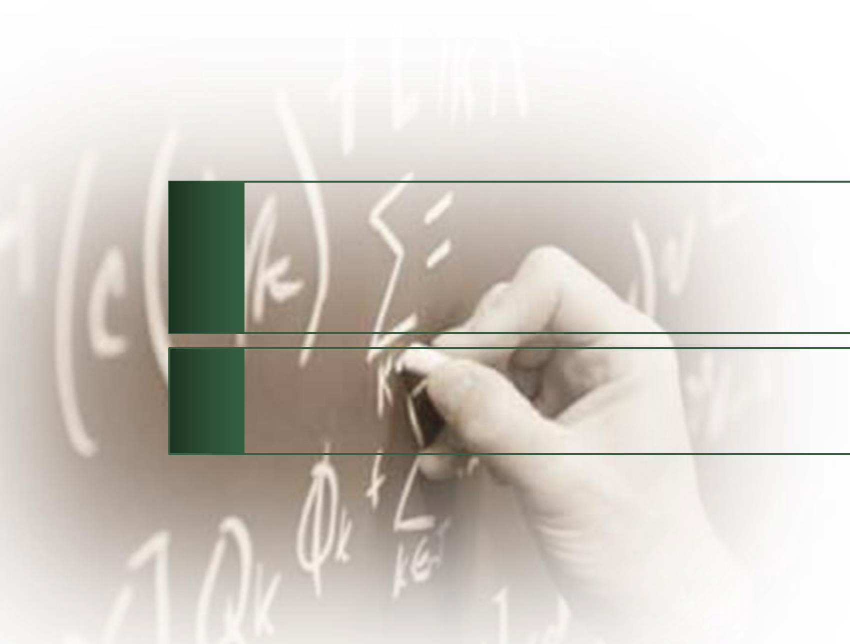
PUC Minas
Poços de Caldas

Conjuntos Numéricos



Cálculo I

Prof. Dr. Márcio Leandro Gonçalves
marcio@pucpcaldas.br

Conjuntos Numéricos

- Conjunto dos números **Naturais:** **N** = {0,1,2,3,4,5,6,... }

- Conjunto dos números **Inteiros:** **Z** = {...,-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,... }

O conjunto dos números inteiros é uma ampliação do conjunto dos números naturais. Ele é formado pela união do conjunto dos números naturais com os números negativos. Observe que, $N \subset Z$.

- Conjunto dos números **Racionais:** **Q** = $\{\frac{a}{b} \mid a,b \in Z \text{ e } b \neq 0\}$

Um número x é dito racional se existem dois números inteiros a e b (b ≠ 0) de modo que x é o resultado da divisão de a por b.

*Em outras palavras, **se é fração ou pode ser escrito como uma fração então o número é racional**.*

Observe que, $Z \subset Q$.

Conjuntos Numéricos

- Conjunto dos Números **Irracionais (I)**

Um número irracional é aquele que não pode ser obtido pela divisão de dois números inteiros. Em outras palavras, não pode ser escrito como uma fração.

Exemplos:

$\pi = 3{,}141592$ (pi)

$e = 2{,}718281828$ (constante de Euler)

$\phi = 1{,}618033989$ (número de ouro)

