PROCESAMIENTO DIGITAL DE SEÑALES

GUÍA DE TRABAJOS PRÁCTICOS Nº 6
Introducción a la Transformada Ondita

Primera Parte. Ventana de Gabor

1. Observe la composición espectral de la ventana de Gabor. Visualice para distintos α y β como se va modificando el espectro de la misma. Tenga en cuenta el uso del comando MatLab ***fft*** para realizar estas operaciones, de tal manera de comparar estos resultados con sus correspondientes teóricos. Recuerde que la ventana de Gabor, está determinada por 2 parámetros, la dispersión y el desplazamiento de la misma, es decir: $w(t) = \dfrac{1}{2\sqrt{\pi\alpha}} e^{-(t-\beta)^2/4\alpha}$, con $\alpha > 0$.

2. Considere la señal $f(t) = 3\sin(2\pi \cdot 2 \cdot t) + \cos(2\pi \cdot 4 \cdot t)$, para el intervalo temporal $-4 \le t \le 4$ y trabajando $w_{\alpha,t_0}(t)$ con $N = 512$, $\alpha = 1/16$ y un desplazamiento de la ventana de Gabor de $t_0 = 2$, obtenga las señales temporales $f(t)$, $w_{\alpha,t_0}(t)$ y $f(t) \cdot w_{\alpha,t_0}(t)$ así también como sus correspondientes espectros. Recuerde que el espectro de la señal $f(t) \cdot w_{\alpha,t_0}(t)$ es la Transformada de Gabor, para una determinada dispersión de ventana α y tiempo de desplazamiento t_0. Esta es la ***Primer Forma de Análisis*** de la transformada de Gabor, es decir, considerando un desplazamiento temporal fijo.

3. Considere la señal $f(t) = \begin{cases} 2\sin(2\pi \cdot 64 \cdot t) & 0 \le t < 1 \\ 2\sin(2\pi \cdot 16 \cdot t), & 1 \le t \le 2 \end{cases}$, $N = 512$ muestras, $\alpha = 1/64$ y un desplazamiento de la ventana de Gabor de $t_0 = 0, 0.5, 1\ y\ 1.5$, obtenga las señales temporales $f(t)$, $w_{\alpha,t_0}(t)$ y $f(t) \cdot w_{\alpha,t_0}(t)$ así también como sus correspondientes espectros.

4. Realice un programa en MatLab que permita ver en 3D la Transformada Ondita del ejercicio anterior. Utilice una determinada cantidad de desplazamientos temporales (32 por ejemplo), de manera tal de tener una aceptable resolución temporal

5. Utilizando la señal del ejercicio ***2***, module las mismas con frecuencias de modulación de *1*, *2* y *4* Hz, observando sus espectros en frecuencia y verificando la propiedad de desplazamiento frecuencial de la Transformada de Fourier.

MSc. Ing. Franco Martín Pessana
fpessana@favaloro.edu.ar

6. Dada la siguiente señal temopral: $h(t)=\begin{cases} 3\sin(2\pi 8t) & , 0\le t<1 \\ 2\sin(2\pi 16t) & , 2\le t<2 \\ \sin(2\pi 32t) & , 2\le t<3 \end{cases}$ con un parámetro $\alpha = 1/256$ y frecuencias modulantes de *32* y *16* y *8* Hz para modular la señal $h(t)$, filtre la misma considerando la segunda aproximación de la Transformada de Gabor considerando a ω fijo y la señal temporal modulada que se pasa por un filtro pasabajos que es la ventana temporal de Gabor.

7. Considere una Ventana de Gabor simétrica, con una observación temporal de *8* segundos, *512* puntos de la misma, un valor de $\alpha = 1/16$, se pide modular a la misma con frecuencias de modulación de de *2*, *4* y *8* Hz respectivamente, visualizando los espectros de la ventana original, así también como los espectros de las ventanas moduladas por las distintas frecuencias modulantes.

8. Utilizando la señal del ejercicio ***6***, se pide filtrar la misma con el segundo método de visualización de la Transformada de Gabor (pero ahora vista como convolución de la señal a filtrar con la respuesta al impulso de filtros pasabandas). Utilice respuestas al impulso de ventanas de Gabor moduladas por frecuencias de de *32* y *16* y *8* Hz respectivamente, de forma tal de localizar en tiempo las distintas componentes de la señal $h(t)$.

9. Cree un archivo matlab que tenga como parámetros de entrada: el nombre de la función a discriminar en tiempo mediante Transformada de Gabor, la cantidad *N* de puntos a analizar, la frecuencia de muestreo, el valor de α y la frecuencia central del filtro pasabanda de la Ventana de Gabor en frencuencia.

