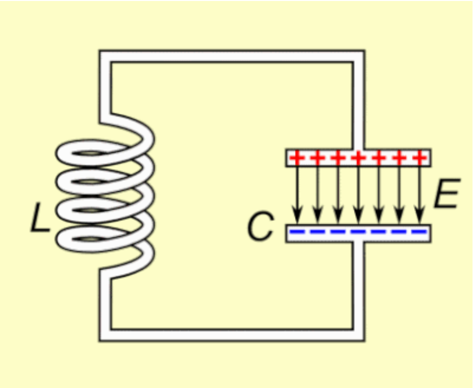
Validação teórica através dos cálculos.

link imagem

https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/8/80/Tuned_circuit_animation_3_300ms.gif/400px-Tuned_circuit_animation_3_300ms.gif



Asima é um gif que demostra o indutor e capacitor carregando e descarregando um sobre o outro.

Determinando as características do circuito tanque:

Já falamos que o nosso circuito se encontra operando a uma frequência de 50 kHz, porem ainda não explicamos matematicamente da onde esta frequência é determinada, e qual são exatamente os valores de tensão e corrente sobre o indutor, estes valores são necessários pois são os valores usados para determinar os resultados das equações de Maxwell que viram a ser ainda deduzidas e estas mostraram o funcionamento do peojeto.

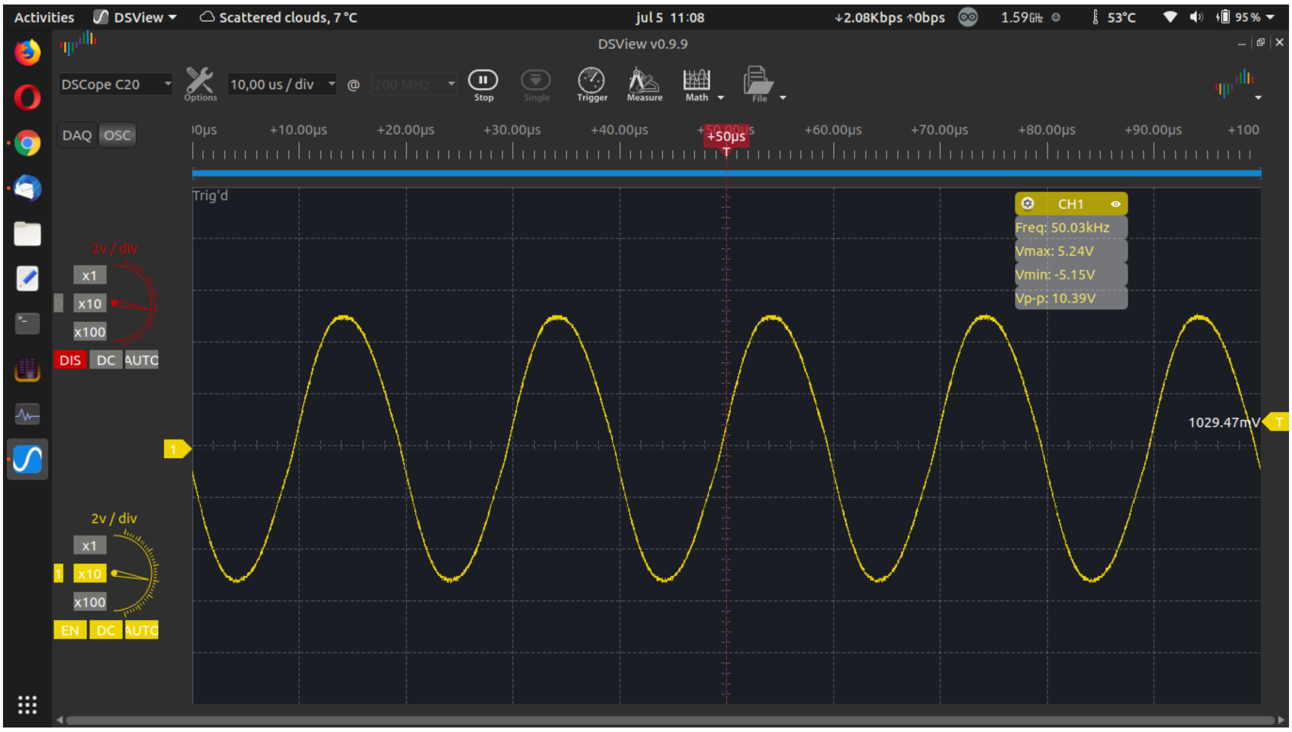
Em nosso projeto usamos componentes comerciais que tem todos seus valores conhecidos, porem temos a necessidade de construir um indutor o nosso laço indutivo e saber a exata indutância deste componente e a exata frequência que vai fazer oscilar o circuito tanque é crucial para o funcionamento deste.

Temos um equipamento que mede componentes eletrônicos porém este só é preciso para medir resistores e capacitores, indutores este nos da um valor aproximado, assim determinamos que o valor da capacitância é 222 nF (com precisão do equipamento de ate 3 casas após a virgula ou seja ele consegue determinar pF) e **indutância na casa dos 50μH.**

Assim de modo experimental utilizamos um osciloscópio para visualizar a tensão no tempo sobre o indutor, experimentamos algumas frequências, determinando estes a partir da equação que determina a frequência de oscilação de um circuito tanque: $f=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

E no osciloscópio experimentamos ate encontrar a frequência que apresentava uma frequência com um sinal senoidal quase perfeito e de maior amplitude.

