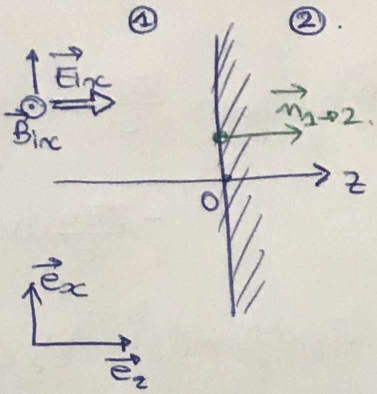
Pression de radiation:

Traitement classique: (équations de maxwell).

Onde plane qui arrive sur un conducteur parfait

$$\vec{E}_{inc} = E_0 \exp(j(\omega t - kz))\vec{e}_x$$

$$B_{inc} = B_0 \exp(j(\omega t - kz))\vec{e}_y.$$



champ à $z<0$:

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_{inc} + \vec{E}_{ref.} = \left[E_{0i} \exp(j(\omega t - kz)) + E_{0r} \exp(j(\omega t + kz))\right]\vec{e}_x$$

relation de passage: $\vec{E}_2 - \vec{E}_1 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{n}_{1\to 2}$ où $\sigma = 0$

et $\vec{E}_2 = \vec{0}$ conducteur parfait.

Donc $-\vec{E}_1 = \vec{0}$

ce qui donne $\boxed{E_{0i} = -E_{0r}}$

$$\vec{E} = E_{0i}\left[\exp(j(\omega t - kz)) - \exp(j(\omega t + kz))\right]\vec{e}_x$$

$$= -E_{0i} \cdot \exp(j\omega t)\underbrace{\left[\exp(ikz) - \exp(-ikz)\right]}_{\sin(kz) \cdot 2i}\vec{e}_x$$

partie réelle $\rightarrow$ $\boxed{\vec{E} = E_{0i} \cdot 2\sin(kz)\sin(\omega t)\,\vec{e}_x}$

$$B_{inc} = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}_{inc}}{\omega} = \frac{E_{0i}}{c}\exp(\omega t - kz)\,\vec{e}_y$$

$$B_{ref} = \frac{-\vec{k} \wedge \vec{E}_{ref}}{\omega} = -\frac{E_{0r}}{c}\exp(\omega t + kz)\vec{e}_y.$$

$$\vec{B} = \frac{E_{0i}}{c}\underbrace{\left(\exp(\omega t - kz) + \exp(\omega t + kz)\right)}\vec{e}_y.$$

$$= \frac{2E_{0i}}{c}\exp(i\omega t) \cdot \cos(kz)$$

partie réelle $\rightarrow$ $\boxed{\vec{B} = \frac{2E_{0i}}{c}\cos(\omega t)\cos(kz)\vec{e}_y}$

Calcul du courant surfacique $\vec{J_s}$:

Relation de passage : $\cancel{\vec{B_2}} - \vec{B_1} = \mu_0 \vec{J_s} \wedge \vec{n}_{1\to2}$; $\vec{B_2} = \vec{0}$

$$-\vec{B_1}\Big|_{interface} = \mu_0 \vec{J_s} \wedge \underbrace{\vec{n}_{1\to 2}}_{=\vec{e_z}}.$$

$$\vec{B}\Big|_{\substack{interface\\ z=0}} = \frac{2E_0}{c}\cos(\omega t)\,\vec{e_y}.$$

$$-\frac{2E_0}{c}\cos(\omega t)\,\vec{e_y} = \mu_0 \vec{J_s} \wedge \vec{e_z}.$$

$$\left(\vec{e_z}\wedge\left(\vec{J_s}\wedge\vec{e_z}\right)\right) = \underbrace{(\vec{e_z}\cdot\vec{e_z})}_{=1}\vec{J_s} - \underbrace{(\vec{e_z}\cdot\vec{J_s})}_{=0}\vec{e_z}.$$

