R' translation $\vec{v}$ / R.

$$\left(\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right)$$

TL.

$$\gamma_{u'} c = \gamma(\gamma_u c - \beta \gamma_u u_x) \longrightarrow \gamma_{u'} = \gamma \gamma_u \left(1 - \beta \frac{u_x}{c}\right)$$

$$\gamma_u u'_x = \gamma(-\beta\gamma_u c + \gamma_u u_x) \longrightarrow \begin{cases} u_x' = \frac{\gamma\gamma_u}{\gamma_{u'}}(u_x - v) = \frac{u_x - v}{1 - \frac{v}{c^2}u_x} \\ u_y' = \frac{\gamma_u}{\gamma_{u'}} u_y = \frac{u_y}{\gamma\left(1 - \frac{v u_x}{c^2}\right)} \\ u_z' = \frac{\gamma_u}{\gamma_{u'}} u_z = \frac{u_z}{\gamma\left(1 - \frac{v u_x}{c^2}\right)} \end{cases}$$

$$\gamma_{u'} u_y' = \gamma_u u_y.$$

$$\gamma_{z'} u_z' = \gamma_u u_z.$$

On trouve les mêmes.

• Dynamique relativiste

mise en mouv. des particules. Forces électromagnétiques.
Force gravitationnelle négligée.

Dynamique newtonienne

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \qquad p = m\vec{v}$$

cadre relativiste?

I. Quadrivecteurs, quantité de mouvement.

$m \cdot (4-v)$ vitesse

$$(4-\vec{p}) = m \cdot (4-\vec{v}).$$
$$= (\gamma mc, \underbrace{\gamma m\vec{v}}_{\vec{p}})$$

$\vec{p}$ = qtité de mvt relativiste.

$\beta \ll 1$, $v \ll c$

$$\gamma \simeq 1 = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\gamma m\vec{v} \simeq m\vec{v} = \vec{p}$$

$$\gamma mc = \left(1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}\right) mc$$

$$= \frac{1}{c}\left[\underset{E_0}{mc^2} + \underbrace{\frac{1}{2}mv^2}_{E_k}\right].$$

E_k (énergie cinétique).

II. Loi fondamentale de la dynamique.

4-vecteurs.

$$\boxed{\frac{d(4-\vec{p})}{d\tau} = (4-\vec{f})}$$

$$\frac{d\vec{p}}{d\tau} = \vec{f}$$

$dt = \gamma d\tau$ $\longrightarrow$ $\boxed{\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{1}{\gamma}\vec{f} = \vec{F}_{ext}} =$ Force de Lorentz $q.(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$.

$$(4-\vec{f}) = (\quad , \gamma \vec{F}_{ext})$$

III. Théorème de l'énergie

1. Énergie cinétique

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$\underbrace{\vec{F}.\vec{v}}_{\text{Puissance des forces}} = \frac{d\vec{p}}{dt}.\vec{v}$$

$$\vec{v}.\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{v}.\frac{d}{dt}(\gamma m\vec{v})$$

$$= \gamma m\vec{v}\frac{d\vec{v}}{dt} + mv^2\frac{d\gamma}{dt}$$

$$= \frac{\gamma m}{2}\frac{dv^2}{dt} + mv^2\frac{d\gamma}{dt}$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{1}{dt}\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right) = \frac{1}{\cancel{2}}\frac{1}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}} * \frac{\cancel{2}v}{c^2}\frac{dv}{dt}$$

$$= \frac{1}{2c^2}\gamma^3\frac{dv^2}{dt} \Rightarrow \frac{dv^2}{dt} = \frac{2c^2}{\gamma^3}\frac{d\gamma}{dt}.$$

$$\vec{v}.\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{1}{2}\frac{\gamma mc^2}{\gamma^3}\frac{d\gamma}{dt} + mv^2\frac{d\gamma}{dt} = \left(\frac{mc^2}{\gamma^2} + mv^2\right)\frac{d\gamma}{dt} =$$

$$= mc^2.\frac{d\gamma}{dt}\underbrace{\left(\frac{1}{\gamma^2} + \frac{v^2}{c^2}\right)}_{1.} = mc^2\frac{d\gamma}{dt} = \frac{d}{dt}(\underbrace{\gamma mc^2}_{\text{énergie.}})$$