Assim a frequência encontrada foi 50 kHz com uma tensão de $5.2\,sen(50\cdot10^{3}\cdot2\cdot\pi\cdot t)V$



90mV de diferença entre o pico positivo e negativo, e o que são estes 90mV é o ruido da rede um Vrippel que circula em conjunto do nosso sinal que faz com que ele não fique perfeitamente equilibrado.

Assim a partir da fórmula da frequência do circuito tanque obtemos L.

$$f=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}\rightarrow L=\frac{\left(\frac{1}{2\pi f}\right)^2}{C}\approx 45,64\,\mu H$$

Com valor de tensão sobre o indutor e seu valor de indutância agora podemos usar a fórmula da corrente e através da corrente sua tensão, estas equações serão necearias para demostrar as características magnéticas do laço.

$$I_{(t)}=\frac{1}{L}\int V\,dt \qquad V_{(t)}=L\frac{dI_{(t)}}{dt}$$

Equacionamento magnético.

Das equações de Maxwell a que explica e demostra o funcionamento de um laço indutivo é a lei de Faraday-Lenz que pode ser expressa como:

$$V_{fem}=-N\frac{d\,\psi}{d\,t}$$

* Que já foi descrita em termos de porque é usada (fazer na parte teórica a explicação do porque esta funciona, ou seja ou variar um fluxo através de uma superfície gera uma corrente que gera uma tensão esta gera um campo e este campo que interfere no campo que estamos gerando)

Que em termos de E e B pode ser descrita como:

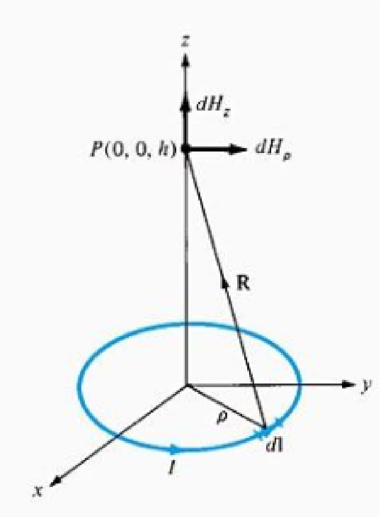
$$V_{fem}=\oint_L E\cdot dl=-\frac{d}{dt}\int_s B\cdot dS$$

Esta última equação tem a forma integral no tempo da Lei de Faraday com base neste que será feita a validação de funcionamento do circuito apresentado pois estamos trabalhando com um campo variando no tempo.

Para chegarmos na equação da **Lei de Faraday** primeiro teremos de determinar o campo magnético H para o laço indutivo, para isso utilizaremos a **lei de Biot-Savart**:

Que tem formato:

$$dH=\frac{kI\ \ dl\,x\,\vec{a}_R}{R^2}$$



E descreve que, quando temos uma corrente elétrica através de um anel circular temos (imagem acima) teremos o aparecimento de um campo magnético sobre este, assim a partir desta podemos determinar a equação do campo magnético na região no interior e sobre o anel.

A partir desta podemos deduzir a equação de $dH=\frac{kI\ \ dl\,x\,\vec{a}_R}{R^2}$

Com: $k=\frac{1}{4\pi}$ $\quad dl=\rho\,d\,\phi_{\vec{a}\,\phi}$ $\quad \vec{a}_R=\frac{\vec{R}}{R}$ $\quad |R|=\vec{R}=\sqrt{\rho^2+h^2}$

$$R=(0,0,h)-(x,y,0)=-\rho\vec{a}_p+h\vec{a}_z$$

Assim:

$$dH = \frac{kI \;\; dl\, x\, \vec{a}_R}{R^2} \rightarrow dH = \frac{I \;\; dl\, x\, \vec{R}}{4\pi R^3} \qquad dl\, x\, \vec{R} = \begin{vmatrix} \vec{a}_\rho & \vec{a}_\phi & \vec{a}_z \\ 0 & \rho d\,\phi & 0 \\ -\rho & 0 & h \end{vmatrix} = \rho h\, d\,\phi \vec{a}_\rho + \rho^2 d\,\phi \vec{a}_z$$

$$dH = \frac{I(\rho h\, d\,\phi \vec{a}_\rho + \rho^2 d\,\phi \vec{a}_z)}{4\,\pi[\rho^2 + h^2]^{\frac{3}{2}}} \rightarrow H = \frac{I}{4\,\pi[\rho^2 + h^2]^{\frac{3}{2}}} (h \int \rho d\,\phi \vec{a}_\rho + \rho^2 \int d\,\phi \vec{a}_z)$$

***Porem na direção** $\vec{a}_\rho$ **temos:**

$\rho = \cos(\phi)\vec{a}_x + sen(\phi)\vec{a}_y$ que quando integrados em $d\,\phi$ fica:

$$\int_0^{2\pi} \cos(\phi)\vec{a}_x + sen(\phi)\vec{a}_y\, d\,\phi = sen(\phi) - \cos(\phi) \Big|_{\phi=0}^{2\pi}$$
$$= sen(2\pi) - sen(0) - (\cos(2\pi) - \cos(0)) = 0 - 0 - (1-1) = 0$$

Assim ficamos somente com:

$$H = \frac{I}{4\,\pi[\rho^2 + h^2]^{\frac{3}{2}}} \rho^2 \int d\,\phi \vec{a}_z \rightarrow H = \frac{I\rho^2}{4\,\pi[\rho^2 + h^2]^{\frac{3}{2}}} \int_0^{2\pi} d\,\phi \vec{a}_z \rightarrow H = \frac{I\rho^2 2\pi}{4\,\pi[\rho^2 + h^2]^{\frac{3}{2}}} \vec{a}_z \rightarrow H = \frac{I\rho^2}{2[\rho^2 + h^2]^{\frac{3}{2}}} \vec{a}_z$$

Porem como temos um laço formado por N anéis a equação de H fica:

$$H = \frac{N\,I\,\rho^2}{2[\rho^2 + h^2]^{\frac{3}{2}}} \vec{a}_z$$

Ou seja cada anel vai gerar o seu campo magnético que somados gera o campo magnético total do laço.

