) ; la loi de Planck a en fait été vérifiée en mesurant l'émittance spectrale e_ν du corps noir et non la densité spectrale d'énergie volumique u_ν du gaz de photons. La figure 7.3 représente l'émittance spectrale du corps noir à plusieurs températures.