Donc: $\vec{F}.\vec{v} = \frac{d\vec{p}}{dt}.\vec{v} = \frac{d}{dt}(\underbrace{\gamma mc^2}_{\text{énergie totale.}})$

$\gamma \sim 1$

$\beta \ll 1$ $\quad \gamma mc^2 = mc^2 + \underbrace{\frac{1}{2}mv^2}_{E_K}$

Généralisation:

$$E_K = (\gamma - 1)mc^2$$

$$\boxed{E_0 = mc^2 \quad \text{énergie de masse}}$$

Équivalence masse énergie. $\hookrightarrow$ Énergie juste liée à la masse de la particule

$mc^2 = 9 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 8,1 \cdot 10^{-14}$ Joules.

$= \frac{8,1 \cdot 10^{-14}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 511$ KeV (Kilo electrovolt).

$m_e = 511 \text{ KeV}/c^2$.

- Relation entre énergie et quantité de mouvement.

① particule de masse non nulle.

$$\begin{cases} \vec{p} = \gamma m \vec{v} \\ E = \gamma m c^2 \end{cases}$$

pseudo-norme

$$E^2 - p^2c^2 = \gamma^2 m^2 c^4 - \gamma^2 m^2 v^2 c^2 = m^2c^2 \underbrace{\gamma^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}_{1.} = (m^2c^4)$$

$$\boxed{E^2 = m^2c^4 + p^2c^2}$$

$\begin{cases} E \\ pc \\ mc^2 \end{cases}$ homogènes énergies

$p \sim \text{MeV}/c$

$m \sim \text{MeV}/c^2$

$\vec{p} = \underbrace{\gamma m}_{\frac{E}{c^2}} \vec{v}$ $\quad \vec{p} = \frac{E}{c^2} \vec{v}$ $\quad \vec{v} = \frac{c^2 \vec{p}}{E} = c \frac{\vec{p}c}{E}$

② particule de masse nulle

photon.

$E = h\nu$

$m = 0 \rightarrow \begin{cases} E = pc. \\ v = c \end{cases}$ $\quad \vec{p} = \frac{h\nu}{c} \vec{e_x}$

Collisions particules

I. Propriétés générales.

I.1 Lois de conservation.

Système isolé. → conservation de la quantité de mvt totale et conservation énergie totale

$\vec{P}_{avant} = \vec{P}_{après}$.

$\sum \vec{p_i} = \sum \vec{p_f}$

$\vec{p_i} = \gamma_i m_i \vec{v_i}$

$\vec{p_f} = \gamma_f . m_f . \vec{v_f}$

$E_{avant} = E_{après}$.

$\sum_i (m_i c^2 + E_{k_i}) = \sum_f (m_f c^2 + E_{k_f})$

2. Collision élastique/inélastique

élastique = nb de nature des particules, inchangées

E_{max} : totale inchangé

$\Rightarrow$ Conservation énergie

$\boxed{\sum_i E_{k_i} = \sum_f E_{k_f}}$ $\quad \sum m_i = \sum m_f$.

II. Référentiel du centre de masse.

R^* tel que $\vec{p}^* = \vec{0}$ $\quad \sum \vec{p_i}^* = \sum p_f^* = \vec{0}$

système isolé $\rightarrow R^*$ galiléen.

V_c qui est la vitesse de R^* p/r au référentiel du laboratoire

$p_x^* = 0 = \gamma (p_x - \beta \frac{E_{tot}}{c}) = 0$.

$p_y^* = p_y$.

$p_z^* = p_z$.

$p_x = \beta \frac{E_{tot}}{c} = \frac{V_c}{c} . \frac{E_{tot}}{c}$ $\quad \boxed{\vec{V_c} = \frac{c^2}{E_{tot}} . \vec{p}}$

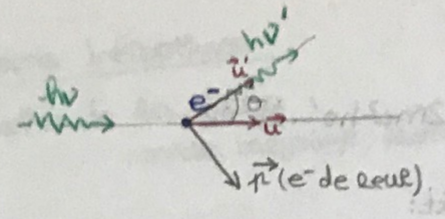
III. Collisions élastiques.

