



第 13 章

竞赛树



竞赛树(Tournament Trees)

- 象堆一样，竞赛树也是完全二叉树，可用11.4.1节定义的数组描述的二叉树来进行最有效地存储。
- 竞赛树的类型：
 - 赢者树
 - 输者树

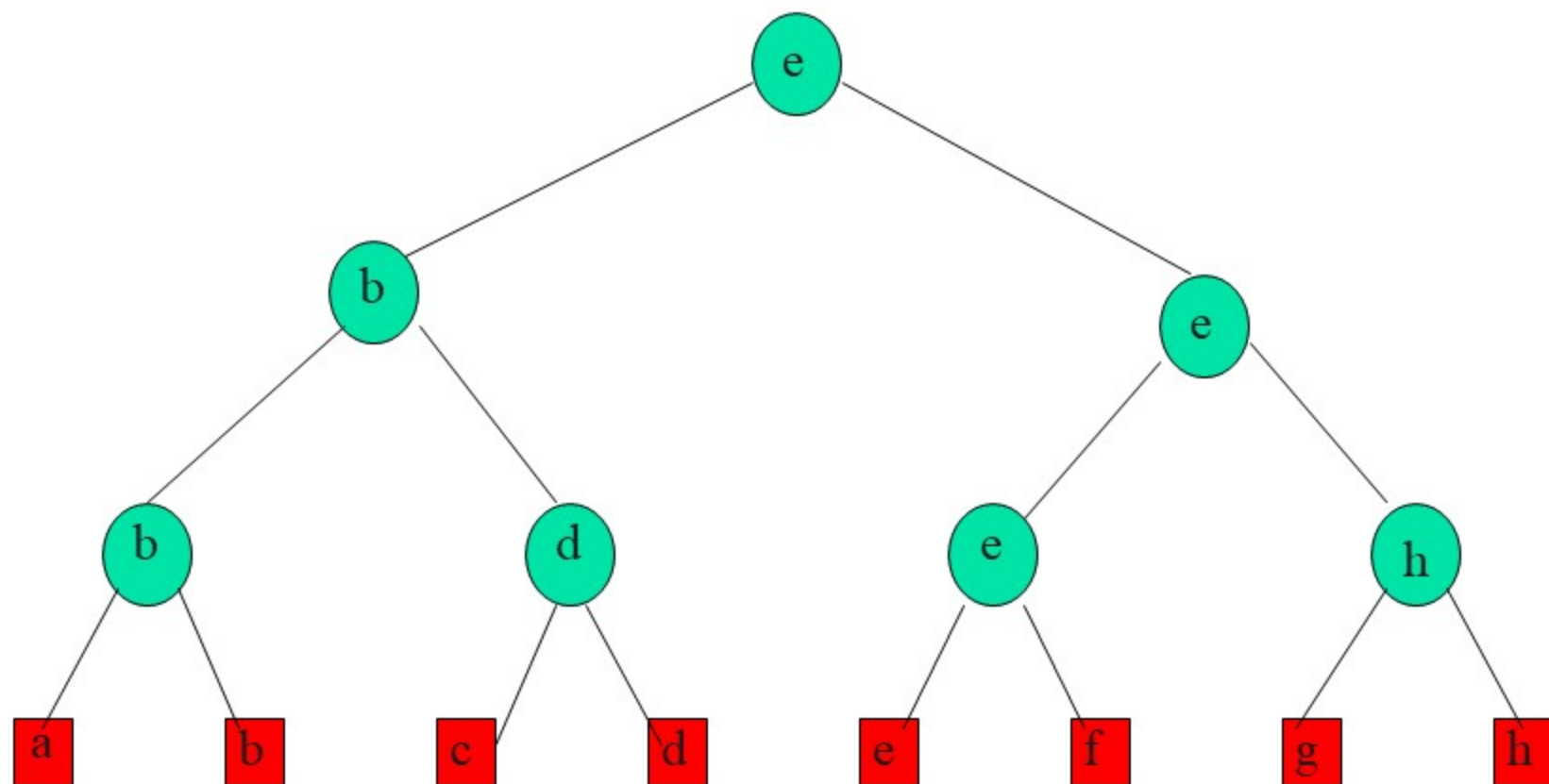


竞赛树

- 比赛采用的是突然死亡(sudden-death mode)的比赛规则
 - 一名选手只要输一场球，就被淘汰。
 - 两两比赛，直到剩下一个，最终必然只剩下一个赢者。
- 竞赛树可以用二叉树描述：
 - 每个外部节点分别代表一名选手
 - 每个内部节点分别代表一场比赛，参加每场比赛的选手是子节点所对应的两名选手。
 - 同一层节点所构成的一轮比赛可以同时进行。
- 竞赛树在某些情况下也被称为选择树(selection tree)。

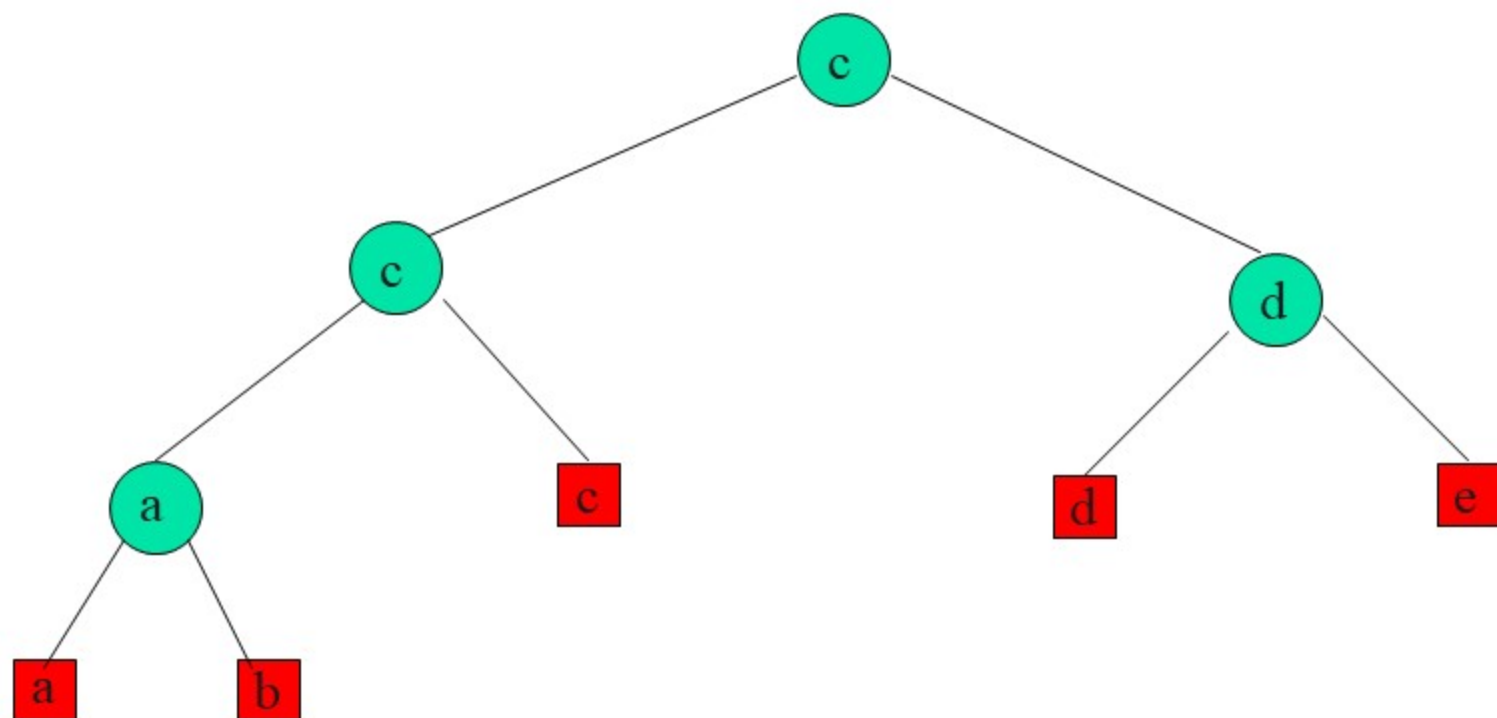


竞赛树示例





竞赛树示例



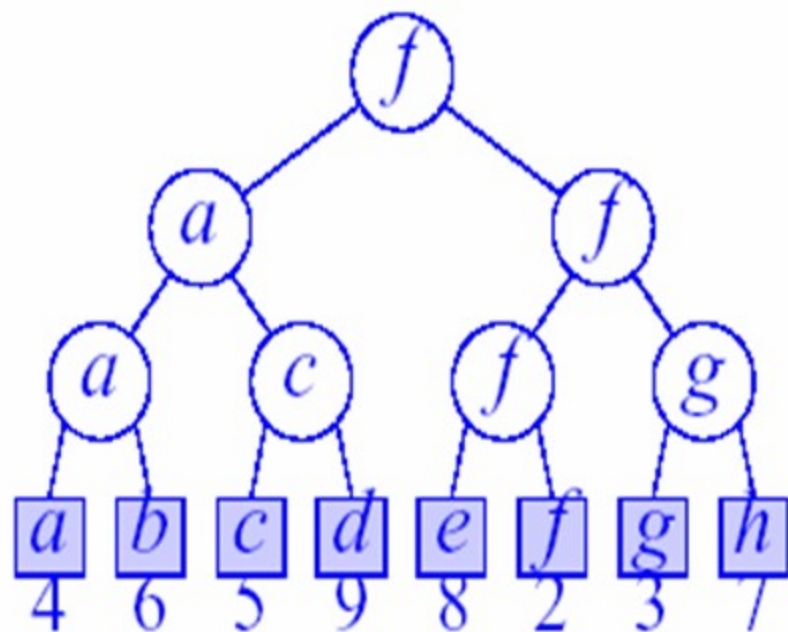


赢者树(Winner Trees)

