Lista 1

1) a) $y[n] = n\,x[n]$

. Aditividade:

$x_1[n] \rightarrow \boxed{T} \rightarrow y_1[n] = n\,x_1[n]$

$x_2[n] \rightarrow \boxed{T} \rightarrow y_2[n] = n\,x_2[n]$

$x_1[n] + x_2[n] = x_3[n] \rightarrow \boxed{T} \rightarrow y_3[n] = n\,x_3[n] = n\,x_1[n] + n\,x_2[n]$

$= y_1[n] + y_2[n]$

→ satisfaz a aditividade

. Homogeneidade

$a\,x_1[n] = x_2[n] \rightarrow \boxed{T} \rightarrow y_2[n] = n\,x_2[n] = n.a\,x_1[n]$

$= a\,y_1[n]$

→ satisfaz a homogeneidade

b) $y[n] = x^2[n]$

. Aditividade

$x_1[n] \rightarrow \boxed{T} \rightarrow y_1[n] = x_1^2[n]$

$x_2[n] \rightarrow \boxed{T} \rightarrow y_2[n] = x_2^2[n]$

$x_1[n] + x_2[n] = x_3[n] \rightarrow \boxed{T} \rightarrow y_3[n] = x_3^2[n] = x_1^2[n] + 2x_1[n]x_2[n] + x_2^2[n]$

→ não satisfaz a aditividade. Não é linear

c) $y[n] = \log(|x[n]|)$

Aditividade

$y_1[n] = \log(|x_1[n]|)$

$y_2[n] = \log(|x_2[n]|)$

$y_3[n] = \log(|x_3[n]|)$, em que $x_3[n] = x_1[n] + x_2[n]$

$= \log(|x_1[n] + x_2[n]|)$

$= \log\left(\left|x_1[n] \cdot \left(1 + \frac{x_2[n]}{x_1[n]}\right)\right|\right)$

$= \log(|x_1[n]|) + \log\left(\left|1 + \frac{x_2[n]}{x_1[n]}\right|\right)$

$\rightarrow y_3[n] \neq y_1[n] + y_2[n]$, ou seja, não satisfaz a aditividade e o sistema não é linear.

d) $y[n] = \frac{x[n]}{n}$

Aditividade:

$y_1[n] = \frac{x_1[n]}{n}$; $y_2[n] = \frac{x_2[n]}{n}$; $y_3[n] = \frac{x_3[n]}{n}$, em que $x_3[n] = x_1[n] + x_2[n]$

$\Downarrow$

$= \frac{x_1[n]}{n} + \frac{x_2[n]}{n} = y_1[n] + y_2[n]$

$\rightarrow$ satisfaz a aditividade

Homogeneidade:

$a x_1[n] = x_2[n] \rightarrow \boxed{T} \rightarrow y_2[n] = \frac{x_2[n]}{n} = a\frac{x_1[n]}{n} = a\, y_1[n]$

$\rightarrow$ satisfaz a homogeneidade. Portanto o sistema é linear

c) $y[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} x[k]$

• Aditividade:

$$x_1[n] \rightarrow \boxed{T} \rightarrow y_1[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} x_1[k]$$

$$x_2[n] \rightarrow \boxed{T} \rightarrow y_2[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} x_2[k]$$

$$x_3[n] = x_1[n] + x_2[n] \rightarrow \boxed{T} \rightarrow y_3[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} x_3[k]$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{n} (x_1[k] + x_2[k])$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{n} x_1[k] + \sum_{k=-\infty}^{n} x_2[k]$$

$$= y_1[n] + y_2[n]$$

→ satisfaz a aditividade

• Homogeneidade

$$a\,x_1[n] = x_2[n] \rightarrow \boxed{T} \rightarrow y_2[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} x_2[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} a\,x_1[n] = a \sum_{k=-\infty}^{n} x_1[n]$$

$$= a\,y_1[n]$$

→ satisfaz a homogeneidade.

O sistema é linear.

3) a) $y[n] = 5x[n-10]$

- <u>Entrada deslocada</u>

$$x_1[n-n_0] \rightarrow \boxed{T} \rightarrow y_1[n-n_0] = 5x_1[n-n_0-10]$$

- <u>Saída deslocada</u>

$$x_1[n-n_0] = x_2[n]$$

deslocando as amostras na saída

$$x_2[n] \rightarrow \boxed{T} \rightarrow y_2[n] = 5x_2[n-10] = 5x_1[n-n_0-10]$$

• $y_2[n] = y_1[n] \rightarrow$ o sistema é <u>invariante</u>

b) $y[n] = \dfrac{x[n]}{n}$

. <u>Modelo do sistema</u>

$$x_1[n] \rightarrow \boxed{T} \rightarrow y_1[n] = \frac{x_1[n]}{n}$$

Aplica-se a entrada $x_1[n]$ no sistema T, produzindo $y_1[n]$.

. <u>Deslocamento da saída $y[n]$</u>

$$y_1[n-n_0] = \frac{x_1[n-n_0]}{n-n_0}$$

Desloca a saída $y[n]$ por n_0 unidades.