10. Dada la siguiente señal temporal:

$$h(t)=\begin{cases} 0 & , \quad 0\le t<1-0.05 \\ 0.5+0.5\sin(10\pi(t-1)) & , 1-0.05\le t<1+0.05 \\ 1 & , \quad 1.05\le t \end{cases}$$

filtrarla con una ventana de Gabor con un parámetro $\alpha = 1/64$ para distintos valores de la frecuencia central del filtro pasabanda generado. Extraer conclusiones al respecto.

11. Realizar el filtrado de la señal $f(t)=3\sin(2\pi\cdot 16\cdot t)+\sin(2\pi\cdot 20\cdot t)$ buscando adecuadamente el valor de α a utilizar para lograr separar las 2 frecuencias (16 y 20 Hz) presentes en la señal $f(t)$. El resultado debe ser una senoidal pura a cada una de estas 2 frecuencias. Represente todo el proceso gráficamente**.**

12. Considere la siguiente función de ventana $w(t)=\dfrac{\omega_0}{\pi f_S}\operatorname{sinc}(\omega_0 t)$. Realice un programa MatLab que tenga como ingreso a la frecuencia de muestreo f_S y grafique en tiempo y en frecuencia, esta ventana temporal y diferentes frecuencias centrales de filtro para visualizar un banco de filtros con esta señal temporal. Utilice $N = 512$ y una frecuencia de muestreo de $f_S = 128\,\text{Hz}$.

13. Filtrar las señales del ejercicio ***6*** si la ventana considerada es $w(t) = \frac{\omega_0}{\pi f_S}\operatorname{sinc}(\omega_0 t)$, Realizar gráficos y tener en cuenta todas las consideraciones implementadas en los ejercicios anteriores.

Segunda Parte. De la Transformada de Gabor a la Transformada Ondita

14. Considere una ventana $w(t) = \frac{2 f_0}{f_S}\operatorname{sinc}(2\pi f_0 t)$, con $f_S = 128\,\text{Hz}$, $f_0 = 8\,\text{Hz}$, $N = 512$, factores de escalamiento $a = 2, 4\text{ y }8$ y frecuencia de modulación $f_m = 32$ Hz. Represente en los dominios del tiempo y la frecuencia estas ventanas escaladas. Repita el análisis con una ventana de Gabor, con $\alpha = 1/128$ y $N = 1024$.

15. Considerando el ejercicio anterior, encuentre los valores de normalización para las ventanas *sinc* y *Gabor*, de manera tal que el banco de filtros esté normalizado con amplitudes unitarias.

16. A partir de las señales generadas en los ejercicios ***2*** y ***6***, se pide filtrarlas con una ventana de *Gabor* escalada para distintos valores de la escala.

17. Dada la siguiente señal $f(t) = \sin(2\pi \cdot 16 \cdot t) + 2\cos(2\pi \cdot 4 \cdot t)$ y considerando una frecuencia de muestreo de $f_S = 128\,\text{Hz}$ y $N = 512$ puntos, realizar cambios de escala en 2 de las mismas, es decir $f(t/2)$ y $f(2t)$ y observe el espectro a fin de comparar niveles de resolución.

18. Comprobar que para distintas escalas, es lo mismo considerar: ***a)*** $g(t/a)$ con un intervalo $t \in [-5a, 5a]$ muestreado a intervalos enteros que ***b)*** $g(t)$ con el intervalo $t \in [-5, 5]$ con un intervalo de muestreo $1/a$. Utilice para su ejemplo, una Ventana de Gabor Gaussiana.

Tercera Parte. Análisis de Multiresolución (Banco de Filtros)

19. Generar un escalamiento de la función $w(t) = \operatorname{sinc}(\pi t/2^j)$, en el intervalo $[-50 \cdot 2^j, 50 \cdot 2^j]$, con $j = 0, 1, 2, \cdots, M$, con M como parámetro de entrada, visualizando en un mismo gráfico temporal, todas las respuestas de las ventanas escaladas. En un mismo gráfico, obtenga los espectros de las ventanas sinc escaladas. Observe que un nuevo escalamiento en tiempo, implica el doble de amplitud del filtro pasa bajos correspondiente. Normalice las ventanas, de tal manera que los espectros de amplitud de los filtros pasa bajos obtenidos tengan respuesta de amplitud unitaria.