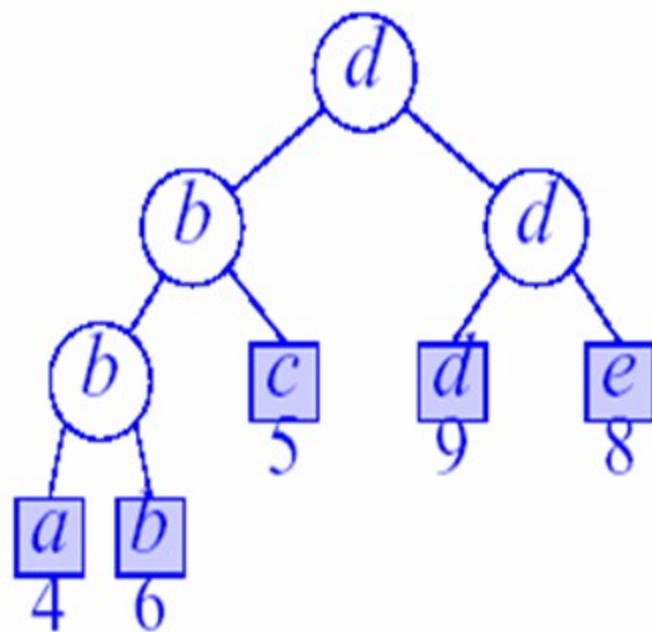
- 定义
- 定义[赢者树]: 对于 n 名选手, 赢者树是一棵含 n 个外部节点, $n-1$ 个内部节点的完全二叉树, 其中每个内部节点记录了相应赛局的赢家。
- 为决定一场比赛的赢家, 假设每个选手有一得分, 且赢者取决于对两选手得分的比较。
- 在最小赢者树(min winner tree)中, 得分小的选手获胜; 同理, 在最大赢者树(max winner tree)中, 得分大的选手获胜。



赢者树



(a) 最小赢者树



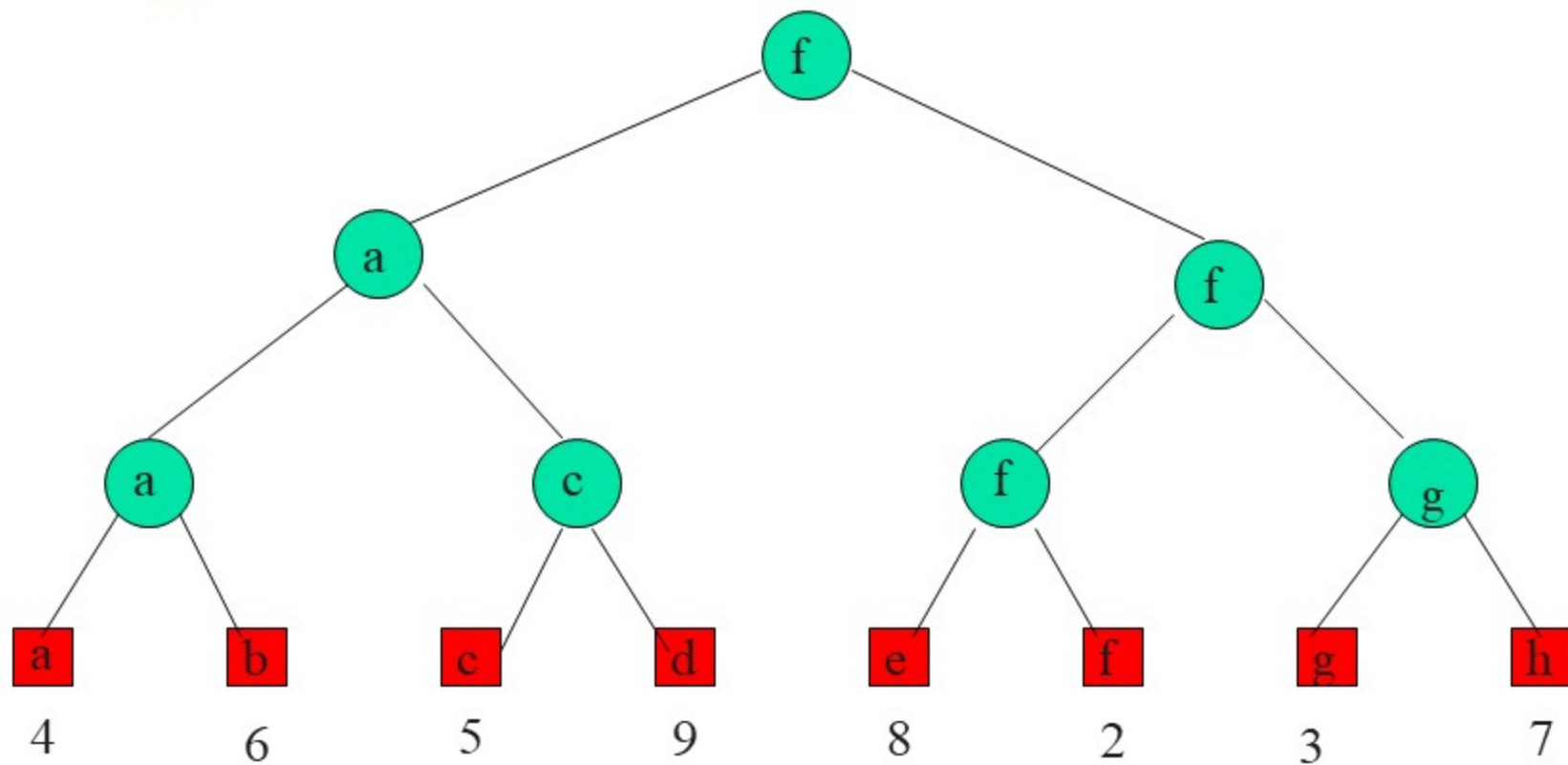
(b) 最大赢者树

高度是： $\lceil \log_2 n \rceil$



赢者树操作

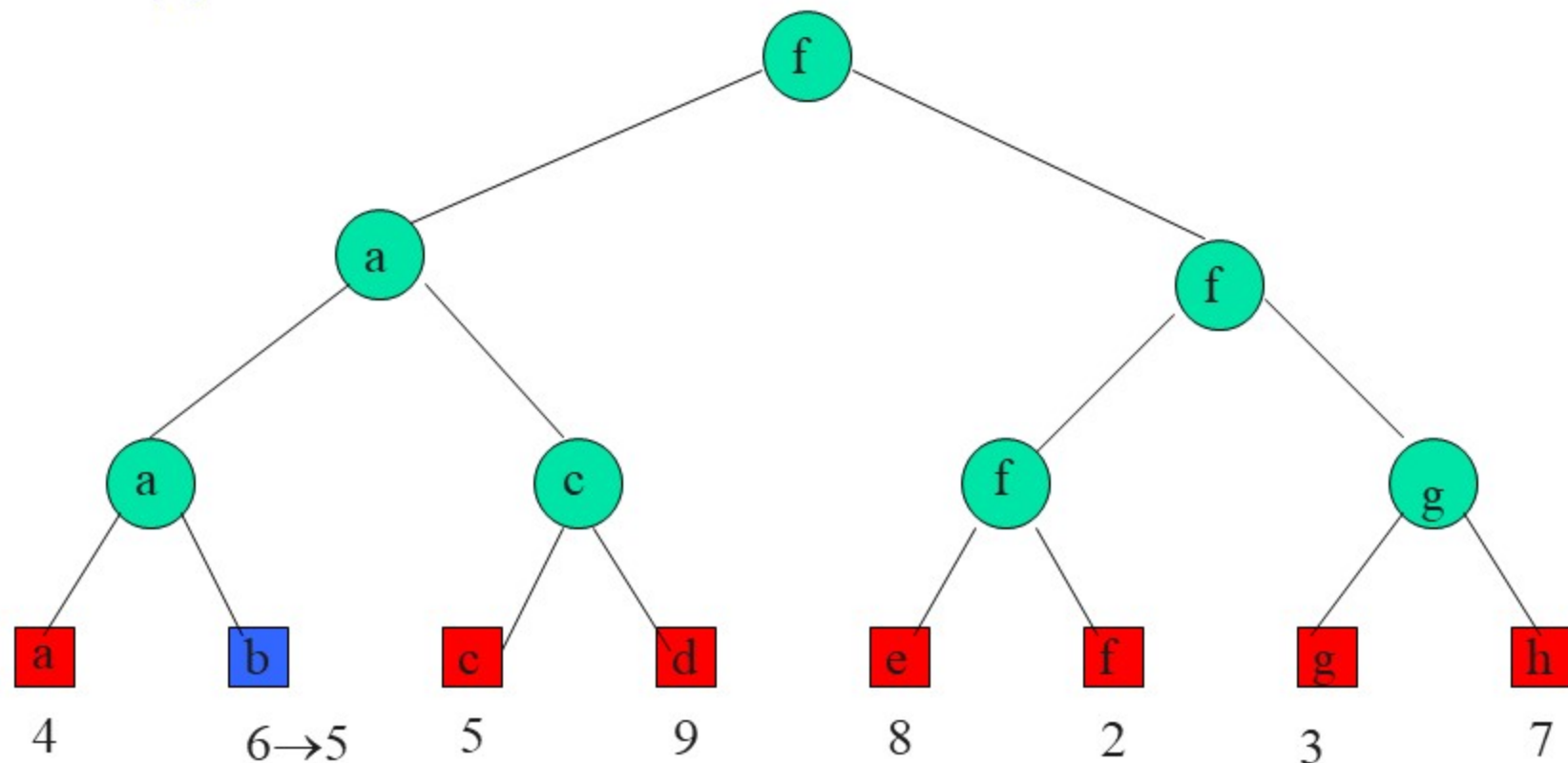
■ 重构:





赢者树操作

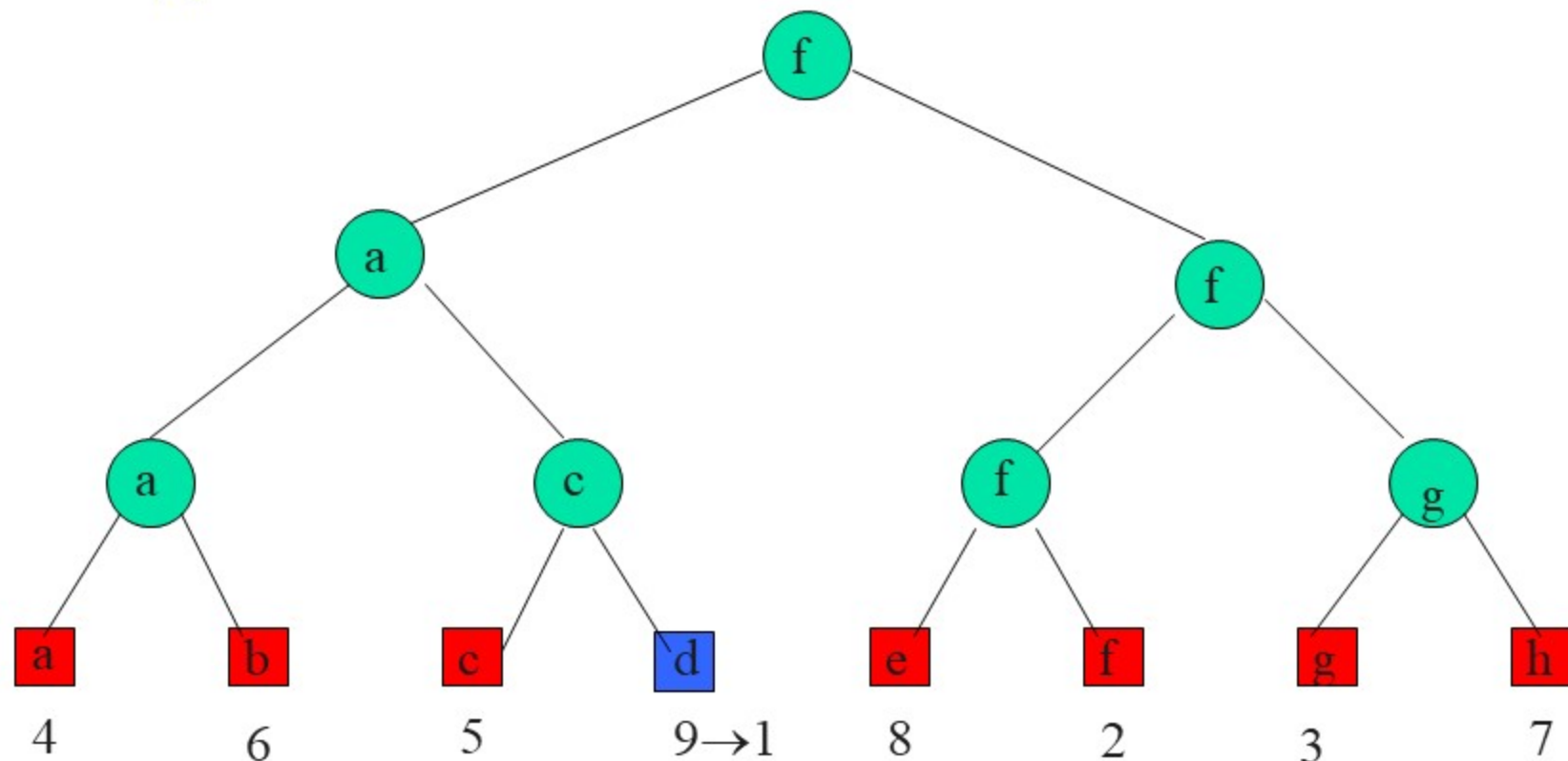
■ 重构:





赢者树操作

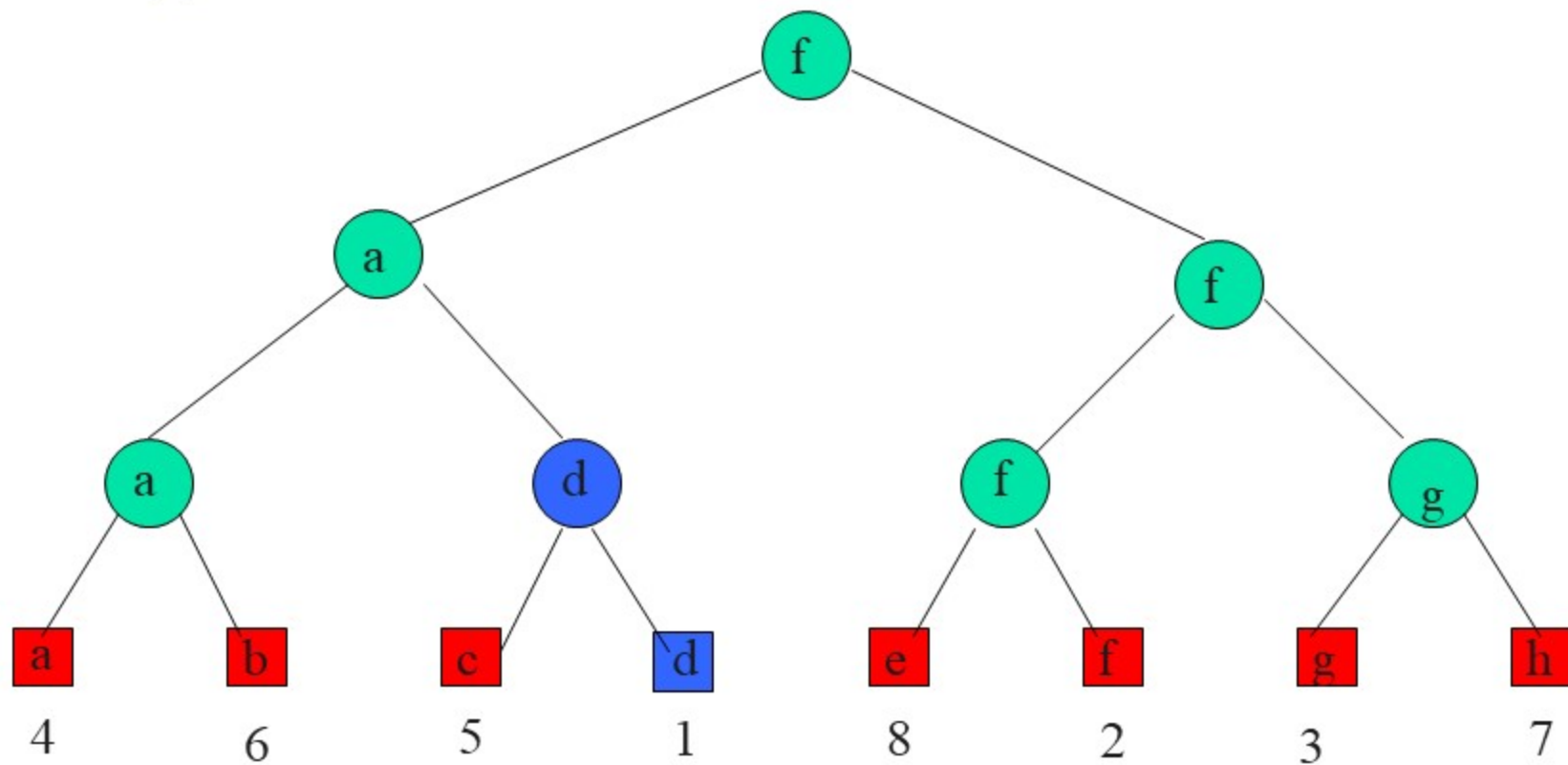
■ 重构:





赢者树操作

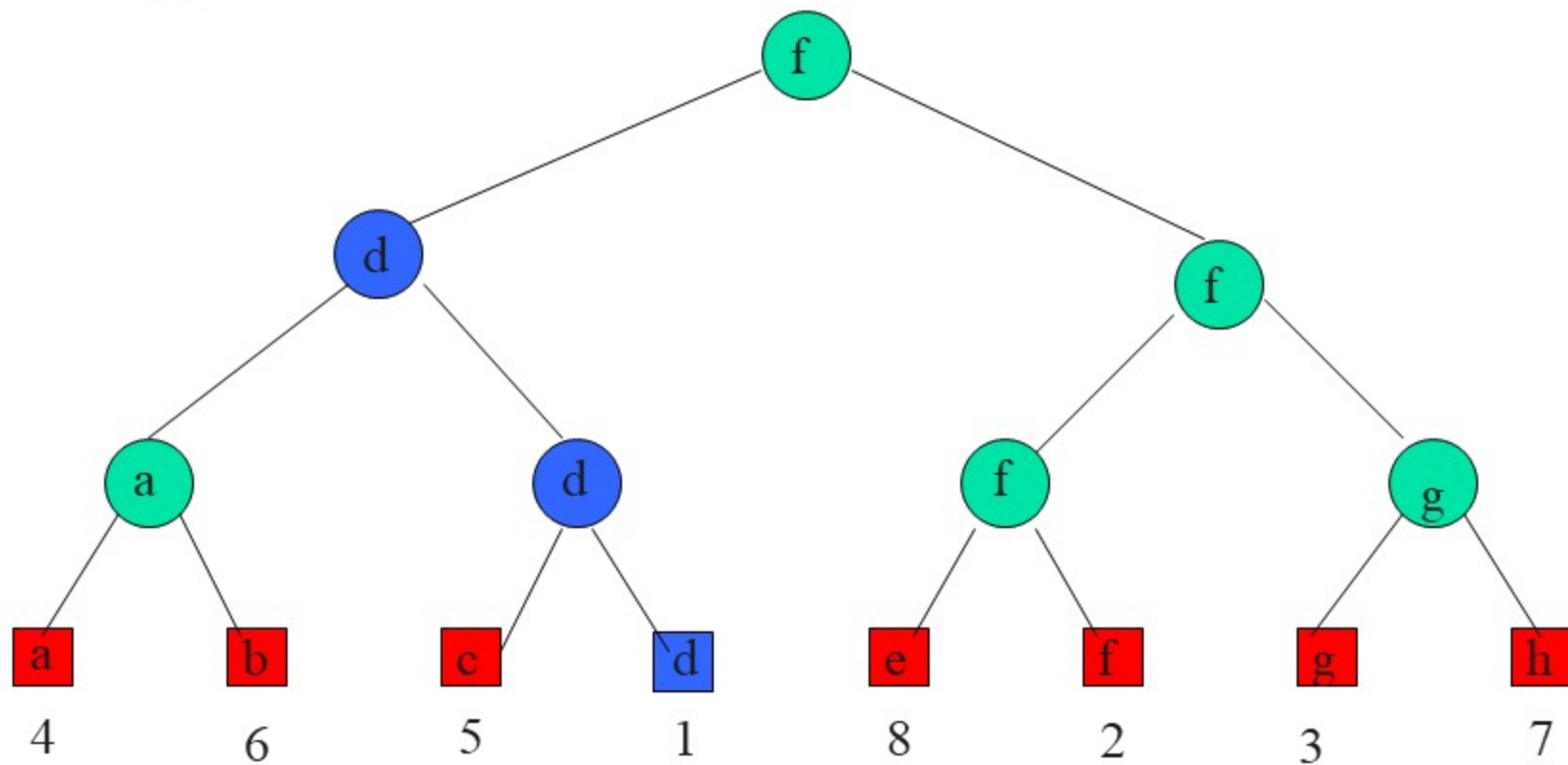
■ 重构:





赢者树操作

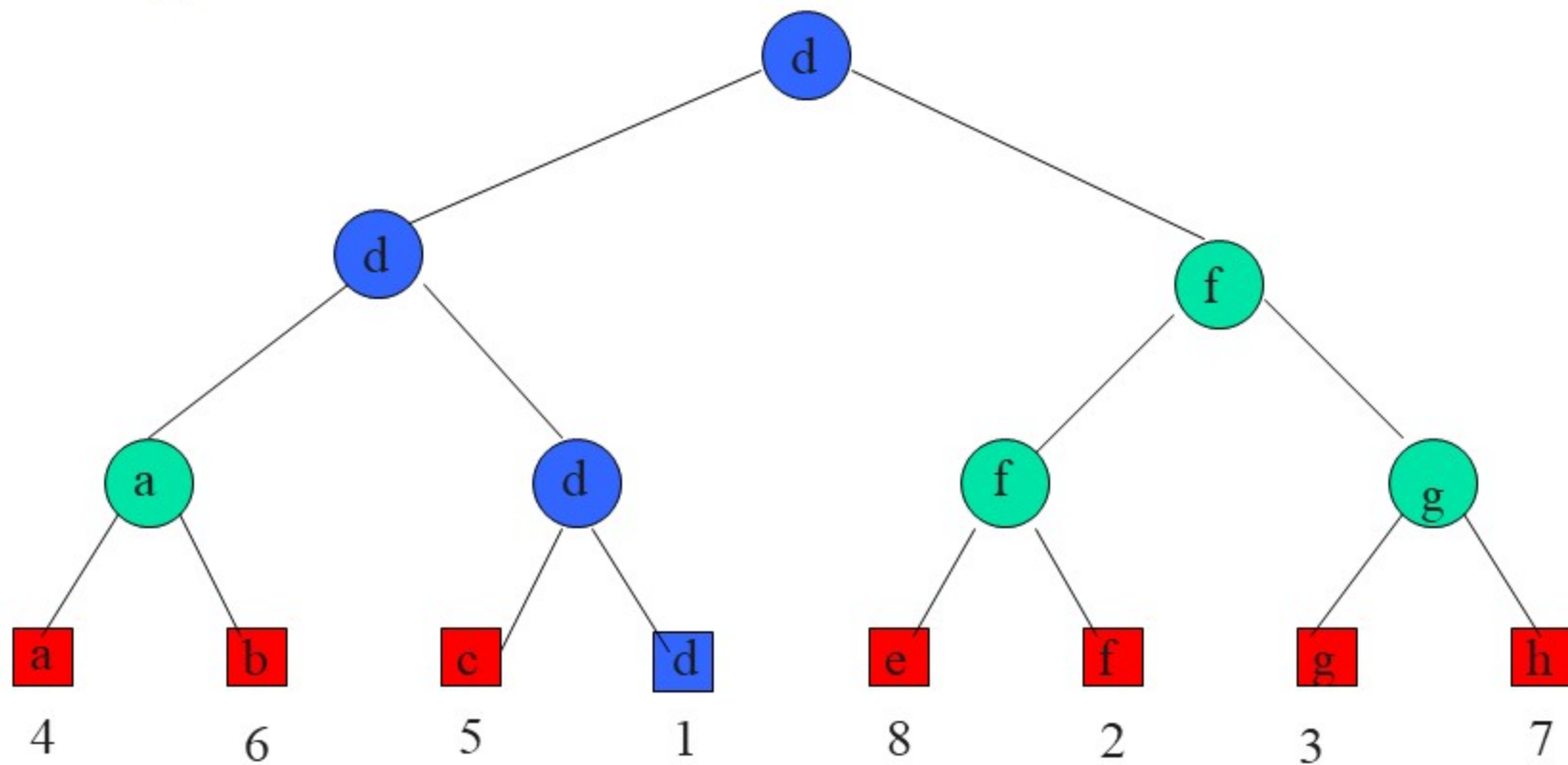
■ 重构:





赢者树操作

■ 重构:



- 时间: $O(\log n)$ 次.