1. Par exemple, deux protons.

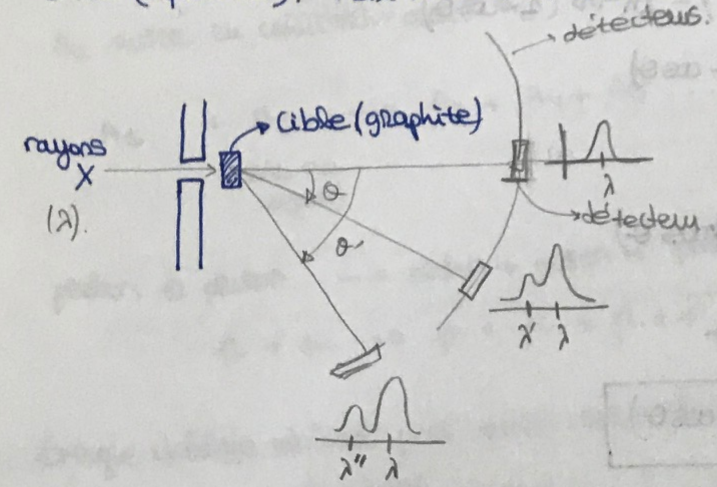
$p + p \rightarrow p + p$.

2. Effet Compton.

collision entre un e^- au repos et un photon.



1923 (expérience). Prix Nobel en 1927.



L'écart entre les longueurs d'onde qui augmente avec le cosinus de l'angle.

$\lambda - \lambda' = \lambda(1-\cos\theta)$.

Pour interpréter cette expérience:

	Avant collision	Après collision.
e^-	$(\vec{0}, mc)$	$(\vec{p}, \frac{E}{c})$
photon	$\left(\frac{h\nu}{c}\vec{u}, \frac{h\nu}{c}\right)$	$\left(\frac{h\nu'}{c}\vec{u}', \frac{h\nu'}{c}\right)$.

- $\frac{h\vec{\nu}}{c}\vec{u} = \vec{p} + \frac{h\nu'}{c}\vec{u}'$ On s'intéresse au photon.
- $mc + \frac{h\nu}{c} = \frac{E}{c} + \frac{h\nu'}{c}.$

$$E^2 - p^2c^2 = m^2c^4$$

(pour l'e^-, on veut se débarasser)

$\Rightarrow \vec{p} = \frac{h\nu\vec{u}}{c} - \frac{h\nu'\vec{u}'}{c}$

$p^2c^2 = (h\nu\vec{u} - h\nu'\vec{u}')^2. = h^2\nu^2 + h^2\nu'^2 - 2h^2\nu\nu'\cos\theta.$

$\Rightarrow E = mc^2 + h\nu - h\nu'$

$$E^2 = m^2c^4 + (h\nu)^2 + (h\nu')^2 + 2mc^2h\nu - 2mc^2h\nu' - 2h^2\nu\nu'$$

En sachant que $E^2 - p^2c^2 = m^2c^4$; on fait:

$$E^2 - p^2c^2 = \cancel{m^2c^4} + 2mc^2(h\nu - h\nu') - 2h^2\nu\nu'(1-\cos\theta) = \cancel{m^2c^4}$$

$$mc^2(h\nu - h\nu') = h^2\nu\nu'(1-\cos\theta)$$

$$\nu = \frac{c}{\lambda} \; ; \; \nu' = \frac{c}{\lambda'}$$

$$mc^2 \, hc\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'}\right) = \frac{h^2c^2(1-\cos\theta)}{\lambda\lambda'}$$

$$\frac{mc}{h}(\lambda' - \lambda) = 1 - \cos\theta$$

$$\boxed{\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1-\cos\theta)}$$

homogène à une longueur d'onde.

λ_c = longueur d'onde de Compton. (intrinsèque à chaque particule).

$\Rightarrow$ électron: $\lambda_c = 0{,}0242$ Å $= 2{,}42$ pm $\rightarrow$ domaine des rayons X.

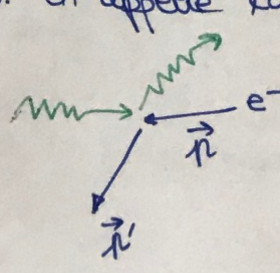
$\rightarrow \Delta\lambda$ indépendante de la longueur d'onde incidente (λ).