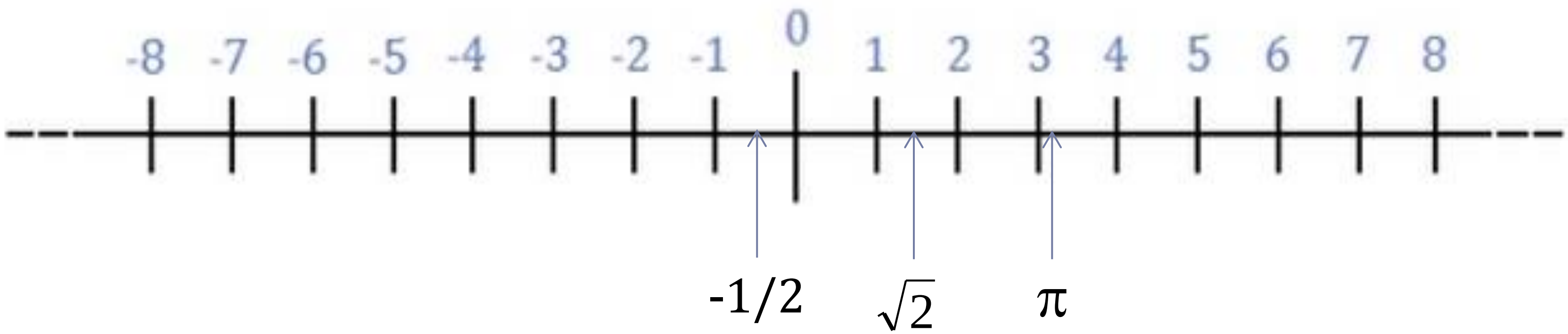
$\sqrt{2} = 1{,}41421356$

Conjuntos Numéricos

- Conjunto dos números **Reais ($\Re$)**

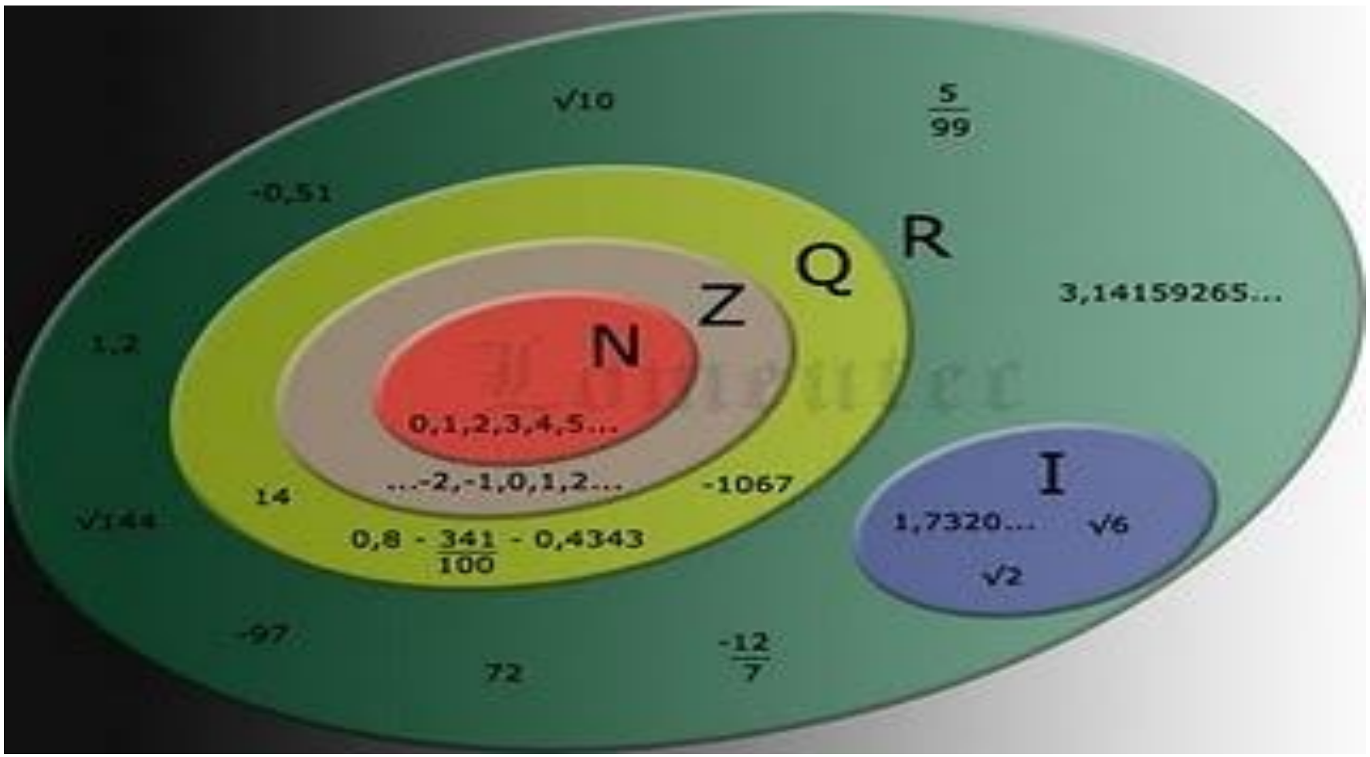
Esse conjunto é uma expansão do conjunto dos números racionais que engloba não só os inteiros e os fracionários, positivos e negativos, mas também todos os números irracionais ($\boldsymbol{\Re = Q \cup I}$*).*

- Reta real:

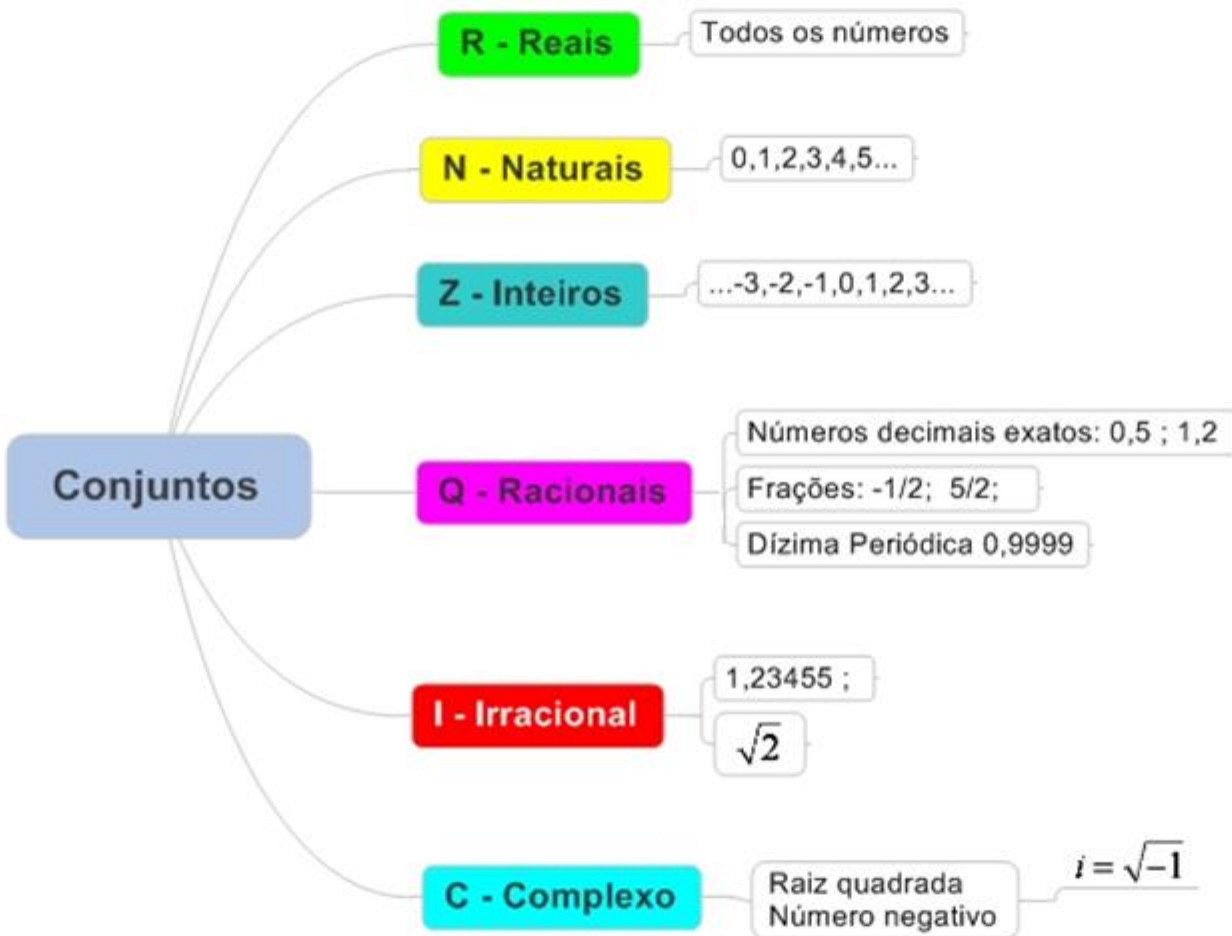


Conjuntos Numéricos

- É evidente que: $\mathbf{N} \subset \mathbf{Z} \subset \mathbf{Q} \subset \mathbf{R}$



Conjuntos Numéricos



Fonte: adaptado de https://pesquisaescolar.site/conjuntos-numericos-operacoes-e-exercicios/

Conjuntos Numéricos

- Quando acrescentamos o símbolo * (estrela) num conjunto numérico, estamos indicando que o zero foi excluído do conjunto.

  Exemplo: $Z^* = \{x \in Z \mid x \neq 0\} = \{...,-4,-3,-2,-1,1,2,3,...\}$

- Quando acrescentamos o símbolo **+** (mais), estamos indicando que foram excluídos todos os números negativos do conjunto.

  Exemplo: $Z+ = \{x \in Z \mid x \geq 0\} = \{0,1,2,3,...\}$

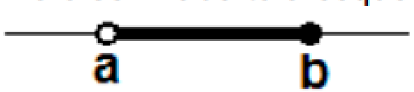
- Quando acrescentamos o símbolo **-** (menos), estamos indicando que foram excluídos todos os números positivos do conjunto.

  Exemplo: $Z- = \{x \in Z \mid x \leq 0\} = \{...,-4,-3,-2,-1,0\}$

- Deve-se observar que o número zero é elemento dos conjuntos Z_{+}, Z_{-}, Q_{+}, Q_{-}, R_{+}, R_{-}. Para excluirmos o zero destes conjuntos, devemos usar as seguintes representações: Z^*_{+}, Z^*_{-}, Q^*_{+}, Q^*_{-}, R^*_{+}, R^*_{-} .