赢者树操作

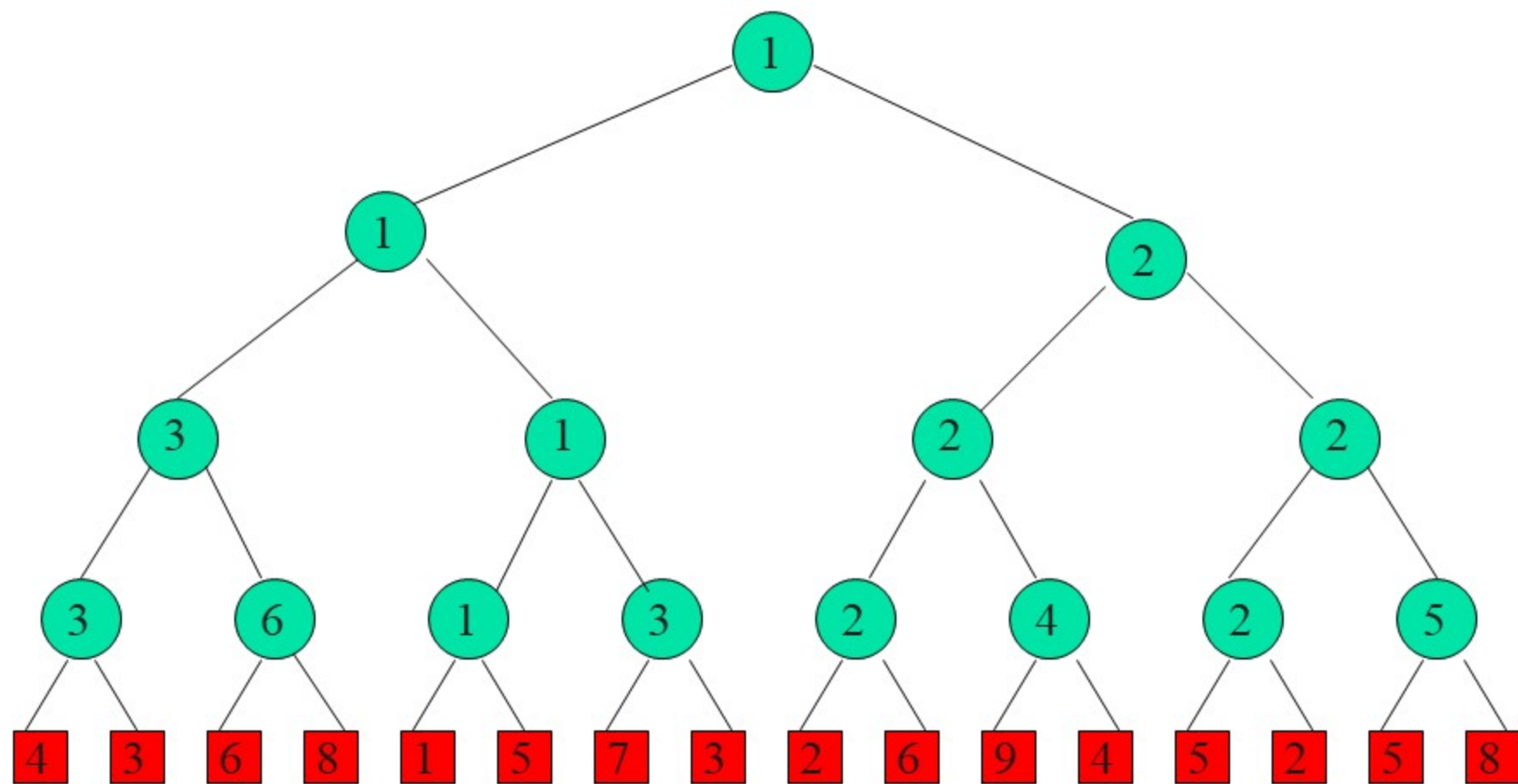
■ 初始化:

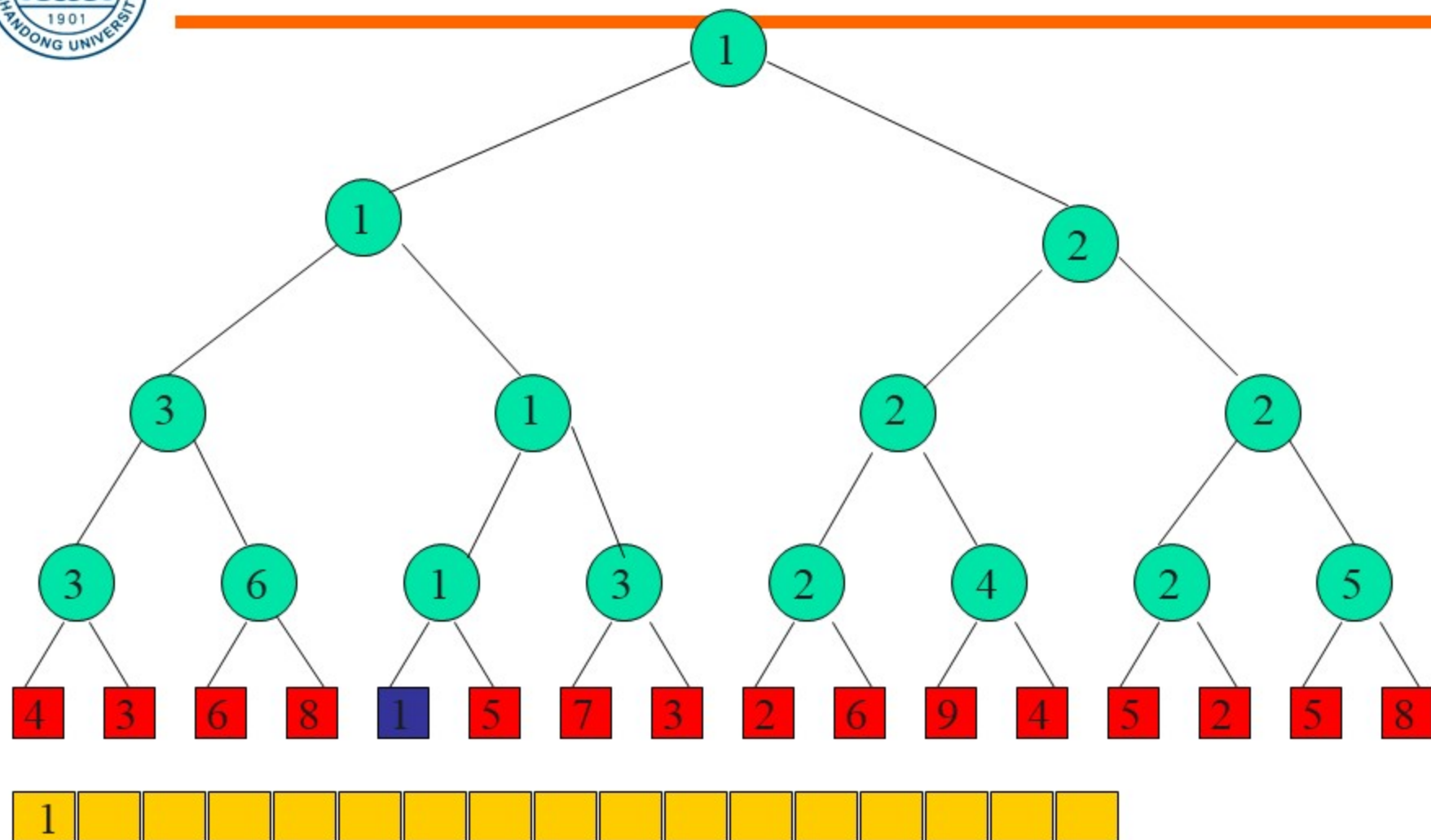
- 对于一棵有 n 名选手的赢者树, $n-1$ 在内部节点中共需进行 $n-1$ 场比赛。
- 初始化 n 个选手的赢者树: $O(n)$ 次