. <u>Deslocamento da entrada $x[n]$</u>

Desloca-se entrada $x_1[n]$ em n_0 unidades e o coloca em $x_2[n]$. Passa $x_2[n]$ pelo sistema, substitui por $x_1[n]$ deslocado e verifica se $y_1[n] = y_2[n]$

$$x_1[n-n_0] = x_2[n] \rightarrow \boxed{T} \rightarrow y_2[n] = \frac{x_2[n]}{n} = \frac{x_1[n-n_0]}{n}$$

$\rightarrow y_1[n] \neq y_2[n] \rightarrow$ <u>variante</u>

c) $y[n] = x^2[n]$

- Modelo do sistema

$$x_1[n] \rightarrow \boxed{T} \rightarrow y_1[n] = x_1^2[n]$$

- Aplica-se a entrada $x_1[n]$ no sistema

- Deslocamento da saída $y_1[n]$

$$y_1[n-n_0] = x_1^2[n-n_0]$$

- Desloca a saída $y_1[n]$ por n_0 unidades

- Deslocamento da entrada $x_1[n]$

$$x_1[n-n_0] = x_2[n] \rightarrow \boxed{T} \rightarrow y_2[n] = x_2^2[n]$$
$$= x_1^2[n-n_0]$$

- Desloca a entrada $x_1[n]$ por n_0 e armazena em $x_2[n]$. Aplica-se $x_2[n]$ no sistema, substitui por $x_1[n]$ e verifica se a resposta $y_2[n]$ referente à entrada $x_1[n]$ deslocada é igual à saída $y_1[n]$ deslocada.

$\rightarrow y_1[n] = y_2[n]$, portanto o sistema é invariante no tempo

d) $y[n] = x[-n]$

- Modelo do sistema

$$x_1[n] \rightarrow \boxed{T} \rightarrow y_1[n] = x_1[-n]$$

- Deslocamento da saída $y_1[n]$

$$y_1[n-n_0] = x_1[-(n-n_0)] = x_1[n_0-n]$$

- Deslocamento da entrada $x_1[n]$

$$x_1[n-n_0] = x_2[n] \rightarrow \boxed{T} \rightarrow y_2[n] = x_2[-n]$$
$$= x_1[-(n-n_0)]$$
$$= x_1[n_0-n]$$

$\rightarrow y_1[n] = y_2[n]$, o sistema é invariante no tempo.

e) $y[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} x[k]$

- Modelo do sistema

$$x_1[n] \rightarrow \boxed{T} \rightarrow y_1[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} x_1[k]$$

- Deslocamento da saída $y_1[n]$

$$y_1[n-n_0] = \sum_{k=-\infty}^{n-n_0} x_1[k]$$

- Deslocamento da entrada $x_1[n]$

$$x_1[n-n_0] = x_2[n] \rightarrow \boxed{T} \rightarrow y_2[n] =$$

$$y_2[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} x_2[k] = \sum_{k=-\infty}^{n} x_1[k-n_0]$$

$\rightarrow k_1 = k - n_0$; $k = k_1 + n_0$

$$y_2[n] = \sum_{k_1+n_0=-\infty}^{k_1+n_0=n} x_1[k_1] = \sum_{k_1=-\infty}^{n-n_0} x_1[k_1]$$

$\rightarrow y_1[n] = y_2[n]$, portanto o sist. é invariante.

3) a) $y[n] = 5x[n-10]$

. <u>Modelo do sistema</u>

$x_1[n] \rightarrow \boxed{T} \rightarrow y_1[n] = 5x_1[n-10]$

. $y_1[n_0]$ depende somente de valores presentes e passados de $x_1[n_0]$ para qualquer n_0?

Sim, qualquer valor de no faz $y[n_0]$ depender de amostra de $x[n_0]$ passadas e futuras, ou seja, $y[n_0]$ depende de valores de $x[n]$ atrasados em 10 unidades. O sist. é <u>causal</u>.

b) $y[n] = x[-n]$

. <u>Modelo do sistema</u>

$x_1[n] \rightarrow \boxed{T} \rightarrow y_1[n] = x_1[-n]$

- para sequências $n_0 < 0$, $y_1[n_0]$ depende de sequências futuras de $x_1[n]$. Portanto o sistema <u>não é causal</u>.

c) $y[n] = \sum_{k=0}^{n} x[k]$

• Modelo do sistema

$$x_1[n] \rightarrow \boxed{T} \rightarrow y_1[n] = \sum_{k=0}^{n} x_1[k]$$

• $y_1[n_0]$ depende somente de valores presentes e passados de $x_1[n_0]$ para qualquer n_0?