Donc :

$$\boxed{\vec{J_s} = \vec{e_z} \wedge -\frac{2E_0}{c}\cos(\omega t)\,\vec{e_y}.}$$

densité surfacique de courant.

$$\boxed{= \frac{2E_0}{c\mu_0}\cos(\omega t)\,\vec{e_x}}$$

Force de Laplace

$\vec{J}$: densité volumique de courant

$$\vec{F} = q\,\vec{v}\wedge\vec{B} \qquad \vec{J} = \rho\,\vec{v}$$

$$= \frac{q\,\vec{J}}{\rho}\wedge\vec{B}$$

$\left\{\begin{array}{l}\vec{J} : A.m^{-2}\\ \vec{J_s} : A.m^{-1}\end{array}\right.$ $\qquad \vec{J}.m = \vec{J_s}$

$$\boxed{\vec{F_v} = \vec{J}\wedge\vec{B}}$$ Force volumique.

$$\vec{F_v} = \frac{\vec{J_s}}{m}\wedge\vec{B}$$

$$\frac{\vec{F}}{S} = \vec{J_s}\wedge\vec{B} \Rightarrow \boxed{\vec{F} = \vec{J_s}\cdot dS \wedge \vec{B}} \rightarrow$$

$$\vec{F} = \vec{J_s}dS \wedge \vec{B}(z=0) = \frac{2E_0}{c\mu_0}\cos(\omega t)\,dS\,\vec{e_x} \wedge \frac{2E_0}{c}\cos(\omega t)\,\vec{e_y}$$

$$= \frac{4E_0^2}{c^2\mu_0}\cos^2(\omega t)\,dS.\vec{e_z} = 4E_0^2\varepsilon_0\cos^2(\omega t).dS\,\vec{e_z}$$

$$\langle \vec{F}\rangle = 4\varepsilon_0 E_0^2\underbrace{\langle\cos^2(\omega t)\rangle}_{1/2}dS = 2E_0^2\varepsilon_0\,dS \rightarrow \langle P_{rad}\rangle = 2E_0^2\varepsilon_0.$$

OJO, C'EST FAUX

Il faut multiplier par 1/2

VRAI (H-PRÉPA, ONDES) pag 247.

Force de Lorentz:

$$d\vec{F} = (\sigma\vec{E} + \vec{j_s} \wedge \vec{B}) \cdot dS$$

$$= \vec{j_s} \wedge \vec{B} \cdot dS \quad \text{car } \sigma = 0.$$

$$d\vec{F} = \vec{j_s} \wedge \vec{B}_{\text{créé par tous les courants sauf } \vec{j_s}}$$

avec $\vec{B}$ créé par tous les courants sauf $\vec{j_s}$ $= \frac{1}{2}\vec{B}_{total}$

En effet, il ne faut pas prendre la valeur du champ magnétique en $x = 0_-$ ni sa valeur en $x = 0_+$ (qui est nulle dans le métal); un compromis non rigoureux consiste à prendre la moyenne:

$$\vec{B}_{\text{créé par tous les courants sauf } \vec{j_s}} = \frac{1}{2}\left(\vec{B}(x=0_-,t) + \vec{B}(x=0_+,t)\right) = \frac{1}{2}\vec{B}(x=0_-,t).$$

Donc: $\vec{F} = \frac{1}{2}\vec{j_s} \cdot dS \wedge \vec{B}$

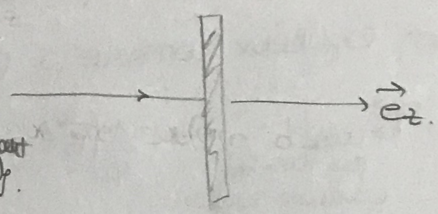
$$\langle\vec{F}\rangle = E_0^2 \varepsilon_0 \, dS \rightarrow \boxed{\langle P_{rad}\rangle = \varepsilon_0 E_0^2}$$

$$I_{inc} = \underbrace{\langle \|\vec{\Pi}_{inc}\| \rangle}_{\text{vecteur de Poynting}} = \frac{\varepsilon_0 E_0^2}{2} c \overset{\langle P_{rad}\rangle}{=}, \quad \text{donc:} \quad \boxed{\langle P_{rad}\rangle = \frac{2 I_{inc}}{c}}$$