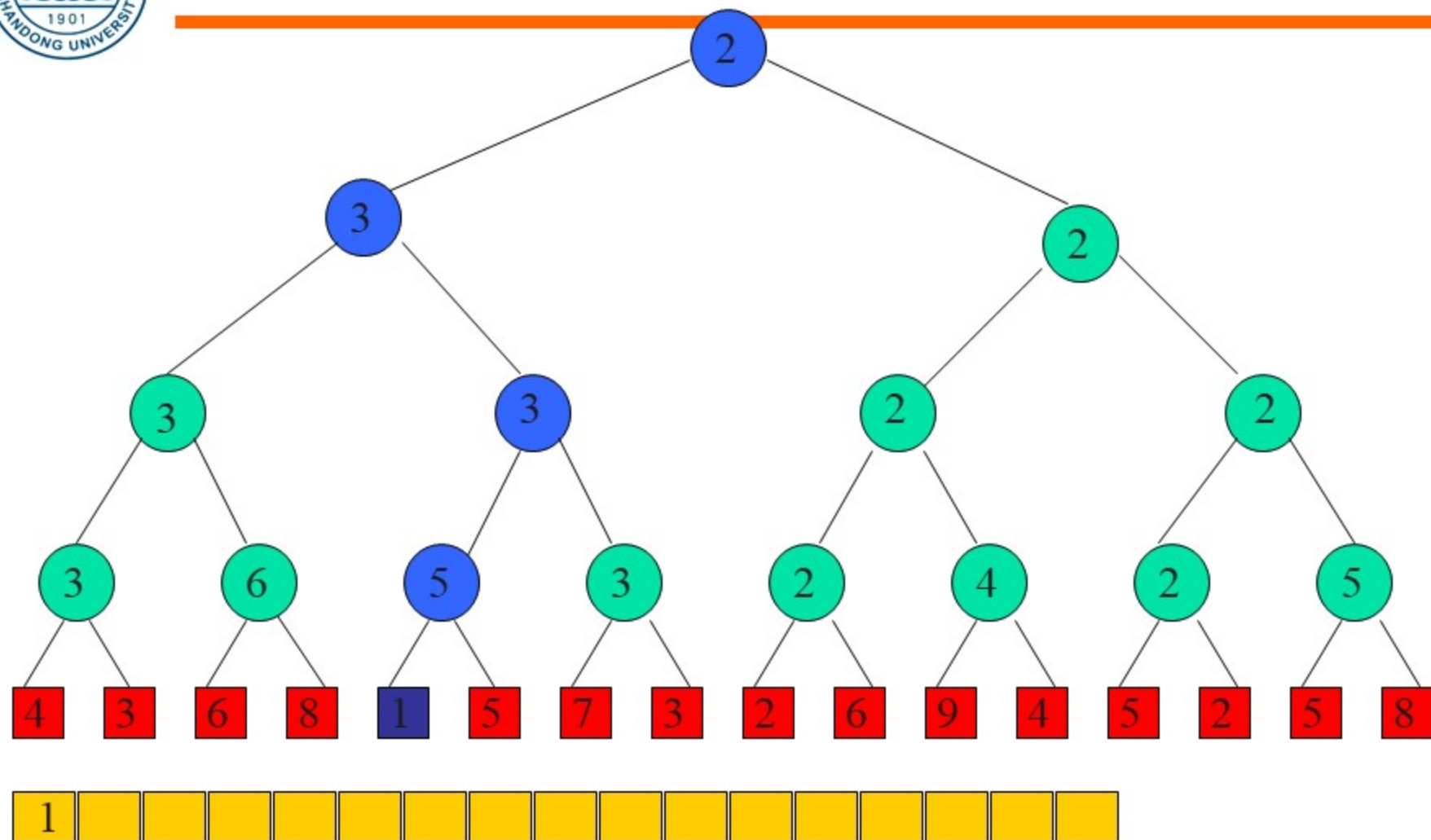
应用 — 排序

- 例 10.1 对 n 个元素进行排序(树形选择排序)
 1. 用 n 个元素代表 n 名选手对赢者树(最小)进行初始化。
 2. 取出赢家(具有最小值的元素), 然后将该选手(元素)的值改为最大值(如 ∞)
 3. 重构该赢者树。
 4. 重复 2, 3步 $n-1$ 次.

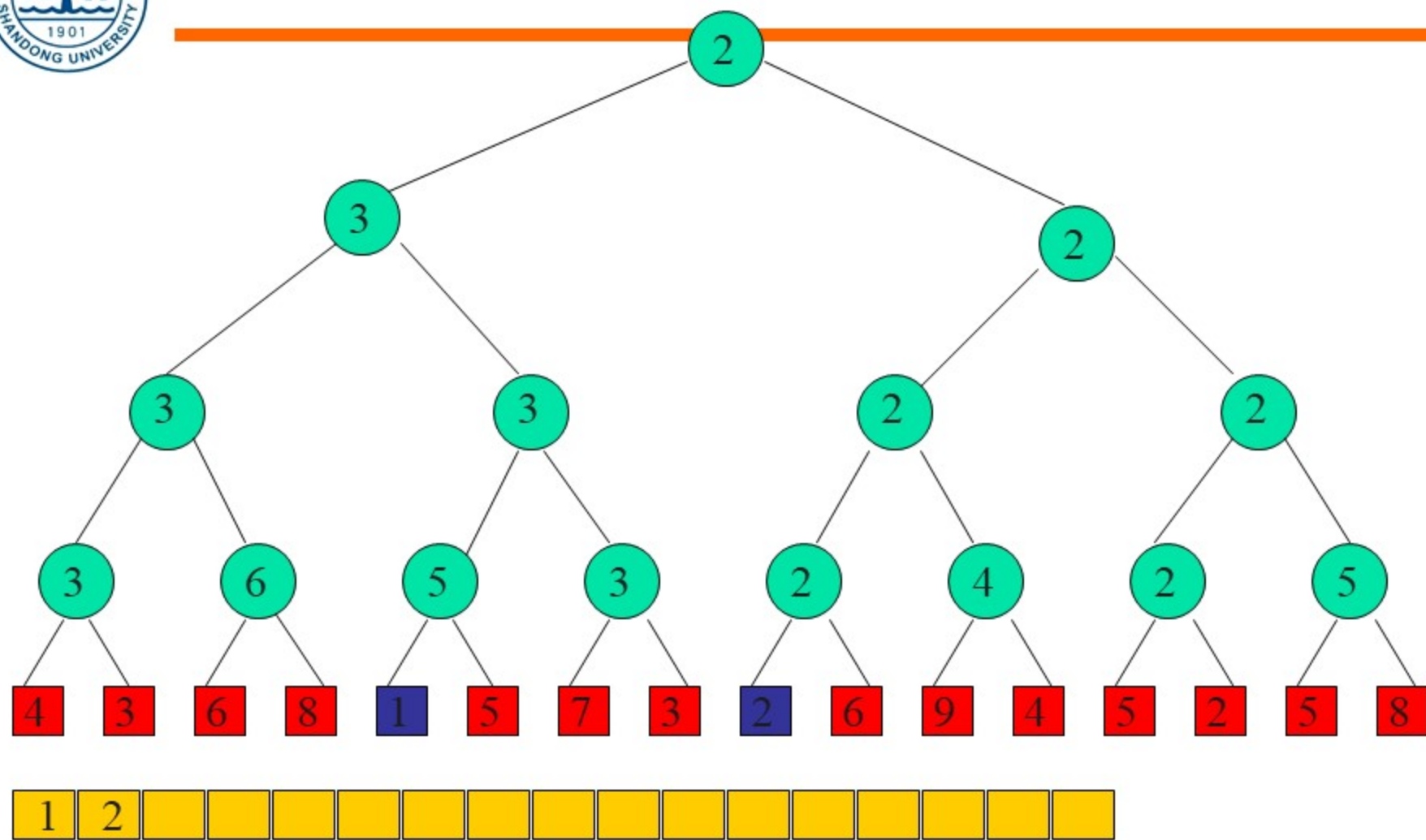




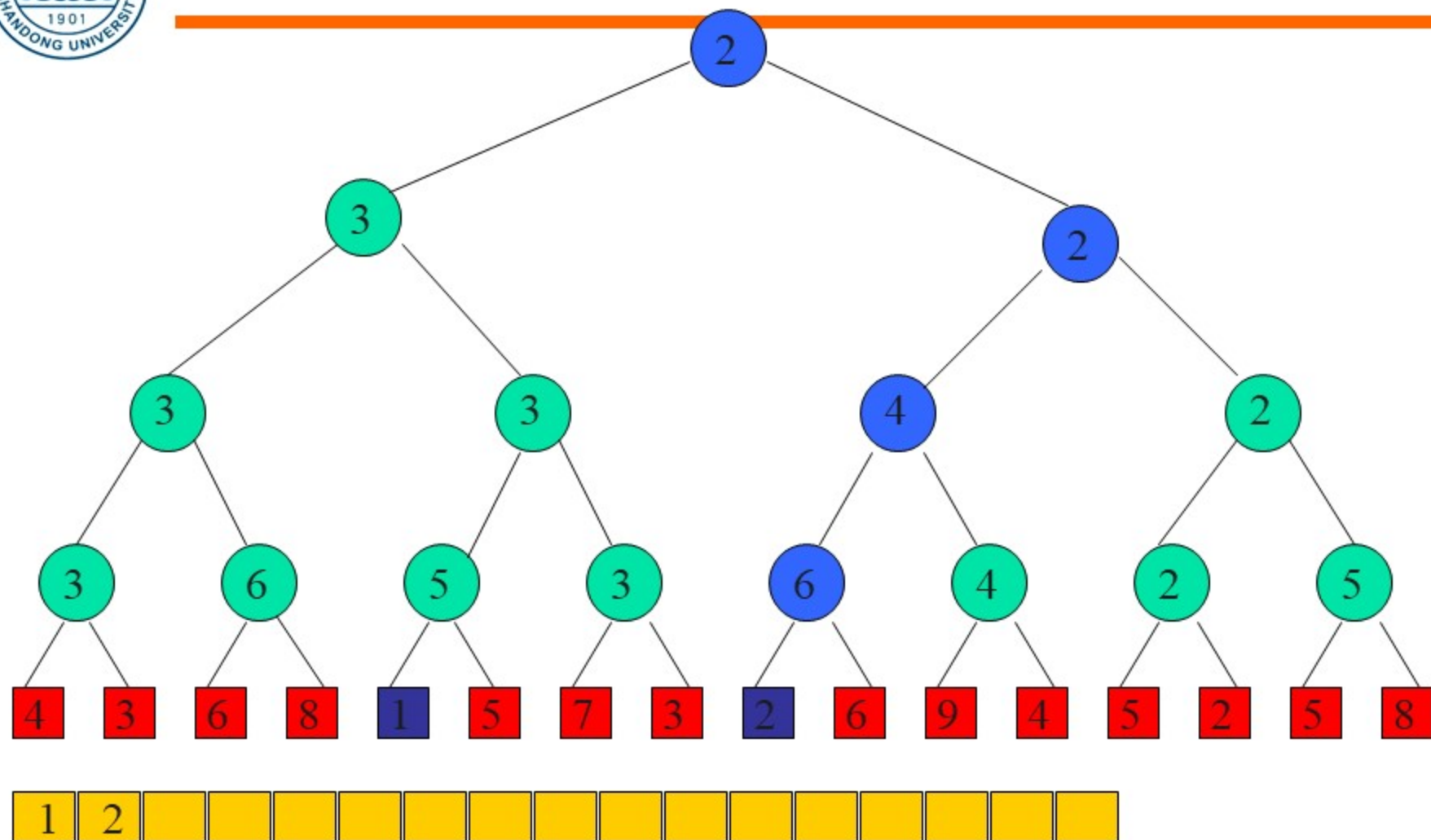
排好序的数组.