Assim a partir de H podemos determinar $B = \mu_0 H$ e utilizar este agora sim para determinar forma integral no tempo da Lei de Faraday para o laço.

$$V_{fem} = -\frac{d}{dt} \int_s B \cdot dS = -\frac{d}{dt} \int_s \mu_0 H \cdot dS$$

Onde a superfície é a superfície **dS** é a do objeto que o fluxo magnético gerado pelo laço atravessa.

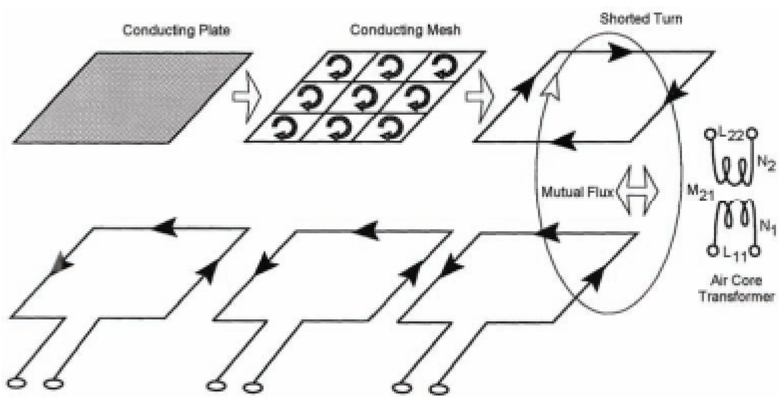


Figure 2-10. Vehicle undercarriage model. The upper part of the figure depicts the vehicle undercarriage electrical models and the lower part the inductive-loop wire.

Modelo da superfície inferior de um veículo, analogia a um transformador com núcleo de ar.

* explicar melhor esta modelagem

Assim para um objeto retangular temos $dS = dx\,dy\,\vec{az}$
E para um objeto circular temos $dS = \rho d\,\phi\,d\,\rho\vec{az}$
E em ambos os casos N = 1

E ainda temos de determinar a indutância mutua do objeto, que é determinada a partir da equação do fluxo magnético que pode ser reescrita usando a equação de B deduzida a partir da lei de Faraday-Lenz

$$M_{21} = N_2 \frac{\psi}{I_1} = \frac{N_2}{I_1} \int_s B_1 \cdot dS$$

***Na demostração dos cálculos veremos que esta não é uma equação que depende do tempo e sim da distância.**

Agora assim temos todos valores e equações para demostra o funcionamento matematicamente do laço:

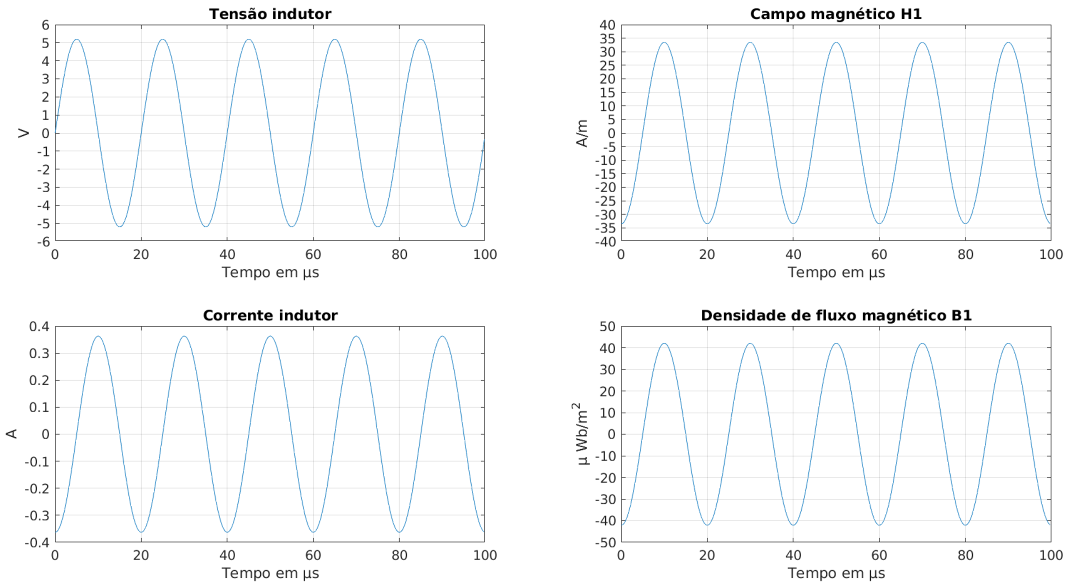
$$V_{laço\ \ sem\ \ objeto} = 5.2\,sen(50 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot \pi \cdot t)V \qquad L_{laço} \approx 45{,}64\,\mu H \qquad I_{(t)} = \frac{1}{L} \int V\,dt \qquad V_{(t)} = L \frac{dI_{(t)}}{dt}$$

