

Photocopier:
- notre graphite
- leçons postées

LP 20 - Diffraction par des structures périodiques

Intro

Diffraction... déviation de la lumière qui ne s'explique ni par la réflexion, ni par la réfraction

inversion des échelles : fentes (1, 2), trous
~~Lyopades par un réseau par intro qualitative~~

I - Diffraction par un réseau de fentes des ondes lumineuses

1/ Calcul de l'intensité diffractée

Approximation de Fraunhofer $\frac{a^2}{\lambda D} \ll 1$

$$\underline{\Psi}(u) = \int \underline{t}(\vec{r}) e^{-i 2\pi \vec{u} \cdot \vec{r}} d\vec{r}$$

$\underline{t}(\vec{r})$ transmittance

1 fente $I \propto |\underline{\Psi}|^2 = l^2 \text{sinc}^2(\pi u l)$
 $u = \frac{\sin \theta - \sin \theta_0}{\lambda}$

l largeur d'une fente
fréquence spatiale

$$i = \frac{\lambda D}{l} \quad \text{largeur des tâches (hors tâche centrale)}$$

N fentes
 a pas
 l largeur d'une fente

$$\underline{\Psi}(u) = \sum_{m=-N}^{m=+N} \int \underline{t}(x - x_m) e^{-i 2\pi u x} dx$$

avec $x_m = m a$ $X = x - x_m$

$$\Rightarrow \underline{\Psi}(u) = \sum_{m=-N}^{m=+N} e^{-i 2\pi u x_m} \int \underline{t}(X) e^{-i 2\pi u X} dX$$

$$= \sum_{m=-N}^{m=+N} e^{-i 2\pi u x_m} l \text{sinc}(\pi u l)$$

or $\sum_{m=-N}^{m=+N} e^{-i m \phi} \quad \phi = 2\pi u a$

$$= \frac{\sin\left(\frac{N\phi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\phi}{2}\right)} \quad \text{avec } N = 2m + 1$$

Modulateur acousto-optique

$$\Psi(u) = \text{sinc}(\pi u l) \frac{\sin(N\phi/2)}{\sin(\phi/2)}$$

$$\Rightarrow I \propto \Psi \Psi^* = \underbrace{l^2 \sin^2(\pi u l)}_{\text{figure de diffraction d'une fente}} \underbrace{\frac{\sin^2(\pi u a N)}{\sin^2(\pi u a)}}_{R(u)}$$

Intensité maximale si $\sin \theta = \frac{p\lambda}{a}$ $p \in \mathbb{Z}$

$$\Rightarrow \boxed{\sin \theta - \sin \theta_0 = \frac{p\lambda}{a}}$$

Formule Fondamentale
des réseaux

$$i = \frac{\lambda D}{a}$$

2° Approche géométrique

$$S = p\lambda = a \sin \theta$$

Entre 2 rayons interférant de façon
totalement constructive, la différence
de marche est un multiple entier de λ

3° Mesure d'un pas de réseau (OSEF?)

Laser rouge + réseau, observation à grande distance
(Fraunhofer approche)

4° Spectromètre (OSEF)

Dispersion angulaire: $\mathcal{D}_A = \frac{d\theta}{d\lambda}$ or $\sin \theta = \frac{p\lambda}{a}$

$$\frac{d \sin \theta}{d\lambda} = \frac{p}{a} = \cos \theta \frac{d\theta}{d\lambda} = \mathcal{D}_A \cos \theta$$

$$\text{d'où } \mathcal{D}_A = \frac{p}{a \cos \theta}$$

$$\begin{aligned} \text{À l'écran: } \mathcal{D}_l &= \frac{dX}{d\lambda} & X &= S \sin \theta \\ &= f \frac{d \sin \theta}{d\lambda} = \frac{fp}{a} \end{aligned}$$

Pouvoir de résolution

$$PR = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = pN$$

évalué via largeur à mi-hauteur

↳ nombre de fentes éclairées

$$(\Delta u)_{1/2} = \frac{1}{L} \Rightarrow (\Delta \sin \theta)_{1/2} = \frac{\lambda}{L}$$

$$u = \frac{\sin \theta}{\lambda}$$

en incidence normale

$$(\Delta x)_{1/2} = p \frac{\lambda}{L}$$

$$\leq \Delta \lambda \cdot p$$

$$(\Delta \lambda)_{\min} = \frac{\lambda}{pN}$$



II - Diffraction à plusieurs dimensions

→ Étude de la lumière diffractée
répartition spatiale de la
à l'infini nous renseigne sur la
nature / structure du réseau diffractant

1° Formule de Bragg

Démo: $S = d \sin \theta$

$$S_{\text{tot}} = \boxed{2 d \sin \theta = p \lambda} \quad \text{BRAGG}$$

↑ réflexion

$$\sin \theta = \frac{p}{2} \frac{\lambda}{d} \Rightarrow \lambda \sim \text{Rayons X}$$