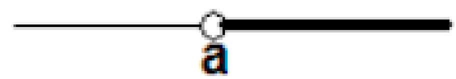
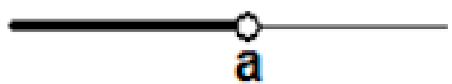
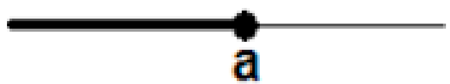
Conjuntos Numéricos

Intervalos Numéricos em R

Representação na reta real	Sentença matemática	Notações simbólicas	
Intervalo aberto: 	$\{x \in R \mid a < x < b\}$	]a,b[	(a,b)
Intervalo fechado: 	$\{x \in R \mid a \leq x \leq b\}$	[a,b]	[a,b]
Intervalo semi-aberto à direita: 	$\{x \in R \mid a \leq x < b\}$	[a,b[	[a,b)
Intervalo semi-aberto à esquerda: 	$\{x \in R \mid a < x \leq b\}$	]a,b]	(a,b]

Conjuntos Numéricos

Intervalos “infinitos”:

Representação na reta real	Sentença matemática	Notações simbólicas	
	$\{x \in R \mid x > a\}$	$]a, +\infty[$	$(a, +\infty)$
	$\{x \in R \mid x \geq a\}$	$[a, +\infty[$	$[a, +\infty)$
	$\{x \in R \mid x < a\}$	$]-\infty, a[$	$(-\infty, a)$
	$\{x \in R \mid x \leq a\}$	$]-\infty, a]$	$(-\infty, a]$

Fonte: http://reforcandomatematica.blogspot.com/2013/11/intervalos-reais.html

Observe que: $(-\infty, +\infty) = \Re$

Exercícios

1-) Responda se cada sentença é verdadeira ou falsa:

a-) $3 \in Q$

b-) $\sqrt{2} \in Q$

c-) $-5 \in Z^{+}$

d-) $0 \in R^{*}$

e-) $\pi \in I$

f-) $-7 \in Q^{-}$

g-) $\sqrt{9} \in Z^{-}$

h-) $0 \in R^{-}$

i-) $1,5 \in Q$

j-) $0,33333 \in Q$

k-) $0,5222 \in I$

l-) $-2 \in N$

Exercícios

2-) Verificar quais dos seguintes conjuntos são vazios ou unitários:

$A = \{x \in N \mid x + 8 = 5\}$

$B = \{x \in Z \mid x^2 = 4 \text{ e } x \text{ é ímpar}\}$

$C = \{x \in Z^* \mid -1 < x < 1\}$

$D = \{x \in Z \mid x^2 = 9 \text{ e } 2x = 6\}$

$E = \{x \in R \mid |x| < 0\}$

$F = \{x \in Z_+^* \mid x! = 1\}$

$G = \{x \in Q \mid x = 2\pi\}$

$H = \{x \in R \mid x^2 - 2x + 1 = 0\}$

Exercícios

3-) Representar com a notação de intervalo os seguintes conjuntos:

a-) $\{x \in R \mid -3 \leq x < 1\}$

b-) $\{x \in R \mid 3x < 9\}$

c-) $\{x \in R \mid 1 \leq x \leq 2\}$

d-) $\{x \in R \mid 5x - 7 \geq 8\}$

e-) $\{x \in R \mid -1 < x \leq 3\}$

f-) $\{x \in R \mid x^2 - 4x + 3 \leq 0\}$

g-) $\{x \in R \mid x > -2\}$

h-) $\{x \in R \mid x \leq 1\}$

Exercícios

4-) Para cada $n \in N$ seja $D_n = (0, 1/n)$, onde $(0, 1/n)$ representa o intervalo aberto de extremos 0 e $1/n$. O conjunto diferença $D_3 - D_{20}$ é igual a:

(a) D_3

(b) D_{20}

(c) $(1/20, 1/3)$

(d) $[1/20, 1/3)$

(e) $D_{20} \cup D_3$

Respostas dos exercícios

1-) *Verdadeiros: a-), e-), f-), h-), i-), j-)*

Falsos: b-), c-), d-), g-), l-), k-)

2-) *A, B, C, E e G são vazios, D = {3}, F = {1}, H = {1}*

3-) *a-) [-3,1), b-) (-∞,3), c-) [1,2], d-) [3,+∞), e-) (-1,3], f-) [1,3], g-) (-2, ∞), h-) (-∞, 1]*

4-) *d-)*