$$H = \frac{N\,I\,\rho^2}{2[\rho^2 + h^2]^{\frac{3}{2}}} \vec{a}_z \qquad B = \mu_0 H \qquad V_{fem} = -\frac{d}{dt} \int_s B \cdot dS \qquad M_{21} = \frac{N_2}{I_1} \int_s B \cdot dS$$

$$N1 = 12 \qquad N2 = 1 \qquad raio_{laço} = \rho = 6{,}5_{cm} = 0{,}065_m$$

H1 e B1 sem objeto distancia h = 0cm

Aqui temos o campo magnetístico e a densidade de fluxo magnéticos gerados pela passagem de corrente no indutor, medidos a uma distância zero do centro do laço sem a presença de objeto condutor sobre o laço.

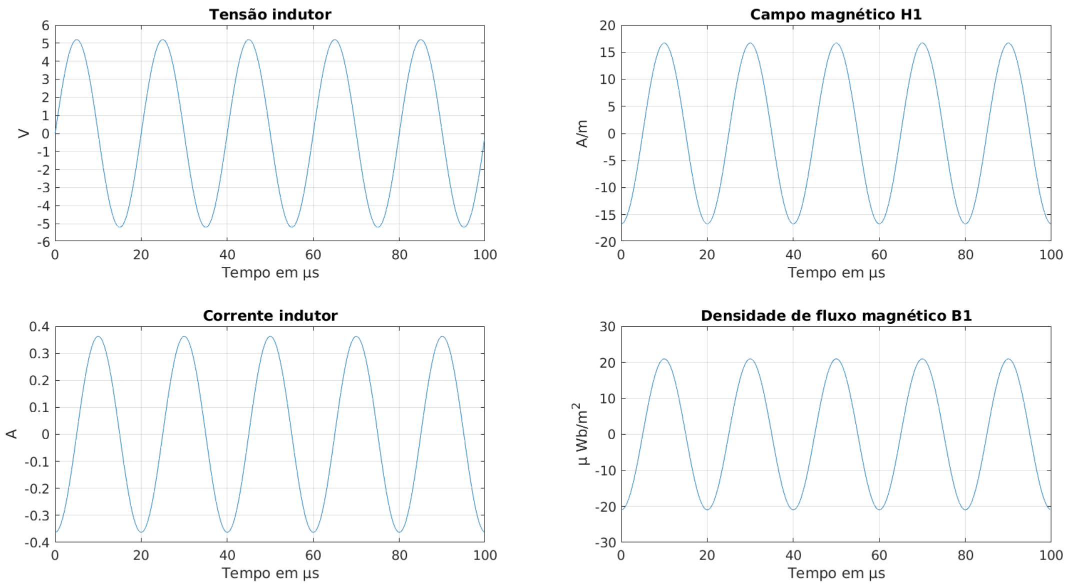


$$V_{laço\ \ sem\ \ objeto} = 5.2\, sen(50 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot \pi \cdot t) V \qquad I = -0.3630 \cos(50 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot \pi \cdot t) A$$

$$H = -33.5063 \cos(50 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot \pi \cdot t) \frac{A}{m} \qquad B1 = -42.1053 \cos(50 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot \pi \cdot t) \mu \frac{Wb}{m^2}$$

H1 e B1 sem objeto distancia h = 5cm

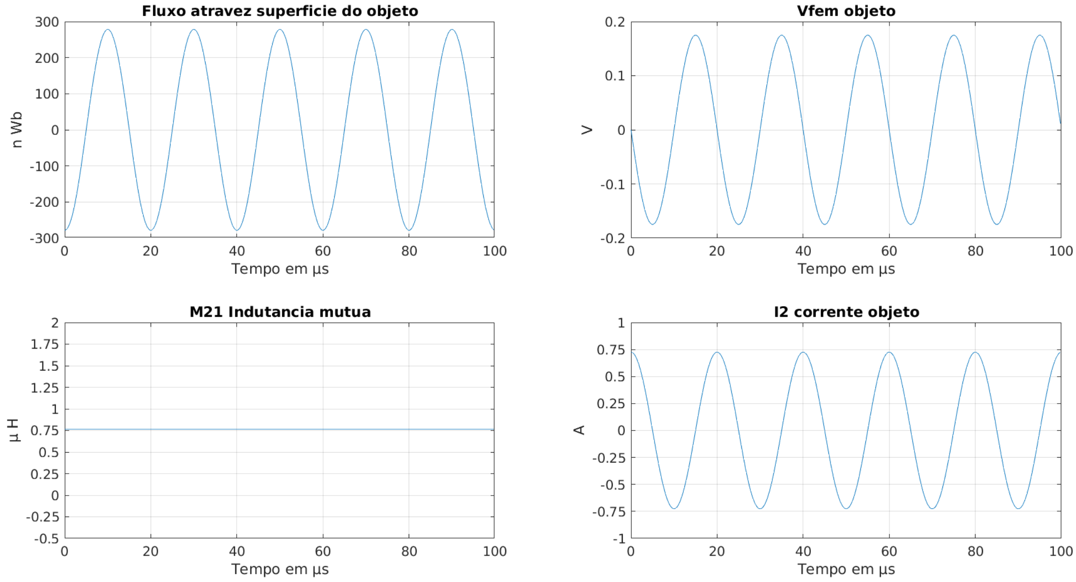
Aqui temos o campo magnetístico e a densidade de fluxo magnético gerada pela passagem de corrente no indutor, medidos a uma distância 5cm do centro do laço sem a presença de objeto condutor sobre o laço. Assim fazendo uma analogia que quanto maior a distância do centro menor sera a intensidade do campo e do fluxo.



