

Presentación práctica Backtracking y Branch and Bound

Asignatura: Algorítmica

Rubén Morales Pérez Francisco Javier Morales Piqueras
Bruno Santindrian Manzanedo Ignacio de Loyola Barragan
Lozano Francisco Leopoldo Gallego Salido

24 de mayo de 2016

Índice

División en dos equipos

- Enunciado

- Eficiencia

- Comparando ambos algoritmos

- Conclusión

Viajante de comercio

- Enunciado

Enunciado

Equipos

Se desea dividir un conjunto de n personas para formar dos equipos que competirán entre sí. Cada persona tiene un cierto nivel de competición, que viene representado por una puntuación (un valor numérico entero). Con el objeto de que los dos equipos tengan un nivel similar, se pretende construir los equipos de forma que la suma de las puntuaciones de sus miembros sea lo más similar posible. Diseña e implementa un algoritmo vuelta atrás para resolver este problema.

Puntuación de cada jugador

Nivel individual

Tenemos n jugadores con puntuación respectiva $x_i \forall i \in I = [1, 1000] \cap \mathbb{N}$. Identificamos a cada jugador única y exclusivamente por su puntuación.

¿Problema?

Esto permite que si hay dos jugadores con nivel de competición x e y con $x = y$ y cada uno está en un equipo podrían intercambiar sus posiciones sin descompensar los equipos. Así obtenemos una mayor flexibilidad, por si queremos tener en cuenta factores de compenetración entre los jugadores dependiendo del equipo en el que estén.

Rango inicial diferente

Si inicialmente tuviésemos los niveles de los jugadores en otro rango $J = [a, b]$ $a, b \in \mathbb{N} : a < b$ podemos dejarlo así, ya que el rango de los niveles no afecta al problema.

Excepción

Si aplicamos una transformación que reduzca el rango, podríamos perder información al aproximar a números enteros, ya que el enunciado pide que sean números enteros.

Transformación

En cualquier caso la transformación al dominio del problema (números naturales dentro de I) del intervalo J es: $\forall j \in J$ aplicamos una función $F : [a, b] \rightarrow [1, 1000] \cap \mathbb{N}$

Función $E(x)$

Teniendo en cuenta que $E(x)$ es la función parte entera:

Fórmula

$$F(x) = \begin{cases} E\left(\frac{x-a}{b-a} \cdot 1000\right) + 1 & \text{si } \frac{x-a}{b-a} \cdot 1000 < E\left(\frac{x-a}{b-a} \cdot 1000\right) + \frac{1}{2} \\ E\left(\frac{x-a}{b-a} \cdot 1000\right) & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Desarrollo

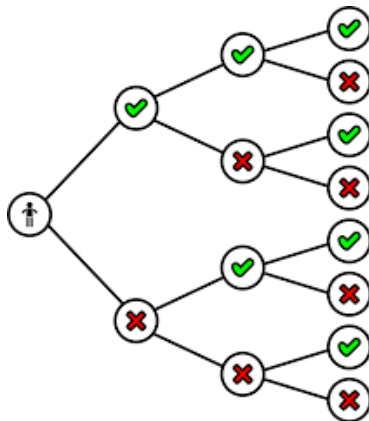
Tomando el primer jugador, puede estar en un equipo o en otro, 2 combinaciones. Cogemos el siguiente jugador, puede estar en uno u otro, independientemente de donde estuviese el anterior, 2^2 combinaciones. El tercer jugador vuelve a tener 2 opciones independientes del resto, 2^3 combinaciones.

Tenemos que pasar por todas las opciones, por tanto la eficiencia del algoritmo es $O(n) = 2^n$

Representación

Podemos representar el problema como un vector de bool de n elementos. Si un jugador está en el primer equipo el valor será *true*, en caso contrario será *false*.

Al tratarse de un algoritmo de vuelta atrás (backtracking) tenemos que recorrer todas las opciones, por lo que el problema queda representado como un árbol binario donde cada nodo tiene dos opciones, estar en un equipo o en otro.



