



PROCESAMIENTO DIGITAL DE SEÑALES

GUÍA DE TRABAJOS PRÁCTICOS N° 3

Transformada Rápida de Fourier. Ventanas de Visualización. Aplicaciones

1. Implemente una rutina que calcule la Transformada de Fourier Discreta (DFT) en forma Rápida (FFT) mediante el algoritmo de Cooley & Tuckey. Tenga presente que la cantidad de muestras de la señal digital que desea transformar, debe ser múltiplo de 2. La misma rutina debe permitir calcular la Transformada Inversa. Recuerde que:

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j \frac{2\pi \cdot n \cdot k}{N}}, \text{ con } k = 0, 1, 2, \dots, N-1$$

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] e^{j \frac{2\pi \cdot n \cdot k}{N}}, \text{ con } n = 0, 1, 2, \dots, N-1$$

Recuerde que la fracción $1/N$ puede estar en cualquiera de las dos transformadas, difiriendo cada una de ellas del autor. Compare los tiempos de cálculo (2048 muestras por ejemplo) de la DFT y la FFT en forma práctica y teórica.

2. Implemente una Rutina para correlacionar señales, ya sea Autocorrelación o correlación cruzada.
3. Implementar una rutina que permita aplicar a una señal a ser filtrada, distintas ventanas de visualización. A su vez, estas ventanas pueden ser aplicadas en el espectro de la frecuencia para de esta forma observar en el dominio discreto del tiempo su efecto sobre la señal transformada. Las ventanas a implementar son:
 - *Hanning*
 - *Hamming*
 - *Bartlett*
 - *Blackman*
 - *Triangula*
4. Realice un análisis teórico de la propiedad de desplazamiento temporal en el dominio de la Transformada Z y de la Transformada Discreta de Fourier.
5. Verifique la propiedad de desplazamiento circular anterior, por definición y mediante el uso de la Transformada Discreta de Fourier, siendo la señal de entrada $a = [1 \ 3 \ 5 \ 7 \ 5 \ 3 \ 1]$, con un desplazamiento circular $n_0 = -4$



6. Una señal $a[n]$ tiene una secuencia inversa $a^{-1}[n] = b[n]$ si se cumple que $a[n] * b[n] = \delta[n]$. Por medio de la Transformada Discreta de Fourier y su correspondiente inversa, encuentre la secuencia $a^{-1}[n] = b[n]$ de la secuencia $a[n] = \delta[n] - \frac{1}{2}\delta[n-1]$. Verifique el resultado obtenido convolucionando la secuencia $a[n]$ con la $b[n]$ obtenida.
7. Analice la propiedad de Transformada de Fourier de una Secuencia (TFS) que consiste en sobremuestrear a una señal. Tenga en cuenta que si:

$$x[n] \leftrightarrow X(e^{j\omega}), \text{ entonces } g_L[n] = \begin{cases} x[n/L], & n = kL \\ 0, & n \neq kL \end{cases}, k \in \mathbb{Z} \leftrightarrow G_L(e^{j\omega}) = X(e^{j\omega L}), \text{ o}$$

$$\text{bien si } x[n] \leftrightarrow X(z), \text{ entonces } g_L[n] = \begin{cases} x[n/L], & n = kL \\ 0, & n \neq kL \end{cases}, k \in \mathbb{Z} \leftrightarrow G_L(z) = X(z^L).$$

Implemente una rutina que permita realizar el sobremuestreo con $L=2$ de un vector genérico. Compruebe el resultado con la señal $a[n] = [2 \ 5 \ 3]$. Modifique el programa anterior para que permita un sobremuestreo genérico L . Investigue la existencia de rutinas prediseñadas para tal efecto.

8. La técnica de Submuestreo, consiste en tomar muestras de una señal con un cierto intervalo M de las mismas, es decir si se tiene una secuencia $x[n]$, la secuencia submuestreada con M puntos será $y[n] = x[nM]$. La señal resultante contará con menos puntos que la señal original, y en el espectro de las frecuencias se producirá solapamiento. Implemente una rutina que realice el submuestreo de un vector con $M=2$. Use la señal $a = [1 \ 3 \ 5 \ 7 \ 9 \ 8 \ 6]$. Investigue la existencia de rutinas prediseñadas para tal efecto.