# Justifications mathématiques liées aux statistiques académiques

July 17, 2022

## 1 Détermination des statistiques académiques

D'après la circulaire académique Affelnet, si l'on désigne par $x$ la moyenne d'un champ disciplinaire, et $y$ la note *centrée réduite* associée, alors on a :

$$y = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{1}{\sigma}.x - \frac{\mu}{\sigma}$$

On reconnaît donc une relation *affine* entre $y$ et $x$, dont la représentation graphique est une droite. Cela veut donc dire que la connaissance de 2 points distincts quelconques permet de déterminer cette droite et donc en déduire $\mu$ et $\sigma$.
Si l'on dispose de 2 fiches-barèmes avec des notes différentes $(x_1, y_1)$ et $(x_2, y_2)$, alors on peut écrire :

$$\begin{cases} y_1 = \dfrac{1}{\sigma}.x_1 - \dfrac{\mu}{\sigma} \\ \\ y_2 = \dfrac{1}{\sigma}.x_2 - \dfrac{\mu}{\sigma} \end{cases} \tag{1}$$

Soustraire ces 2 égalités permet de déterminer $\sigma$ :

$$y_1 - y_2 = \frac{1}{\sigma}(x_1 - x_2) \Rightarrow \sigma = \frac{x_1 - x_2}{y_1 - y_2}$$

En réutilisant une des égalités de (1), on peut déduire $\mu$ :

$$y_1 = \frac{1}{\sigma}(x_1 - \mu) \Rightarrow \mu = x_1 - \sigma y_1$$

Finalement, on sait donc bien calculer la moyenne et l'écart-type académique d'un champ disciplinaire à partir des 2 points :

$$\begin{cases} \sigma = \dfrac{x_1 - x_2}{y_1 - y_2} \\ \\ \mu = x_1 - y_1.\dfrac{x_1 - x_2}{y_1 - y_2} \end{cases} \tag{2}$$

### 1.1 Exemple d'application

Si l'on prend l'exemple du champ disciplinaire Mathématiques en 2022, on peut collecter les données suivantes issues de 2 fiches barèmes :

| | | |
|---|---|---|
| MATHEMATIQUES | 13.00 | 103.017 |
| MATHEMATIQUES | 16.00 | 110.670 |

Figure 1: 2 notes lissées issues de 2 fiches-barèmes 2022

On a travaillé précédemment avec la variable *centrée réduite*, alors que les fiches barèmes indiquent quant à elles la variable centrée sur 10, puis multipliée par 10. Donc pour s'aligner avec les calculs précédents, on effectue préalablement l'opération inverse (en divisant par 10 puis retranchant 10) :

$$\begin{cases} x_1 = 13 \\ y_1 = (103,017/10) - 10 = 0,3017 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} x_2 = 16 \\ y_2 = (110,670/10) - 10 = 1,067 \end{cases}$$

On peut donc déterminer la moyenne et l'écart-type de Mathématiques en 2022 en appliquant (2) :

$$\begin{cases} \sigma = \dfrac{x_1 - x_2}{y_1 - y_2} = \dfrac{13 - 16}{0,3017 - 1,067} = 3,92003136 \\ \\ \mu = 13 - 0,3017 \times \dfrac{13 - 16}{0,3017 - 1,067} = 11,81732654 \end{cases}$$