

Cognome e Nome:
Numero di Matricola:

Spazio riservato alla correzione

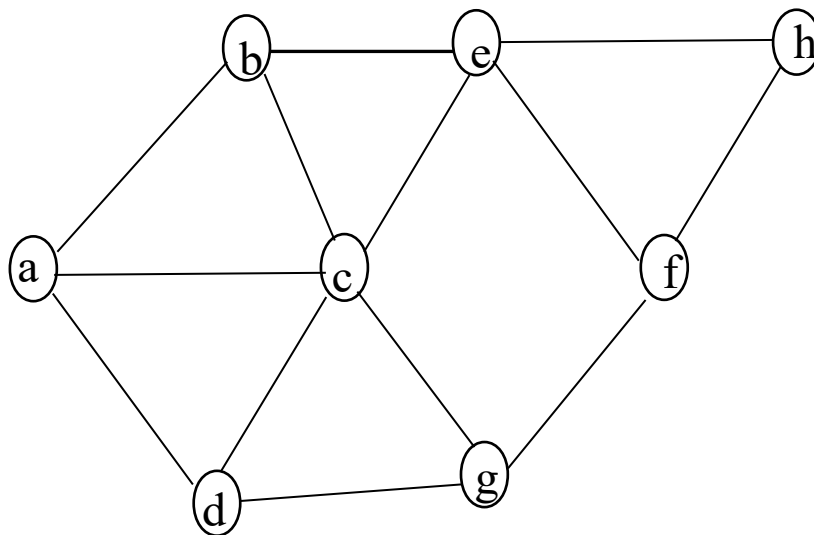
Non staccate nessun foglio dal fascicolo

1. Grafi (per quelli da 6 continua alla fine)

a) Cammini minimi

- i. Scrivere lo pseudocodice dell'algoritmo di Dijkstra con coda a priorità, con incluse le linee per costruire l'albero dei percorsi minimi.
- ii. Spiegare a cosa è uguale la chiave associata ad un nodo u quando u viene estratto dalla coda priorità.
- iii. Dimostrare la risposta al punto ii. Suggerimento: potete usare la dimostrazione per l'algoritmo senza coda a priorità.

- b) Si disegni l'albero BFS generato da una visita BFS del seguente grafo a partire dal nodo sorgente **a**. Si assuma che i nodi siano disposti nelle liste di adiacenza in base all'ordine crescente delle proprie etichette.



- c) Per il grafo dell'esercizio b,

- I. si dica di che colore viene colorato ciascun nodo del grafo dall'algoritmo che verifica se il grafo è bipartito.
- II. si dica se il grafo è bipartito o meno e nel caso non lo sia si indichino gli archi che devono essere rimossi affinché il grafo diventi bipartito **giustificando la risposta**.
- III. si fornisca una partizione (X,Y) dei nodi da cui si evinca che il grafo così ottenuto (o il grafo di partenza a seconda di quello che avete risposto al punto b) è bipartito.

Progettazione di Algoritmi
27/6/2022
6 CFU

2. **Algoritmi greedy (per quelli da 6 cfu continua alla fine)**

- a) Si consideri la seguente istanza di interval scheduling: $[7,9], [1,4], [3,6], [1,5], [4,9], [5,6], [4,6]$.
Fornire tutte le possibili soluzioni ottime per questa istanza **ottenibili con la strategia greedy**.

- b) Si dimostri che la strategia greedy per la minimizzazione dei ritardi produce uno schedule ottimo usando i seguenti due fatti:
1. Tutti gli scheduling senza inversioni e privi di idle time hanno lo stesso ritardo massimo dello schedule prodotto dalla strategia greedy.
 2. Ogni scheduling può essere trasformato in uno scheduling senza inversioni e privo di idle time senza che aumenti il suo ritardo massimo.
- NB: non occorre dimostrare i fatti 1 e 2.**
- c) Si scriva lo pseudocodice dell'algoritmo per la minimizzazione dei ritardi.

- a) Fornire una formula per il calcolo del valore della soluzione ottima OPT del problema Subset Sums in termini di valori delle soluzioni ottime per sottoproblemi di taglia più piccola. Spiegare **in modo chiaro**
1. cosa rappresenta la funzione OPT e cosa rappresentano i suoi parametri
 2. come si arriva alla formula da voi fornita.
- b) Si fornisca la tabella M costruita dall'algoritmo che computa il valore della soluzione ottima per **il problema dello zaino** quando l'istanza input è $w_1=2, w_2=3, w_3=5, w_4=5, w_5=3, v_1=5, v_2=4, v_3=5, v_4=5, v_5=6, W=5$. Una volta costruita la tabella M, si contrassegnino con un cerchio le entrate $M[i,w]$ corrispondenti alle coppie di indici (i,w) su cui viene invocato ricorsivamente l'algoritmo che ricostruisce la soluzione ottima e **si fornisca la soluzione ottima**.
- c) Si fornisca la tabella M costruita dall'algoritmo che computa il valore della soluzione ottima per **il problema della sottosequenza comune più lunga** quando l'istanza input è formata dalle due sequenze "ABBA" e "ADBADB". Una volta costruita la tabella M, **si contrassegnino con un cerchio** le entrate $M[i,j]$ corrispondenti alle coppie di indici (i,j) su cui viene invocato ricorsivamente l'algoritmo che ricostruisce la soluzione ottima e **si fornisca la soluzione ottima**.

Progettazione di Algoritmi
27/6/2022
6 CFU

Esercizi aggiuntivi per 6 cfu [25 minuti]

1

- d) Si mostri l'esecuzione dell'algoritmo di Kruskal sul grafo contenente i seguenti archi: (a,b)12, (a,c)7, (a,g)10, (b,c)5, (b,d)5, (c,d)1, (c,e)6, (e,f)4, (e,g)2. I numeri rossi sono i pesi degli archi. **Per ogni passo occorre mostrare la foresta degli alberi fino a quel momento. Dire inoltre quanti minimi alberi ricoprenti esistono per il suddetto grafo.**

2

- d) Si scriva lo pseudocodice dell'algoritmo greedy ottimo per partizionamento di intervalli e si analizzi il tempo di esecuzione nel caso pessimo **giustificando la risposta. Il codice deve essere scritto in italiano, eccezion fatta per le parole chiave while, if, else, for, ecc.**

3

- d) Si scriva lo pseudocodice dell'algoritmo ricorsivo per il problema dello zaino. **Analizzare il tempo di esecuzione giustificando nel dettaglio la risposta (non serve dare solo il tempo di esecuzione).**

Progettazione di Algoritmi
27/6/2022
6 CFU

Foglio minuta

Foglio minuta