Pour qu'elle soit détectable, il faut que l'écart soit de même ordre que la variation de longueur d'onde.

Si je change le graphite pour du fer? Il se passe quoi?

On voit la même chose. car la diffusion est sur les e^-.

Ici l'e^- est au repos, mais on pourrait le faire avec un e^- pas au repos. On appelle ça l'effet Compton inverse. car là le photon gagne énergie et l'e^- en perde. (Au contraire qu'avant)



Si e^- relativiste, gain photon en γ^2.

IV. Collisions inélastiques

Conservation de la charge
nombre baryonique, leptonique...

1. Seuil d'une réaction nucléaire.

A_1 entre en collision avec A_2.

$$A_1 + \underset{\text{(cible au repos)}}{A_2} \longrightarrow A_3 + A_4 + A_5 \dots$$

proton ⊕ proton ⟶ proton + proton + proton + antiproton

$$p + p \rightarrow p + p + p + \bar{p}$$

Énergie cinétique minimale pour avoir cette réaction ?

↳ RCM $\vec{p}^* = \vec{0}$

seuil où toutes les particules au repos après la collision.

$$E^* \geq \Sigma m' c^2$$

$$\text{seuil : } E^* = \sum_f m' c^2$$

Pseudo-norme 4-vecteur total

$$E^{*2} - 0 = \underbrace{(m_2c^2 + E_1)^2 - p_1^2c^2}_{E^2 - p^2c^2}$$

$$(m_2c^2)^2 + E_1^2 + 2m_2c^2E_1 - p_1^2c^2 = (\Sigma m'c^2)^2$$

$$m_2^2c^4 + m_2^2c^4 + 2m_2c^2E_1 = (\Sigma m'c^2)^2$$

$$E_1 = \frac{(\Sigma m'c^2)^2 - m_1^2c^4 - m_2^2c^4}{2m_2c^2}$$

$$E_1 = m_1c^2 + E_{k1}.$$

$$E_{k1}\text{ seuil} = \frac{(\Sigma m'c^2)^2 - m_1^2c^4 - m_2^2c^4 - 2m_1m_2c^4}{2m_2c^2}$$

$$\boxed{E_k \text{ seuil} = \frac{(\sum m' c^2)^2 - (m_1 c^2 + m_2 c^2)^2}{2 m_2 c^2}}$$

⇒ Création $p + \bar{p}$ (proton, antiproton) $m_{\text{antiproton}} = m_{\text{proton}}$.

$\xrightarrow{p}$ $\overset{p}{\bullet}$

masses ⇒ m_p.

$$E_k \text{ seuil} = \frac{(4mc^2)^2 - (2mc^2)^2}{2mc^2} = 6mc^2$$

Sachant que $m_p c^2 \sim 1 \text{GeV}$.

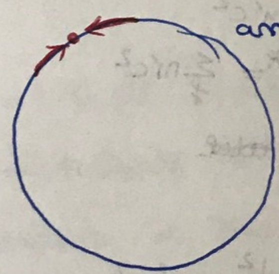
Donc la création d'une paire peut s'obtenir que si $\underline{E_k \geq 6 \text{ GeV}}$

¿Qu'est ce qu'il se passe dans le référentiel du centre de masse? (RCM).

<u>RCM</u> E^*_{seuil} minimum.

$$E^2 - p^2c^2 = E^{*2}$$

$$E \geq E^*$$



anneaux collision

chocs frontaux

$\underbrace{RL}_{\text{ref labo.}} = RCM.$

$$E^*_{\text{seuil}} = \sum mc^2$$

Création paire $E^*_{\text{seuil}} = 4mc^2$

$E^* = 2mc^2 + 2E_k^* \rightarrow \underline{E_k^* = mc^2}$. → d'où l'intérêt d'utiliser des anneaux.