Otra versión

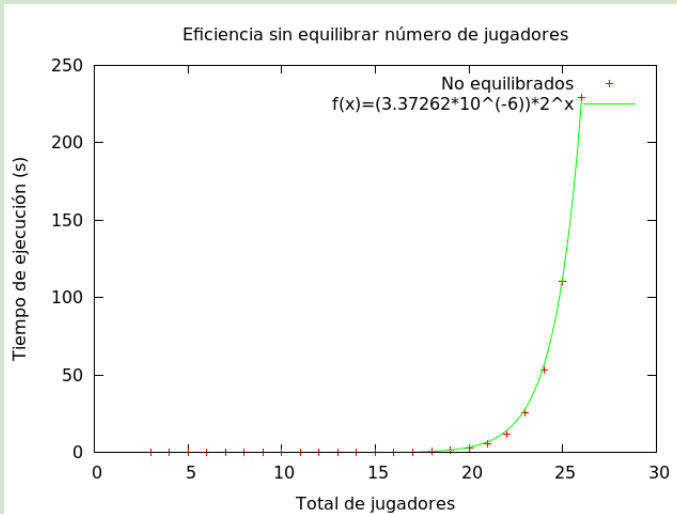
Mejora

Forzaremos que la diferencia de jugadores entre ambos equipos no sea mayor de 1. Si hay un número n par los equipos tendrán el mismo número de jugadores. El algoritmo sigue teniendo eficiencia $O(n) = 2^n$ ya que pasaremos por todas las opciones, pero cuando una combinación no cumpla dicha restricción no haremos sus cálculos asociados.

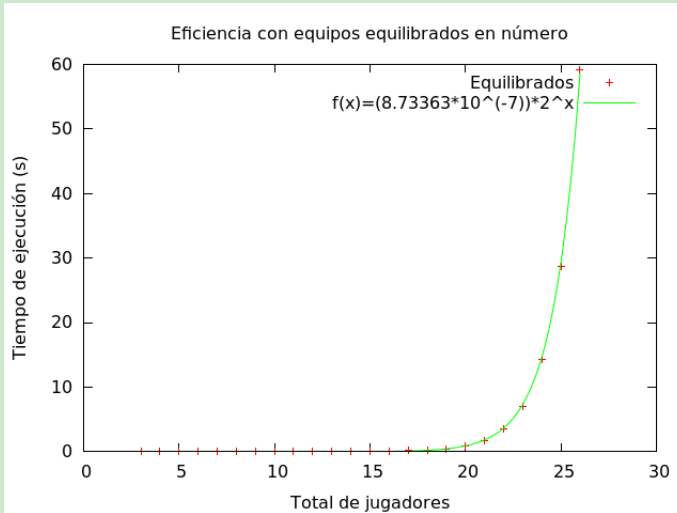
Ajustes

EL rango usado ha sido $I = [3, 26] \cap \mathbb{N}$. Hemos ajustado funciones $f(n) = a \cdot 2^n$ $a \in \mathbb{R} \forall n \in I$. Sus coeficientes r^2 son 1 en ambos casos (hay pocos elementos) y el término a está especificado en las gráficas.