$$V_{laço\ \ sem\ \ objeto} = 5.2\, sen(50 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot \pi \cdot t) V \qquad I = -0.3630 \cos(50 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot \pi \cdot t) A$$

$$H = -16.6851 \cos(50 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot \pi \cdot t) \frac{A}{m} \qquad B1 = -20.9671 \cos(50 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot \pi \cdot t) \mu \frac{Wb}{m^2}$$

Com o objeto a 5 cm temos no objeto.
Agora introduzindo um objeto condutor de eletricidade a uma distância de 5cm, este objeto tem um raio de 7cm, assim temos o fluxo, Vfem, indutância mutua e corrente no objeto.

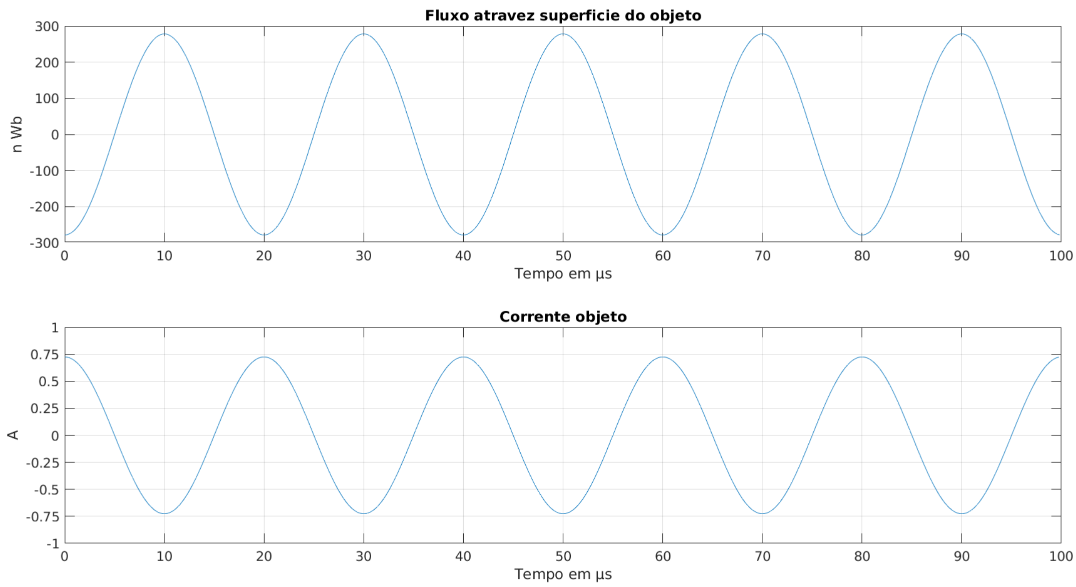


$\psi = -278.3\cos(50\cdot 10^{3}\cdot 2\cdot \pi\cdot t)\,n\,Wb$ $\quad V_{fem} = -0.1749\,sen(50\cdot 10^{3}\cdot 2\cdot \pi\cdot t)\,V$

$M21 = 0.7667\,\mu\,H$ $\quad I_2 = 0.7260\cos(50\cdot 10^{3}\cdot 2\cdot \pi\cdot t)\,A$

Assim aqui vemos que devido ao equacionamento a indutância fica constante invariável no tempo, dependendo somente da distância do objeto a fonte magnética.

Com o objeto a 5 cm temos no objeto.
Demostrando gráfica principal de funcionamento do projeto.
Temos um fluxo através da superfície e a **lei de Faraday-Lenz** explica que este vai gerar uma corrente contraria a este fluxo. Assim no gráfico podemos ver claramente este resultado.



$\psi = -278.3\cos(50\cdot 10^{3}\cdot 2\cdot \pi\cdot t)\,n\,Wb$ $\quad I_2 = 0.7260\cos(50\cdot 10^{3}\cdot 2\cdot \pi\cdot t)\,A$