<u>Création paire (e^-, e^+)</u>

$$\gamma + e^- \longrightarrow e^- + (e^+ + e^-).$$

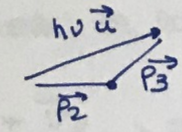
Énergie seuil de l'électron?

$$E_k (\text{seuil}) = \frac{(3m_e c^2)^2 - (m_e c^2)^2}{2 m_e c^2} = 4 m_e c^2 = 2{,}4 \text{ MeV}$$

$\gamma \longrightarrow e^- + e^-$?

cible est nécessaire ?

$$\frac{h\vec{\nu}}{c} = \vec{p_2} + \vec{p_3}$$



$$\left|\frac{h\nu}{c}\right| \leq p_2 + p_3$$

conservation d'énergie $\quad h\nu = \sqrt{m^2c^4 + p_2^2c^2} + \sqrt{m^2c^4 + p_3^2c^2} > p_2c + p_3c$

on peut pas l'avoir sans passer par un cible.

Mouvements des particules chargés dans $\vec{E}$ et $\vec{B}$

I. mouvement d'une particule dans un champ EM.

$\vec{E}, \vec{B}$

particule masse m
charge q.

LFD relativiste:

$$\begin{cases} \dfrac{d\vec{p}}{dt} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}) \\ \vec{p} = \gamma m \vec{v} \end{cases}$$

$\vec{B} \parallel \vec{Oz}$

$$\begin{pmatrix} \dfrac{dp_x}{dt} \\ \dfrac{dp_y}{dt} \\ \dfrac{dp_z}{dt} \end{pmatrix} = q \left[\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ B \end{pmatrix} \right]$$

$$\frac{dp_x}{dt} = qE_x + qv_yB$$

$$\frac{dp_y}{dt} = qE_y - qv_xB$$

$$\frac{dp_z}{dt} = qE_z$$

$$\vec{v} = \frac{c^2\vec{p}}{\varepsilon} = \frac{c^2}{\sqrt{m^2c^4 + p^2c^2}}\vec{p}$$

équations dépendent de $\vec{E}$ et $\vec{B}$

II . champ électrique uniforme

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = q\vec{E}$$

avec $x \parallel \vec{E}$ $\quad \vec{E} = E\vec{e_x}$

$\vec{v_i}$ plan xOy.

$$\frac{dp_x}{dt} = qE \quad ; \quad \frac{dp_y}{dt} = 0 \quad ; \quad \frac{dp_z}{dt} = 0$$

$p_x = qEt + p_{ix}$ $\quad p_y = p_{iy}$ $\quad p_z = p_{iz}$.

mouvement plan

$$v_x = \frac{c^2 p_x}{\sqrt{m^2c^4 + p^2c^2}}$$

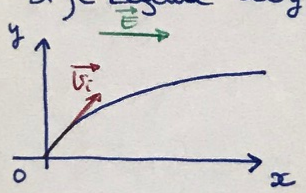
$$\begin{cases} v_x = \dfrac{c^2 [qEt + p_{ix}]}{\sqrt{m^2c^4 + (qEt + p_{ix})^2c^2 + p_{iy}^2c^2}} = \dfrac{dx}{dt} \\ v_y = \dfrac{c^2 p_{iy}}{\sqrt{m^2c^4 + (qEt + p_{ix})^2c^2 + p_{iy}^2c^2}} = \dfrac{dy}{dt}. \end{cases}$$

quand $t \to \infty$ $\quad v_y \to 0$

$$v_x \to \frac{c^2 qEt}{cqEt} = c$$

On pourrait trouver la trajectoire.

Si je regarde xOy:



La particule s'aligne sur le champ électrique.

III. champ magnétique constant

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$$

travail force $= 0$; Énergie constante.

$$E = \gamma mc^2 \rightarrow \gamma = cste.$$
$$|v| = cste$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$$
$$" \frac{d}{dt}(\gamma m\vec{v}) = \gamma m \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \underbrace{\frac{qB}{\gamma m}}_{\omega_B \text{ pulsation cyclotron.}} \left(\vec{v} \wedge \frac{\vec{B}}{|\vec{B}|}\right)$$

Analogue à la physique classique sauf que ω_B dépend de γ et donc de la vitesse de la particule.