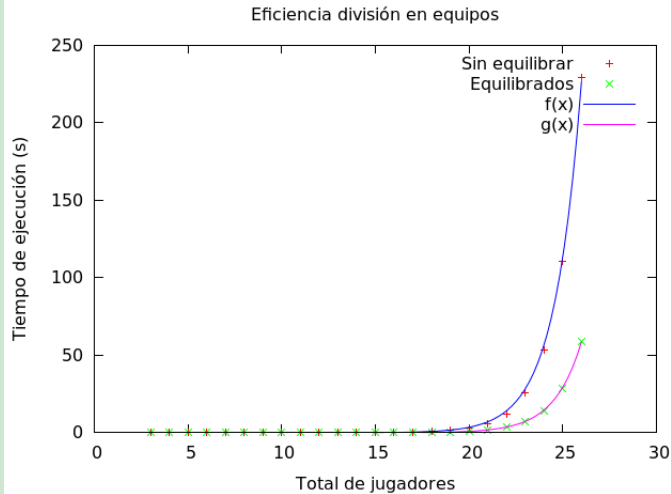
Sin equilibrio de jugadores



Equilibrando jugadores



Comparando tiempo



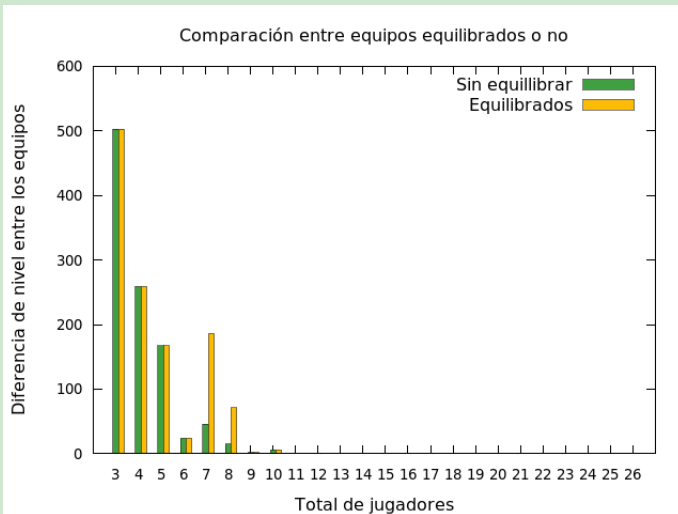
Nivel

Recordemos que un jugador tiene un nivel entre 1 y 1000, es lógico pensar que con pocos jugadores el margen de optimización del algoritmo es menor debido al gran peso que toma la aleatoriedad con la que se determinan los niveles.

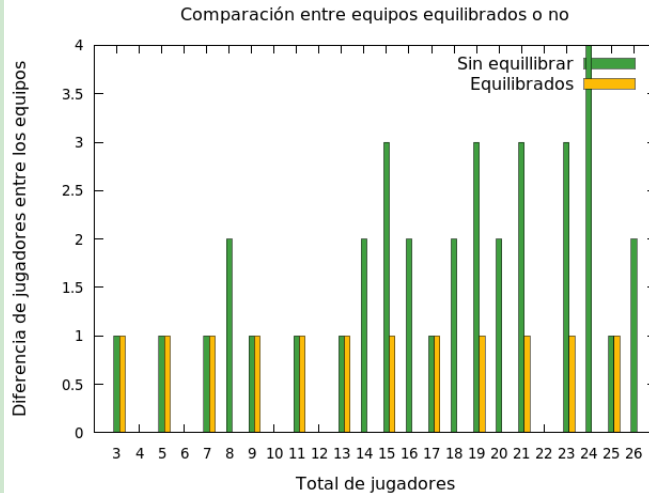
Tendencia

El primer algoritmo tiende a desajustar el número de jugadores, llegando a tener los equipos una diferencia de 4 jugadores cuando siendo 24 en total.

Diferencia de nivel entre los equipos



Número de jugadores de diferencia



Opciones

Para ejecuciones con un número pequeño de elementos los algoritmos planteados nos sirven, pero si aumentamos el número esa fuerza bruta no es tan buena idea.

Opciones:

- ▶ Poda el árbol: "Branch and Bound".
- ▶ x, y nivel de los equipos, conformarnos con $|x - v| < n \in \mathbb{N}$
- ▶ Paralelismo, cada procesador comprueba una rama

Conclusión

Como hemos comprobado, el segundo algoritmo iguala al primero en eficacia, pero lo supera en eficiencia. Esto nos hace pensar que puede no ser necesario siempre recorrer todo el árbol de soluciones para asegurarnos la optimalidad.

Opciones

Para ejecuciones con un número pequeño de elementos los algoritmos planteados nos sirven, pero si aumentamos el número esa fuerza bruta no es tan buena idea.

Opciones:

- ▶ Poda el árbol: "Branch and Bound".
- ▶ x, y nivel de los equipos, conformarnos con $|x - v| < n \in \mathbb{N}$
- ▶ Paralelismo, cada procesador comprueba una rama

Conclusión

Como hemos comprobado, el segundo algoritmo iguala al primero en eficacia, pero lo supera en eficiencia. Esto nos hace pensar que puede no ser necesario siempre recorrer todo el árbol de soluciones para asegurarnos la optimalidad.

viajante de comercio con vuelta atrás y ramificación y poda.

Cuando para un nivel no queden más ciudades válidas, el algoritmo hace una vuelta atrás proponiendo una nueva ciudad válida para el nivel anterior.

Para el algoritmo de ramificación y poda es necesario utilizar una cota inferior para cada nodo (solución parcial), un valor c menor o igual que el verdadero coste de la mejor solución (la de menor coste) que se puede obtener a partir de la solución parcial en la que nos encontremos.

Para realizar la poda, guardamos en todo momento en una variable C el costo de la mejor solución obtenida hasta ahora, si para una solución parcial, $c > C$ entonces se puede podar.

Como criterio para seleccionar el siguiente nodo vivo se empleará el criterio LC o "más prometedor", aquel que presente el menor valor de cota inferior.