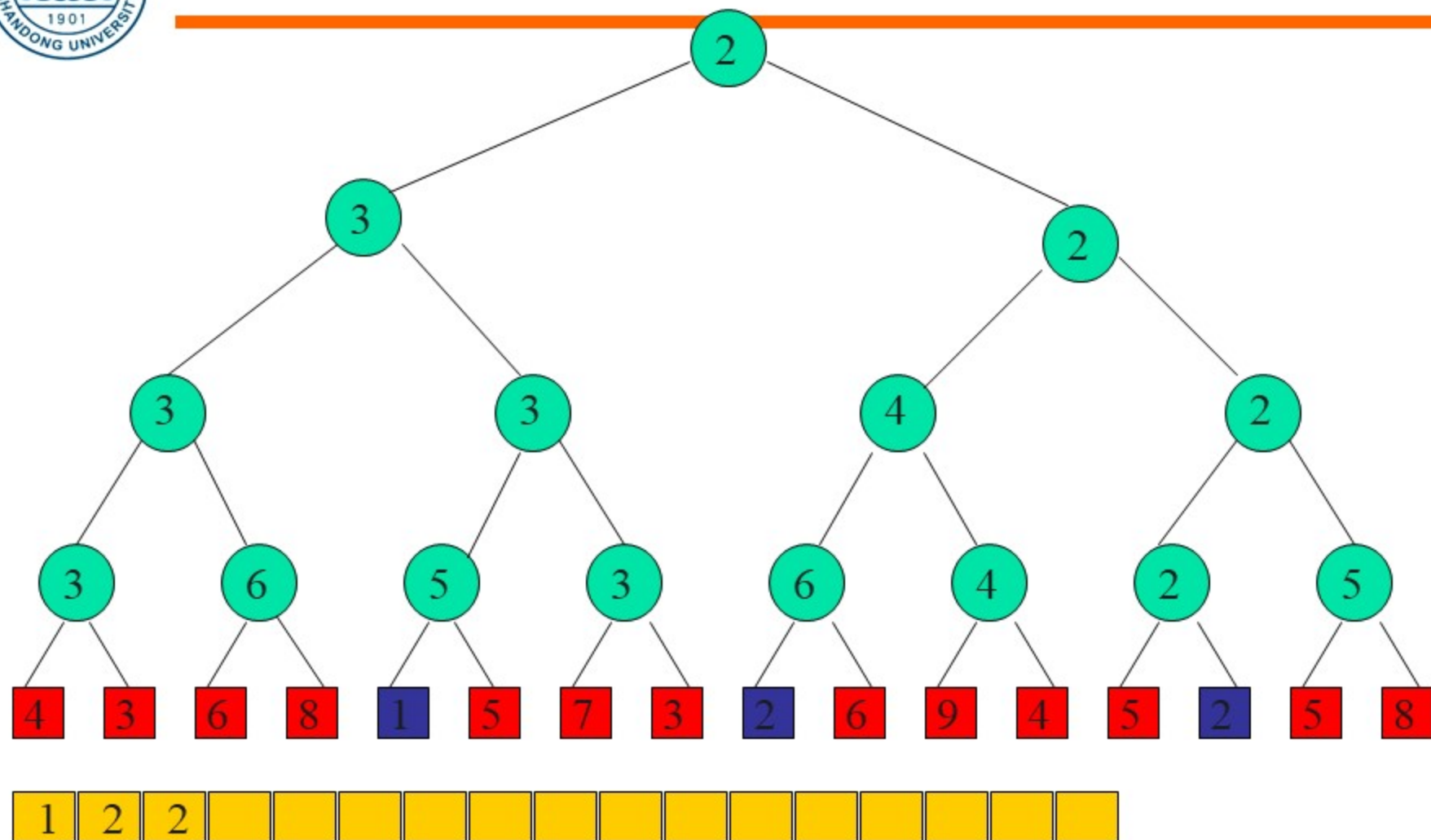
排好序的数组.



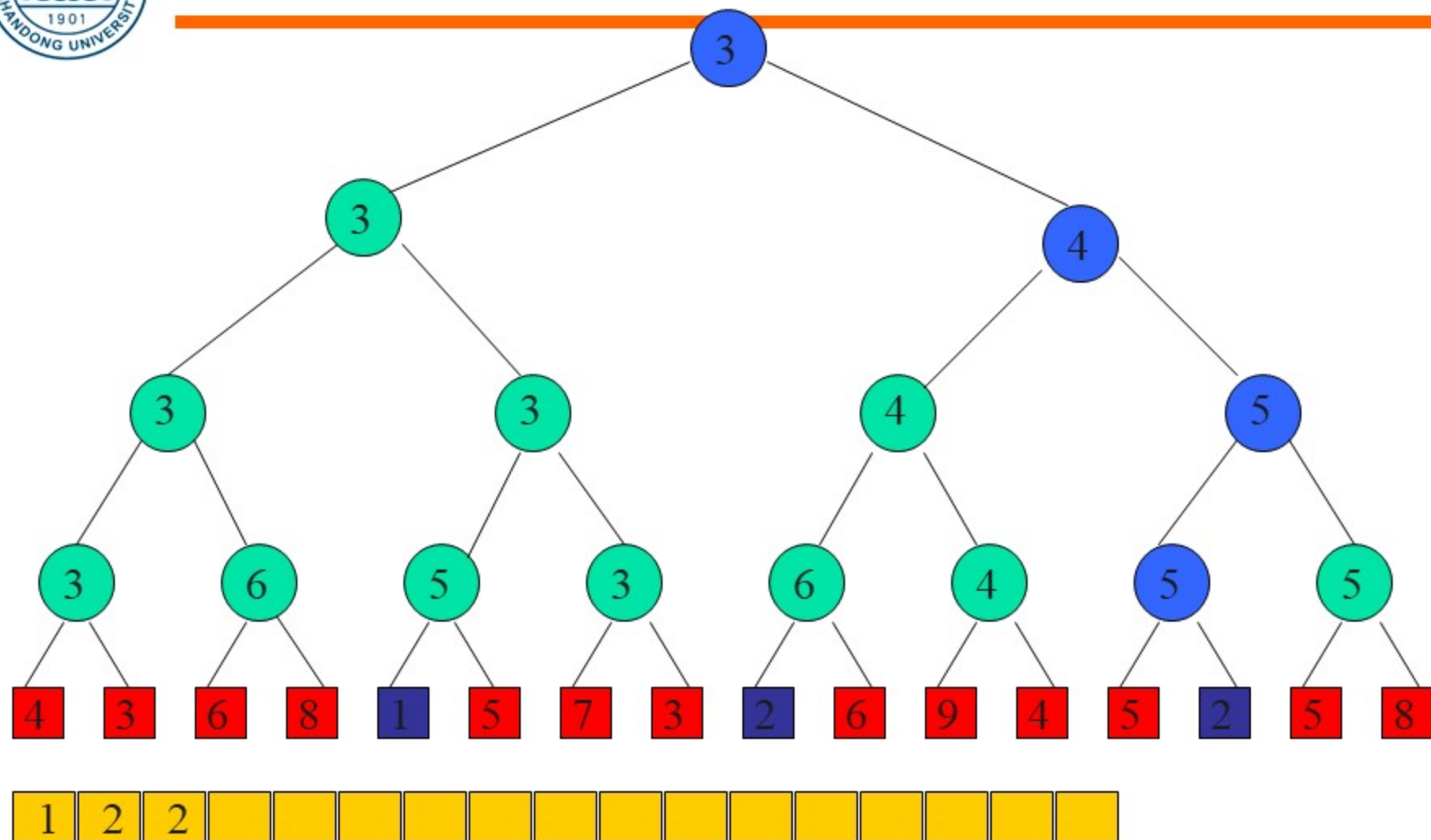
排好序的数组.