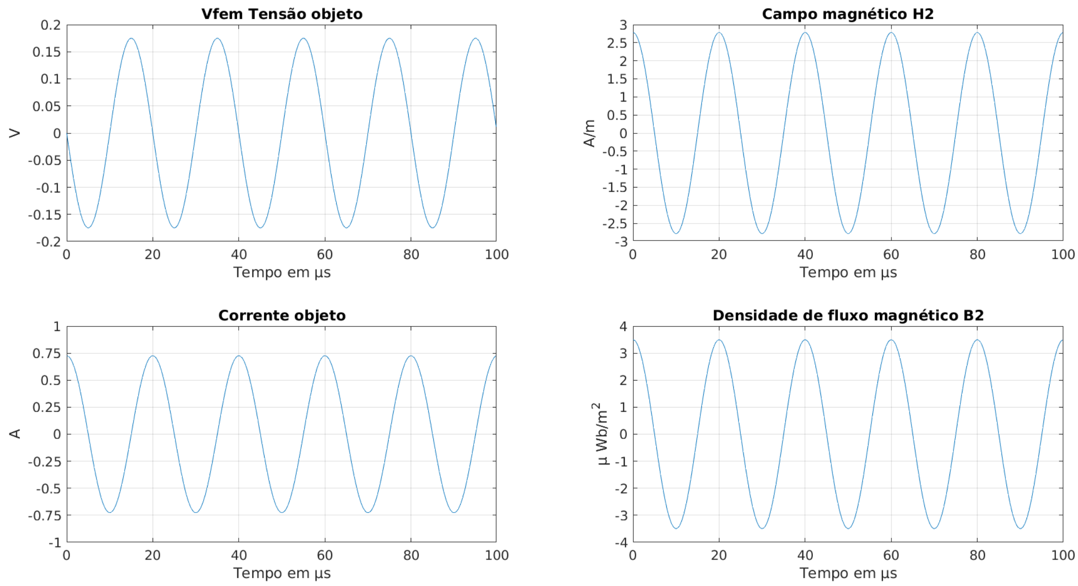
Perfeito sincronismo inverso, a medida que um sinal sobe o outro desce e vice-versa.

Melhorar colocar certinho a explicação da corrente inversa ao fluxo.

H2 e B2 distancia h = 5cm do objeto centro laço

E agora com analogia ao segundo gráfico que mostramos o gráfico de para H1 e B1 fazemos o mesmo para H2 e B2.

Aqui temos o campo magnetístico e a densidade de fluxo magnéticos gerados pela passagem de do fluxo magnético do laço através da superfície, medidos a uma distancia 5cm do centro da superfície ou seja no centro do laço.

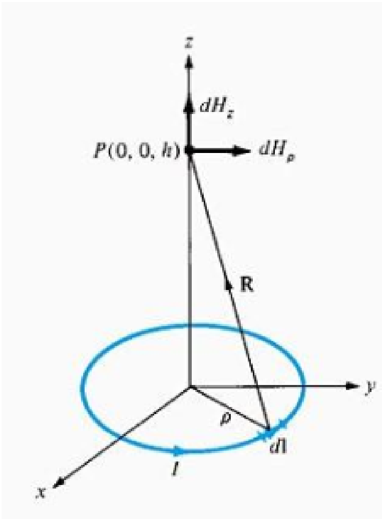


$$V_{fem}=-0.1749\,sen(50\cdot10^3\cdot2\cdot\pi\cdot t)V \qquad H=2.7808\cos(50\cdot10^3\cdot2\cdot\pi\cdot t)\frac{A}{m}$$

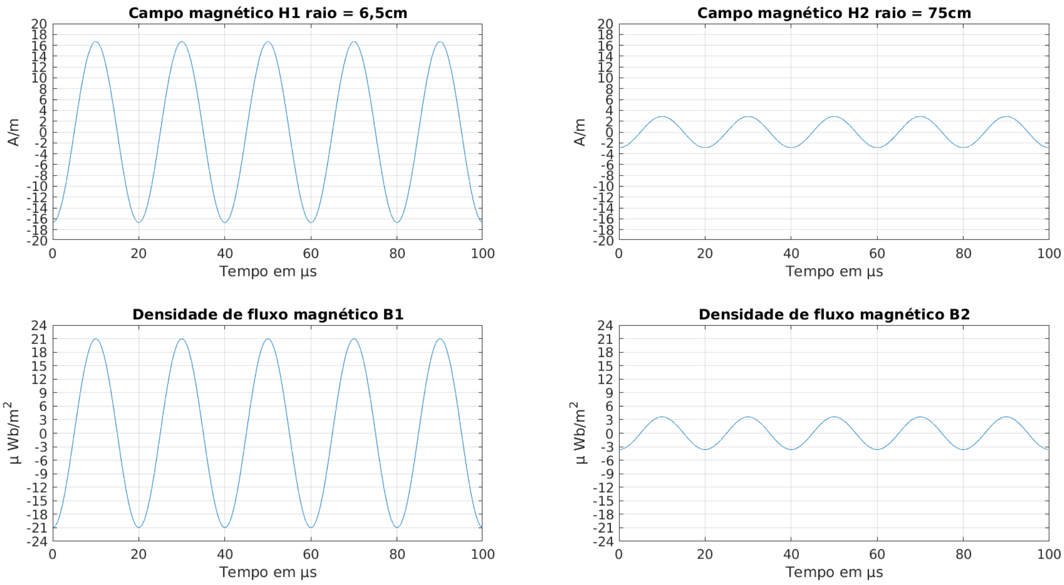
$$I_2=0.7260\cos(50\cdot10^3\cdot2\cdot\pi\cdot t)\,A \qquad B1=3.4945\cos(50\cdot10^3\cdot2\cdot\pi\cdot t)\,\mu\frac{Wb}{m^2}$$

Vfem, corrente defasada de +90° da tensão, e o campo magnético e fluxo magnético em relação a corrente no objeto.

Ta muito bem fizemos um radar de panelas... Mas é para um veículo como fica o laço e os resultados?



Voltando a imagem inicial, estamos medindo o campo H e as equações derivadas de H em relação a um ponto no centro do laço assim se fizermos um laço real com medida de 1,5m de diâmetro (75cm de raio) como fica o resultado?
A uma distancia de 5cm de altura do centro do laço temos.