Interprétation corpusculaire

Cette force peut être interprétée comme un force de pression cinétique résultant de chocs de particules, les photons, sur la surface plane. On considère un faisceau homocinétique de n photons identiques par unité de volume, ayant une vitesse $\vec{v}_i = v\vec{e}_z$ portant chacun la quantité de mvt incident $\vec{p}_i = p\vec{e}_z$ et subissant un choc élastique sur le plan $z=0$, après lequel la qtité de mvt devient $\vec{p}_f = -p\vec{e}_z$. Les photons sont sans interaction entre eux.

$p = \frac{h\nu}{c} u_z$



système : {particules qui frappent surface S pendant dt}.

PFD : $\frac{d\vec{p}_{syst}}{dt} = \vec{F}$ $\vec{S} \cdot P_{rad}$

variation de la qtité de mvt d'une particule : $\Delta\vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = -2p\,\vec{e}_z$

pendant dt, la qtité de mvt du système varie :

$$d\vec{P} = \Delta\vec{p} \times dN$$

nb. de particules

une particule

$$dN = n \cdot v \cdot dt \cdot S.$$

$$= -2npvS\,dt\,\vec{e}_z$$

PFD : $\frac{d\vec{p}_{syst}}{dt} = \vec{F}_{S\to(\Sigma)} = -\vec{F}_{(\Sigma)\to S}$

$$\vec{F}_{(\Sigma)\to S} = 2npvS\,\vec{e}_z$$

pression $\boxed{P_{cin} = \frac{\|\vec{F}_{(\Sigma)\to paroi}\|}{S} = 2npv}$

Chaque particule possède une énergie ε. On peut exprimer la puissance moyenne qui traverse une section unité du faisceau incident par unité de surface:

$$\mathcal{E}.dN = dE_{tot} \qquad P_{uissance} = \frac{dE_{tot}}{dt} = \mathcal{E}.n v.S$$

$$\frac{P_{uissance}}{S} = I_{cin} = \mathcal{E}.n.v$$

Le faisceau de photons doit, en moyenne, transporter la même énergie que l'onde EM incidente, être associé à la même densité volumique d'énergie et exercer sur le miroir la même force que l'OEM étudié avec l'approche classique (Maxwell):

Comparaison des deux approches.

L'identification de la pression de radiation entre les 2 modèles donne:

$$\varepsilon_0 E_0^2 = 2nvp$$

L'identification de la densité d'énergie moyenne:

$$\frac{\varepsilon_0 E_0^2}{2} = n.\mathcal{E}$$

L'identification de la puissance transportée:

$$\frac{\varepsilon_0 E_0^2}{2} c = n\mathcal{E}.v$$

On en déduit: $\boxed{c = v}$ et $\boxed{\frac{p}{\mathcal{E}} = \frac{1}{c}}$

Dans le cadre de la mécanique classique, l'existence de telles particules n'est pas compréhensible car :

$\mathcal{E} = \frac{1}{2} m v^2$ ce qui donne : $\frac{\overset{mv}{P}}{\underset{\frac{1}{2}mv^2}{\mathcal{E}}} = \frac{2}{v}$ alors qu'il faut

$\left| \frac{P}{\mathcal{E}} = \frac{1}{v} \right| \rightarrow$ donc il faut pour obtenir ça : $E = m\cancel{v^2}c$

La masse de la particule est déterminée par la relation du triangle des énergies : $m^2c^4 = E^2 - p^2c^2 = 0$.

Les photons ont nécessairement une masse nulle.