2° Diffraction des électrons

Dualité onde corpuscule

$$\lambda_{dB} = \frac{h}{p} = \frac{h}{m_e v} \quad \text{si non relativiste}$$

3° Mesure des paramètres de maille du graphite

Besoin de connaître λ donc v des électrons

Canon à électrons, accélérés par U .

$$eU = \frac{1}{2} m_e v^2 \quad \text{en sortie de la zone d'accélération}$$

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m_e}}$$

$$\Rightarrow \lambda_{dB} = \frac{h}{\sqrt{2m_e eU}} \propto \frac{1}{\sqrt{U}}$$

⇒ Coller un scotch sur l'écran, pointer les bords des anneaux au BIC
⇒ moyen de avoir la position des centres des (○) zones lumineuses.



Correction / Remarques :

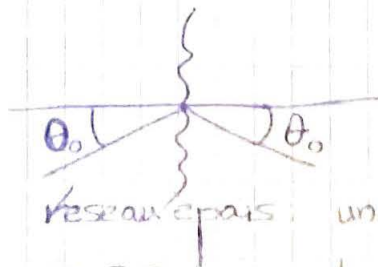
- Pourquoi des anneaux ? Graphite polycristallin, donc on s'attendrait à une figure sphérique, or c'est un cône...
- Diffraction des neutrons : on sonde en profondeur (interaction avec les noyaux)
électrons : plutôt en surface
rayons X : plan réticulaire
- Diffraction des rayons X, remonter à la forme des protéines ?
 - ↳ on les utilise pour sonder un réseau
 - ou on utilise un réseau connu pour sonder les rayons
⇒ spectrométrie

D'abord faire la manip puis l'expliquer, on commence par introduire λ_{dB} et ainsi de suite.

Réduire sur les réseaux plans :

expression de I à 1 fente, $I_N(u) = \underbrace{P(u)}_{\text{module } P(u) \text{ car plus lent}} \underbrace{I_1(u)}_{\text{directions d'interférences constructives géométriques}}$
périodicité {
modulées par la TF du motif
(Figure d'une fente)

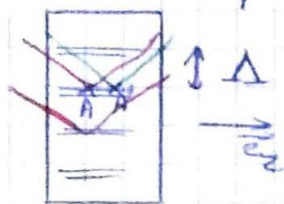
Pourquoi 1 seul pic sur la diffraction des électrons ?



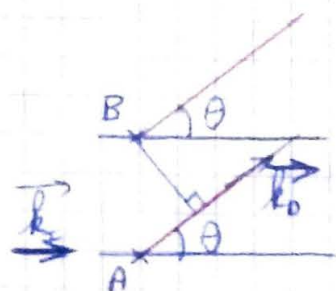
ENS Caen : quelques explications

⇒ Hicone du modulateur acousto-optique

Modulateur acousto-optique



Modulations d'indice liés à des ondes acoustiques



$$\delta = p\lambda \quad (\vec{k}_0 - \vec{k}_I) \cdot \vec{AB} = p\lambda$$

condition vectorielle d'interf. constructives

Mais comme réseau épais : le rayon vert doit interférer aussi

$$\Rightarrow (\vec{k}_0 - \vec{k}_I) \cdot \vec{AA'} = q\lambda = 0 \quad \text{car } \sqrt{AA'} \text{ cela doit être vrai}$$

$$\text{d'où } \vec{k}_0 \cdot \vec{e}_z = \vec{k}_I \cdot \vec{e}_z \quad (\text{car } k_0 = k_I)$$

$$\Leftrightarrow \exists p / \vec{k}_0 - \vec{k}_I = p\vec{G} \quad \text{où } \vec{G} = \frac{1}{a} \vec{e}_z$$

$$\hookrightarrow \vec{k}_0 = p\vec{G} + \vec{k}_I \quad \text{sorte de transfert d'impulsion}$$

$$\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \Rightarrow \vec{a}_i^* = 2\pi \frac{\vec{a}_j \times \vec{a}_k}{\vec{a}_i \cdot (\vec{a}_j \times \vec{a}_k)}$$

Pics de diffraction selon les directions ...

Plus simple on admettra la loi de Bragg.

* Les divers rayonnements interagissent différemment avec la matière

- Mandatory
- rayons X : on voit les éléments lourds
 - électrons : interagissent avec Coulomb \Rightarrow on ne voit "que" la surface, donc on peut les caractériser
 - neutrons : interagissent par interaction forte avec les noyaux (avant tout)
- \Rightarrow on ne sonde pas les mêmes choses, pas au même endroit.
- atomes neutres : gravimétrie à atomes froids

\Rightarrow PANORAMA DE LA PHYSIQUE