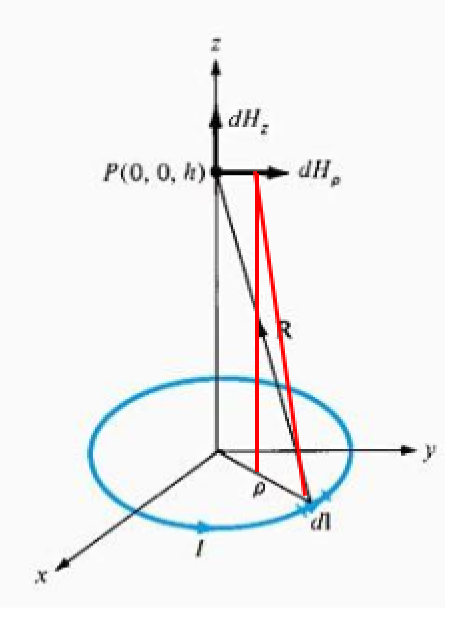
$$H1=-16.6851\cos(50\cdot10^3\cdot2\cdot\pi\cdot t)\frac{A}{m} \qquad H2=-2.8846\cos(50\cdot10^3\cdot2\cdot\pi\cdot t)\frac{A}{m}$$

$$B1=-20.9671\cos(50\cdot10^3\cdot2\cdot\pi\cdot t)\mu\frac{Wb}{m^2} \qquad B2=-3.6249\cos(50\cdot10^3\cdot2\cdot\pi\cdot t)\mu\frac{Wb}{m^2}$$

Colocando em perspectiva, com a magnitude do sinal na mesma escala, temos que no centro do nosso laço o campo é 5.7841 menor no laço maior.

Mas temos que lembrar que quando o veículo estiver sobre o laço ele vai afetar o campo com um todo e assim podemos demostrar que sim existe um campo bem mais forte do que o que se encontra no centro do laço a uma distância diferente do centro.

Temos que a intensidade do campo magnético é mais forte no interior do laço, porém o efeito que estamos tendo é que o laço é tão grande que no ponto **h** sobre o centro do laço este campo é mais fraco que em um laço menor pois agora a distância ate o centro é muito maior. Assim temos a imagem mostrada abaixo que ilustra que ao mantermos a altura mas alteramos a distancia do ponto em relação ao anel teremos um novo ponto e neste novo ponto uma intensidade maior do campo.



Então vamos medir o campo magnético em um ponto (x, y, h) afastado do centro.

O que muda do original:

Original:

$$R=(0,0,h)-(x,y,0)=-\rho\vec{a}_p+h\vec{a}_z$$

$$H=\frac{N I \rho^2}{2[\rho^2+h^2]^{\frac{3}{2}}}\vec{a}_z$$

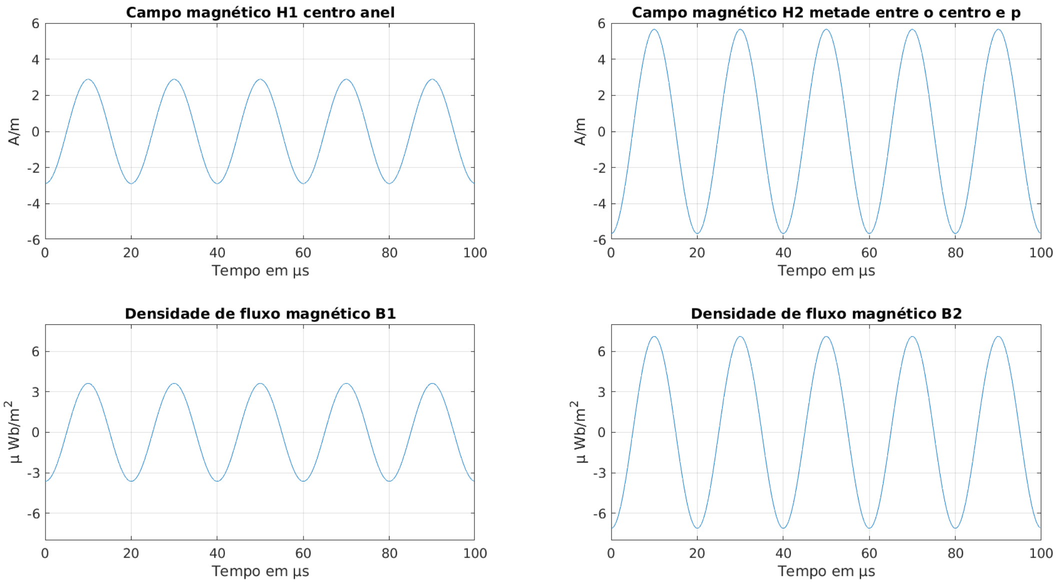
Novo:

$$R=(x',y',h)-(x,y,0)=(\rho_2-\rho)\vec{a}_p+h\vec{a}_z=-(\rho-\rho_2)\vec{a}_p+h\vec{a}_z$$

$$H=\frac{N I(\rho-\rho_2)^2}{2[(-(\rho-\rho_2))^2+h^2]^{\frac{3}{2}}}\vec{a}_z$$

Assim com este ρ_2 localizado na metade entre o centro do anel e o anel ou seja $\rho_2 = \frac{\rho}{2}$

Obtemos o seguinte gráfico.