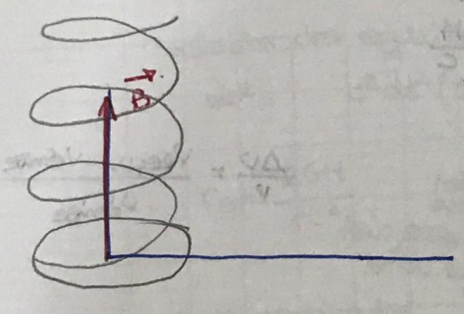
$$\vec{v} = \vec{v}_\perp + \vec{v}_{/\!/} \; (/\!/ \text{ à } \vec{B})$$

$$\frac{d(\vec{v}_{/\!/} + \vec{v}_\perp)}{dt} = q(\vec{v}_\perp \wedge \vec{B})$$

$$\frac{d\vec{v}_{/\!/}}{dt} = \vec{0} \qquad \vec{v}_{/\!/} = cte$$

$$\frac{d\vec{v}_\perp}{dt} = q(\vec{v}_\perp \wedge \vec{B}) = \omega_B \left(\vec{v}_\perp \wedge \frac{\vec{B}}{\|\vec{B}\|}\right)$$ } mouvement circulaire uniforme. et plan.

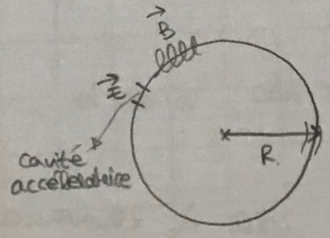
$$\frac{v_\perp^2}{R} = \omega_B v_\perp \qquad v_\perp = \omega_B R \quad \text{ou} \quad R = \frac{v_\perp}{\omega_B}$$



mouvement hélicoïdal le long de l'orientation du champ magnétique

Si l'on veut accélérer des particules, il faut un champ électrique. Le champ magnétique sert à dévier la particule.

$$R = \frac{\gamma m v}{qB.}$$



$v \uparrow$
$\gamma \uparrow$
donc $B \uparrow$

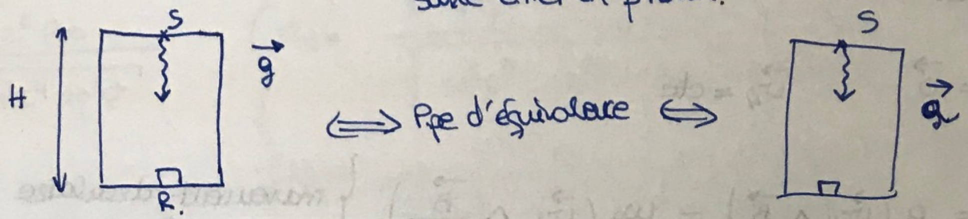
synchrotron.

On accélère, on dévie, on accélère... c'est comme ça qu'on arrive à le faire tourner.

CERN (Organisation Européenne pour la recherche Nucléaire)

- Ppe de relativité générale : généralisation du ppe de relativité restreinte à tous les référentiels, même accélérés. La nature d'un corps est la même.
  - ppe d'équivalence.

Source émet un photon.



$t=0$ émission d'un photon.

temps $\tau = \frac{H}{c}$ vitesse $= g\tau$.

(R) $= g\frac{H}{c}$

Effet Doppler :

↳ pas besoin de correction relativiste car la vitesse de la source n'est pas relativiste

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{\nu_{reçu} - \nu_{émise}}{\nu_{émise}} = \frac{v}{c}$$

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = g\frac{H}{c^2}$$

$$\nu_{reçu} = \left(1 + \frac{gH}{c^2}\right)\nu_{émis}$$

$gH = \Delta\varphi$ (potentiel gravit)

$$\nu_{reçu} = \left(1 + \frac{\Delta\varphi}{c^2}\right)\nu_{émis}$$

$$\boxed{\Delta T_{récepteur} = \left(1 - \frac{\Delta\varphi}{c^2}\right) T_{émetteur}}$$

dû à la variation du champ gravitationnel entre la source et le récepteur.

→ masse de la Terre

$$\Delta\varphi = \frac{GM_{\oplus}}{R+H} + \frac{GM_{\oplus}}{R} \quad ; \quad \left|\frac{\Delta T}{T}\right| = \frac{\Delta\varphi}{c^2} = \frac{GM_{\oplus}}{c^2}\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R+H}\right)$$

O.d.G $R_T = 6400$ Km

$H = 20.000$ Km. $\frac{\Delta T}{T} \sim 5 \cdot 10^{-6}$