Ex.: para $n_0 \geq 0$:

$$y_1[3] = x_1[0] + x_1[1] + x_1[2] + x_1[3]$$

para este caso $y_1[n_0]$ depende somente de valores passados e presentes de $x_1[n_0]$

para $n_0 < 0$:

$$y_1[-3] = \sum_{k=0}^{-3} x[k]$$

Note que k começa a varrer $x_1[n]$ a partir de zero, ou seja, qualquer valor de $n_0 < 0$, $y_1[n_0] = 0$. Portanto o sistema é causal.

d) $y[n] = x^2[n]$

. Modelo do sistema

$$x_1[n] \rightarrow \boxed{T} \rightarrow y_1[n] = x^2[n]$$

- O sistema é causal, pois $y_1[n_0]$ depende somente de valores de $x_1[n_0]$ na sequência presente (atual).

e) $y[n] = x[n+1] - x[n]$

. Modelo do sistema

$$x_1[n] \rightarrow \boxed{T} \rightarrow y_1[n] = x_1[n+1] + x_1[n]$$

- Para qualquer valor de n_0, $y_1[n_0]$ depende de valores na sequência em uma unidade futura de $x_1[n]$. O sistema não é causal.

4) a) $y[n] = 5x[n-10]$

. Modelo do sistema

$$|x_1[n]| \rightarrow \boxed{T} \rightarrow |y_1[n]| = 5\,|x_1[n-10]|$$ Para qualquer n_0, temos $|y_1[n_0]| < \infty$.

- Sim, para qualquer entrada $|x_1[n_0]| < \infty$ tem-se $|y_1[n_0]| < \infty$. Portanto o sistema é estável.

b) $y[n] = \dfrac{x[n]}{n}$

Em $n=0$, $y[0] \to \infty$, portanto o sistema <u>não é estável.</u>

c) $y[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} x[k]$

• <u>Modelo do sistema</u>

$$x_1[n] \to \boxed{T} \to y_1[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} x_1[k]$$

O sistema <u>não é estável</u>, pois $y_1[n]$ contém infinitas somas de $x_1[n]$ no qual $-\infty < n < \infty$.

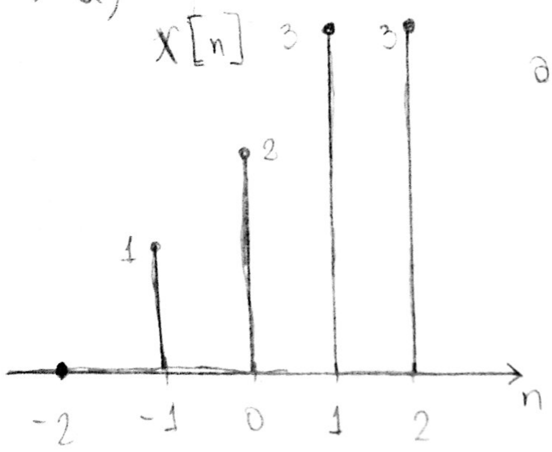
d) $y[n] = x^2[n]$

. se o $\max(|x[n]|) < \infty$, temos que $\max^2(|x[n]|)$ também será menor que ∞. Portanto o <u>sistema é estável</u>.

e) $y[n] = n\,x[n]$

O sistema <u>não é estável</u>, pois quando $n_0 \to \infty$, $y[n_0] \to \infty$.

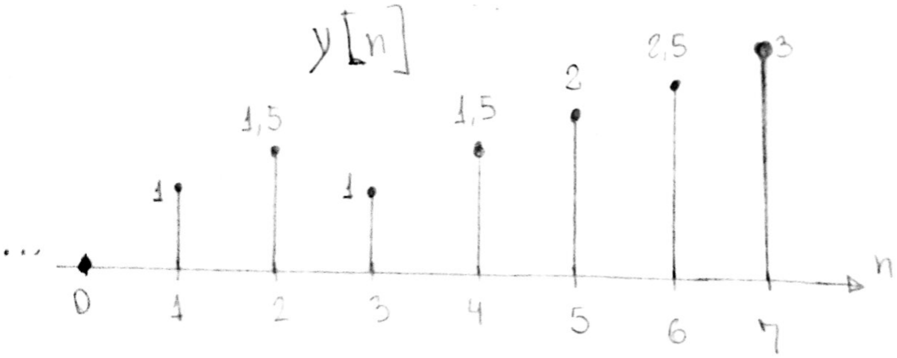
5) a)



Existem vários x[n] possíveis. Seguem alguns exemplos:

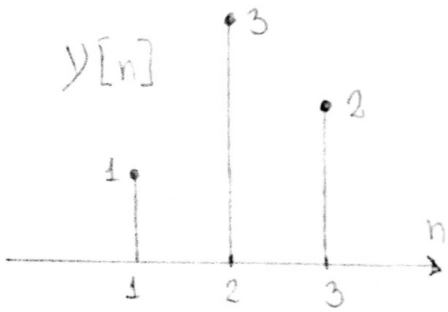
- $x[n] = \delta[n+1] + 2\,\delta[n] + 3\,\delta[n-1] + 3\,\delta[n-2]$
- $x[n] = r[n+2] - r[n-1] - 3u[n-3]$
- $x[n] = u[n+1] + u[n] + u[n-1] - 3u[n-3]$
- $x[n] = r[n+2] - r[n-3] - 5u[n-3] - \delta[n-2]$

b) $y[n] = r[n] - \frac{1}{2} r[n-1] - u[n-3]$



6)

$y[n] = (u[n] - u[n-2]) * (r[n] - r[n-2] - 2u[n-3])$



6) b)