20. Los filtros pasa banda, pueden obtenerse restando $w(t)=\text{sinc}\left(\pi t/2^{j}\right)$ de sucesivas escalas, es decir, $\psi_j(t)=\psi\left(t/2^{j}\right)=2^{-j}\text{sinc}\left(\pi t/2^{j}\right)-2^{-(j+1)}\text{sinc}\left(\pi t/2^{j+1}\right)$, con $j=0,1,2,\cdots,M-1$. Modifique el programa desarrollado en el ejercicio 28, de manea de obtener $M-1$ filtros pasa banda en el intervalo normalizado de frecuencias por octavas $[0,1]$.

21. Repita el ejercicio anterior, pero ahora armando una función ondita $\psi(t)=2\phi(2t)-\phi(t)$, siendo $\phi(t)=\frac{1}{2}\text{sinc}\left(\frac{\pi t}{2}\right)$, la cual será evaluada por el comando **feval** al correr una rutina que realice $\psi_j(t)=2^{-j+1}\psi\left(2^{-j+1}t\right)$ con valores de $j=1,2,\cdots,M$. Visualice las onditas escaladas en tiempo y frecuencia, corroborando que se obtiene el mismo resultado que el ejercicio ***20***.

22. Realice en una rutina $\phi(t)=\frac{1}{2}\text{sinc}\left(\frac{\pi t}{2}\right)$, de tal forma que pueda ser llamada por un algoritmo a desarrollar (mediante el comando **feval**), que realice las siguientes escalas $\phi_j(t)=2^{-j+2}\phi\left(2^{-j+2}t\right)$, con $j=1,2,\cdots,M+1$. Compare el espectro de esta estas escalas de $\phi_j(t)$ con las realizadas en el ejercicio anterior, es decir $\psi_j(t)$.

23. Generar funciones MatLab que implementen los llamados ***Filtros de Análisis*** constituidos por: $u(t)=\phi(t)=\frac{1}{2}\text{sinc}\left(\frac{\pi t}{2}\right)$ y $w(t)=\psi(t)=2\phi(2t)-\phi(t)$. Grafique ambos espectros en forma conjunta, considerando el eje de frecuencias normalizado a 1 (correspondiente a una frecuencia de muestreo f_S). Considere un intervalo temporal adimensional $t=-100:1:100$.

24. Teniendo en cuenta 2 señales a convolucionar $x(t)$ y $h(t)$, siendo señal y filtro respectivamente, realizar una rutina que realice la convolución de las mismas, pero que el resultado tenga el mismo tamaño de la señal de entrada, es decir, la longitud de $x(t)$. Recuerde que si $x(t)$ tiene una longitud de N_1, el filtro $h(t)$ un longitud N_2, el resultado de $y(t)=x(t)*h(t)$, tendrá una longitud $N_3=N_1+N_2-1$. Debe entonces, eliminarse $N_2/2$ puntos al inicio y fin de la señal convolucionada, de tal manera de eliminar los puntos agregados por el filtro.

25. Dada la siguiente señal temporal $x(t)=4\sin(2\pi 4t)+\sin(2\pi 55t)$, calcular los coeficientes y los detalles de la multiresolución de $x(t)$ para los niveles $j=1,2\text{ y }3$. Para calcular los coeficientes $c_1(k)=c_{1,k}$, utilizar como coeficientes del nivel 0 a $c_0(k)=c_{0,k}=x(k)$, es decir, la señal $x(t)$. Repita lo mismo para los detalles $d_j(k)=d_{j,k}$.

26. Realice un algoritmo que reconstruya la señal a partir de los coeficientes y los detalles de la misma. Utilice como señal de prueba, la correspondiente al ejercicio ***25*** anterior.

Cuarta Parte. Análisis de Multiresolución

27. Investigue el comando MatLab ***cwt*** (Transformada Ondita Continua Unidimensional). Evalué la misma con la señal $h[n]=\{8,8,8,8,0,0,0,0\}$, utilizando 10 escalas y la ondita ***Haar***, es decir $\psi[n]=\delta[n]-\delta[n-1]$.

28. Investigue el comando MatLab ***dwt*** (Transformada Ondita Discreta Unidimensional). Evalué la misma con la señal $h[n]=\{8,8,8,8,0,0,0,0\}$, utilizando 10 escalas y la ondita ***Haar***, es decir $\psi[n]=\delta[n]-\delta[n-1]$.

29. Investigue los comandos ***wavemenu*** y ***wavedemo***, de modo tal de observar las potencialidades de la Transformada Ondita, no solo para señales unidimensionales no estacionarias sino también señales bidimensionales (imágenes)..