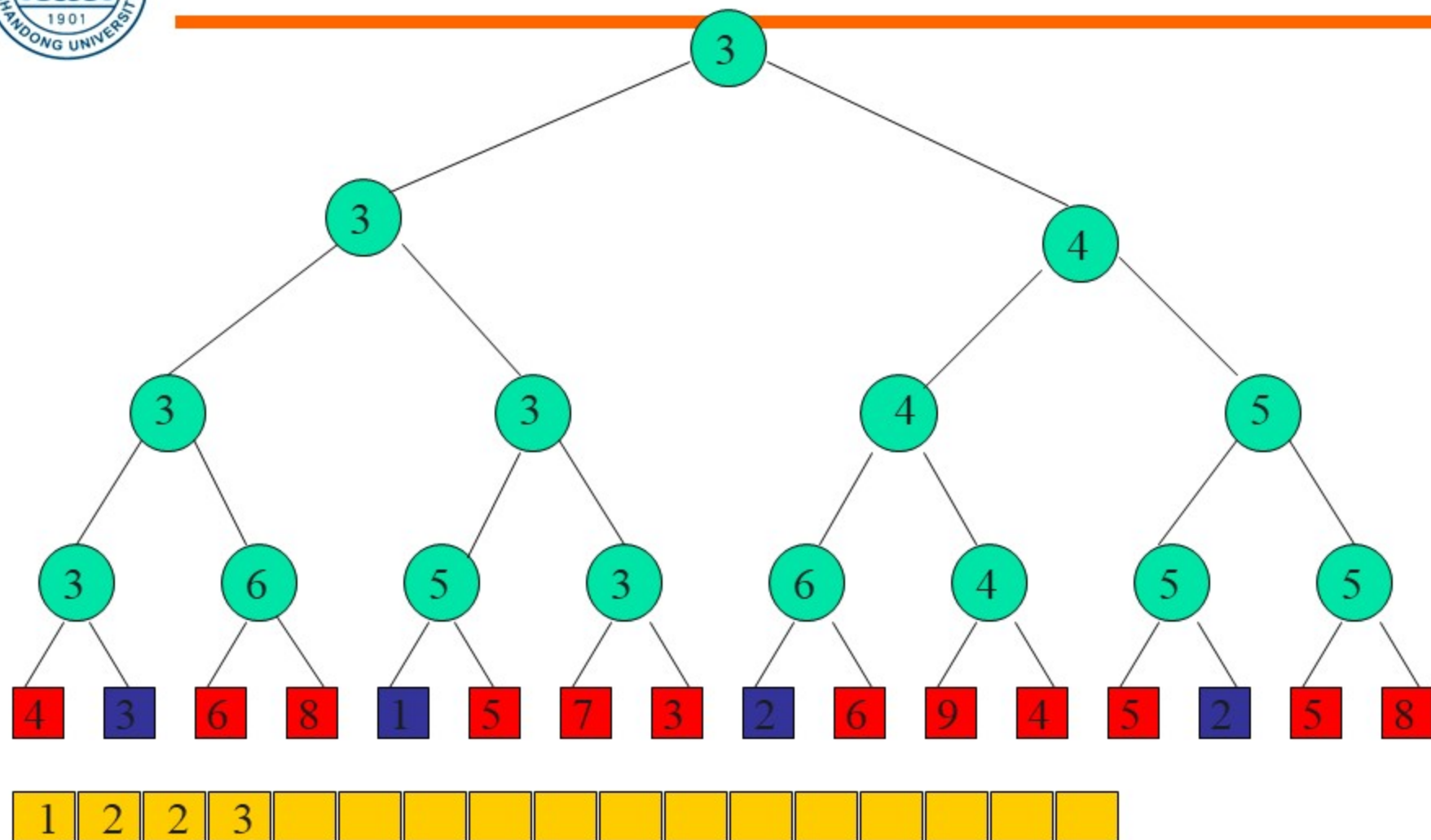
排好序的数组.



排好序的数组.



排好序的数组.



排好序的数组.



选择排序时间复杂性

- 初始化赢者树.
 - $O(n)$
- 取出赢家和重构.
 - $O(\log n)$
- 取出赢家和重构 n 次.
 - $O(n \log n)$
- 排序总的时间复杂性: $O(n \log n)$.



输者树(Loser Trees)

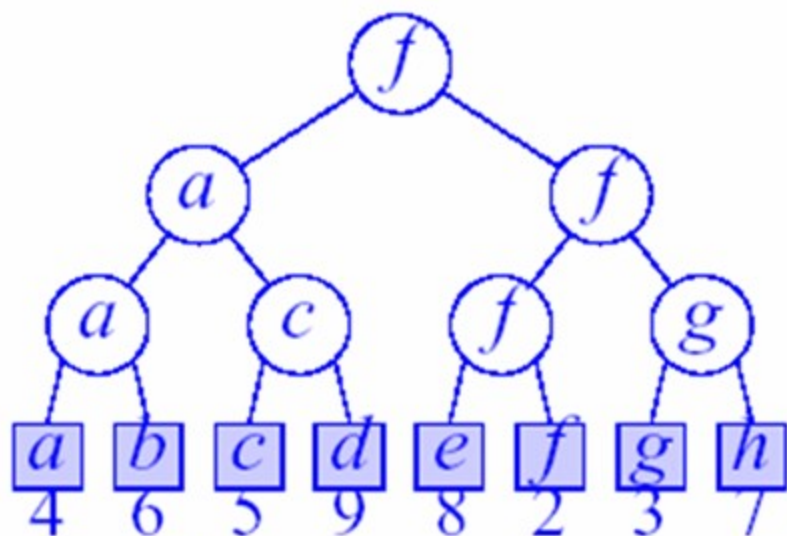
■ 定义

- 定义[输者树]: 对于 n 名选手, 输者树是一棵含 n 个外部节点, $n-1$ 个内部节点的完全二叉树, 其中每个内部节点记录了相应赛局的输者。



例 最小输者树

- 在许多情况下，赢者被新选手替换(赢者的值改变)。
- f: 2改变为5



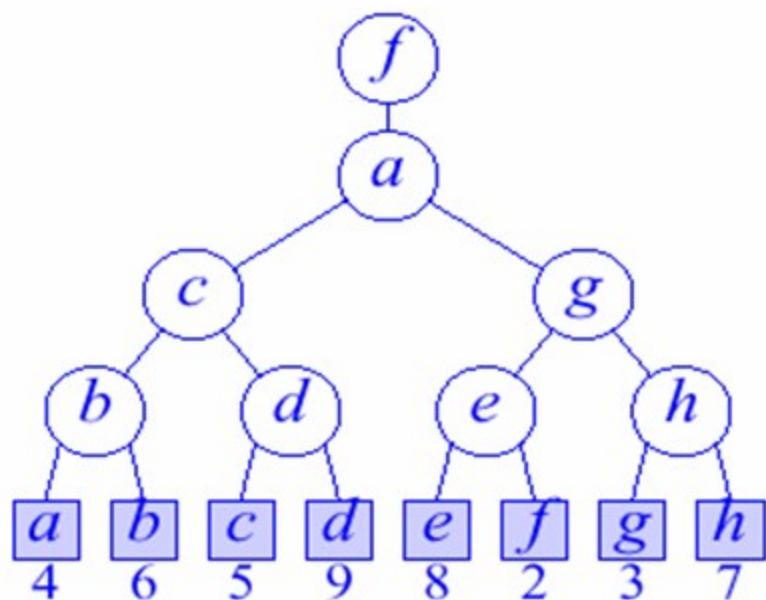
(a) 最小赢者树

f——e, f——g, g——a

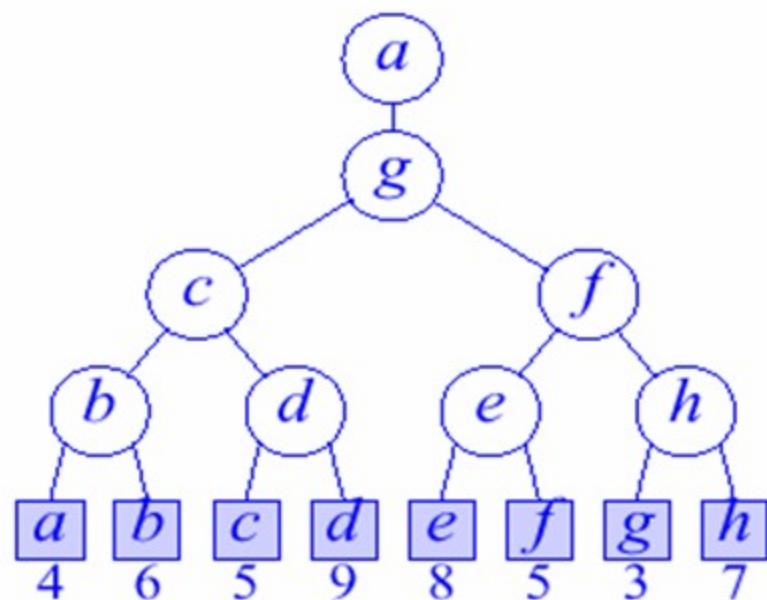
e, g, a 对应比赛的输者



例 最小输者树



(a) 初始化



(b) f : 2改变为5

- 使用输者树可以简化赢者的值发生变化的情况，但不能简化改变其他选手值的情况。



本章小结

- 竞赛树：
 - 赢者树：最小赢者树/ 最大赢者树
 - 输者树：最小输者树/ 最大输者树
- 竞赛树操作：
 - 初始化、重构
- 竞赛树应用：选择排序