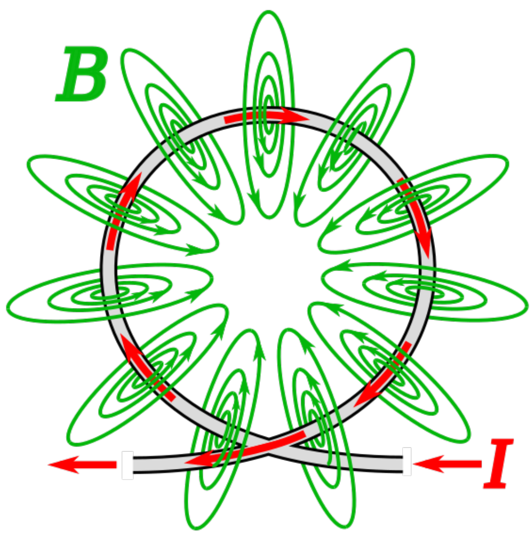
$$H1 = -2.8846\cos(50 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot \pi \cdot t)\frac{A}{m} \qquad H2 = -5.6563\cos(50 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot \pi \cdot t)\frac{A}{m}$$

$$B1 = -3.6249\cos(50 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot \pi \cdot t)\mu\frac{Wb}{m^2} \qquad B2 = -7.1079\cos(50 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot \pi \cdot t)\mu\frac{Wb}{m^2}$$

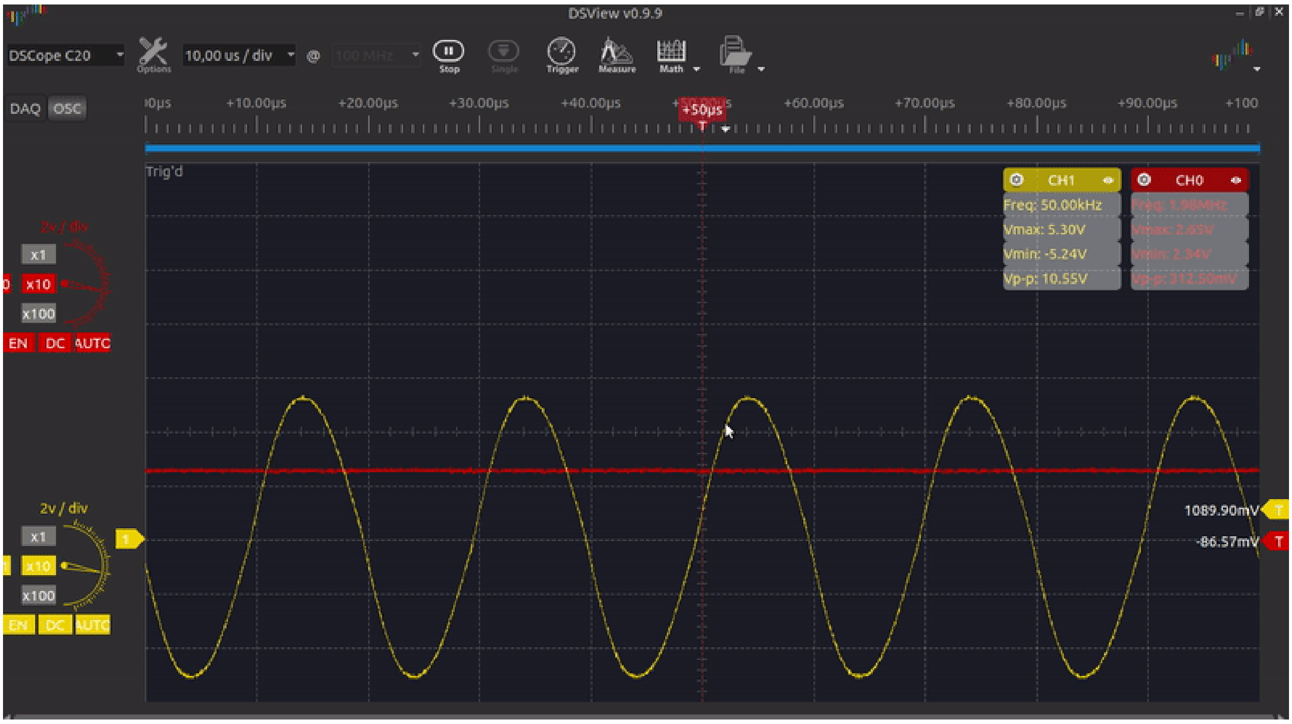
Onde na esquerda temos H e B no centro do anel e a direita sobre o ponto (x,y,h) com $\rho_2 = \frac{\rho}{2}$

Assim demostrando que a medida que nos aproximamos do anel temos uma maior campo magnético e este campo magnético ao redor do anel tera sim intensidade o suficiente para identificar o veículo quando este próximo ou sobre o anel. Porem é necessário saber que este campo só sera maior se mantermos uma distância h, caso nos aproximarmos muito próximo do anel a intensidade do campo diminui.

Esta imagem demostra isso que o campo é mais intenso a uma distancia h um pouco afastada do centro a medida que nos aproximamos do anel a intensidade diminui.



O funcionamento prático:
Animação onde aproximamos e afastamos o objeto a um dos laços.
Gif osciloscópio, variando a distância temos o seguinte gráfico.



E pra demostrar que as deduções e calculo estão corretos, foi reproduzido o mesmo efeito variando a distância e o tempo (5 períodos do sinal, distancia de 0 a 30cm) no Matlab e usando todas as equações demostrada podemos reconstruir matematicamente a tensão sobre o indutor.
Gif matlab